Математическое моделирование

Лабораторная работа № 1

Максим Новичков

2026-02-12

Содержание (i)

1. 1. Вводная часть

1.1 Цель работы

- Изучить принципы модели экспоненциального роста и её математическую основу

1.1 Цель работы

- Изучить принципы модели экспоненциального роста и её математическую основу
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения

1.1 Цель работы

- Изучить принципы модели экспоненциального роста и её математическую основу
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α

1.1 Цель работы

- Изучить принципы модели экспоненциального роста и её математическую основу
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:

1.1 Цель работы

- Изучить принципы модели экспоненциального роста и её математическую основу
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:
  - поведение функции $u(t)$ во времени

- Изучить принципы модели экспоненциального роста и её математическую основу
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:
  - поведение функции $u(t)$ во времени
  - зависимость времени удвоения T_2

1.1 Цель работы

- Изучить принципы модели экспоненциального роста и её математическую основу
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Выполнить параметрическое исследование влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:
  - поведение функции $u(t)$ во времени
  - зависимость времени удвоения T_2
  - особенности вычислительных затрат

- Рассмотреть модель экспоненциального изменения величины

1.2 Задание

- Рассмотреть модель экспоненциального изменения величины
- Разобрать её математическое описание

1.2 Задание

- Рассмотреть модель экспоненциального изменения величины
- Разобрать её математическое описание
- Провести численный эксперимент при различных значениях α

- Рассмотреть модель экспоненциального изменения величины
- Разобрать её математическое описание
- Провести численный эксперимент при различных значениях α
- Представить результаты в графическом виде

2. 2. Теория: модель

Экспоненциальная динамика задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u — текущее значение исследуемой величины (например, численность или капитал)

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальная динамика задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u — текущее значение исследуемой величины (например, численность или капитал)
- t — время

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальная динамика задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u — текущее значение исследуемой величины (например, численность или капитал)
- t — время
- α — коэффициент роста

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальная динамика задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u – текущее значение исследуемой величины (например, численность или капитал)
- t – время
- α – коэффициент роста
  - $\alpha > 0$ – увеличение

2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальная динамика задаётся уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- u – текущее значение исследуемой величины (например, численность или капитал)
- t – время
- α – коэффициент роста
  - $\alpha > 0$ – увеличение
  - $\alpha < 0$ – спад

Аналитическое решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные особенности:

- при увеличении α интенсивность роста возрастает

2.2 Решение и характеристики

Аналитическое решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

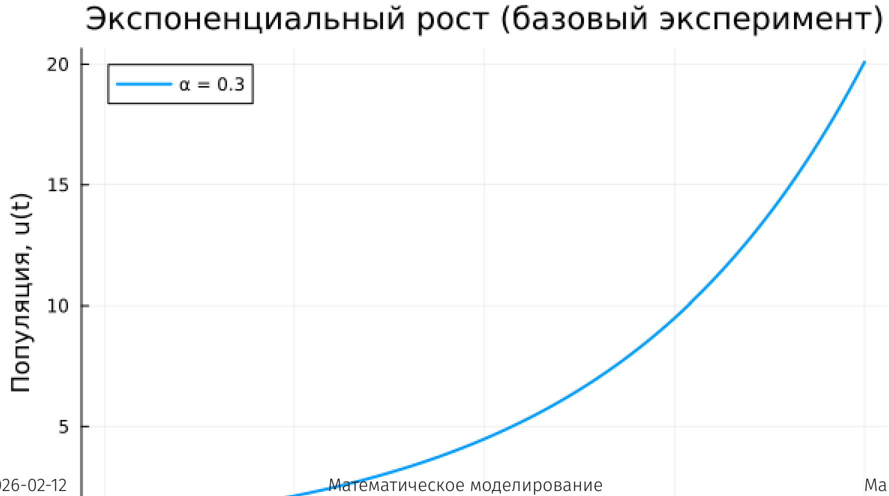
Основные особенности:

- при увеличении α интенсивность роста возрастает
- время, необходимое для удвоения, сокращается

3. 3. Эксперимент: базовый

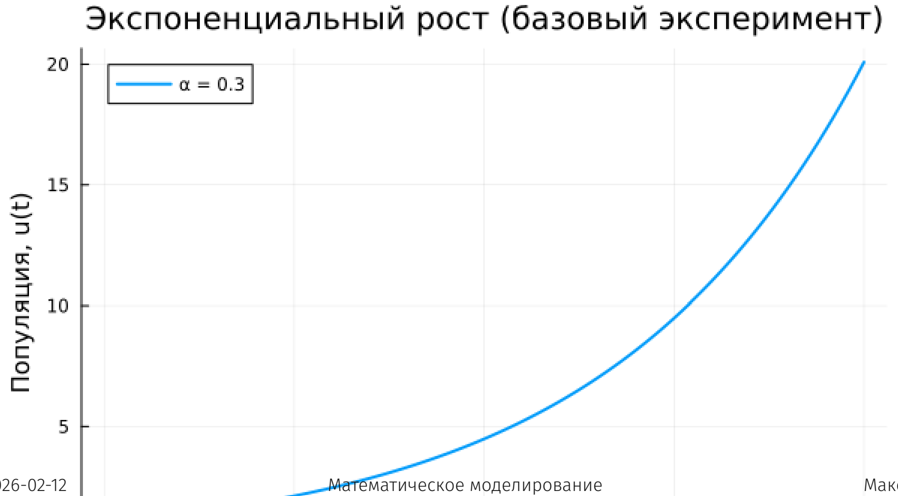
3.1 Базовый эксперимент (α = 0.3)

- Исследована динамика $u(t)$ на заданном временном интервале



3.1 Базовый эксперимент (α = 0.3)

- Исследована динамика $u(t)$ на заданном временном интервале
- График демонстрирует характерное ускорение роста



4. 4. Эксперимент: параметрическое исследование

- Проведены вычисления для значений:

- Проведены вычисления для значений:
  - $\alpha = 0.1,\ 0.3,\ 0.5,\ 0.8,\ 1.0$

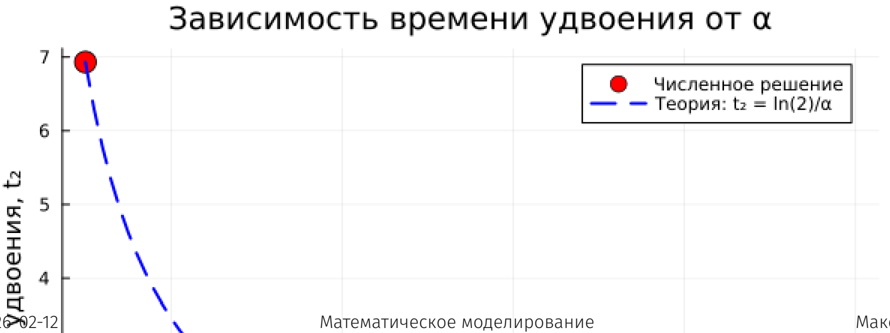
4.1 Влияние α на рост

- Проведены вычисления для значений:
  - $\alpha = 0.1,\ 0.3,\ 0.5,\ 0.8,\ 1.0$
- С увеличением α наблюдается более быстрый рост системы

Теоретическая формула:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

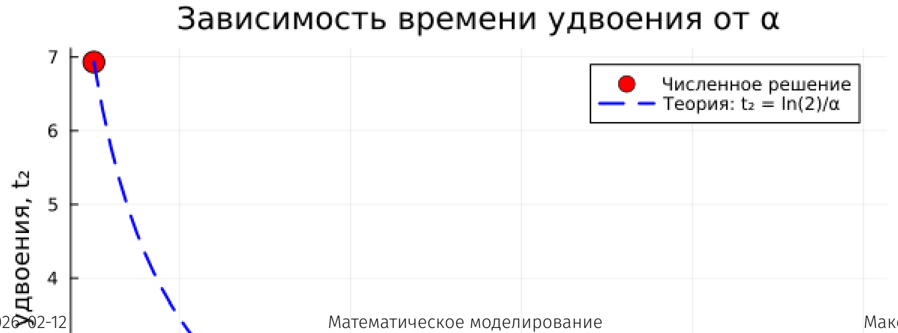
- Численные данные подтверждают аналитическую зависимость



Теоретическая формула:

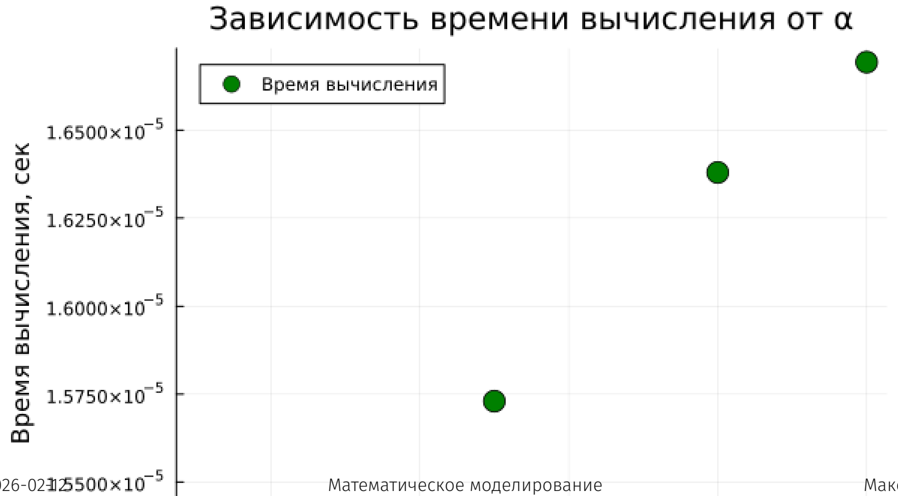
$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Численные данные подтверждают аналитическую зависимость
- При увеличении α время удвоения уменьшается

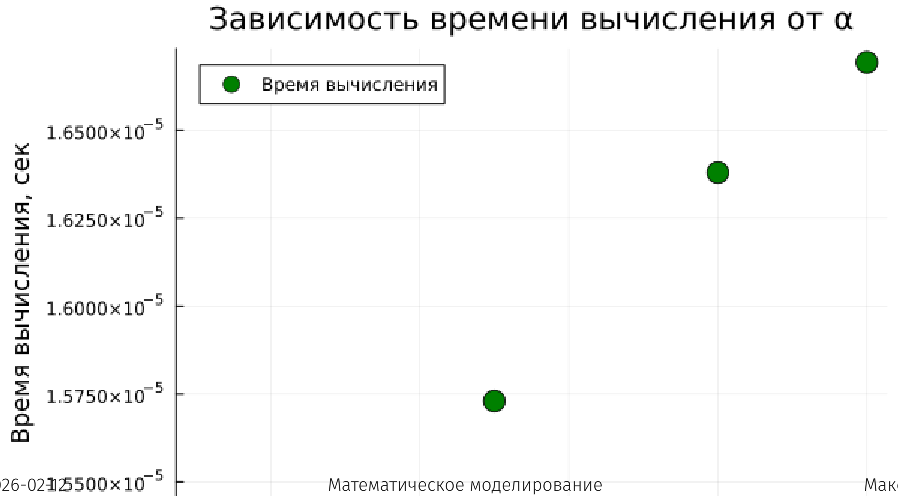


4.3 Время вычислений

- Проанализирована зависимость длительности расчётов от параметра α



- Проанализирована зависимость длительности расчётов от параметра α
- Существенных изменений не наблюдается



5. 5. Итоги

5.1 Выводы

- Экспоненциальная динамика описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

5.1 Выводы

- Экспоненциальная динамика описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Экспоненциальная динамика описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Параметр α определяет интенсивность роста системы

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

5.1 Выводы

- Экспоненциальная динамика описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Параметр α определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения определяется выражением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

5.1 Выводы

- Экспоненциальная динамика описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Параметр α определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения определяется выражением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические

- Экспоненциальная динамика описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Параметр α определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения определяется выражением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические

- Экспоненциальная динамика описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Параметр α определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения определяется выражением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические

- Экспоненциальная динамика описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Параметр α определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения определяется выражением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические

5.1 Выводы

- Экспоненциальная динамика описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

- Его аналитическое решение имеет вид:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

- Параметр α определяет интенсивность роста системы
- Время удвоения определяется выражением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили теоретические