

# نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها - دکتر قوامی‌زاده

امیرحسین منصوری - ۹۹۲۴۳۰۶۹ - تمرین سری ۸

سوال ۱ - الف)

$S \rightarrow AB$   
 $A \rightarrow aAb \mid ab$   
 $B \rightarrow aBa \mid \varepsilon$

سوال ۱ - ب)

$S \rightarrow aSc \mid aS \mid A$   
 $A \rightarrow aAb \mid aA \mid a$

سوال ۱ - ج)

$S \rightarrow Dd \mid Cc \mid Bb$   
 $D \rightarrow Dd \mid aDd \mid C$   
 $C \rightarrow Cc \mid aCc \mid B$   
 $B \rightarrow Bb \mid aBb \mid \varepsilon$

سوال ۱ - د)

ابتدا برای زبان‌های زیر گرامر می‌نویسیم:

$L_1 = \{a^n b^m c^k \mid n > m + k\}$

$S_1 \rightarrow aS_1 c \mid aS_1 \mid A_1$   
 $A_1 \rightarrow aA_1 b \mid aA_1 \mid a$

$L_2 = \{a^n b^m c^k \mid n < m + k\}$

$S_2 \rightarrow C_2 c \mid B_2 b$   
 $C_2 \rightarrow C_2 c \mid aC_2 c \mid B_2$   
 $B_2 \rightarrow B_2 b \mid aB_2 b \mid \varepsilon$

حال با اجتماع این دو گرامر، گرامر زبان نهایی به دست می‌آید:

$S \rightarrow S_1 \mid S_2$

سوال ۱ - ه)

$S \rightarrow AB$   
 $A \rightarrow aAb \mid ab$   
 $B \rightarrow bBc \mid bc$

سوال ۱ - و)

$S \rightarrow aaAc$   
 $A \rightarrow aAc \mid aaAc \mid aaaAc \mid aaaaAc \mid \varepsilon$

سوال ۱ - ز)

$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid A$   
 $A \rightarrow aaA \mid abA \mid baA \mid bbA \mid \varepsilon$

## سوال ۲ - الف)

حذف قوانین تهی: متغیرهای میرا را مشخص می‌کنیم. واضح است که S و B میرا هستند. همچنین چون قانون  $A \rightarrow B$  وجود دارد، A نیز میرا است.

حال همه قوانینی که سمت راست آن‌ها  $\epsilon$  است، به جز  $S \rightarrow \epsilon$  را حذف می‌کنیم:

$$S \rightarrow A \mid BE \mid Ab \mid a \mid aE \mid \epsilon$$

$$A \rightarrow bb \mid b \mid e \mid B$$

$$B \rightarrow bB \mid a$$

$$E \rightarrow EA \mid EB$$

حال همه متغیرهای میرا را تک تک حذف می‌کنیم و قانون باقی‌مانده را اضافه می‌کنیم (قوانین تکراری نوشته نشده‌اند):

$$S \rightarrow A \mid BE \mid Ab \mid a \mid aE \mid \epsilon \mid B \mid E \mid b$$

$$A \rightarrow bb \mid b \mid e \mid B$$

$$B \rightarrow bB \mid a \mid b$$

$$E \rightarrow EA \mid EB \mid E$$

حذف قوانین یک‌ه: همه جفت متغیرهای P و Q که  $P \Rightarrow^* Q$  را پیدا می‌کنیم:

$$S \Rightarrow A$$

$$S \Rightarrow B$$

$$S \Rightarrow E$$

$$A \Rightarrow B$$

$$E \Rightarrow E$$

حال قوانین یک‌ه را حذف کرده و جایگزین آن را قرار می‌دهیم (قوانین تکراری نوشته نشده‌اند):

$$S \rightarrow BE \mid Ab \mid a \mid aE \mid \epsilon \mid b \mid bb \mid e \mid bB \mid EA \mid EB$$

$$A \rightarrow bb \mid b \mid e \mid bB \mid a$$

$$B \rightarrow bB \mid a \mid b$$

$$E \rightarrow EA \mid EB$$

حذف قوانین بی‌فایده: واضح است که E هیچ رشته‌ای تولید نمی‌کند. بنابراین بی‌فایده است و می‌توان آن را حذف کرد. بقیه قوانین هم رشته تولید می‌کنند و هم از S می‌توان به آن‌ها رسید:

$$S \rightarrow Ab \mid a \mid \epsilon \mid b \mid bb \mid e \mid bB$$

$$A \rightarrow bb \mid b \mid e \mid bB \mid a$$

$$B \rightarrow bB \mid a \mid b$$

گرامر نهایتاً به شکل بالا درمی‌آید.

## سوال ۲ - ب)

حذف قوانین تهی: متغیرهای میرا را مشخص می‌کنیم. A و B به وضوح میرا هستند. چون قوانین  $S \rightarrow B$  و  $C \rightarrow B$  وجود دارد، بنابراین همه متغیرها میرا هستند.

حال همه قوانینی که سمت راست آن‌ها  $\epsilon$  است را حذف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABCbc \mid B \\ A &\rightarrow bc \mid BC \mid Aa \\ B &\rightarrow Bb \mid bB \mid A \\ C &\rightarrow AB \mid B \end{aligned}$$

حال همه متغیرهای میرا را تک تک حذف می‌کنیم و قانون باقی‌مانده را اضافه می‌کنیم (قوانین تکراری نوشته نشده‌اند):

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABCbc \mid B \mid BCbc \mid ACbc \mid ABbc \mid Abc \mid Bbc \mid Cbc \mid bc \mid \epsilon \\ A &\rightarrow bc \mid BC \mid Aa \mid B \mid C \mid a \\ B &\rightarrow Bb \mid bB \mid A \mid b \\ C &\rightarrow AB \mid B \mid A \end{aligned}$$

حذف قوانین یک‌ه: همه جفت متغیرهای P و Q که  $P \Rightarrow^* Q$  را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow B \\ S &\Rightarrow A \\ S &\Rightarrow C \\ A &\Rightarrow B \\ A &\Rightarrow C \\ B &\Rightarrow A \\ B &\Rightarrow C \\ C &\Rightarrow A \\ C &\Rightarrow B \end{aligned}$$

حال قوانین یک‌ه را حذف کرده و جایگزین آن را قرار می‌دهیم (قوانین تکراری نوشته نشده‌اند):

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABCbc \mid BCbc \mid ACbc \mid ABbc \mid Abc \mid Bbc \mid Cbc \mid bc \mid \epsilon \mid BC \mid Aa \mid a \mid Bb \mid bB \mid b \mid AB \\ A &\rightarrow bc \mid BC \mid Aa \mid a \mid Bb \mid bB \mid b \mid AB \\ B &\rightarrow Bb \mid bB \mid b \mid bc \mid BC \mid Aa \mid a \mid AB \\ C &\rightarrow AB \mid bc \mid BC \mid Aa \mid a \mid Bb \mid bB \mid b \end{aligned}$$

حذف قوانین بی‌فایده: مشخص است که A و B و C کاملاً معادل هم هستند. بنابراین می‌توانیم در همه قوانین، این سه را با A جایگزین کنیم (قوانین تکراری نوشته نشده‌اند):

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AAAbc \mid AAbc \mid Abc \mid bc \mid \epsilon \mid AA \mid Aa \mid a \mid Ab \mid bA \mid b \\ A &\rightarrow bc \mid AA \mid Aa \mid a \mid Ab \mid bA \mid b \end{aligned}$$

گرامر نهایتاً به شکل بالا درمی‌آید.