

به نام پاک آفریدگار

دانشکده مهندسی و علوم کامپیوتر



تمرین سری چهارم درس آمار و احتمال مهندسی، آبان ماه 1400

حل تمرین: سیداحسان سجادی - کامیاب عابدی - علیرضا زمانی - علیرضا چقامیرزایی

مدرس: فرشاد صفایی

1- تابع توزیع تعداد کل شیرهای ظاهر شده در 4 پرتاب یک سکه ناریب را بنویسید.

2- فرض کنید تابع توزیع متغیر تصادفی X به صورت زیر باشد؛ در اینصورت تابع جرم احتمال این متغیر تصادفی را بیابید. حدس میزنید این متغیر تصادفی بیانگر چه چیزی است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 2 \\ \frac{1}{36} & 2 \leq x < 3 \\ \frac{3}{36} & 3 \leq x < 4 \\ \frac{6}{36} & 4 \leq x < 5 \\ \frac{10}{36} & 5 \leq x < 6 \\ \frac{15}{36} & 6 \leq x < 7 \\ \frac{21}{36} & 7 \leq x < 8 \\ \frac{26}{36} & 8 \leq x < 9 \\ \frac{30}{36} & 9 \leq x < 10 \\ \frac{33}{36} & 10 \leq x < 11 \\ \frac{35}{36} & 11 \leq x < 12 \\ 1 & x \geq 12 \end{cases}$$

3- از قضیه چیشف و قانون اعداد بزرگ استفاده کرده و تحقیق کنید احتمالی دست کم برابر $\frac{35}{36}$ وجود دارد که

الف) در 900 پرتاب یک سکه سالم نسبت شیرها بین 0.4 و 0.6 باشد.

ب) در 1000000 پرتاب یک سکه سالم نسبت شیرها بین 0.497 و 0.503 باشد.

4- برای هر یک از توابع جرم احتمال زیر هیستوگرام احتمال را رسم کنید.

الف) $f(x) = \binom{6}{x} \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{6-x}$ ، به ازای $x = 0, 1, 2$

ب) $f(x) = \binom{5}{x} \left(\frac{1}{5}\right)^x \left(\frac{4}{5}\right)^{5-x}$ ، به ازای $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

5- فرض کنید دو متغیر تصادفی X و Y دارای توزیع یکسانی باشند. اگر $\sigma_{X+Y}^2 = 1$ و $\sigma_{X-Y}^2 = 2$ باشد ضریب همبستگی (correlation) بین X و Y را بیابید.

6- فرض کنید سرورهای موجود در یک شبکه کامپیوتری را از نظر crash در برابر حملات ویروسی به سه دسته ریسک بالا (50%)، ریسک متوسط (20%) و ریسک پایین (30%) تقسیم کرده باشیم. اطلاعات ناشی از مشاهدات نشان میدهد که احتمال crash این سرورها در طی سال به ترتیب 30%، 15% و 5% است.

الف) اگر یکی از سرورها را به تصادف انتخاب کنیم، احتمال این که در طی سال crash نکرده باشد چیست؟

ب) احتمال این که سروری در سال دوم crash کرده باشد به شرط آن که در سال اول نیز crash کرده باشد چیست؟

پیشامد crash در هر سال از سال دیگر مستقل فرض می شود.

7- تعداد پیامهایی که در یک واحد زمانی وارد شبکه میشوند متغیری تصادفی با میانگین 50 و انحراف معیار 4 در واحد زمان است. احتمال اینکه در فاصله زمانی 10 تا 11 واحد زمانی حداقل 45 و حداکثر 55 بسته پیام وارد این شبکه گردند چه قدر است؟