

به نام پاک آفریدگار

دانشکده مهندسی و علوم کامپیوتر



تمرین سری سوم درس آمار و احتمال مهندسی، آبان ماه 1400

تیم حل تمرین: سید احسان سجادی - علیرضا زمانی - کامیاب عابدی - علیرضا چقامیرزایی

مدرس: فرشاد صفایی

1- فرض کنید $P(A \cup B) = 0.75, P(B) = 0.25, P(A|B) = 0.5$

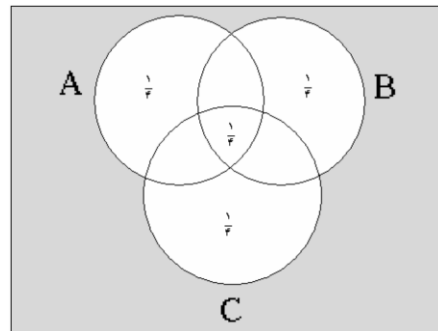
الف) $P(A \cap B)$ ، $P(A)$ و $P(\bar{B}|\bar{A})$ را بیابید.

ب) آیا پیشامدهای A و B مستقل اند؟

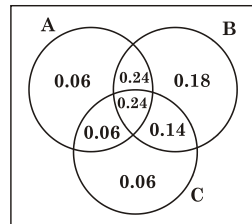
2- یک برنامه کامپیوتری از 3 تابع متشکل است که باید هر سه درست کار کنند تا برنامه کامل اجرا گردد. در هنگام اجرای برنامه، تابع 1 با احتمال 0/1، تابع 2 با احتمال 1/2، و تابع 3 با احتمال 1/3. اشتباه عمل میکند. با فرض استقلال این سه تابع از یکدیگر احتمال تکمیل اجرای برنامه را محاسبه کنید.

3- سیستمی از 3 مولفه تشکیل شده که با هم موازی هستند. برای درستی عملکرد سیستم لازم است لااقل یکی از این مولفه‌ها بدرستی کار کند. با فرض استقلال کار مستقل این سه مولفه و اینکه p_i احتمال کارکرد هر مولفه مانند i باشد، احتمال عملکرد درست سیستم را محاسبه کنید.

4- سه پیشامد با احتمالات مشخص شده در نمودار ون مفروض است. ثابت کنید که این پیشامدها دوجه دو استقلال دارند ولی هر سه با هم مستقل نیستند.



5- با رجوع به شکل زیر نشان دهید که استقلال A از B و A از C الزامی بر استقلال A از $B \cap C$ ندارد.



6- مقدار ثابت c را طوری پیدا کنید که تابع زیر یک تابع جرم احتمال باشد.

$$f(x) = \begin{cases} c \left(\frac{1}{6}\right)^{x-1} & x = 1, 2, 3, \dots \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

7- اگر X دارای تابع جرم احتمال زیر باشد، مطلوبست $P(|X - 1| \leq 1)$, $P(0 < X \leq 2)$, $P(X \geq 2)$

x	0	1	2	3
$f(x)$	0/3	0/4	0/2	0/1

8- اگر X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد، مطلوبست:

$$f(x) = \begin{cases} k e^{-\mu x} & x > 0 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

الف) مقدار عددی پارامتر k را بیابید و سپس $P\{0.5 < X \leq 1\}$ را محاسبه کنید.

ب) تابع توزیع X را یافته و سپس از آن برای محاسبه احتمال فوق مجدداً استفاده کنید.

9- باکس i شامل 2 توپ آبی و 4 توپ قرمز و باکس j شامل 3 توپ آبی و 2 توپ قرمز است.

الف) یکی از باکس‌ها را به تصادف انتخاب و سپس دو توپ از آن بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه هر دو توپ آبی باشد؟

ب) باکس j را انتخاب کرده، یک توپ از آن بیرون می‌آوریم و بدون نگاه کردن به رنگش آن توپ را کنار می‌گذاریم. سپس توپ دومی را بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه این توپ قرمز باشد؟

10- اگر $F(x)$ یک تابع توزیع احتمال به صورت زیر باشد،

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x^2}{2} & 0 \leq x < 1 \\ 2x - 1 - \frac{x^2}{2} & 1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

الف) تابع چگالی احتمال را بیابید.

مطلوب است محاسبه:

$$\text{ب) } P\left(\frac{1}{4} < X < \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{ج) } P\left(\frac{1}{2} \leq X < \frac{3}{2}\right)$$