

Chapitre 4

Manipulation 4 : Polarisation de la lumière.

La difficulté théorique essentielle de ce sujet est la géométrie de l'ellipse ainsi que la façon de l'utiliser dans la pratique. Il faut donc bien étudier et bien comprendre la théorie avant d'entrer en salle de T.P. pour manipuler correctement.

La difficulté expérimentale est tout d'abord de bien apprécier une extinction sur écran. Pour cela il faudra travailler dans une obscurité quasi totale et bien y habituer l'œil. Il faut rappeler que dans de telles conditions, les cellules à bâtonnet², situées à la périphérie de la rétine, sont plus adaptées pour ce genre d'observation que les cellules à cône situées plutôt dans l'axe de la pupille³ : pour détecter au mieux une extinction dans l'obscurité, il faut donc plutôt regarder à côté de la tache lumineuse à faire disparaître. On pourra aussi travailler en observant directement et à l'œil la lumière émergeant du dispositif.

Une autre difficulté expérimentale est de bien noter et comprendre les différents types de graduations angulaires des lunettes des éléments du dispositif (polariseur, analyseur, lame biréfringente, lame quart d'onde) : les indications ne correspondent pas toutes au même sens de rotation. La bonne interprétation des résultats (et en particulier du sens de parcours des ellipses représentant la lumière polarisée) en dépend.

L'ensemble du travail pratique demandé sera effectué en lumière monochromatique.

4.1. Partie théorique

Caractéristique d'une vibration lumineuse issue d'une lame biréfringente dans le cas particulier d'une onde incidente monochromatique polarisée rectilignement.

Analyse d'une vibration lumineuse elliptique par une lame quart d'onde.

4.1.1. Produire une vibration lumineuse elliptique avec une lame biréfringente

Généralités sur les lames biréfringentes

Une lame biréfringente (\mathcal{L}) possède en général deux directions privilégiées Ox et Oy auxquelles correspondent les indices n' et n'' . Si $n' < n''$, Ox est l'axe rapide et Oy l'axe lent.

On supposera par la suite qu'on envoie sur (\mathcal{L}) une vibration monochromatique polarisée rectilignement au moyen d'un polariseur (\mathcal{P}) ; cette vibration incidente est représentée par le vecteur \vec{P}_i :

$$\vec{P}_i = x_i \vec{i} + y_i \vec{j} \quad \text{avec} \quad \|\vec{P}_i\| = a_0$$

et $x_i = a_0 \cos \alpha \cos \omega t = a \cos \omega t$, $y_i = a_0 \sin \alpha \cos \omega t = b \cos \omega t$ ($a = a_0 \cos \alpha$ et $b = a_0 \sin \alpha$)

Elle tombe sur (\mathcal{L}) et est décomposée en deux vibrations rectangulaires qui se propagent à des vitesses différentes (figure 4.1) ; on admettra que la propagation s'effectue sans altération (on néglige l'absorption) dans toute l'épaisseur e de (\mathcal{L}).

Ces deux vibrations se recombinent à la sortie pour donner une vibration sortante représentée par \vec{P}_s :

$$\vec{P}_s = x_s \vec{i} + y_s \vec{j}$$

avec $x_s = a \cos \left[\omega t - \frac{2\pi n' e}{\lambda} \right]$ et $y_s = b \cos \left[\omega t - \frac{2\pi n'' e}{\lambda} \right]$

² Selon le petit Larousse " ... photorécepteurs de la rétine, sensible à l'intensité lumineuse, jouant un rôle important dans la vision en faible luminosité ... ".

³ Ce sont les photorécepteurs de la rétine utilisés en vision directe ; ils sont moins sensibles aux faibles intensités lumineuses.

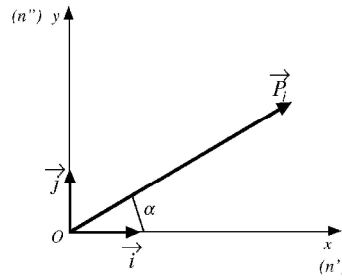


FIGURE 4.1

En choisissant convenablement l'origine des temps, on écrira

$$x_s = a \cos \omega t \quad \text{et} \quad y_s = b \cos(\omega t - \phi) \quad (4.1.1)$$

où le déphasage introduit par la lame biréfringente (\mathcal{L}) est

$$\phi = \frac{2\pi(n'' - n')e}{\lambda} ; \quad (4.1.2)$$

il correspond à une différence de marche $\delta = (n'' - n')e$.

La courbe décrite par l'extrémité du vecteur \vec{P}_s au cours du temps est obtenue en éliminant le temps t de ces équations ; on obtient :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \phi = \sin^2 \phi \quad (4.1.3)$$

C'est généralement une ellipse (\mathcal{E}). Elle peut être un cercle ou une droite pour certaines valeurs particulières de a , b et ϕ . On dira respectivement que la lumière sortante est polarisée elliptiquement, circulairement ou rectilignement.

Équation de l'ellipse (\mathcal{E}) rapportée à ses axes

On se place dans le cas général d'une vibration elliptique. Pour avoir l'équation de (\mathcal{E}) rapportée à ses axes, on effectue une rotation d'angle θ du repère, faisant passer de (Ox, Oy) à (OX, OY) , OX et OY étant les axes de (\mathcal{E}) (figure 4.2).

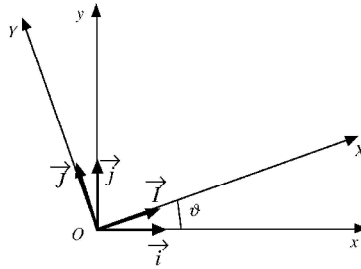


FIGURE 4.2

Dans (OX, OY) , l'équation de l'ellipse (\mathcal{E}) doit être

$$\frac{X^2}{A^2} + \frac{Y^2}{B^2} = 1 \quad (4.1.4)$$

En remplaçant x par $X \cos \theta - Y \sin \theta$ et y par $X \sin \theta + Y \cos \theta$ dans (4.1.3) et en identifiant à (4.1.4), on obtient :

$$\frac{1}{A^2} = \frac{1}{\sin^2 \phi} \left[\frac{\cos^2 \theta}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta}{b^2} - \frac{2 \cos \theta \sin \theta \cos \phi}{ab} \right] \quad (4.1.5)$$

$$\frac{1}{B^2} = \frac{1}{\sin^2 \phi} \left[\frac{\sin^2 \theta}{a^2} + \frac{\cos^2 \theta}{b^2} + \frac{2 \cos \theta \sin \theta \cos \phi}{ab} \right] \quad (4.1.6)$$

$$(a^2 - b^2) \sin^2 \theta - 2ab \cos 2\theta \cos \phi = 0 \quad (4.1.7)$$

D'où on déduira $ab \cos \phi = (A^2 - B^2) \sin \theta \cos \theta$.

On peut obtenir une autre relation en calculant l'aire de (\mathcal{E}) dans les deux repères. Dans OXY , on sait que cette aire est πAB ; dans Oxy , on peut la calculer en utilisant la représentation paramétrique (4.1.1) par l'intégrale curviligne $-\oint y \, dx$ le long de (\mathcal{E}) et sur une période complète $T = 2\pi/\omega$:

$$-\oint y \, dx = +ab\omega \int_0^T \cos(\omega t - \phi) \sin \omega t \, dt = +\pi ab \sin \phi, \quad \text{donc} \quad ab \sin \phi = AB$$

On obtient donc les deux relations $ab \cos \phi = (A^2 - B^2) \sin \theta \cos \theta$ et $ab \sin \phi = AB$. Par division membre à membre et en utilisant l'*ellipticité* ϵ définie par $\epsilon = B/A = \tan \psi$, on en déduit :

$$\tan \phi = \frac{\tan 2\psi}{\sin 2\theta}. \quad (4.1.8)$$

Pour analyser ces résultats, deux cas doivent être considérés :

– (1) $a \neq b$

$$a \neq b \quad \longrightarrow \quad \tan 2\theta = \frac{2ab}{a^2 - b^2} \cos \phi \quad (4.1.9)$$

Ce cas correspond à une vibration incidente faisant un angle quelconque avec les axes de la lame.

– (2) $a = b$

$$a = b \quad \longrightarrow \quad 2a^2 \cos \phi \cos 2\theta = 0 \quad \text{donc} \quad \theta = \frac{\pi}{4}$$

La vibration incidente fait un angle de 45° avec les axes de la lame.

Cas d'une vibration incidente à 45° des lignes neutres

Nous sommes dans le deuxième cas du paragraphe précédent avec $a = b = a_0/\sqrt{2}$. La vibration incidente $\vec{P}_i = \frac{a_0}{\sqrt{2}} (\vec{i} \cos \omega t + \vec{j} \cos \omega t)$ devient à la sortie de la lame $\vec{P}_s = \frac{a_0}{\sqrt{2}} (\vec{i} \cos \omega t + \vec{j} \cos(\omega t - \phi))$, ce qui correspond à une vibration polarisée elliptiquement.

Pour avoir l'équation de l'ellipse rapportée à ses axes, il faut faire une rotation de $\pi/4$ du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) (figure 4.3).

Les équations (4.1.5) et (4.1.6) donnent les demi-axes de l'ellipse :

$$A = a_0 \cos(\phi/2) \quad \text{et} \quad B = a_0 \sin(\phi/2)$$

Dans ce cas particulier, l'*ellipticité* ϵ a pour valeur

$$\epsilon = \frac{B}{A} = \tan(\phi/2) \quad (4.1.10)$$

Dans le repère (O, \vec{I}, \vec{J}) , la vibration \vec{P}_s a pour expression :

$$\vec{P}_s = X\vec{I} + Y\vec{J}$$

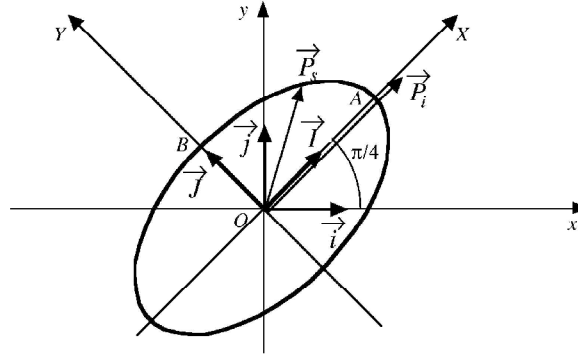


FIGURE 4.3

avec

$$X = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_s + y_s) = a_o \cos \frac{\phi}{2} \cos \left(\omega t - \frac{\phi}{2} \right)$$

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2}}(y_s - x_s) = a_o \sin \frac{\phi}{2} \sin \left(\omega t - \frac{\phi}{2} \right)$$

$$\left(\phi = \frac{2\pi(n'' - n')e}{\lambda} \right)$$

Sens de parcours : Pour déterminer le sens de parcours de l'extrémité de \vec{P}_s , on considère ses coordonnées à l'instant $t = 0$: $X(t = 0) = a_o \cos^2 \frac{\phi}{2}$, toujours positive, et $Y(t = 0) = -a_o \sin^2 \frac{\phi}{2}$, toujours négative. La dérivée de Y par rapport au temps suffit pour donner le sens de parcours ; comme $\frac{dY}{dt}(t = 0) = \frac{1}{2}\omega a_o \sin \phi$:

$$\begin{aligned} \text{Si } 0 < \phi < \pi, \quad \frac{dY}{dt}(t = 0) > 0 &\longrightarrow \text{ellipse gauche} \\ \text{Si } \pi < \phi < 2\pi, \quad \frac{dY}{dt}(t = 0) < 0 &\longrightarrow \text{ellipse droite} \end{aligned}$$

4.1.2. Analyser une vibration lumineuse elliptique avec une lame quart-d'onde

Généralités sur les lames quart-d'onde

Une lame quart-d'onde (\mathcal{Q}) est une lame biréfringente qui introduit un déphasage de $\pi/2$ entre les composantes x et y de la vibration lors de sa traversée :

$$\phi = \frac{2\pi(n'' - n')e}{\lambda} = \frac{\pi}{2}$$

ce qui correspond à une différence de marche de

$$\delta = \frac{\lambda\phi}{2\pi} = \frac{\lambda}{4}$$

d'où l'appellation " quart-d'onde ". Une lame quart-d'onde est adaptée à une longueur d'onde donnée.

Comme nous le verrons par la suite, il est relativement facile expérimentalement de traiter le cas où les lignes neutres de la lame (\mathcal{Q}) sont confondues avec les axes de l'ellipse de la radiation incidente. Nous considérerons donc uniquement cette situation.

Examinons tout d'abord ce qui se passe au niveau de (Q) . Les composantes de la vibration incidente sur (Q) peuvent être écrites :

$$X_i = A \cos \omega t, \quad Y_i = B \sin \omega t,$$

équation paramétrique de l'ellipse rapportée à ses axes (figure 4.4) ; noter qu'il s'agit d'une vibration elliptique *gauche* (parcours de P_i dans le sens trigonométrique positif).

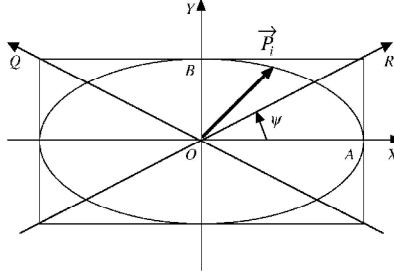


FIGURE 4.4

Il y a alors deux possibilités pour l'onde sortant de (Q) .

- (1) L'axe lent de (Q) est confondu avec OY . Les composantes de l'onde sortante sont :

$$X_s = A \cos \omega t, \quad Y_s = B \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad \text{donc} \quad Y_s = -\frac{B}{A} X_s,$$

vibration rectiligne dirigée selon OQ .

- (2) L'axe lent de (Q) est confondu avec OX , ce qui revient à faire tourner (Q) de 90° . Les composantes de l'onde sortante sont

$$X_s = A \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = A \sin \omega t, \quad Y_s = B \sin \omega t, \quad \text{donc} \quad Y_s = +\frac{B}{A} X_s.$$

C'est donc une vibration rectiligne dirigée selon OR tel que

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{B}{A} = \epsilon. \quad (4.1.11)$$

NB : Si l'on avait considéré une vibration elliptique *droite* de composantes

$$X_i = A \cos \omega t, \quad Y_i = -B \sin \omega t,$$

les résultats auraient été inversés.

Applications aux mesures

- L'onde incidente sur (Q) sort d'une lame biréfringente (\mathcal{L}) éclairée par une lumière polarisée à 45° de ses lignes neutres

C'est un des cas vus plus haut. La situation est schématisée sur la figure 4.5 :

- La lumière monochromatique initiale est polarisée rectilignement par le polariseur (\mathcal{P}) , incliné à 45° sur un des axes neutres de la lame biréfringente (\mathcal{L}) d'épaisseur e sur laquelle est envoyée la lumière polarisée (*on suppose donc connues les directions neutres de (\mathcal{L})*).
- À la sortie de (\mathcal{L}) , la lumière est polarisée elliptiquement, un des axes de l'ellipse étant parallèle à la polarisation initiale, l'autre lui étant perpendiculaire. Les demi-axes A et B sont reliés au déphasage $\phi = 2\pi(n'' - n')e/\lambda$ entre les composantes (4.1.2) par $\operatorname{tg}(\phi/2) = B/A$ (4.1.10) ; mais A et B ne sont pas directement mesurables.

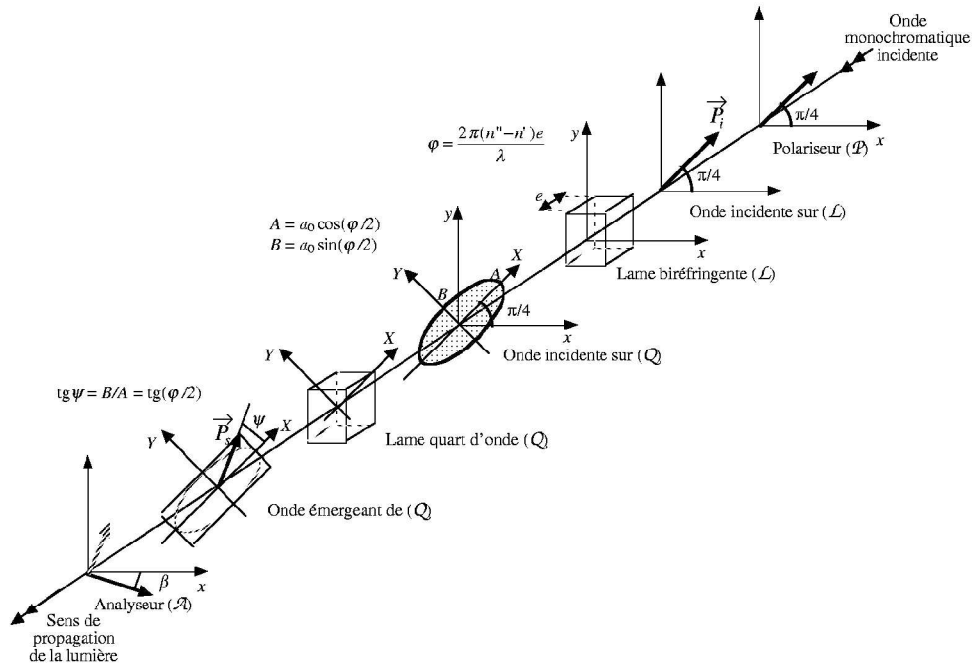


FIGURE 4.5

- Cette lumière est envoyée sur la lame quart-d'onde (Q) qui, orientée correctement (un de ses axes neutres parallèle au polariseur initial (P)) produit une onde émergente polarisée rectilignement selon un angle ψ par rapport à l'axe de (P). Comme $\text{tg} \psi = B/A$ (4.1.11), sa mesure, par l'intermédiaire de l'inclinaison β d'un analyseur (\mathcal{A}) (croisé car une extinction est mieux appréciée qu'un maximum de lumière), conduit au déphasage ϕ par

$$\text{tg} \psi = \text{tg}(\phi/2), \quad (4.1.12)$$

donc aussi à la différence des indices n'' et n' ou bien à l'épaisseur e de la lame biréfringente (\mathcal{L}).

Dans la partie pratique, il sera indiqué comment trouver rapidement les axes neutres de (\mathcal{L}).

- *L'onde incidente sur (Q) sort d'une lame (\mathcal{L}) éclairée par une lumière polarisée de direction quelconque*

La situation, schématisée sur la figure 4.6, est presque identique à celle du cas précédent, mis à part que l'angle fait par un des axes de l'ellipse représentant la lumière émergente de (\mathcal{L}) n'est plus $\pi/4$ mais θ (voir figure 4.2). Toutefois, la mesure de θ et de ψ peut permettre de trouver ϕ grâce à la relation $\text{tg} \phi = \frac{\text{tg} 2\psi}{\sin 2\theta}$ (4.1.8) valable dans ce cas.

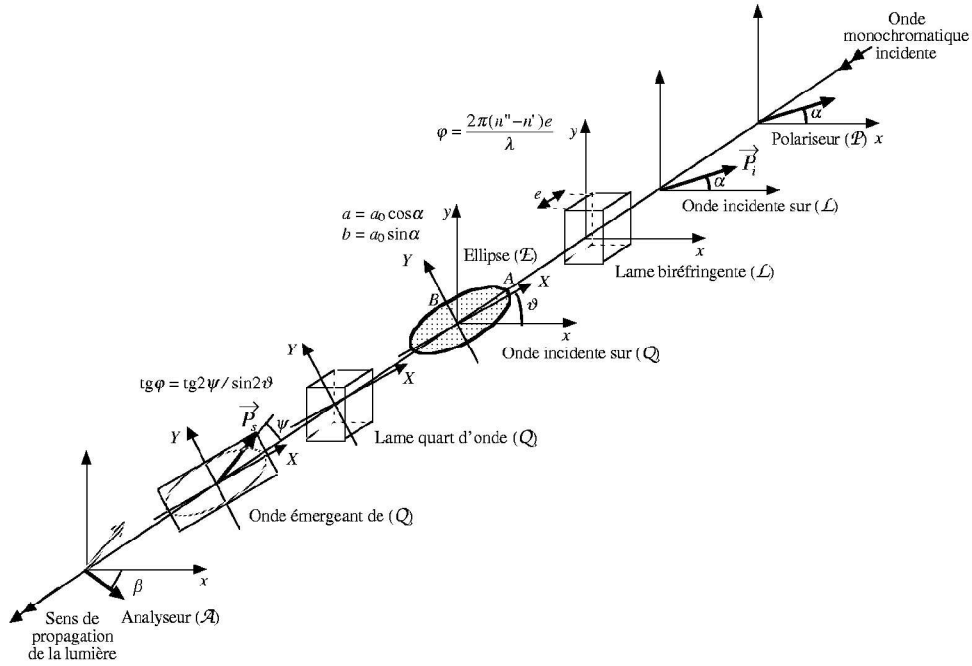


FIGURE 4.6

4.2. Partie pratique

4.2.1. Dispositif expérimental et préliminaires

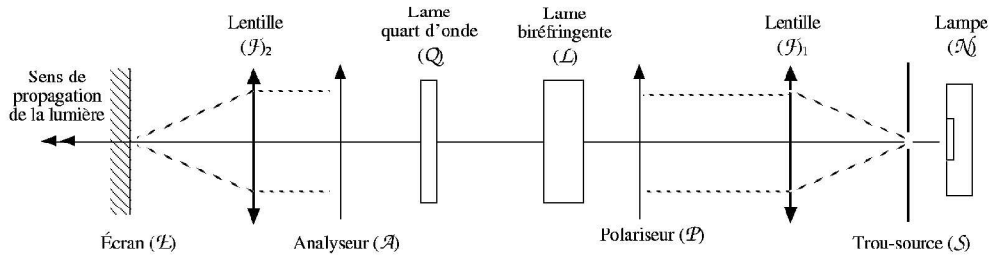


FIGURE 4.7

Il comprend, dans l'ordre (figure 4.7) :

- Une lampe à vapeur de sodium (N) qui fournit une lumière pratiquement monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ (*Attention* : elle nécessite un temps de chauffe de plusieurs minutes : l'allumer dès l'arrivée).
- Une ouverture circulaire (S) de diamètre variable qui sert de source.
- Une lentille (F₁) ayant ce point source pour foyer de façon à obtenir un faisceau de rayons parallèles. Il sera donc nécessaire avant toute chose de vérifier la position relative de la source et de la lentille par autocollimation.
- Un polariseur (P).
- Une lame biréfringente (L) sertie dans une monture dont la rotation peut être mesurée avec précision.
- Une lame quart-d'onde (Q) sertie dans une monture dont l'index indique la direction de l'axe lent.

- Un analyseur (\mathcal{A}).
- Une lentille focalisatrice (\mathcal{F}_2) qui permet de faire l'image du trou-source sur un écran (\mathcal{E}).

La première opération à effectuer après avoir allumé la lampe à vapeur de sodium, est de positionner la lentille (\mathcal{F}_1) de telle façon que le trou-source (\mathcal{S}) soit à son foyer et que le faisceau émergent de (\mathcal{F}_1) soit parallèle comme le suggère la figure 4.7. On procédera par autocollimation (Annexe). De même, on ajustera la position de (\mathcal{F}_2) par rapport à l'écran (\mathcal{E}) (situé au bout du banc d'optique) de façon que l'image de (\mathcal{S}) sur (\mathcal{E}) soit nette ((\mathcal{E}) au foyer de (\mathcal{F}_2)).

4.2.2. Détermination rapide d'un déphasage ϕ

Cette méthode, décrite plus haut, est applicable lorsqu'on connaît au préalable l'orientation des axes d'une vibration elliptique ou d'une lame biréfringente. Pour cela on procédera de la manière suivante :

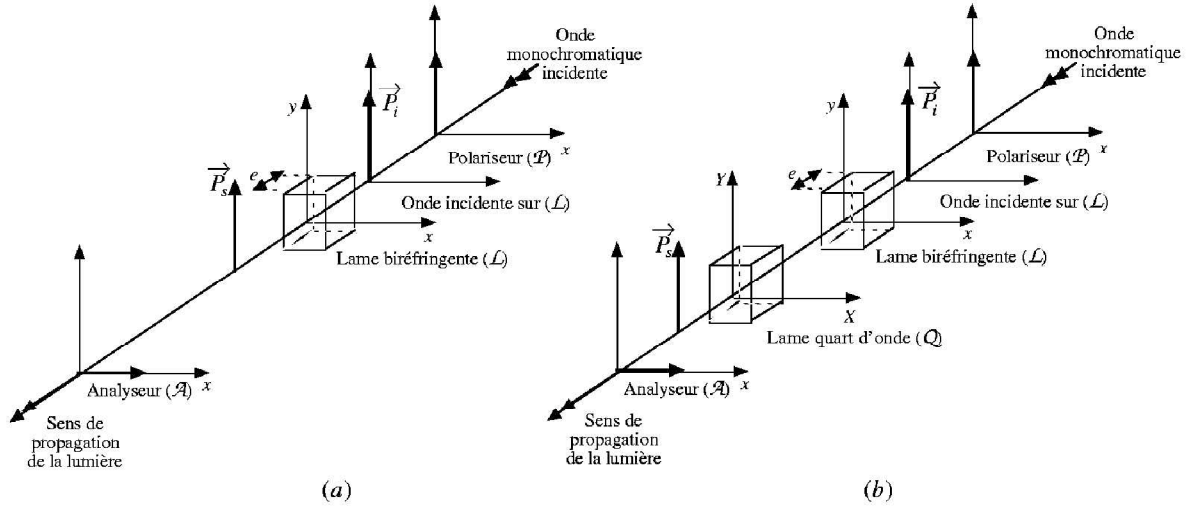


FIGURE 4.8

On installe le polariseur (\mathcal{P}) et l'analyseur (\mathcal{A}) et on les croise. On installe la lame biréfringente (\mathcal{L}) et on la fait tourner jusqu'à rétablir l'extinction. On est donc dans la situation schématisée sur la figure 4.8 (a). On installe la lame quart-d'onde (\mathcal{Q}) et on la fait tourner jusqu'à rétablir l'extinction ; on est maintenant dans la situation schématisée sur la figure 4.8 (b) : la vibration sortante représentée par \vec{P}_s est parallèle au polariseur (\mathcal{P}) ; elle est éteinte par l'analyseur croisé (\mathcal{A}).

On fait tourner la lame biréfringente (\mathcal{L}) de 45° ; on est dans la situation schématisée sur la figure 4.9 (a) où l'onde sortant de la lame (\mathcal{L}) est maintenant elliptique (on est dans le même cas que sur la figure 4.5). La quart-d'onde (\mathcal{Q}) qui n'a pas bougé a des axes confondus avec ceux de l'ellipse ; on sait alors que l'onde qui sort de (\mathcal{Q}) est rectiligne de direction OR ou OQ faisant un angle ψ avec OX (figure 4.4). Pour rétablir l'extinction, il faut faire tourner l'analyseur (\mathcal{A}) d'un angle γ tel que (4.1.12)

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg}(\phi/2) = \pm \operatorname{tg} \gamma, \quad \text{donc} \quad \phi = 2k\pi \pm 2\gamma$$

(le signe dépend du sens de parcours sur l'ellipse). C'est ce qui est représenté sur la figure 4.9 (b).

D'autre part, $\phi = \frac{2\pi(n'' - n')e}{\lambda}$; pour la lame considérée et pour $\lambda = 5893 \text{ \AA}$, on a $n'' - n' = 9,118 \cdot 10^{-3}$. L'épaisseur e étant connue d'une manière approchée, on peut déterminer k et par conséquent la valeur exacte de ϕ .

Faire un calcul d'erreur.

Questions supplémentaires :

- Que se passe-t-il si l'on tourne la quart-d'onde de 90° à partir de sa position initiale ?
- Que se passe-t-il si l'on tourne la lame biréfringente de 90° à partir de sa position initiale ?

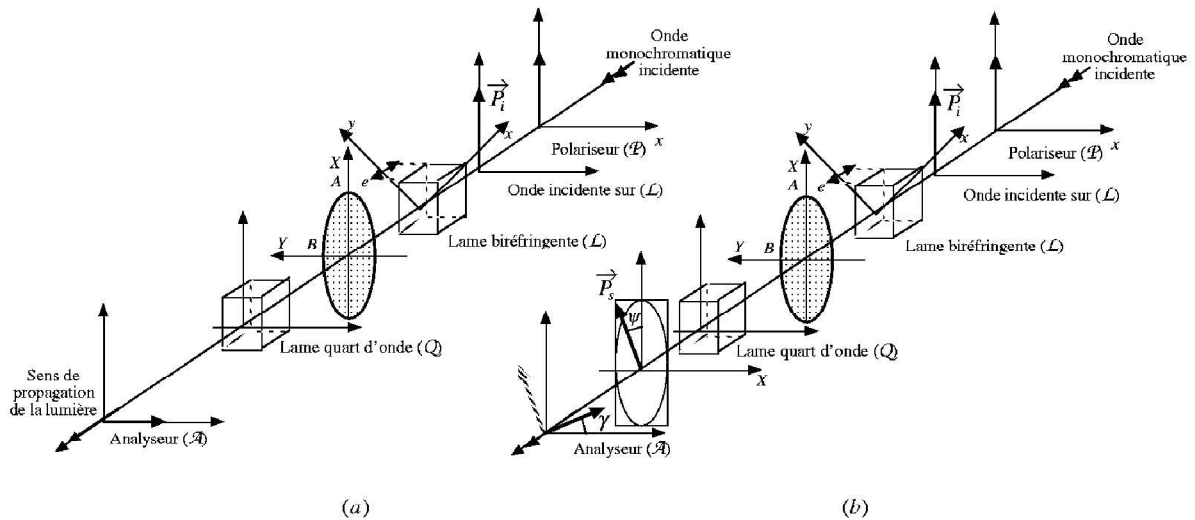


FIGURE 4.9

4.2.3. Analyse d'une vibration elliptique d'orientation quelconque

Préparation

La préparation de la manipulation est identique à celle de l'expérience précédente. On installe le polariseur (P) et l'analyseur (A) et on les croise. On installe la lame biréfringente (L) et on la fait tourner jusqu'à rétablir l'extinction. On est de nouveau dans la situation schématisée sur la figure 4.8 (a). On installe la lame quart-d'onde (Q) et on la fait tourner jusqu'à rétablir l'extinction ; on est maintenant dans la situation schématisée sur la figure 4.8 (b) : la vibration sortante, représentée par \vec{P}_s , est parallèle au polariseur (P) ; elle est éteinte par l'analyseur croisé (A).

On note :

- Les positions angulaires initiales du polariseur (P), de l'analyseur (A) et de la lame biréfringente (L) *exactement* ; on les notera (P_0) , (A_0) et (L_0) .
- La direction approximative de l'axe lent de la lame quart-d'onde (Q).

Manipulation

À partir de sa position initiale, on fait tourner le polariseur (P) d'un angle α ; on donnera à α les valeurs 10° , 20° , 30° , ... On est alors dans les conditions de la figure 4.6 : à la sortie de la lame on obtient des vibrations elliptiques.

On se propose, pour chaque valeur α_i de α , de déterminer la direction des axes de l'ellipse, l'ellipticité ϵ et le sens de parcours. Pour cela on va chercher à amener les lignes neutres de (Q) en coïncidence avec les axes de l'ellipse de façon à rétablir une vibration rectiligne qu'on éteint avec l'analyseur (A) comme cela est indiqué sur la figure 4.6. On est obligé de procéder par tâtonnement : on fait tourner lentement (Q) et pour chaque position de (Q), on cherche à éteindre la vibration émergente \vec{P}_s avec (A). La manipulation est délicate car il faut au préalable habituer les yeux à l'obscurité nécessaire à une bonne observation. Quand on a obtenu la meilleure extinction, on note les positions de (Q) et de (A) : (Q_{i1}) et (A_{i1}) . On refait le même travail en tournant (Q) de 90° pour obtenir (Q_{i2}) et (A_{i2}) .

Exploitation

Tracé de l'ellipse

Pour le tracé de l'ellipse, on prendra par convention un polariseur (P_0) vertical. On se servira des figures 4.6 et 4.10 pour l'exploitation des résultats.

Sur la figure 4.10, les éléments inconnus sont en pointillés et les éléments connus en traits pleins.

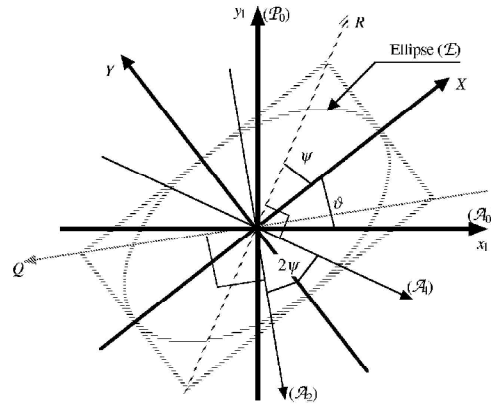


FIGURE 4.10

- Les positions initiales du polariseur (\mathcal{P}) et de l'analyseur (\mathcal{A}), en traits gras sur la figure 4.10, permettent de placer les axes Ox_l et Oy_l de la lame biréfringente (\mathcal{L}).
- Après rotation du polariseur de α , la nouvelle position de la lame quart d'onde (\mathcal{Q}) indique les positions des axes OX et OY de l'ellipse (\mathcal{E}) de la lumière émergeant de la lame. Ceci permet d'obtenir la valeur de θ .
- Les deux mesures de position de l'analyseur, (\mathcal{A}_1) et (\mathcal{A}_2), normales aux diagonales OR et OQ du cadre de (\mathcal{E}), fournissent la valeur de ψ (l'angle entre (\mathcal{A}_1) et (\mathcal{A}_2) est 2ψ).
- Il est inutile de relever la direction de l'axe lent de (\mathcal{Q}) : elle est donnée par la bissectrice de (\mathcal{A}_1) et (\mathcal{A}_2).

Ellipticité, sens de parcours, déphasage, épaisseur de la lame

Exprimer l'ellipticité $\epsilon = B/A$ en fonction de ψ et la déduire de ces résultats.

Le *sens de parcours* est celui de la rotation inférieure à 90° qui amène l'axe lent de la lame quart-d'onde sur la vibration rectiligne rétablie correspondante, OR ou OQ . Le déterminer dans chaque cas.

Déduire le déphasage ϕ entre les composantes de la vibration émergeant de (\mathcal{L}) (4.1.8). Utiliser les résultats de la partie théorique pour enlever les éventuelles ambiguïtés. Vérifier que ϕ reste constant quand α varie.

Enfin déterminer l'épaisseur e de la lame.