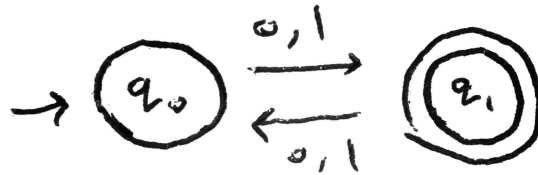


نظریه زبان و ماشین - دکتر قوامی زاده

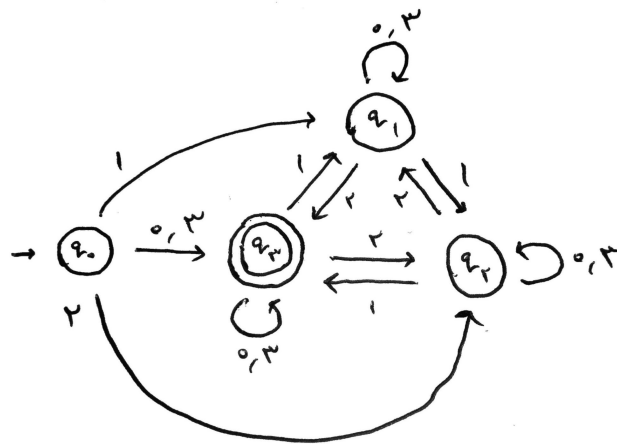
امیرحسین منصوری - ۹۹۲۴۳۰۶۹ - تمرین سری ۳

سوال ۱-الف)



توضیح: کافیسست طول رشته مورد نظر فرد باشد. بنابراین ماشین مورد نظر به صورت بالا است.

سوال ۱-ب)



توضیح: در بالا وضعیت q_2 و q_1 ، q_3 وضعیت هایی هستند که در آن ها باقی مانده تقسیم مجموع ارقام عدد وارد شده به ۳، به ترتیب برابر صفر، ۱ و ۲ است. از وضعیت q_0 شروع می کنیم و با خواندن هر کاراکتر، به وضعیت مناسب می رویم و با خواندن هر کاراکتر، بسته به آن کاراکتر بین وضعیت ها جابه جا می شویم. همچنین با توصیفی که از وضعیت ها شد، تنها وضعیت شناسایی باید q_3 باشد.

سوال ۲-الف)

t	\emptyset	1
1	2,3	\emptyset
2	2	3,4
3	\emptyset	3,5
4	3	4
5	2,5	1

جدول t

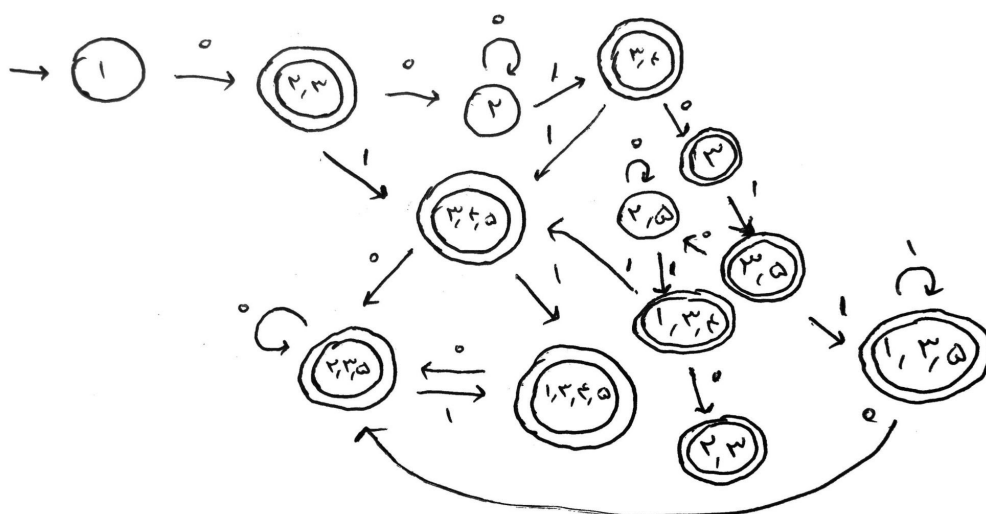
state	ϵ -closure
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5

جدول ϵ -closure

δ	\emptyset	1
1	2,3	\emptyset
2	2	3,4
3	\emptyset	3,5
4	3	4
5	2,5	1

جدول δ

با توجه به جدول‌های بالا، DFA نهایی به صورت زیر خواهد بود:



سوال ۲-ب)

t	\emptyset	1
1	4	1,2
2	2	3,4
3	1,5	\emptyset
4	3	5
5	1	3

جدول t

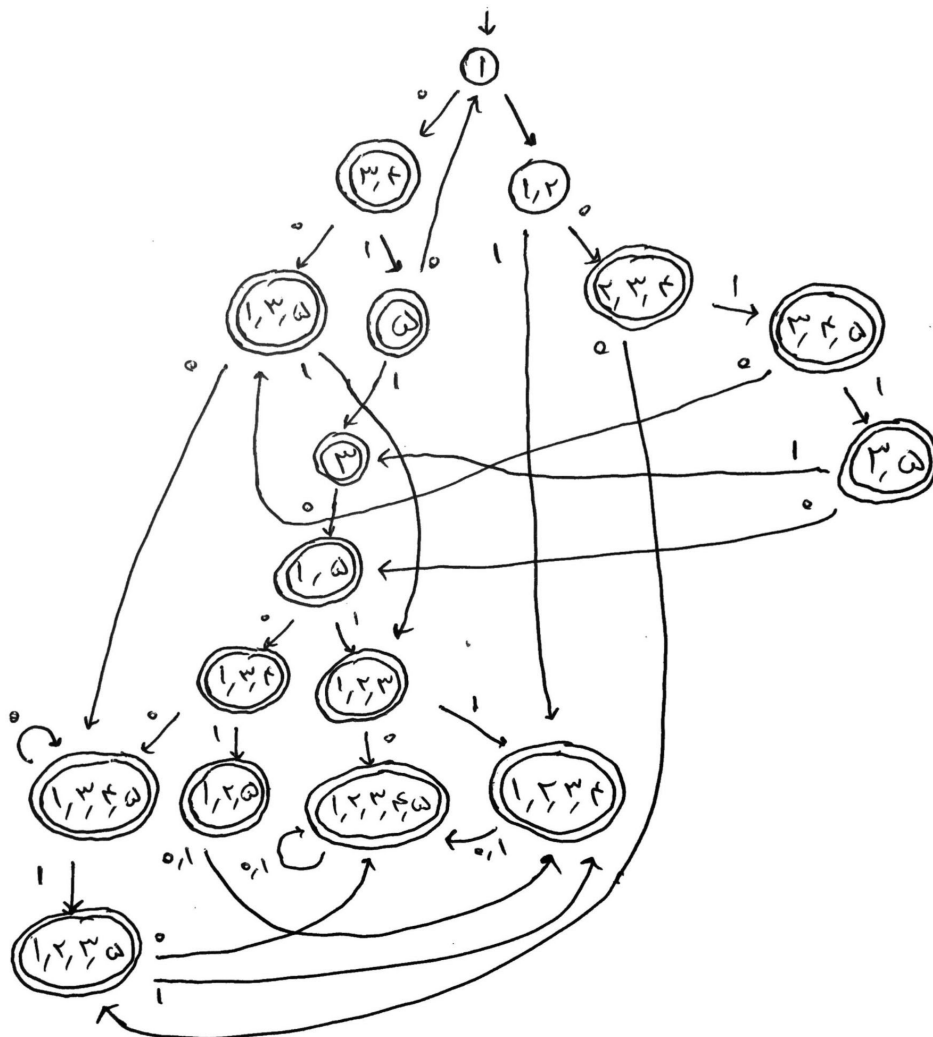
state	ϵ -closure
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5

جدول ϵ -closure

δ	\emptyset	1
1	3,4	1,2
2	2	3,4
3	1,5	\emptyset
4	3	5
5	1	3

جدول δ

با توجه به جدول‌های بالا، DFA نهایی به صورت زیر خواهد بود:



سوال ۲-پ)

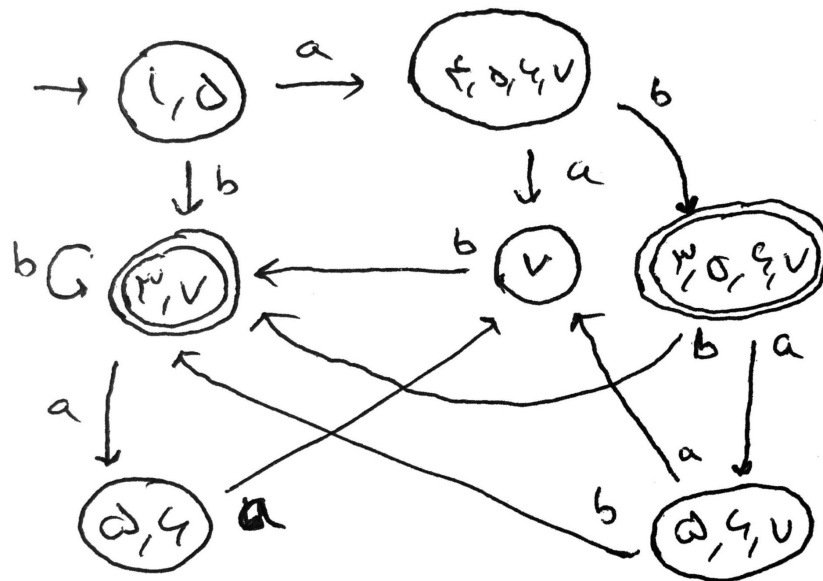
t	a	b	state	ϵ -closure	δ	a	b	ϵ
1	4,5,6	3,7	1	1,2,3,7	1	\emptyset	\emptyset	2
2	4,5,6	3,7	2	2,3,7	2	4	\emptyset	3
3	5,6	3,7	3	3,7	3	5,6	3	7
4	\emptyset	5,6	4	4	4	\emptyset	5	\emptyset
5	7	\emptyset	5	5,6	5	\emptyset	\emptyset	6
6	7	\emptyset	6	6	6	7	\emptyset	\emptyset
7	\emptyset	3,7	7	7	7	\emptyset	3	\emptyset

جدول t

جدول ϵ -closure

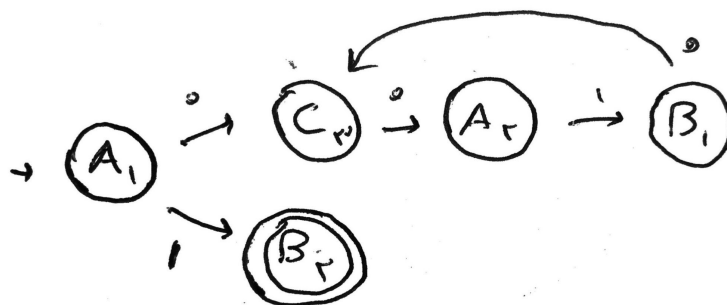
جدول δ

با توجه به جدول‌های بالا، DFA نهایی به صورت زیر خواهد بود:

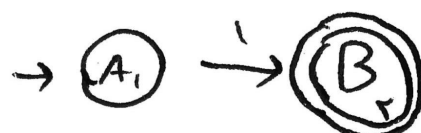


سوال ۳

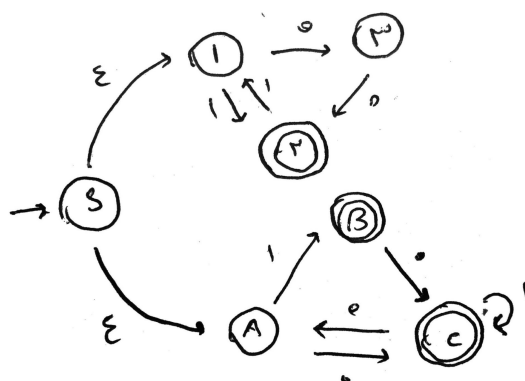
اشتراک L_1 و L_2 بر اساس اثبات ساختاری منظم بودن اشتراک دو زبان منظم، معادل ماشین زیر است:



با توجه به این که C_3 وضعیت تله است، بنابراین ماشین به صورت زیر خلاصه می‌شود:



برای اجتماع دو ماشین، کفایت وضعیت‌های شروع این دو ماشین را با گذر تهی به یک وضعیت شروع جدید وصل کنیم:



سپس با توجه به جدول‌های زیر:

t	\emptyset	1
s	3,C	2,B
1	3	2
2	\emptyset	1
3	2	\emptyset
A	C	B
B	C	\emptyset
C	A	C

جدول t

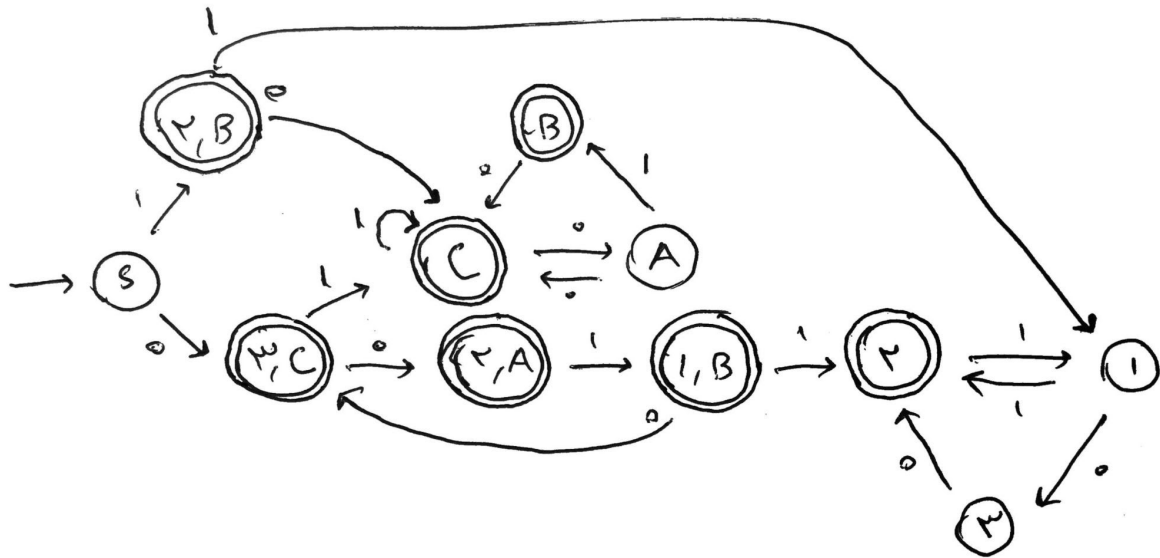
state	ϵ -closure
s	s,1,A
1	1
2	2
3	3
A	A
B	B
C	C

جدول ϵ -closure

δ	\emptyset	1	ϵ
s	\emptyset	\emptyset	1,A
1	3	2	\emptyset
2	\emptyset	1	\emptyset
3	2	\emptyset	\emptyset
A	C	B	\emptyset
B	C	\emptyset	\emptyset
C	A	C	\emptyset

جدول δ

DFA معادل ماشین به صورت زیر خواهد بود:



سوال ۴

می‌دانیم هر زبان منظم را می‌توان به صورت

$$L = (r)^*, L = r_1 r_2^*, L = (r_1 | r_2)$$

نوشت. حال روی طول هر کدام از r یا r_1 یا r_2 استقرا می‌زنیم:

(پایه استقرا) اگر طول r برابر ۱ باشد و زبان به صورت $L = r^*$ باشد، معکوس آن به صورت r^* است که به وضوح منظم است.

اگر طول r_1 و r_2 برابر ۱ باشند و زبان به صورت $L = r_1 r_2$ باشد، معکوس آن به صورت $L = r_2 r_1$ است که به وضوح منظم است.

اگر طول r_1 و r_2 برابر ۱ باشند و زبان به صورت $L = (r_1 | r_2)$ باشد، معکوس آن به صورت $L = (r_1 | r_2)$ است که به وضوح منظم است.

(گام استقرا) فرض می‌کنیم طول r برابر n است و حکم برای هر regex با طول کمتر از n درست است. ثابت می‌کنیم حکم برای r نیز درست است.

اگر regex زبان به صورت $r = (r')^*$ باشد، قطعا طول r' کمتر از r است و بنابراین حتما معکوس آن زبان منظم است و regex ای مثل r_R دارد. بنابراین معکوس r را می‌توان به صورت $r_R = (r'_R)^*$ نوشت.

اگر regex زبان به صورت $r = r_1' r_2'$ باشد، قطعا طول r_1' و r_2' کمتر از r است و حتما می‌توان برای معکوس هر کدام regex ای مثل r_{1R}' و r_{2R}' نوشت. بنابراین معکوس r را می‌توان به صورت $r_R = r_{2R}' r_{1R}'$ نوشت.

اگر regex زبان به صورت $r = r_1 | r_2$ باشد، قطعا طول r_1' و r_2' کمتر از r است و حتما می‌توان برای معکوس هر کدام regex ای مثل r_{1R}' و r_{2R}' نوشت. بنابراین معکوس r را می‌توان به صورت $r_R = (r_{2R}' | r_{1R}')$ نوشت.

بنابراین حکم سوال درست است.

سوال ۴.۱

زبان مورد نظر، حاصل concat دو زبان $(0|1)$ و $(1)^*$ است. طبق توضیحات سوال قبل، برای برعکس کردن این زبان کافی است زبان‌های $(1)^*$ و $(0|1)$ را برعکس کرده و به ترتیب concat کنیم.

برعکس زبان $(1)^*$ برابر با $(1)^*$ و برعکس زبان $(0|1)$ برابر $(0|1)$ است. پس:

$$L^R = (1)^*(0|1)$$

سوال ۵

اگر a یک حرف از حروف الفبای L باشد، Q مجموعه وضعیت‌های ماشین متناظر L باشد و F مجموعه وضعیت‌های شناسایی ماشین متناظر L باشد، مجموعه Q_F را به این شکل تعریف می‌کنیم:

$$Q_F = \{q_i \in Q \mid t(q_i, a) \in F\}$$

یعنی Q_F شامل همه وضعیت‌هایی است که از آنها با خواندن دقیقاً یک a ، به یک وضعیت شناسایی می‌رسیم.

سپس ماشین M' را به این شکل تعریف می‌کنیم که همانند ماشین متناظر L است، با این تفاوت که وضعیت‌های شناسایی آن فقط برابر Q_F است. بنابراین M' ماشین متناظر L/a است و در نتیجه L/a زبان منظم است.
