



ترم پاییز ۱۴۰۰

این تمرین شامل ۱۰ نمره امتیازی است

سوال اول

درستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید. (15)

- a) $f(n) = O(g(n))$ implies $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$
- b) $f(n) + o(f(n)) = \theta(f(n))$
- c) $f(n) = O(g(n))$ implies $\log(f(n)) = O(\log(g(n)))$, where $\log(g(n)) \geq 1$ and $f(n) \geq 1$ for all sufficiently large n .

سوال دوم

تعداد دقیق اجرای خط #10 از برنامه زیر را محاسبه و در نهایت پیچیدگی زمانی تابع را اعلام نمایید؟ (20)

```
#1- Void function(int n)
#2- {
#3-   int k = 0;
#4-   for (int i = n; i > 1; i /= 5)
#5-   {
#6-     for (int j = 0; j < i; j++)
#7-     {
#8-       k = 1;
#9-       while (k ≤ i)
#10-        k *= 5;
#11-    }
#12- }
#13- }
```



ترم پاییز ۱۴۰۰

سوال سوم

مرتبه زمانی الگوریتم زیر را حساب کنید. (25)

A)

$i \leftarrow 1$

$j \leftarrow 1$

For i to n , i++

For j to n , j++

X++;

B)

$i, j, k \leftarrow 1$

For i to n , i*=2

For j to n , j*=2

For k to j , k++

X++;

سوال چهارم

میدانیم که هر الگوریتم مرتب سازی درجی برای مرتب سازی یک آرایه A با n عنصر، متناسب با تعداد وارونگی های عنصر آن آرایه است. زوج (i, j) را یک عدد وارونگی گوئیم اگر $i < j$ و $A[i] > A[j]$

با فرض احتمال این که یک زوج اندیس دلخواه از A یک وارونگی باشد، برابر ۰.۵ است.

میانگین تعداد وارونگی های یک آرایه A با عناصر متمایز چقدر است؟ (25)



ترم پاییز ۱۴۰۰

سوال پنجم

الگوریتم زیر برای پیدا کردن اندیس های کوچک ترین و بزرگ ترین عناصر در یک آرایه N تایی A داده شده است:

$\text{Min} \leftarrow 1 ; \text{max} \leftarrow 1;$

For $i \leftarrow 2$ to N do

Choose $B = \text{true}$ or $B = \text{false}$ with equal probabilities

If B then if $A[i] < A[\text{min}]$

Then $\text{min} \leftarrow i$

Else if $A[i] > A[\text{max}]$

Then $\text{max} \leftarrow i$

Else if $A[i] < A[\text{min}]$

Then $\text{min} \leftarrow i$

متوسط تعداد مقایسه های دو عنصر از A چند تاست؟ (25)