



به نام هستی بخش  
نظریه زبان ها و ماشین ها  
نیمسال اول ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰

مدرس: دکتر قوامی زاده

تمرین سری ششم

تاریخ تحویل: دوشنبه ۲۴ آبان ۱۴۰۰  
ساعت ۱۹:۰۰

دانشکده مهندسی و علوم کامپیوتر

این تمرین از ۱۵۵ نمره است، که شامل ۵۵ نمره امتیازی و ۱۰۰ نمره اجباری است.

در این سری از تمرین تعریف می کنیم:

تابع  $\text{numeric}(w)$  مقدار عددی  $w$  را برمی گرداند.

تابع  $n_c(w)$  تعداد تکرارهای کاراکتر  $c$  در  $w$  را نشان می دهد.

تابع  $\text{substr}(w)$  مجموعه تمامی زیر رشته ها آن زبان را خروجی می دهد.

۱. برای هر یک زبان های زیر در صورت منظم بودن یک عبارت منظم بنویسید یا یک FSA رسم کنید یا یک گرامر منظم بنویسید و در غیر این صورت با لم تزریق نامظم بودن آن را ثابت کنید.

a. (۸ نمره)

$$\{a^n b^m c^p d^q e^r \mid n, m, p, q, r \in \mathbb{W} \wedge n + p + r = p_1 \wedge m + q = p_2 ; p_1, p_2 \in \mathbb{P}\}$$

b. (۷ نمره)

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid n_b(w) \geq 2 \wedge n_a(w) \equiv 2 \bmod n_b^2(w)\}$$

c. (۷ نمره)

$$\{b^m a^n b^n \mid m \geq 1 \wedge n \geq 0\}$$

d. (۸ نمره)

$$\{uvw \mid u, v, w \in \{a, b\}^* \wedge |u|, |v|, |w| > 0 \wedge v \in \text{substr}(w) \wedge v \in \text{substr}(u)\}$$

e. (۷ نمره)

$$\{u\#v\#w \mid u, v, w \in \{a, b\}^* \wedge |u|, |v|, |w| > 0 \wedge v \in \text{substr}(w) \wedge v \in \text{substr}(u)\}$$

f. (۷ نمره)

$$L = \{a^*b^nc^{n!}d^* \mid n \in \mathbb{N}\}$$

g. (۱۰ نمره)

$$L_1 = \{wxyz \mid w, x, y, z \in \{a, b\}^* \wedge w = y \wedge x = z\}$$

$$L_2 = \{wxyz \mid w, x, y, z \in \{a, b\}^* \wedge w = x \wedge y = z\}$$

$$L = L_1 \cup L_2$$

h. (۱۰ نمره)

$$L = \{a^n b^m c^p \mid n + m \mid p \vee m + p \mid n \vee n + p \mid m\}$$

i. (۷ نمره)

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) \equiv 0 \pmod{3} \wedge n_a(w) > 2 \wedge n_b(w) \equiv 2 \pmod{n_a(w)}\}$$

j. (۱۵ نمره)

$$L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{numeric}(w) = p^2; p \in \mathbb{P}\}$$

k. (۸ نمره)

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid n_a(w) + 2n_b(w) + n_c(w) = 3^n; n \in \mathbb{W}\}$$

۱. (۷ نمره)

$$L = \{a^n b^m \mid nm^2 \equiv 2 \pmod{3}\}$$

m. (۷ نمره)

$$L = \{a^n b^{2^n} \mid n \in \mathbb{W}\}^*$$

۲. بدون استفاده از لم تزریق نامنظم بودن زبان‌های زیر را ثابت کنید.

a. (۷ نمره)

$$L = \{a^* b^n c^* d^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

b. (۷ نمره)

$$L = \{a^m b^n c^m d^n \mid n, m \in \mathbb{N}\}$$

۳. از مسائل قبلی به عنوان قضایا استفاده کنید و با توجه به ویژگی‌های بستاری زبان‌ها منظم و بدون استفاده از

لم تزریق و یا اصلاً لانه کبوتری و یا الگوریتم Myhill-Nerode به اثبات نامنظم بودن زبان‌های زیر

بپردازید.

a. (۸ نمره)

$$L = \{a^* b^n c^m d^* \mid m \neq n! \wedge n \in \mathbb{N}\}$$

b. (۸ نمره)

$$L = \{a^n b^m c^p d^q e^r f^s \mid n + m = q + r \wedge p = s\}$$

۴. این داستان: Poor Wikipedia

پارسا که در حین طرح این سری از تمرین نظریه سری به مقاله لم تزریق در ویکی‌پدیا زده یکی از تیتراهای این مقاله توجهش را جلب می‌کند. وی متوجه اشکالی در مثال این تیترا می‌شود و سپس از آن جا که این مثال مشکل دار است به کل این تیترا و محتوایش شک می‌کند. پارسا برای برطرف شدن شکش به محمدرضا مراجعه می‌کند.

برای خواندن این بخش از مقاله به [این لینک](#) مراجعه کنید. هم‌چنین عکس نسخه فعلی این بخش از مقاله در زیر آورده شده است.

### General version of pumping lemma for regular languages [\[ edit \]](#)

If a language  $L$  is regular, then there exists a number  $p \geq 1$  (the pumping length) such that every string  $uvw$  in  $L$  with  $|w| \geq p$  can be written in the form

$$uvw = uxyzv$$

with strings  $x$ ,  $y$  and  $z$  such that  $|xy| \leq p$ ,  $|y| \geq 1$  and

$$uxy^i zv \text{ is in } L \text{ for every integer } i \geq 0.[5]$$

From this, the [above](#) standard version follows a special case, with both  $u$  and  $v$  being the empty string.

Since the general version imposes stricter requirements on the language, it can be used to prove the non-regularity of many more languages, such as  $\{a^m b^n c^n : m \geq 1 \text{ and } n \geq 1\}$ .<sup>[6]</sup>

اگر شما جای محمدرضا باشید جواب سوالات زیر را چه می‌دهید؟

الف) آیا مثال مثال مقاله بنا به عدم امکان اثبات زبان مذکور با صورت استاندارد لم تزریق صحیح است ؟

ادعایتان را ثابت کنید. (۷ نمره)

ب) آیا نسخه بیان شده در این بند چیزی بیشتر از لم تزریق معمول در چنته دارد ؟ چرا ؟ اگر بله زبانی که

قدرت صورت عمومی را نسبت به صورت استاندارد نشان می‌دهد را ارائه دهید. (۱۰ نمره)

لطفا تا پایان مهلت این تمرین، این مقاله ویکی‌پدیا را تغییر ندهید.

موفق باشید