

52 Troba el terme general d'una progressió aritmètica sabent que $a_2 = 17$ i $a_5 = 50$.

53 En una progressió aritmètica $a_1 = 6$ i $d = 4$. Troba el lloc n que ocupa el terme que val 78.

54 Troba el terme general d'aquesta progressió aritmètica: 1, 1; 2, 2; 3, 3; ...

55 Troba la suma dels 200 primers termes de les progressions formades pels múltiples de:

a) 4 b) 8 c) 11

56 Calcula la suma $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 125$.

57 Calcula la suma de tots els nombres imparells més grans que 200 i més petits que 300.

58 Fes la suma dels deu primers termes de la progressió aritmètica $\frac{4}{5}, \frac{13}{10}, \frac{9}{5}, \frac{23}{10}, \dots$

59 Interpola vuit termes mitjans aritmètics entre 8 i 35.

60 Interpola cinc termes mitjans aritmètics entre 8 i 38.

61 Interpola sis termes mitjans aritmètics entre 40 i 75.

62 Interpola set termes mitjans aritmètics entre 82 i 42.

63 La suma de tres nombres en progressió aritmètica és 30 i el seu producte és 840. Troba els nombres.

Si anomenem x el primer dels tres nombres i d la diferència de la progressió aritmètica, els nombres que busquem són: $x, x + d, x + 2d$

• La suma dels tres termes és:

$$x + (x + d) + (x + 2d) = 30 \Rightarrow 3x + 3d = 30 \Rightarrow \\ \Rightarrow x + d = 10$$

• El producte dels tres termes és:

$$x(x + d)(x + 2d) = 840$$

Per tant, hem de resoldre: $\begin{cases} x + d = 10 \\ x(x + d)(x + 2d) = 840 \end{cases}$

Resolem el sistema per substitució. En la primera equació, aïllem d , $d = 10 - x$, i en la segona, substituïm d per $10 - x$:

$$x(x + 10 - x)[x + 2(10 - x)] = 840 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \cdot 10 \cdot (20 - x) = 840 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -10x^2 + 200x - 840 = 0 \Rightarrow x^2 - 20x + 84 = 0$$

Resolem l'equació de segon grau i obtenim les solucions $x = 14$ i $x = 6$. Per tant:

• Si $x = 14$, aleshores $d = 10 - 14 = -4$ i els termes són 14, 10 i 6.

• Si $x = 6$, aleshores $d = 10 - 6 = 4$ i els termes són 6, 10 i 14.

64 La suma de tres nombres que estan en progressió aritmètica és 6 i el producte és -64. Troba els nombres en qüestió.

65 En una progressió aritmètica, el terme novè supera en 12 unitats el terme sisè, i el terme segon i el terme onzè sumen 50. Calcula la diferència i el terme a_5 .

66 Esbrina el nombre de termes que se sumen d'una progressió aritmètica i la suma d'aquests termes si el primer és igual a 4, la diferència és 3 i l'últim terme considerat és igual a 40.

67 Calcula el terme general de la progressió aritmètica següent:

$$1 - a, 1 - 3a, 1 - 5a, \dots$$

68 Calcula el valor de la suma dels primers dinou termes d'una progressió aritmètica de diferència 2, sabent que $a_{10} = 28$.

69 Quants nombres senars consecutius més grans que 6 sumen 160?

70 La suma dels quatre primers termes d'una progressió aritmètica és 3. Si l'últim d'aquests termes és igual a 1, quina és l'expressió del seu terme general?

71 La suma dels vuit primers termes d'una progressió aritmètica és 272, i la diferència dels seus extrems és 42. Troba els vuit primers termes de la progressió.

72 Esbrina l'expressió del terme general d'una progressió aritmètica sabent que la diferència entre l'onzè terme i el primer és igual a 30, i que la suma dels onze primers termes és igual a 220.

73 Troba l'últim terme i l'expressió del terme general d'una progressió aritmètica tenint en compte que el primer terme és -45, el nombre de termes és 31 i la suma dels termes és 0.

Progressions geomètriques

74 Esbrina quines de les successions següents són progressions geomètriques i troba la raó de les que ho siguin:

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| a) 11, 33, 99, 297, ... | d) 2; 5; 12,5; 31,25; ... |
| b) 896, 448, 112, 28, ... | e) 8, 56, 392, 2744, ... |
| c) 1,8; 0,6; 0,2; ... | f) -12, 60, -300, 1500, ... |

75 Escriu els sis primers termes de la progressió geomètrica $a_n = 7 \cdot 3^n$. Quina és la seva raó?

76 Esbrina el terme general i els quatre primers termes de les progressions geomètriques que tenen:

- | | |
|------------------------|-----------------------------|
| a) $a_1 = 5$ i $r = 2$ | c) $c_1 = 51$ i $c_3 = 153$ |
| b) $b_1 = 2$ i $r = 5$ | d) $d_2 = 72$ i $d_4 = 8$ |

77 El cinquè terme d'una progressió geomètrica és 256 i el primer és 1. Esbrina els sis primers termes d'aquesta progressió.

78 Calcula el producte dels tres primers termes de la progressió geomètrica que té $a_1 = 5$ i $r = 4$.

79 Troba la suma dels termes de la progressió geomètrica següent: 5, 20, ..., 81920.

80 La suma de tots els termes d'una progressió geomètrica és 10 i la raó és $r = 0,2$. Troba el valor dels cinc primers termes.

81 Troba la suma de tots els termes d'una progressió geomètrica que té $a_1 = 90$ i $r = 0,4$.

82 La suma de tots els termes d'una progressió geomètrica és 36 i $a_1 = 9$. Calcula'n la raó.

83 Troba tres termes mitjans geomètrics entre 8 i 128.

84 Interpola quatre termes mitjans geomètrics entre 3 i 96.


85 Troba cinc termes mitjans geomètrics entre 9 i 6561.

86 Interpola tres termes mitjans geomètrics entre 8 i 40,5.

87 Interpola cinc termes mitjans geomètrics entre 8 i 5832.

88 Troba el producte dels sis primers termes de la progressió geomètrica 1,5; 6; 24; 96; ...

89 Esbrina la suma dels quinze primers termes de la progressió geomètrica amb $a_1 = 2$ i $r = 2$.

90  Esbrina l'expressió del terme general d'una progressió geomètrica, sabent que $a_1 = 4$, $a_n = 62500$ i que la suma dels n primers termes és igual a 78124.

Sabem que:

$$a_1 = 4, a_n = 62500 \text{ i } S_n = 78124$$

Utilitzem la fórmula $S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$:

$$78124 = \frac{62500 \cdot r - 4}{r - 1}$$

Operem i aïllem r :

$$78124(r - 1) = 62500r - 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15624r = 78120 \Rightarrow r = 5$$

Per tant, el terme general és:

$$a_n = 4 \cdot 5^{n-1}$$

91 La suma dels n primers termes d'una progressió geomètrica de raó $r = 3$ és igual a 2184. Troba el valor de n sabent que l'últim terme que sumem és 1458.


92 Troba la suma dels vuit primers termes de la progressió geomètrica 6, 36, 216, 1296, ...

93 Calcula la suma de tots els termes d'aquestes progressions geomètriques:

- a) 702, 234, 78, 26, ... c) 832, 208, 52, 13, ...
b) 1125, 225, 45, 9, ... d) 189, 63, 21, 7, ...

94 Calcula, si és possible, la suma de tots els termes de les progressions geomètriques següents:

- a) 216, 36, 6, ... d) 0,5; 0,25; 0,125; ...
b) $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \dots$ e) $1, \frac{5}{4}, \frac{25}{16}, \frac{125}{64}, \dots$
c) 32, 16, 8, 4, 2, ... f) $1, \frac{-8}{9}, \frac{64}{81}, \frac{-512}{729}, \dots$

95  Troba x perquè $x - 8$, x i $2(x + 6)$ estiguin en progressió geomètrica. Tot seguit:

- a) Calcula el setè terme de la progressió.
b) Calcula la suma dels deu primers termes.
c) Es pot calcular la suma de tots els termes de la progressió? Justifica la resposta.

96 Troba el producte de les n primeres potències de 2.

97 Calcula la suma dels sis primers termes de la progressió geomètrica $2, \sqrt{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \dots$

98 En una progressió geomètrica, la suma dels cinc primers termes és 2057 i $r = 3$. Troba a_5 .

99 Esbrina el terme general d'una progressió geomètrica, sabent que $a_2 = 6$, i que $a_3 + a_1 = 20$.

100 Calcula aquestes sumes infinites:




- a) $1 + 0,1 + 0,01 + 0,001 + \dots$
b) $5 + 0,1 + 0,01 + 0,001 + \dots$

Interès simple i interès compost

101 S'inverteixen a interès simple 4800 € a un tipus d'interès del 3 % durant 4 anys. Calcula el capital final que es tindrà.

102 Podem optar per invertir 6000 € durant 3 anys entre:
A. Un fons d'inversió a interès simple al 3 % el primer any, al 3,5 % el segon i al 4 % el tercer.
B. Un compte d'estalvis al 3,8 % d'interès simple.
Quina opció resulta més rendible?

103 A quin rèdit es van invertir 2500 € a interès compost si en tres anys s'han convertit en 2800 €?

104    Esbrina quants anys han de passar perquè un capital a un interès compost del 4 % produeixi uns guanys iguals a la meitat del capital. Explica com ho has fet.

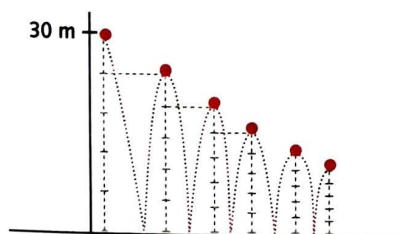
PER APLICAR

- 105 Aquests són els tres primers pisos d'una piràmide:



Troba el nombre de blocs dels primers set pisos, sabent que la base està formada per 26 blocs. Quants blocs calen per acabar-la?

- 106 Un maratonista s'entrena corrent 10 km el primer dia i cada dia dels següents, 3 km més que el dia anterior. Quina distància correrà al cap d'onze dies?
- 107 El valor d'un ordinador que va costar 1500 € es deprecia anualment en 270 €. Si el seu valor de rebuig ha estat de 420 €, quina vida útil ha tingut?
- 108 D'un dipòsit d'aigua amb 4096 L de capacitat se'n buida cada dia la meitat del contingut. Quin volum se n'haurà tret al cap de vuit dies?
- 109 En un hexàgon, cada costat, tret del primer, fa 3 cm més que l'anterior. Quant fa el primer costat si el perímetre és de 69 cm?
- 110 Un ortoedre té les dimensions en progressió geomètrica. Calcula aquestes dimensions, sabent que la seva suma és 156 cm i que el volum de l'ortoedre és de 46656 cm^3 .
- 111 Calcula els costats d'un triangle rectangle sabent que els seus costats, expressats en centímetres, estan en progressió aritmètica de diferència 5.
- 112 Esbrina quant mesuren els tres angles d'un triangle sabent que estan en progressió aritmètica de diferència 30° .
- 113 Les edats de cinc germans estan en progressió aritmètica i la seva suma és 30. El més gran té cinc vegades l'edat del més petit. Esbrina les edats dels cinc germans.
- 114 Una pilota cau a terra des d'una altura de 30 m. En cada bot puja fins a $4/5$ de l'altura anterior. A quina altura pujarà amb el cinquè bot?

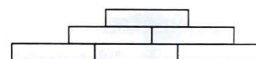


- 115 Utilitza la fórmula de la suma dels infinits termes d'una progressió geomètrica per trobar la fracció generatriu del nombre $3,82$.
- 116 A un programador informàtic li ofereixen un sou de 22000 € anuals amb un augment anual del 5%.
- a) Quin sou cobrarà d'aquí a set anys?
- b) Quant haurà guanyat en total en aquest període?

- 117 Un estudiant de 3r d'ESO vol repassar matemàtiques durant quinze dies, fins a l'inici del proper curs. Si el primer dia fa tres exercicis i cada un dels dies següents fa dos exercicis més que el dia anterior, esbrina quants exercicis farà l'últim dia. Quants exercicis farà en total?

PER AMPLIAR

- 118 Calcula $\frac{1}{\pi} + \frac{2}{\pi} + \frac{3}{\pi} + \dots + \frac{22}{\pi}$.
- 119 Calcula aquestes sumes infinites, si és possible:
- a) $7 - 5 + \frac{25}{7} - \frac{125}{49} + \dots$ b) $\frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \dots$
- 120 Troba la suma dels deu primers termes de la progressió aritmètica que té per primer terme $(x - y)^2$ i per segon terme $(x + y)^2$.
- 121 Descompon 182 en tres sumands, a_1 , a_2 i a_3 , que estiguin en progressió geomètrica, de manera que $a_3 - a_1 = 112$.
- 122 La suma dels sis primers termes d'una progressió geomètrica de termes positius és 364, i la diferència entre el quart i el tercer és igual al sextuple del segon. Esbrina l'expressió del terme general.
- 123 La part més alta d'una piràmide construïda amb blocs és la que apareix a la figura:



- a) Quants blocs es necessiten per construir una piràmide amb n pisos?
- b) Si es tenen 105 blocs, quants pisos es poden construir? I amb 200 blocs?
- 124 En Pere decideix estalviar una part dels seus diners al banc. Ingressa 5000 € i cada mes té pensat ingressar els interessos que li produeixin els diners que té al banc al 3 % mensual. Quina quantitat de diners tindrà al cap d'un any?
- 125 El triangle de Pascal té moltes utilitats en matemàtiques. Es construeix des de dalt. Cada fila té per extrems dos uns i cada nombre interior és la suma dels dos elements de la fila superior que té al damunt:

			1			
		1		1		
	1		2		1	
	1	3		3	1	
1		4	6		4	1
1	5	10	10	5	1	

Utilitza la suma dels primers n termes d'una progressió geomètrica per calcular la suma de les deu primeres files del triangle de Pascal.