



— TD1 : Statistique inférentielle Avancée —

1 Exercice

Déterminer si les fonctions suivantes sont des densités de probabilité et si oui, déterminer la fonction de répartition associée à cette densité :

1.

$$f(X) = \begin{cases} 4xe^{-2x} & x \geq 0 \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

2.

$$g(X) = \begin{cases} \frac{4\ln(x)}{x^3} & x \geq 1 \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

2 exercice

Soit X une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[2, 8]$, sur lequel la variable aléatoire est uniformément répartie. On dit que $X \sim \mathcal{U}([2, 8])$.

- Déterminez la fonction de densité de probabilité (pdf) de X .
- Calculez l'espérance mathématique ($E[X]$) de X en fonction de a et b .
- Déterminez la variance ($\text{Var}[X]$) de X en fonction de a et b .
- Trouvez la probabilité que X prenne une valeur entre 3 et 6.

3 Exercice

Soit X une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$, $X \sim \mathcal{U}([0, 10])$:

- Calculez la fonction de densité de probabilité (pdf) de X . Déterminez l'espérance mathématique ($E[X]$) de X .
- Trouvez la probabilité que X prenne une valeur supérieure à 7.
- Calculez la médiane de la distribution de X .
- Quelle est la variance ($\text{Var}[X]$) de X ?

4 Exercice

Supposons qu'une entreprise de production de composants électroniques observe que le temps écoulé entre deux pannes successives d'une machine suit une distribution exponentielle avec un taux de défaillance de 0,02 pannes par heure.

1. Quelle est la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire représentant le temps écoulé entre deux pannes successives ?
2. Quelle est la probabilité que la machine fonctionne sans panne pendant au moins 50 heures ?
3. Quelle est la durée moyenne entre deux pannes successives de la machine ?

5 Exercice

Supposant que la taille des arbres suit la loi normale $T \sim \mathcal{N}(320, 9)$.

- Donner la densité de probabilité de T .

La forêt est composée de 1500 arbres.

- Calculer le nombre d'arbres probable qui ont une taille au plus 335 cm.
- calculer le nombre d'arbres probable tel que la taille au moins 315 cm.
- calculer le nombre d'arbres dont la taille est entre 308 et 335.