7 Boîte à outils

⚠ Cette boîte à outil ne saurait se substituer à une ANALYSE CRITIQUE de l'expérience et au BON SENS de l'expérimentateur, ce n'est pas une recette à appliquer les yeux fermés.

Par ailleurs, il n'est pas toujours judicieux d'explorer de façon complètement exhaustive toutes les sources d'incertitudes. En effet, un bon expérimentateur soumettra son expérience à une analyse préalable pour identifier les causes prépondérantes d'incertitude et négliger celles de faible impact, afin d'éviter une perte de temps non négligeable d'évaluation de nombreuses incertitudes, rajoutant par ce biais des calculs fastidieux eux-mêmes sources d'erreurs !

TOUJOURS présenter un résultat sous la forme $\boxed{X = (x \pm \Delta x) \text{ unité}}$. On ne donne **JAMAIS** un résultat d'une mesure sans incertitude. Sans celle-ci, cette mesure n'a aucun sens et ne vaut rien.

$\Delta x = ku(x)$ traduit l'intervalle de confiance, où $u(x)$ est l'incertitude type et k, facteur d'élargissement, vaut usuellement 1,2 ou 3. Cela correspond alors respectivement à environ 68,3 %, 95,5%, 99,7% de probabilité que la vraie valeur se trouve dans l'intervalle $[x - \Delta x \ ; \ x + \Delta x]$.

SÉRIE DE MESURES

$\{x_1, \ldots, x_N\}$

• Estimation de la valeur vraie de X :

$$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

• écart type de la distribution des $\{x_i\}$:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}$$

• Incertitude type : $u(x) = \dfrac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$.

$$\boxed{\Rightarrow X = \left(\overline{x} \pm k \times \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}\right) \text{ unité}}$$

Rq : Si l'échantillon est petit (typiquement $N \lesssim 20$), les $\{x_i\}$ ne reflètent pas parfaitement la distribution sous-jacente. On utilisera alors un facteur d'élargissement égal au coefficient de Student correspondant t^{α}_{N-1}, où α correspond au niveau de confiance souhaité en %.

UNE MESURE UNIQUE

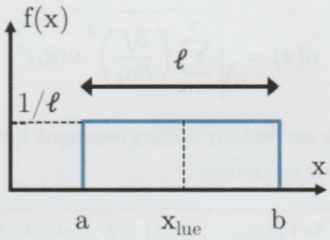
x_{lue}

• Mesure de x_{lue}

• Choisir une loi de probabilité (ou informations constructeur) : normale, rectangulaire, triangulaire,...

• Incertitude type $u(x)$ selon la loi.

Sans indication spécifique, on choisira une loi rectangulaire de largeur ℓ ($u(x) = \ell/\sqrt{12}$) :



• Choix d'un facteur d'élargissement k pour l'intervalle de confiance :

$$\boxed{\Rightarrow X = (x_{\text{lue}} \pm k \times u(x)) \text{ unité}}$$

Ajustement de données

N points $\{y_i\}$ en fonction de $\{x_i\}$

éventuellement sur chaque y_i une incertitude σ_{y_i}

→ Obtenir $a_{\text{optimisé}}$ et Δa du paramètre a d'une fonction d'ajustement f :

- Choisir le modèle $y = f(x)$.
- Utiliser le logiciel pour minimiser χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i - f(x_i))^2}{\sigma_{y_i}^2}$$

- Obtenir du logiciel l'incertitude type $u(a)$.
- Choisir un facteur d'élargissement :

$$\boxed{\Rightarrow a = (a_{\text{optimisé}} \pm k \times u(a)) \text{ unité}}$$

Si N est petit, on choisira pour facteur d'élargissement le coefficient de Student $t^{\alpha}_{N-N_{\text{paramètres}}}$.

→ Évaluer la qualité d'un ajustement :

- Utiliser **en premier lieu** le bon sens de l'expérimentateur : y a-t-il une évolution sous-jacente qui n'a pas été prise en compte par l'ajustement ? On pourra tracer les résidus $y_i - f(x_i)$ afin d'observer une éventuellement tendance.
- Pour un ajustement **affine**, le coefficient de corrélation r *peut* être un support pour confirmer la bonne qualité de l'ajustement. En effet, il caractérise le degré d'alignement des points. Le coefficient de détermination r^2 est souvent donné par les logiciels. Plus celui-ci se rapproche de 1, plus l'alignement avec une droite est bon.

⚠ Un r^2 proche de 1 n'est pas un blanc-seing pour juger de la pertinence d'un ajustement !

Propagation des erreurs

$a_1, \ldots, a_N$ grandeurs mesurées pour remonter à $x = f(a_1, \ldots, a_N)$

- Mesurer chacun des $\{a_i\}$ et évaluer leurs incertitudes type $\{u(a_i)\}$.
- On obtient l'incertitude type sur x par la formule de propagation des erreurs :

$$u(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial a_i}\right)^2 u(a_i)^2}.$$

- Choisir un facteur d'élargissement k pour l'intervalle de confiance :

$$\boxed{\Rightarrow x = (f(a_1, \ldots, a_N) \pm k \times u(x)) \text{ unité}}$$

Composition des incertitudes

S'il existe plusieurs sources d'incertitudes évaluées séparément $\{u^k(x)\}$ pour la détermination de la grandeur x, il faut appliquer la loi de composition des variances.

Dans le cas où les causes d'erreurs ne sont pas corrélées, on a :

$$(u(x))^2 = \sum_k (u^k(x))^2.$$

⚠ Il peut être judicieux d'évaluer *en amont* l'importance de chacune des sources d'erreurs afin d'identifier la source prépondérante et ainsi s'éviter des calculs fastidieux (et eux-mêmes sources d'erreurs !)