

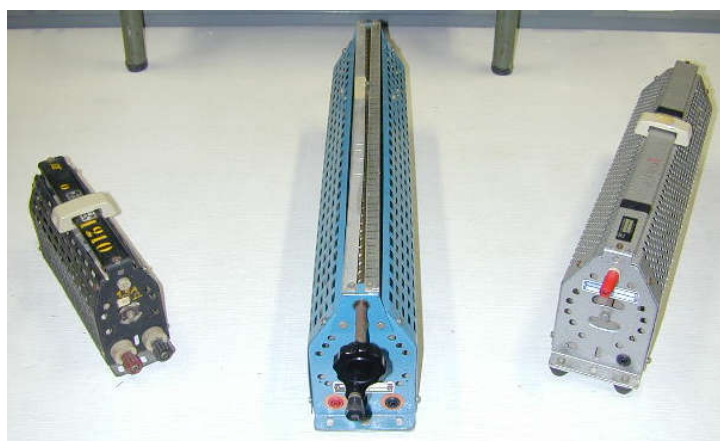
## Etude des caractéristiques d'un rhéostat : caractère inductif, effet de peau

- Travail expérimental et rédaction du document :

Jean-Baptiste Desmoulins (P.R.A.G.)

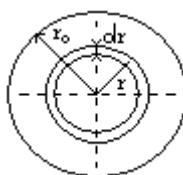
mail : [desmouli@physique.ens-cachan.fr](mailto:desmouli@physique.ens-cachan.fr)

Les rhéostats sont des éléments fréquemment utilisés dans les expériences d'électricité, notamment lorsque des courants voisins de l'Ampère sont mis en jeux. Pour des fréquences inférieures au kHz, on peut se contenter des les considérer comme de simples résistances. Dès que la fréquence dépasse le kHz, on constate qu'ils deviennent de plus en plus inductifs, ce qui est prévisible, compte tenu de leur forme en solénoïde. Par ailleurs, avec l'effet de peau, on constate que la partie réelle de leur impédance a elle aussi tendance à augmenter. Ce sont ces deux effets que nous allons chercher à caractériser par la suite sur un rhéostat 50Ω/5A tel que ceux présentés sur la photographie suivante :



### I. Modélisation de l'évolution de la résistance d'un fil avec la fréquence.

Pour un conducteur métallique parcouru par un courant variable, on peut supposer que la conductivité diminue quand on s'éloigne de la surface, et que cette diminution est d'autant plus rapide que la fréquence des courants est élevée.



Ainsi, pour un conducteur cylindrique, de rayon  $r_0$ , de conductivité en surface  $\sigma_0$  parcouru par un courant à fréquence  $f$ , on pourra écrire que la conductivité vaut

$$\sigma(r) = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{(r-r_0)}{\delta}}$$

avec une profondeur de peau  $\delta$  définie comme

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \mu_0 \cdot \sigma \cdot f}}$$

où  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  S.I.

- Calcul de la résistance en fonction de la fréquence :

Pour calculer la résistance apparente du conducteur en fonction de la fréquence, par rapport à ce qu'elle vaudrait en continu (notée  $R_0$ ), on va procéder de la façon suivante.

- En continu, si  $S$  est la section de conducteur ( $S = \pi r_o^2$ ) et  $L$  la longueur totale de conducteur, la conductance  $G_o = 1/R_o$  vaut

$$G_o = \sigma_o \cdot \frac{S}{L}$$

- En régime variable, il va falloir tenir compte de l'évolution de la conductivité apparente en fonction de la fréquence. On va calculer la conductivité d'un élément de surface  $2\pi r dr$  et sommer tous ces éléments de surface en parallèle pour obtenir la conductance de l'ensemble du conducteur.

$$\text{On a donc} \quad dG = \frac{1}{L} \cdot \sigma_o \cdot e^{\frac{r-r_o}{\delta}} \cdot 2\pi r dr \quad \text{et} \quad G = \int_0^{r_o} dG$$

Ainsi, on peut dire que

$$\frac{G}{G_o} = \left( \frac{\sigma_o}{L} \cdot e^{-r_o/\delta} \cdot 2\pi \right) \cdot \left( \frac{L}{\sigma_o \cdot \pi r_o^2} \right) \cdot \int_0^{r_o} r \cdot e^{r/\delta} \cdot dr$$

En intégrant par parties, on trouve que

$$G = 2 \cdot G_o \left( \frac{\delta}{r_o} + \frac{\delta^2}{r_o^2} \left( e^{-r_o/\delta} - 1 \right) \right)$$

soit

$$R = \frac{R_o}{2} \cdot \frac{1}{\frac{\delta}{r_o} + \frac{\delta^2}{r_o^2} \left( e^{-r_o/\delta} - 1 \right)}$$

Si on note que

$$r_o/\delta = r_o \cdot \sqrt{\mu_o \cdot \pi \cdot \sigma \cdot f} = a \cdot \sqrt{f}$$

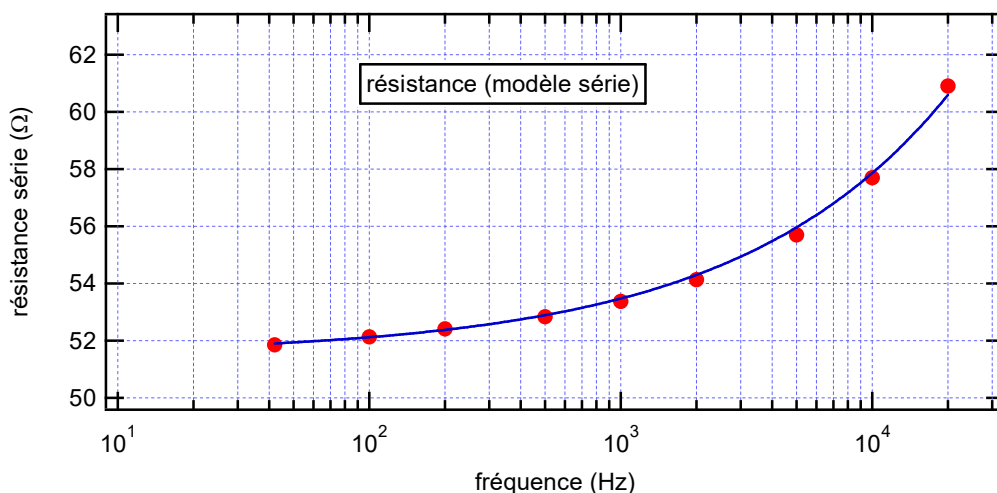
alors, on a

$$R = \frac{R_o}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{a \cdot \sqrt{f}} + \frac{1}{a^2 \cdot f} \left( e^{-a \cdot \sqrt{f}} - 1 \right)}$$

## II. Etude expérimentale du rhéostat

### *II.1. Effet de peau:*

On a relevé l'évolution de la partie résistive de l'impédance d'un rhéostat de charge de  $50 \Omega$  en fonction de la fréquence. On constate bien une augmentation de la résistance avec  $f$  et en utilisant le modèle donné précédemment, on réalise l'ajustement suivant par rapport aux points expérimentaux :



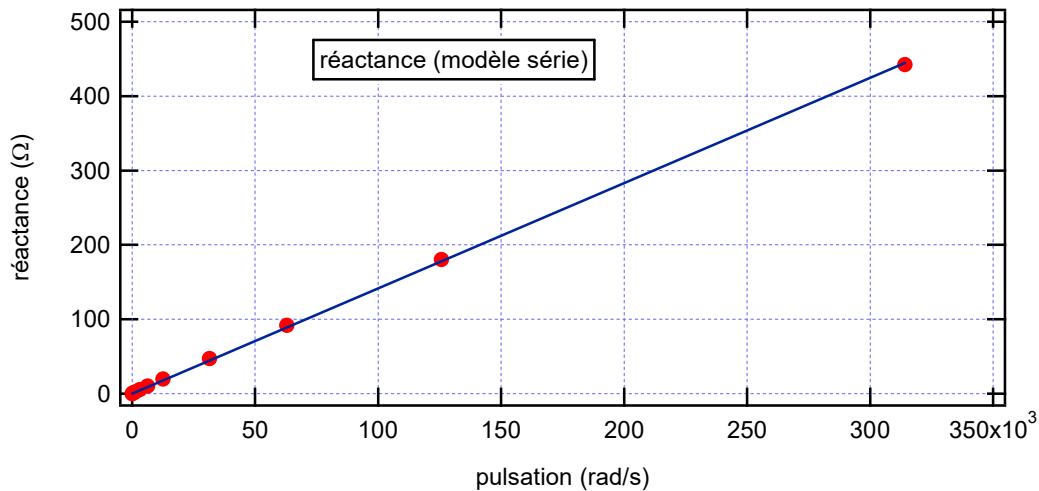
L'ajustement nous donne  $a = 0,00360 \pm 0,00005$  S.I. en forçant  $R_o = 51,5 \pm 0,1 \Omega$ . On obtient donc une conductivité de  $13,1 \cdot 10^6 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ . Le bobinage n'est pas à base de cuivre ni d'aluminium ce qui explique la faible valeur de conductivité. Mais il s'agit d'un ordre de grandeur tout à fait cohérent pour un alliage métallique.

Il faut noter que pour des fréquences plus élevées, l'ajustement fonctionne moins bien. Il est possible qu'avec l'augmentation de la fréquence, les mesures de la partie résistive deviennent moins pertinentes. En effet, dans ce cas, la partie inductive représente la part la plus importante de l'impédance. La connectique de liaison entre le dipôle testé et l'impédancemètre peut également fausser le résultat final. Par ailleurs, le rhéostat ne semble pas réalisé avec du fil plein ce qui ne correspond pas à notre modélisation.

## II.2. Evolution de la résistance et de la réactance avec la fréquence.

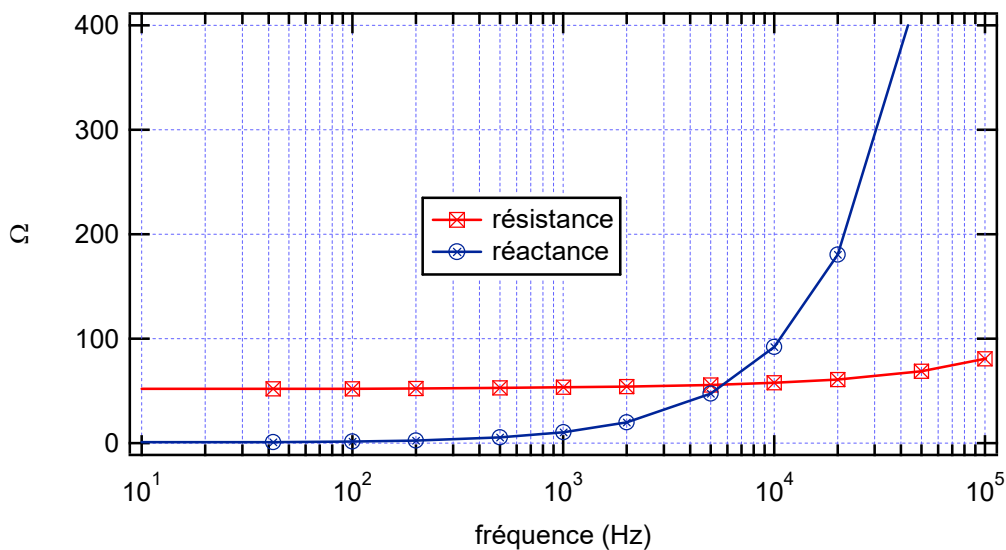
En continu, le rhéostat peut être vu comme une simple résistance. La mesure est réalisée par une méthode volt-ampèremétrique. On trouve une résistance maximale de  $51,5\Omega$ .

Sur la plage de fréquence testée, la réactance va évoluer de la façon suivante, caractéristique d'un comportement inductif



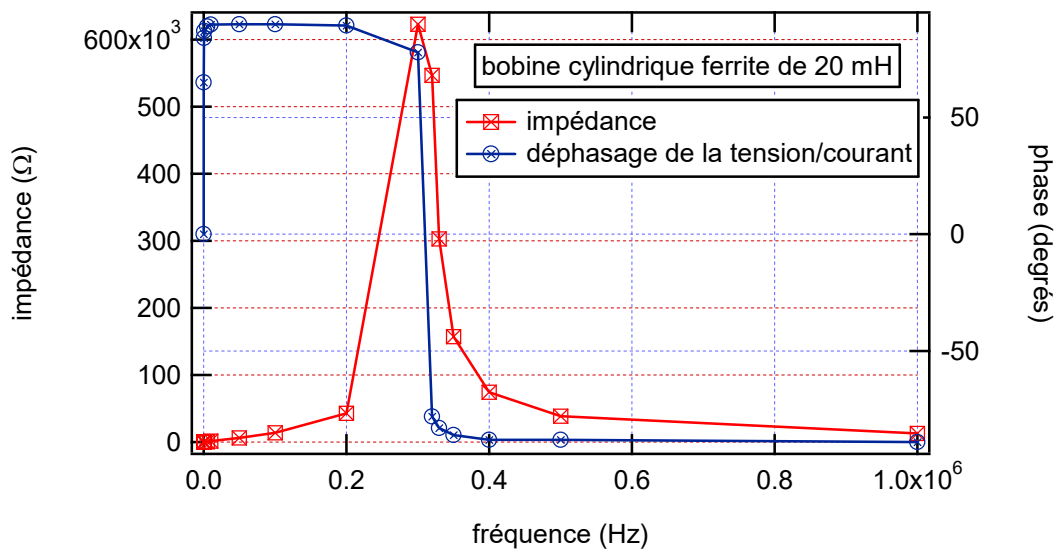
L'ajustement conduit à une inductance de  $1,41 \pm 0,01$  mH.

Pour ce rhéostat, on a fait figurer, sur le même graphique, résistance et réactance en fonction de la fréquence. On constate qu'au-delà de 1 kHz, il n'est plus possible de considérer le rhéostat comme résistif.



En augmentant encore davantage la fréquence, on va constater que la structure devient capacitive. En effet, les spires isolées jointives représentent autant de capacités qui vont finir par court-circuiter les spires. Avec le rhéostat  $50\Omega$ , compte tenu du faible nombre de spires, cet effet n'est pas évident à mettre en évidence. En effet la connectique risque de plus en plus de fausser les résultats expérimentaux quand on va augmenter la fréquence.

En revanche, on a observé cet effet sur une inductance comportant un très grand nombre de spires concentrées, ce qui permet de faire apparaître l'effet capacitif à des fréquences beaucoup plus faibles ce qui rend la mesure moins sensible aux effets parasites de la connectique. On observe l'évolution suivante pour l'impédance et le déphasage de la tension sur le courant :



Au voisinage de 300 kHz, on observe un maximum d'impédance avec inversion de signe du déphasage de la tension sur le courant. Le composant passe bien d'un comportement inductif à un comportement capacitif. Au passage, on remarque que pour les très basses fréquences, le comportement est résistif.

#### **Liste de matériel.**

Impédancemètre HIOKI 42Hz-5MHz

Sonde 5MHz

Rhéostat 50 $\Omega$ /5A

Fils banane.

*Remarque :* Il faut noter que les mesures ont été réalisées avec un impédancemètre HIOKI qui permet d'étudier des dipôles sur une plage allant de 42Hz à 5MHz, avec une sonde adaptée à cet appareil. Cet ensemble est coûteux, et n'est pas disponible dans tout laboratoire d'électricité. Ceci étant, plus que les expériences, qui ne présentent pas de difficultés particulière dès que l'on dispose de l'appareil, ce sont les conclusions tirées qui sont importantes, dès que l'on met en œuvre un rhéostat en électronique de puissance. Je pense particulièrement aux expériences avec un hacheur série où le rhéostat joue le rôle de « résistance » de charge.

Version du 01-05-2006