Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς
Ονlνυμο: Αναγνωστάκης Εμμανουήλ
ΑΜ: 3618

Άσκηση 5

α) $|X(f)| = \dfrac{X(f)}{e^{j\varphi(f)}}$

$$X(f) = e^{j\varphi(f)}\, 2\big(u(f+3) - u(f-3)\big)$$
$$= e^{j(-3\pi f+\pi)}\, 2\big(u(f+3) - u(f-3)\big)$$

γ) $x(t) = -12\,\mathrm{sinc}(9-6t) = -12 \cdot \dfrac{\sin(9-6t)}{9-6t}$

Πρέπει $\sin(9-6t) = 0 \Rightarrow$

$\sin(9-6t) = \sin(0) \Rightarrow$

$9-6t = k \Rightarrow$

$6t = 9-k \Rightarrow$

$t = \dfrac{9-k}{6}$

~~Άσκηση 6~~

$$\cancel{X(f) = \frac{1}{(1+j2\pi f)(2+j2\pi f)}}$$

Άσκηση 1

α) $X(f) = \int_0^{+\infty} e^{-2t} e^{-j2\pi f t} dt = \int_0^{+\infty} e^{-(2+j2\pi f)t} dt =$

$t_0 = 3$

$$\frac{e^{-(2+j2\pi f)t_0}}{-(2+j2\pi f)} (-1) = \frac{e^{-3(2+j2\pi f)}}{2+j2\pi f}$$

γ) $X(f) = \int_0^{+\infty} t e^{-2t} e^{-j2\pi f t} dt = \int_0^{+\infty} t e^{-(2+j2\pi f)t} dt =$

$$\frac{1}{(2+2j\pi f)^2}$$

Άσκηση 2

α) $x(-2t)$

Χρησιμοποιούμε την ιδιότητα της Στάθμισης.
$x(at) \rightarrow \frac{1}{|a|} X\left(\frac{f}{a}\right)$

$$\frac{1}{2} \frac{4}{3+j2\pi\left(\frac{f}{-2}\right)} = \frac{2}{3-j\pi f}$$

β) $x(t-5)$ Χρησιμοποιούμε την ιδιότητα της Χρονικής Μετατόπισης.
$x(t-t_0) \rightarrow X(f)e^{-j2\pi f t_0}$

$$\frac{4}{3+j2\pi f} \cdot e^{-j2\pi f 5} = \frac{4e^{-j10\pi f}}{3+j2\pi f}$$

γ) $$\frac{1}{8} \frac{4}{3+j2\pi\left(\frac{f}{8}\right)} e^{-j2\pi \frac{f}{8} \cdot 2} = \frac{4}{24+j2\pi f} e^{-j\pi f/2}$$

Είναι συνδυασμός στάθμισης και χρονικής μετατόπισης

δ) $t x(t)$

ε) Μετατόπιση στη συχνότητα

$$2\pi f_0 = 6 \Rightarrow f_0 = \frac{3}{\pi}$$

$$X\left(f-\frac{3}{\pi}\right) = \frac{4}{3+j2\pi\left(f-\frac{3}{\pi}\right)} = \frac{4}{3+j(2\pi f-6)}$$

στ) Παραγώγιση στο χρόνο

$$j2\pi f X(f) = j2\pi f \frac{4}{3+j2\pi f} = \frac{j8\pi f}{3+j2\pi f}$$

Άσκηση 3

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \left(\frac{\sin(t)}{\pi t}\right)^4 dt =$$

Άσκηση 7

ευθύς:

I xS(t) = triangularPulse(t); % x5(t) = triangularPulse(-1,0,1,t)
XS = Fourier(xS,'F'); % XS = -(exp(-pi*F*2i)*(exp(pi*F*2i)-1)^2)/(4*F^2*pi^2)

αντίστροφος:

xSi = iFourier(XS,'t'); % xSi = -(4*t*pi^2*sign(t)+ pi*sign(2*pi*t - 2*pi)*(2*pi - 2*pi*t) - pi*sign(2*pi+2*pi*t)*(2*pi+2*pi*t))/(4*pi^2)
xSi = simplify(xSi); % xSi = sign(t+1)/2 - sign(t-1)/2 + (t*sign(t-1))/2 + (t*sign(t+1))/2 - t*sign(t)

II x6(t) = 1/pi*t % x6(t) = (5734161139222659*t)/18014398509481984
ευθύς: X6 = Fourier(x6,'F'); % X6 = (dirac(1,f)*5734161139222659i)/(36028797018963968*pi)

αντίστροφος:
x6i = iFourier(X6,'t'); % x6i = (5734161139222659*t)/18014398509481984

III x7(t) = (exp(-2*t) - exp(-4*t))*heaviside(t);
ευθύς: X7 = Fourier(x7,'F'); % X7 = 1/(pi*F*2i+2) - 1/(pi*F*2i+4)
X7s = simplify(X7); % X7s = 1/(2*(-pi^2*F^2+pi*F*3i+2))

αντίστροφος:
x7i = (exp(-2*t)*(sign(t)+1))/2 - (exp(-4*t)*(sign(t)+1))/2
x7i = simplify(x7i); % (exp(-4*t)*(sign(t)+1)*(exp(2*t)-1))/2

IV x8(t) = 2*cos(2*pi*400*t);
ευθύς: X8 = Fourier(x8,'F'); % X8 = 2*pi*(dirac(F-400)/(2*pi)+dirac(F+400)/(2*pi))
X8s = simplify(X8); % X8s = dirac(F-400) + dirac(F+400)
αντίστροφος: x8i = iFourier(X8,'t');
% x8i = 2*pi*(exp(-pi*t*800i)/(2*pi) + exp(pi*t*800i)/(2*pi))
x8i = simplify(x8i); % x8i = 2*cos(800*pi*t)

Ασκηση 8

γ) Δεν μοιάζουν μεταξύ τους τα δύο φάσματα εκτός κι αν έχει ολισθήσει προς τα δεξιά.

α) Κάθε γραμμή περιέχει τις συχνότητες του σήματος και κάθε στήλη τις χρονικές στιγμές.

δ) Κάθε γραμμή περιέχει τις χρονικές στιγμές και κάθε στήλη τις συχνότητες του σήματος.

στ) Οπως χρησιμοποιώντας imag(x_est) βλέπουμε ότι υπάρχει φανταστικό μέρος.