

درهم‌سازی

بخش اول

توابع زیر را برای $hash$ کردن در نظر بگیرید. می‌خواهیم یک $hash\ table$ را که دارای ۱۰ خانه (از ۰ تا ۹ شماره‌گذاری شده) است را با اعداد بین ۰ تا ۱۰۰۰ پر کنیم. کدامیک از این توابع اعداد را یکنواخت‌تر در جدول درج می‌کنند؟ (منظور این است که احتمال تصادم کم‌تر باشد).

- $h_1(k) = k^2 \bmod 10$
- $h_2(k) = k^3 \bmod 10$
- $h_3(k) = 11k^2 \bmod 10$
- $h_4(k) = 12k \bmod 10$

بخش دوم

فرض کنید تابع درهم‌سازی $h(k) = k^2 \bmod 7$ را داریم. می‌دانیم که عدد x در خانه‌ی نهم جدول درج شده و اعداد عضو بازه‌ی صفر تا ۱۰۰ (با احتساب خود صفر و ۱۰۰) هستند (همه‌ی اعداد صحیح هستند). چند مقدار مختلف برای x وجود دارد؟

فرض کنید از $linear\ probing$ برای رفع تصادم استفاده می‌شود.

آنچه باید آپلود کنید

پاسخ خود را در قالب یک فایل PDF آپلود کنید.

میانه

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

آرمان تصمیم گرفته برای امرار معاش و در آوردن یک لقمه حلال در بخش IT جگرکی پاساژ قنبریه مشغول به کار شود. شرکت در روز اول کاری از وی خواسته است برنامه‌ای بنویسد که بتواند به صورت بلادرنگ میانه را در جریانی از داده‌ها بیابد. در واقع در یک روز n تراکنش از شماره 1 تا n روی سرورهای جگرکی پاساژ به ترتیب ثبت می‌شوند و آرمان باید بتواند پس از ثبت مبلغ تراکنش شماره i ، میانه‌ی کل تراکنش‌ها را در زمانی کوتاه محاسبه کرده و خروجی دهد. آرمان حل این مسئله را بلد نیست. او می‌خواهد در کارش موفق باشد و از شما خواسته در ازای دریافت مبلغی زیاد، این مسئله را برای وی حل کنید.

ورودی

در اولین خط ورودی، عدد صحیح n وارد می‌شود که بیانگر تعداد تراکنش‌های ثبت شده در روز است.

$$1 \leq n \leq 10^5$$

در هر یک از n خط بعدی، یک عدد آمده است که بیانگر مبلغ یک تراکنش انجام‌شده است.

خروجی

در n خط از خروجی، در هر خط یک عدد چاپ کنید که عدد i ام بیانگر میانه‌ی کل تراکنش‌ها پس از انجام آن تراکنش است. میانه را با یک رقم اعشار چاپ کنید.

مثال

ورودی نمونه

12
4
5
3
8
7

خروجی نمونه

12.0
8.0
5.0
4.5
5.0
6.0

$\text{list} = [12] \rightarrow \text{median} = 12.0$

$\text{list} = [12, 4] \rightarrow \text{median} = \frac{12+4}{2} = 8.0$

$\text{list} = [12, 4, 5] \rightarrow \text{median} = 5.0$

$\text{list} = [12, 4, 5, 3] \rightarrow \text{median} = \frac{4+5}{2} = 4.5$

$\text{list} = [12, 4, 5, 3, 8] \rightarrow \text{median} = 5.0$

$\text{list} = [12, 4, 5, 3, 8, 7] \rightarrow \text{median} = \frac{5+7}{2} = 6.0$

مرج

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

با استفاده از یک الگوریتم از مرتبه‌ی زمانی $O(n \log k)$ ، k آرایه‌ی مجزای مرتب‌شده را ادغام کرده و همه‌ی اعضا را به صورت صعودی چاپ کنید. در مجموع n عضو در k آرایه وجود دارد. به پاسخ‌هایی که از مرتبه‌ی زمانی خواسته‌شده نباشند، نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد.

ورودی

در خط اول ورودی، عدد صحیح k وارد می‌شود.

$$1 \leq k \leq 10^5$$

در k خط بعدی، ابتدا k_i که طول آرایه‌ی i ام است و در ادامه‌ی همان خط، k_i عدد که اعضای آرایه هستند، وارد می‌شوند.

$$\sum_{i=1}^k k_i = n$$

$$1 \leq n \leq 10^5$$

$$-10^9 \leq a_i \leq 10^9$$

خروجی

همه‌ی اعضای آرایه‌ها را به صورت مرتب‌شده چاپ کنید.

مثال

ورودی نمونه ۱

2
5 1 2 2 10 20
3 7 7 30

خروجی نمونه ۱

1 2 2 7 7 10 20 30

ورودی نمونه ۲

5
1 7
1 5
1 4
1 3
1 3

خروجی نمونه ۲

3 3 4 5 7

جدول امتیازات

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

در درس طراحی الگوریتم، تکالیف دارای جدول امتیازات هستند و دانشجویان با توجه به کدهایی که ارسال می‌کنند و زمان ارسال‌شان، در این جدول قرار می‌گیرند. اگر دانشجوی t_1 تعداد a_1 سؤال حل کرده باشد و مجموع پنالتی سؤالاتی که حل کرده b_1 باشد و دانشجوی t_2 تعداد a_2 سؤال حل کرده باشد و مجموع پنالتی سؤالاتی که حل کرده b_2 باشد، دانشجوی t_1 به شرطی در جدول رتبه بهتری از دانشجوی t_2 دارد که یکی از دو شرط زیر برقرار باشد:

$$۱. a_1 > a_2$$

$$۲. a_1 = a_2, b_1 < b_2$$

یک دانشجو در صورتی در رتبه‌ی $K + 1$ قرار دارد که دقیقاً K دانشجو با رتبه بهتر از او باشد. تعداد دانشجویان این درس n است که از ۱ تا n شماره‌گذاری شده‌اند. در این سؤال قصد داریم یکی از تکالیف این درس را بررسی کنیم. در این تکلیف m ارسال موفق وجود دارد که به‌ترتیب (اکیداً صعودی) زمان ارسال به ما داده شده‌اند. به ازای هر ارسال موفق، شماره دانشجویی‌ای که آن ارسال را انجام داده و میزان پنالتی دریافت شده از آن سؤال به شما داده می‌شود.

پس از هر ارسال، رتبه‌ی دانشجوی شماره‌ی ۱ در جدول امتیازات را چاپ کنید.

منظور از دانشجوی شماره‌ی ۱، دانشجویی است که شماره‌ی آن ۱ است، نه دانشجویی با رتبه‌ی ۱.

ورودی

در خط اول ورودی، به‌ترتیب دو عدد صحیح n و m وارد می‌شوند.

$$1 \leq n, m \leq 10^5$$

در m خط بعدی، اطلاعات مربوط به ارسال‌های موفق وارد می‌شود. در هر خط، به‌ترتیب دو عدد s_i و p_i وارد می‌شوند که بیانگر شماره دانشجو و میزان پنالتی دریافت‌شده هستند.

خروجی

به ازای هر ارسال موفق، در یک خط، رتبه‌ی دانشجوی شماره‌ی 1 را در آن لحظه (پس از اعمال تغییرات) چاپ کنید.

مثال

ورودی نمونه ۱

```
3 4
2 7
3 5
1 6
1 9
```

خروجی نمونه ۱

```
2
3
2
1
```

ورودی نمونه ۲

```
1 2
1 2
1 1
```

خروجی نمونه ۲

```
1
1
```