

مدارهای الکتریکی و الکترونیکی – دکتر شکفته

امیرحسین منصوری (۹۹۲۴۳۰۶۹) – امین احسانی‌مهر (۹۹۲۴۳۰۰۹) – گزارش پروژه

سوال ۱ – معادله اول

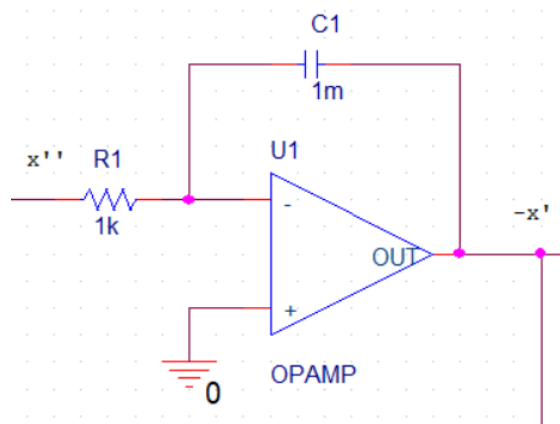
با مرتب کردن جملات معادله داریم:

$$x''(t) = -8x'(t) - 4x(t) + \cos(2t + 25^\circ)$$

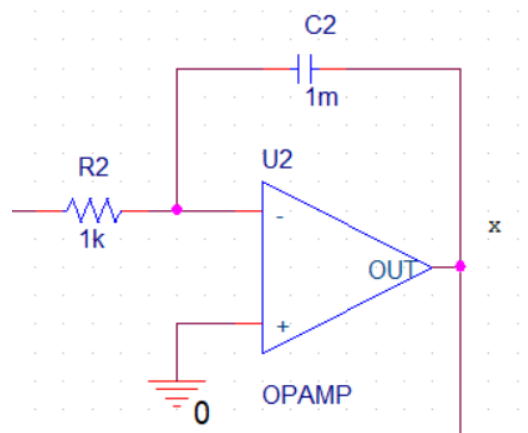
حال ساختن مدار را شروع می‌کنیم. ابتدا یک مدار انتگرال گیر قرار می‌دهیم که ورودی $x''(t)$ را بگیرد و خروجی $-x'(t)$ را بدهد (جلوتر ورودی $x''(t)$ را می‌سازیم و به این مدار می‌دهیم). بر اساس رابطه

$$v_{out} = -\frac{1}{RC}v_{in}$$

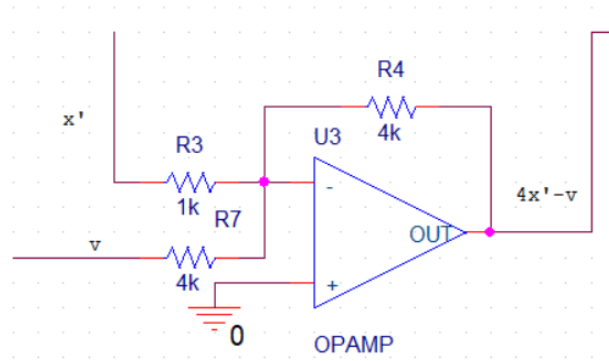
مقدار C را 1mF و مقدار R را 1kΩ قرار می‌دهیم تا خروجی مورد نظر را دریافت کنیم:



به طور مشابه، یک مدار انتگرال گیر قرار می‌دهیم که ورودی $-x'(t)$ را گرفته و خروجی $x(t)$ را بدهد:



حال یک مدار جمع کننده ولتاژ قرار می‌دهیم تا ورودی‌های $v = \cos(2t + 25^\circ)$ و $-x'$ را گرفته و خروجی $4x' - v$ را بدهد:



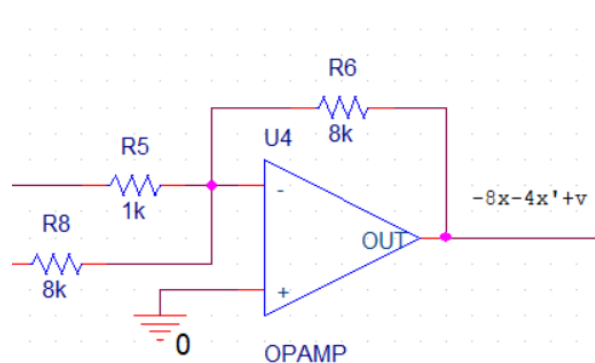
با توجه به رابطه مدار جمع کننده ولتاژ:

$$\frac{v_{out}}{R_4} = - \left(\frac{-x'}{R_3} + \frac{v}{R_7} \right)$$

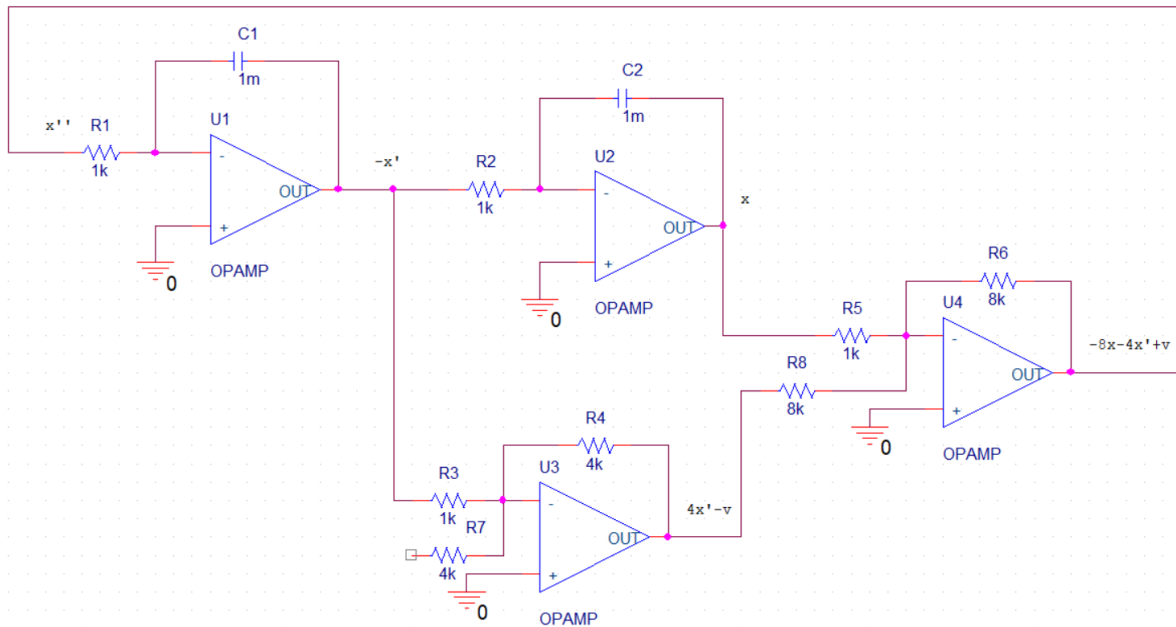
$$\frac{v_{out}}{4k} = - \left(\frac{-x'}{1k} + \frac{v}{4k} \right)$$

$$v_{out} = 4x' - v$$

به طور مشابه، یک مدار جمع کننده دیگر قرار می‌دهیم که ورودی‌های $4x' - v$ و x را گرفته و خروجی $-8x - 4x' + v$ را می‌دهد:



با توجه به این که بر اساس معادله داده شده $x''(t) = -8x(t) - 4x'(t) + v$ بنابراین کافی است خروجی مدار بالا را به ورودی مدار انتگرال گیر اول که در ابتدا ساختیم وصل کنیم تا مدار تکمیل شود:



در نهایت، مدار مربوط به $v = \cos(2t + 25^\circ)$ را می‌سازیم. داریم:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2}{2\pi} = 0.318 \text{ Hz}$$

همچنین باید v را با تابع \sin توصیف کنیم. داریم:

$$\cos(2t + 25^\circ) = \sin(90^\circ - 2t - 25^\circ) = \sin(65^\circ - 2t) = -\sin(2t + 295^\circ)$$

در نهایت در PSpice یک منبع VSIN با مشخصات زیر اضافه می‌کنیم:

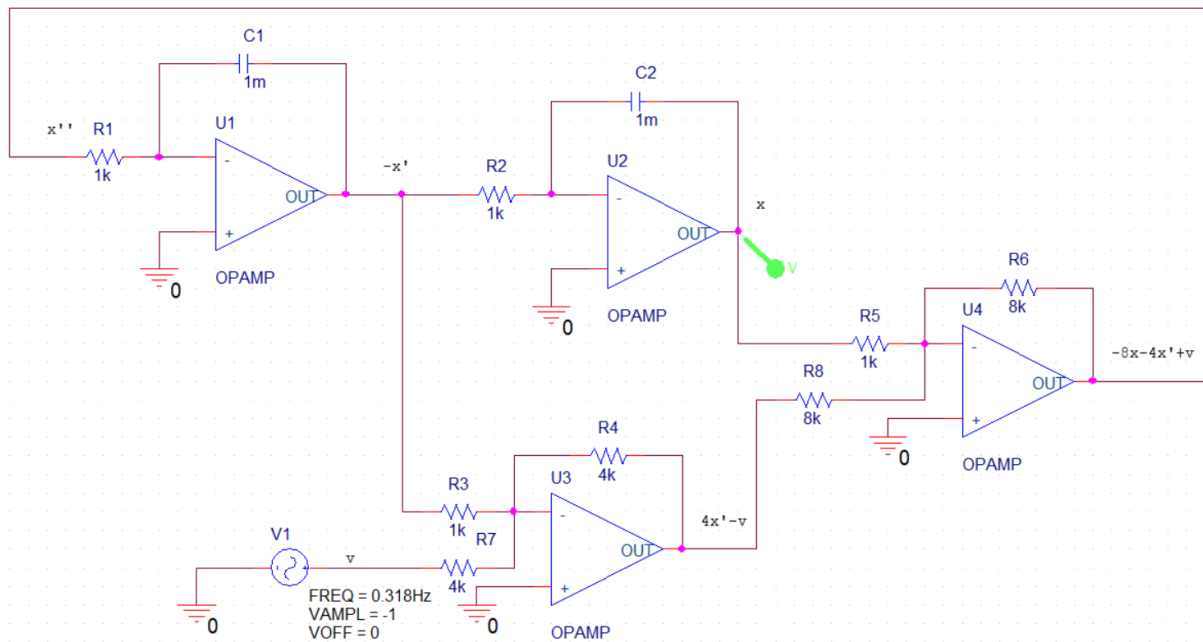
$$\text{FREQ} = 0.318$$

$$\text{VAMPL} = -0.1$$

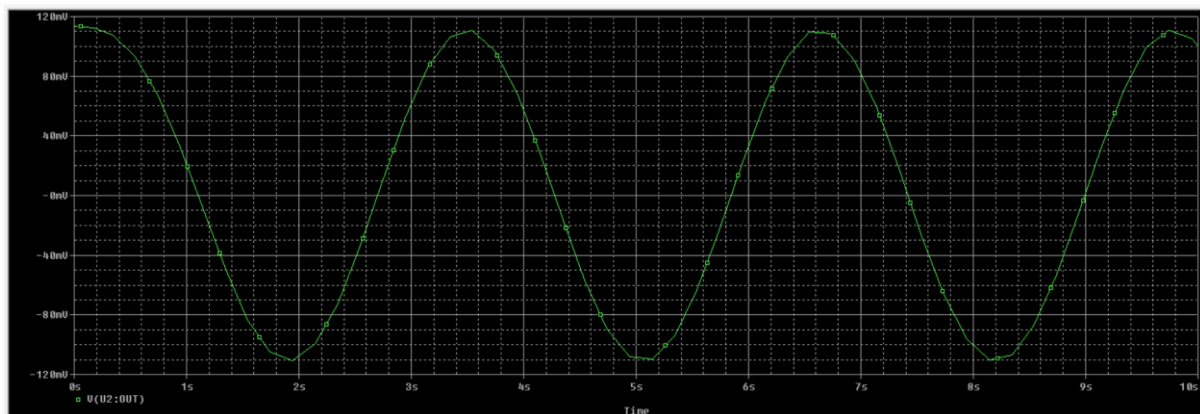
$$\text{VOFF} = 0$$

$$\text{PHASE} = 295$$

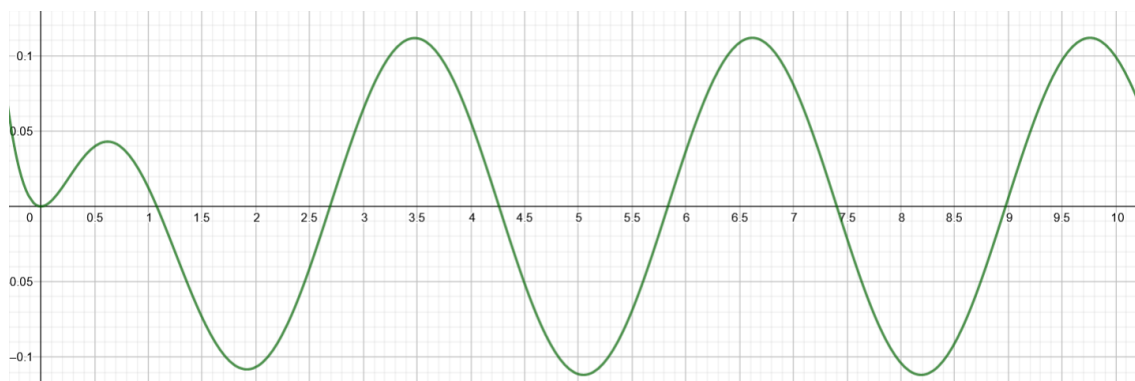
همچنین Voltage marker را در نقطه‌ی با ولتاژ x اضافه می‌کنیم تا مدار به شکل زیر در بیاید:



حال شبیه‌سازی را انجام می‌دهیم:



مشاهده می‌شود که نمودار حاصل از شبیه‌سازی، تا حد زیادی مشابه نمودار جواب معادله است که با محاسبه به دست می‌آید (نمودار زیر در GeoGebra رسم شده است):



سوال ۱ - معادله دوم

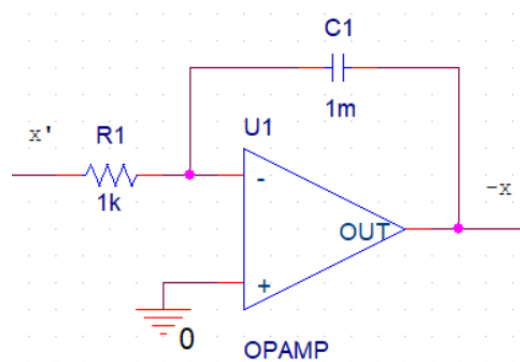
با مرتب کردن جملات معادله داریم:

$$x'(t) = -2.5x(t) + 0.5u(t)$$

حال ساختن مدار را شروع می کنیم. ابتدا یک مدار انتگرال گیر قرار می دهیم که ورودی $x'(t)$ را بگیرد و خروجی $-x(t)$ را بدهد (جلوتر ورودی $x'(t)$ را می سازیم و به این مدار می دهیم). بر اساس رابطه

$$v_{out} = -\frac{1}{RC} v_{in}$$

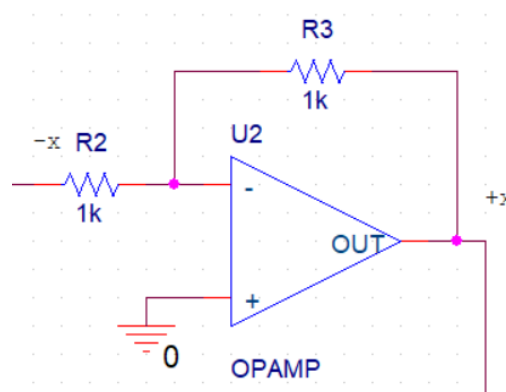
مقدار C را 1mF و مقدار R را $1k\Omega$ قرار می دهیم تا خروجی مورد نظر را دریافت کنیم:



حال یک مدار تقویت کننده وارون ساز می سازیم که ورودی $-x(t)$ را گرفته و خروجی $x(t)$ را بدهد. با توجه به رابطه زیر در مدار:

$$v_{out} = -\frac{R_3}{R_2} v_{in}$$

مقدارهای $R_3 = R_2 = 1k\Omega$ را در مدار تنظیم می کنیم:



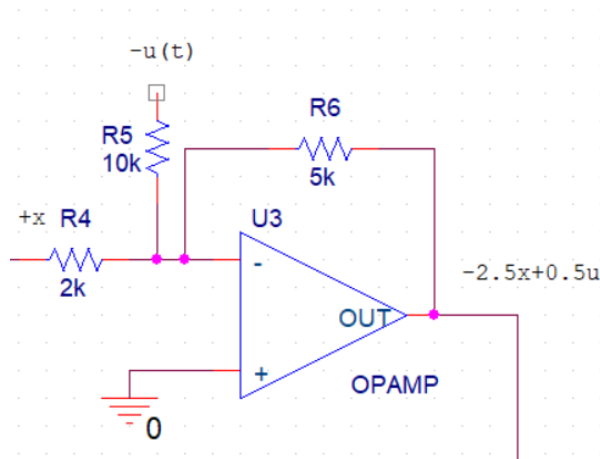
حال یک مدار جمع کننده ولتاژ قرار می دهیم تا ورودی های $x(t)$ و $-u(t)$ را گرفته و خروجی $-2.5x(t) + 0.5u(t)$ را بدهد. با توجه به رابطه مدار جمع کننده ولتاژ:

$$\frac{v_{out}}{R_6} = -\left(\frac{x}{R_4} + \frac{-u(t)}{R_5}\right)$$

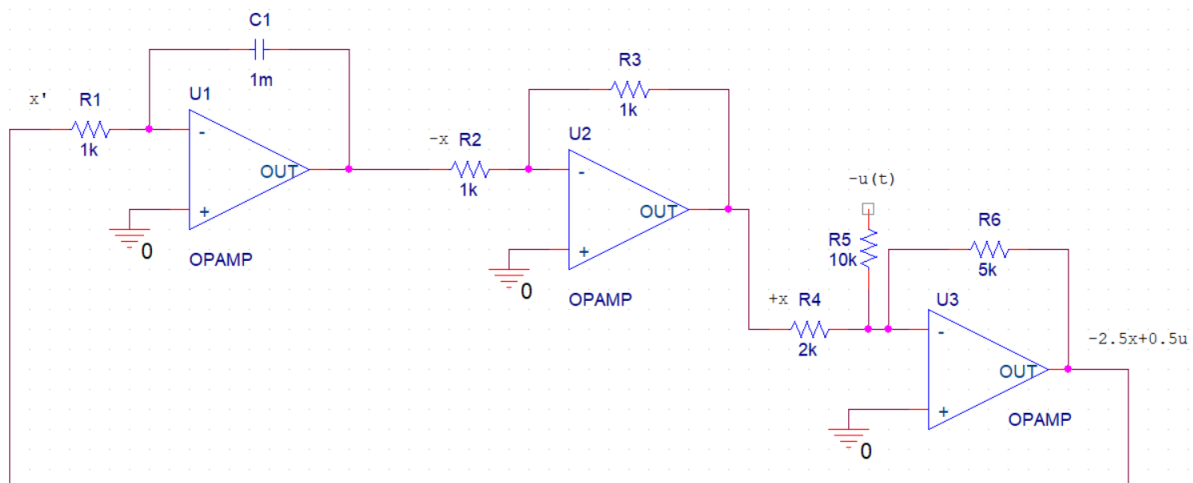
در نتیجه با انتخاب $R_4 = 2k\Omega$ و $R_5 = 10k\Omega$ ، $R_6 = 5k\Omega$ خواهیم داشت:

$$v_{out} = -2.5x(t) + 0.5u(t)$$

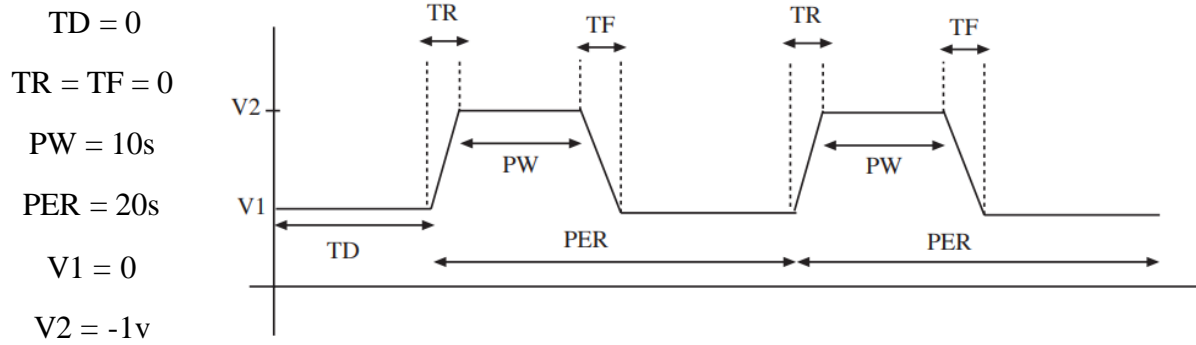
و مدار به شکل زیر در می آید:



با توجه به این که $x'(t) = -2.5x(t) + 0.5u(t)$ کافی است خروجی این مدار را به ورودی مدار انتگرال گیر که در ابتدا ساختیم وصل کنیم:

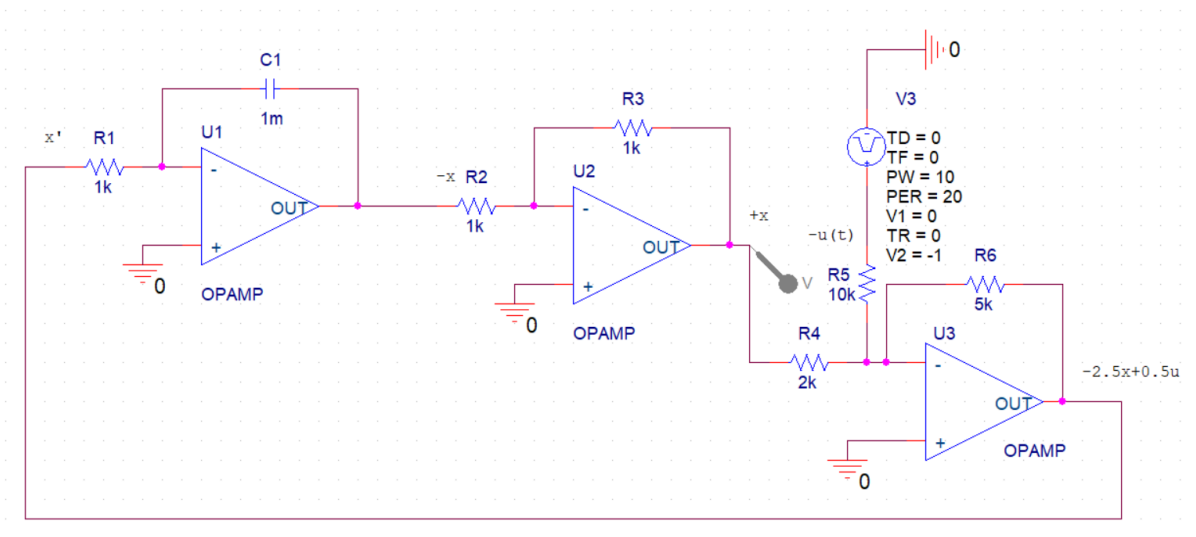


در نهایت برای ساختن $-u(t)$ ، از قطعه VPULSE استفاده می کنیم و مقادیر زیر را برای آن تنظیم می کنیم:

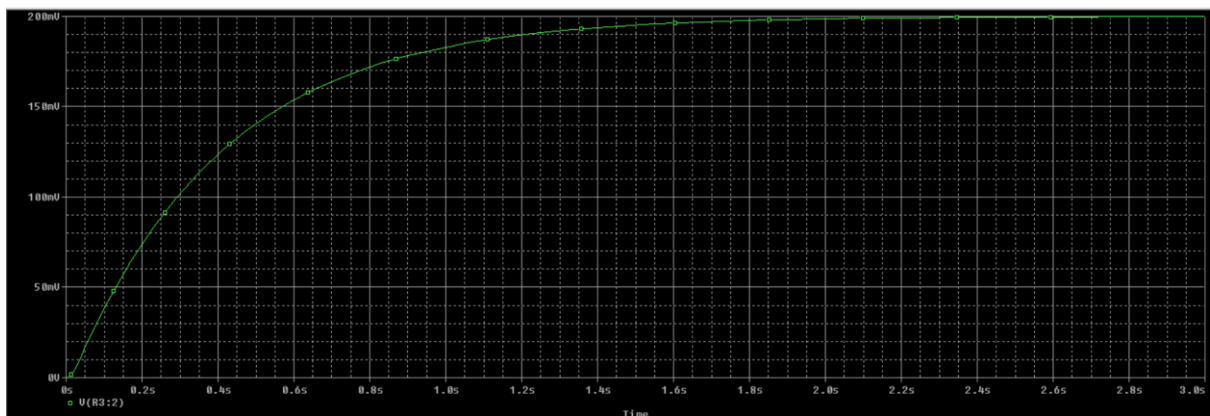


(مقدار PW و PER را صرفاً مقداری بزرگتر از زمان شبیه‌سازی قرار می‌دهیم تا در تمام زمان شبیه‌سازی مقدار V2 را حفظ کند.)

با وصل کردن این منبع ولتاژ به مدار و اضافه کردن Voltage marker، مدار تکمیل می‌شود:



حال شبیه‌سازی را برای ۳ ثانیه اجرا می‌کنیم:



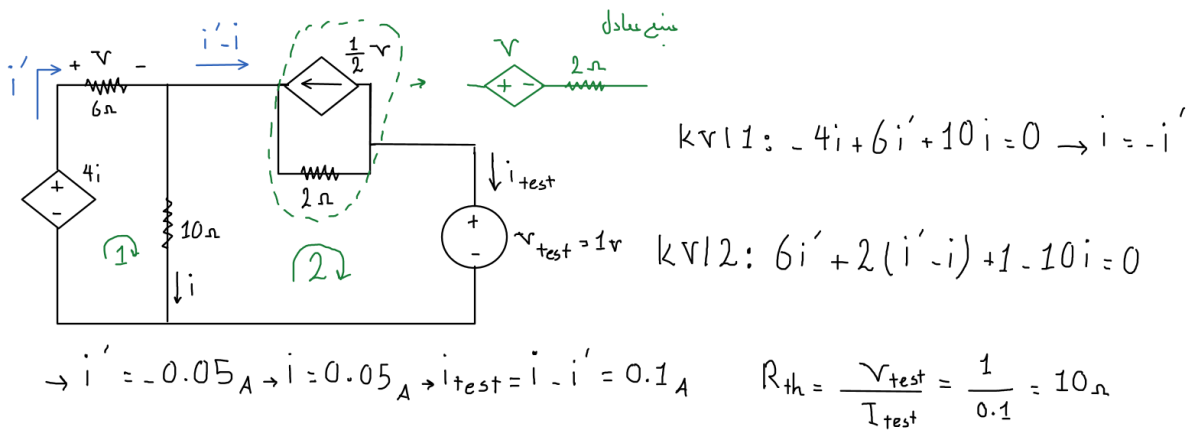
با محاسبه، جواب این معادله برابر $x(t) = 0.2 - 0.2e^{-2.5t}$ است که با نمودار به دست آمده از شبیه‌سازی تطابق دارد.

سوال ۲ - مدار سمت چپ

در این مدار، هیچ منبع مستقلی وجود ندارد. پس می توان نتیجه گرفت که:

$$V_{th} = 0, I_N = 0$$

حال برای به دست آوردن مقاومت معادل تونن، یک منبع جریان V_{test} به دو سر A و B متصل می کنیم و سپس با استفاده از قانون اهم، مقاومت معادل تونن را محاسبه می کنیم.



حال مدار را با توجه به شکل رسم

می کنیم. نکته حائز اهمیت در

رسم مدار، توجه به اتصال منابع

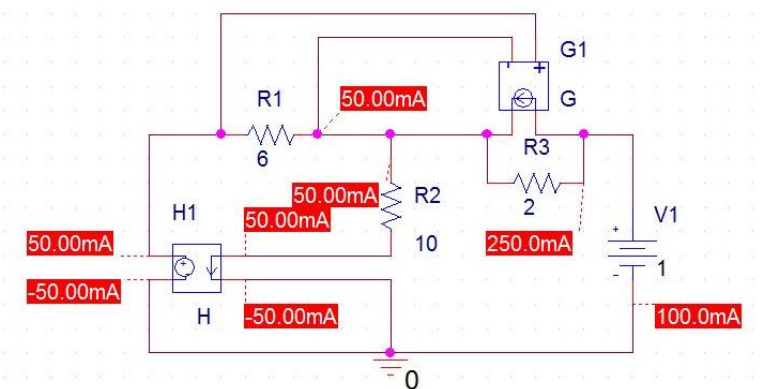
مستقل است که ابتدا با کلیک به

روی عنصر، در بخش Gain،

مقدار آن را برابر با ضربی که در

صورت سوال نوشته شده، قرار

می دهیم.



برای مشخص کردن اینکه منبع

وابسته ما به بخش خاصی از مدار وابسته است، اگر منبع، وابسته به ولتاژ بود، از دو سر دیگه ای که عنصر

مداری مدنظر به آن چیزی متصل نشده، به دو سر آن قسمتی که مطلوب ما است، متصل می کنیم. مثلاً در

منبع جریان وابسته به ولتاژ درون مدار باید از سوی دیگر عنصر مداری به دو سر R_1 متصل کنیم.

اگر منبع، وابسته به جریان بود، اتصال آن قسمت از مدار که قرار است منبع به آن وابسته باشد را از دو سر

آزاد دیگر منبع وابسته عبور می دهیم. مثلاً در منبع ولتاژ وابسته به جریان درون مدار باید سیم کشی

جریان عبوری از مقاومت R_3 ، از H_1 عبور کند.

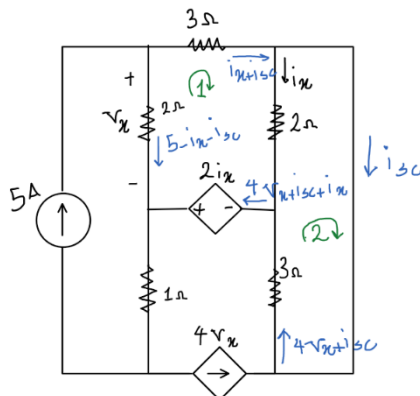
در این مدار مانند روش حل شده ابتدا مقدار جریان عبوری از V_{test} را یادداشت می‌کنیم و با استفاده از قانون اهم، مقدار را به دست می‌آوریم.

$$R_{th} = R_N = \frac{V_{test}}{i_{test}} = \frac{1}{0.1} = 10\Omega$$

سوال ۲ - مدار سمت راست

در این سوال چون هم منبع مستقل داریم و هم وابسته، باید یکبار دو سر A و B را بهم وصل کنیم و جریان عبوری از آن (I_{sc}) را محاسبه کنیم و یکبار هم ولتاژ دو سر A و B (V_{oc}) را به دست می‌آوریم. در آخر، با تقسیم ولتاژ بر جریان، مقدار مقاومت معادل تونن هم به دست می‌آید.

$$i_{sc} = i_N \text{ مقدار}$$



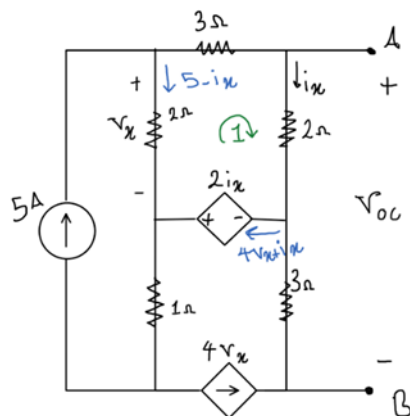
$$\rightarrow v_x = 2(5 - i_x - i_{sc}) \rightarrow 4v_x = 40 - 8i_x - 8i_{sc}$$

$$KVL1: 3i_x + 3i_{sc} + 2i_x - 2i_x - 10 + 2i_x + 2i_{sc} = 0$$

$$\rightarrow i_x = 2 - i_{sc}$$

$$KVL2: 120 - 24i_x - 24i_{sc} + 3i_{sc} - 2i_x = 0 \rightarrow i_{sc} = i_N = -13.6A$$

$$V_{oc} = V_{TH} \text{ مقدار}$$



$$v_x = 2(5 - i_x) \rightarrow 4v_x = 40 - 8i_x$$

$$KVL1: 3i_x + 2i_x - 2i_x - 10 + 2i_x = 0$$

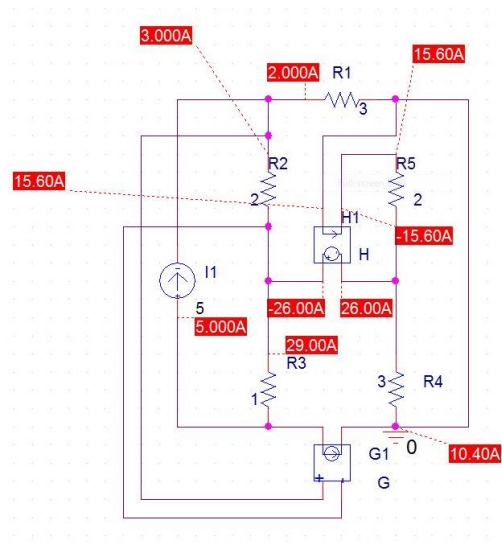
$$\rightarrow i_x = 2A$$

$$\rightarrow V_{oc} = V_{th} = 2i_x - 3(40 - 8i_x) = 26i_x - 120 = -68V$$

در نتیجه:

$$R_{th} = \frac{V_{oc}}{i_{sc}} = \frac{-68}{-13.6} = 5\Omega$$

حال مدار i_{sc} را رسم می‌کنیم.



در این بخش مشاهده می‌کنیم که جریان عبوری از مقاومت R_1 برابر ۲ آمپر و جریان عبوری از مقاومت برابر ۱۵.۶ آمپر است. در نتیجه با کمک KCL داریم

$$i_{sc} = i_N = 2 - 15.6 = -13.6 \text{ A}$$

مدار را مشابه مدار قبلی می‌بندیم با این تفاوت که دو سر A و B را مدار باز قرار می‌دهیم.

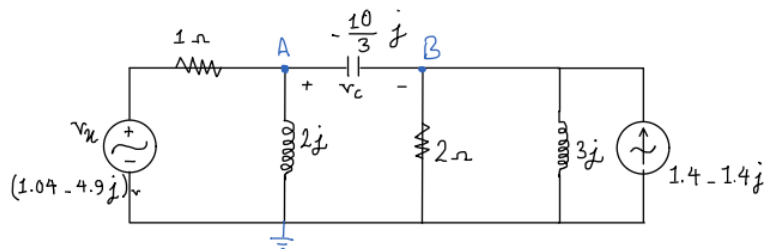
با توجه به شکل داریم:

$$\begin{aligned} V_A &= -68v, V_B = 0v \\ \Rightarrow V_{AB} &= V_{OC} = V_{TH} = V_A - V_B \\ &= -68 - 0 = -68v \end{aligned}$$

حال با توجه به مدارهای رسم شده، R_{TH} را محاسبه می‌کنیم.

$$R_{th} = \frac{V_{oc}}{i_{sc}} = \frac{-68}{-13.6} = 5\Omega$$

سوال ۳

ابتدا مقادیر V_C و i_{V_X} را به دست می آوریم:

$$Z_L = j\omega L, Z_C = -\frac{j}{\omega C}$$

$$V_x = 5 \sin(20t + 12^\circ) = 5 \cos(20t - 78^\circ) = 5 \angle -78^\circ$$

$$= 5 (\cos(-78) + j \sin(-78)) \approx (1.04 - 4.9j) \text{ V}$$

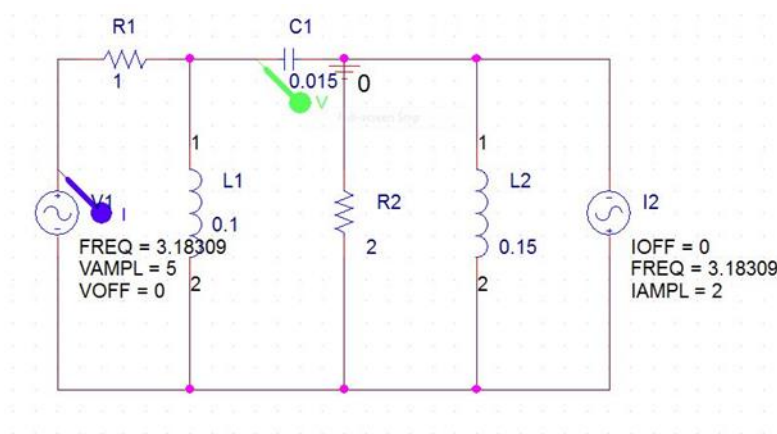
$$I_x = 2 \sin(20t + 45^\circ) = 2 \cos(20t - 45^\circ) = 2 \angle -45^\circ = 2 (\cos(-45^\circ) + j \sin(-45^\circ)) = 1.4 - 1.4j$$

$$KCL A: \frac{V_A - 0}{2j} + \frac{V_A - V_x}{1} + \frac{V_A - V_B}{-\frac{10}{3}j} = 0 \rightarrow (1 - 0.2j)V_A - 0.3jV_B = 1.04 - 4.9j$$

$$KCL B: \frac{V_B - V_A}{-\frac{10}{3}j} + \frac{V_B}{2} + \frac{V_B}{3j} = I_x \rightarrow -\frac{3}{10}jV_A + (\frac{1}{2} - 0.03j)V_B = 1.4 - 1.4j$$

$$\rightarrow V_A = 2.04 - 3.07j, V_B = 4.72 - 1.29j \rightarrow V_{AB} = -2.68 - 1.78j = 3.21 \cos(20t - 146.4^\circ)$$

$$I_{V_2} = \frac{V_x - V_A}{1} = 1.04 - 4.9j - 2.04 + 3.07j = -1 - 1.83j = 2.1 \cos(20t - 118.65^\circ)$$



حال مدار را روی OrCAD

پیاده سازی می کنیم.

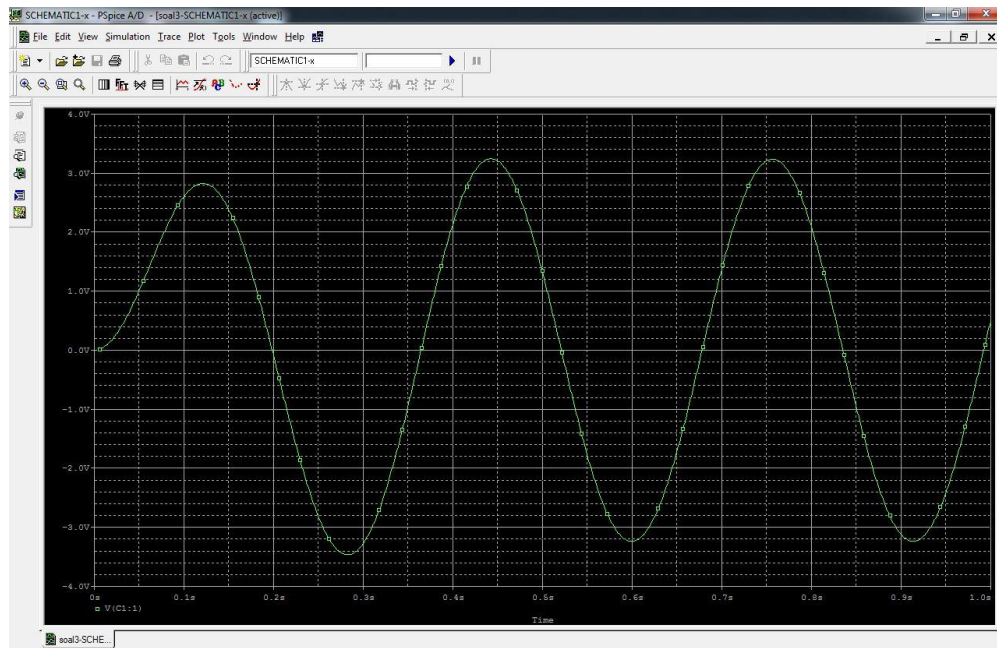
نکته قابل توجه در این بخش،

مقدار دهی مقادیر منابع متناوب است.

ولتاژ / جریان آفست که مقادیر آنها در این سوال صفر است. $VOFF / IOFF =$ فرکانس که از رابطه $f = \omega/2\pi$ به دست می آید. $FREQ =$

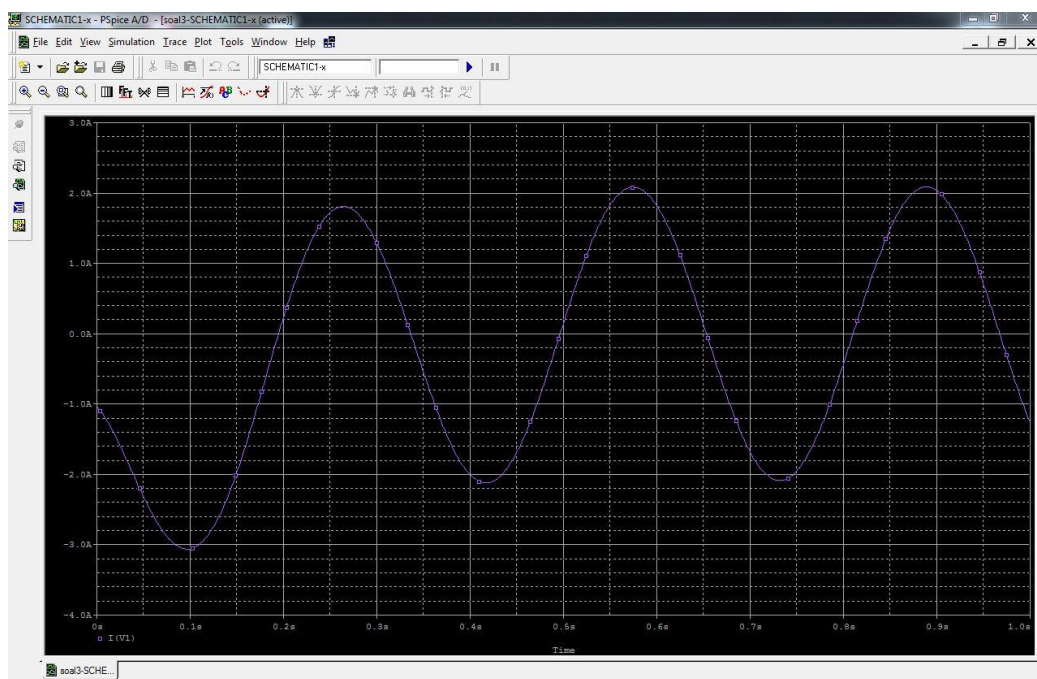
ولتاژ امپلیفایر که بیشترین مقدار ولتاژ را نشان می‌دهد. $V_{AMP} / I_{AMP} =$

سر منفی خازن را زمین فرض میکنیم تا سر دیگر آن برابر با ولتاژ عبوری از خازن شود. سپس با ران کردن برنامه و قرار دادن نشانگر جریان در شاخه‌ای که منبع ولتاژ هست و همچنین نشانگر ولتاژ در پلاریته مثبت خازن، می‌توانیم نمودار ناشی از جریان و ولتاژ را مشاهده کنیم.



همان‌طور که مشاهده می‌شود، نمودار با ولتاژ خازن به دست آمده مطابقت دارد:

$$V_C = 3.21 \cos(20t + 123.6^\circ)$$

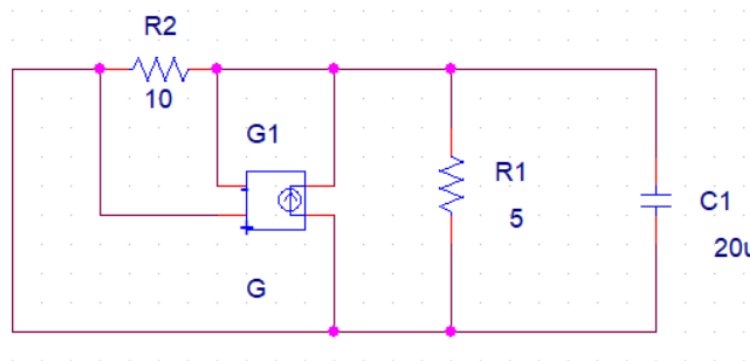


همان‌طور که مشاهده می‌شود، نمودار با جواب به دست آمده از جریان عبوری از منبع ولتاژ تطابق دارد:

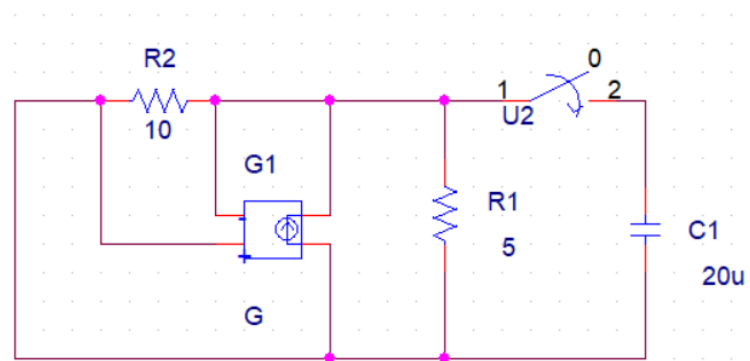
$$i_{V_x} = 2.1 \cos(20t + 61.35^\circ)$$

سوال ۴

ابتدا مقاومت‌ها، خازن و منبع جریان وابسته را به مدار اضافه می‌کنیم:



برای اضافه کردن کلید، ابتدا کتابخانه ANL_MISC را اضافه کرده و سپس قطعه Sw_tClose را اضافه می‌کنیم:



در نهایت برای V_s ، از قطعه VPULSE استفاده می‌کنیم و مقادیر زیر را روی آن تنظیم می‌کنیم:

$$TD = 0$$

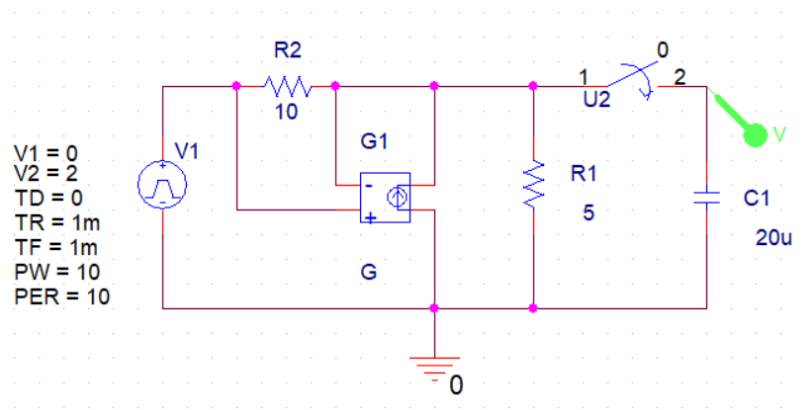
$$TR = TF = 1\text{ms}$$

$$PER = PW = 10$$

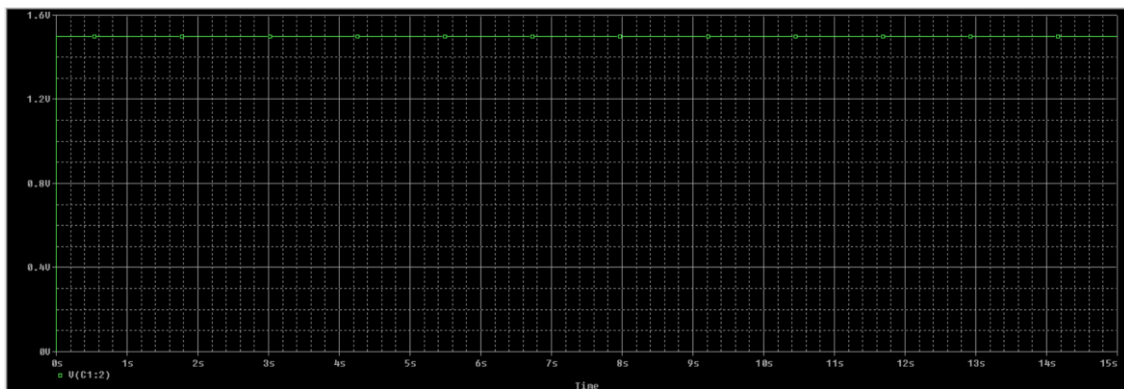
$$V1 = 0$$

$$V2 = 2$$

اتصال به زمین را طوری اضافه می‌کنیم که ولتاژ قطب منفی V_C صفر شود. همچنین Voltage marker را اضافه می‌کنیم:



شبیه‌سازی را برای ۱۵ ثانیه اجرا می‌کنیم:



برای قسمت دوم، مقادیر زیر را برای V_s تنظیم می‌کنیم تا یک دوره کامل را بتوان در شبیه‌سازی دید:

$$TD = 0$$

$$TR = TF = 1\text{ms}$$

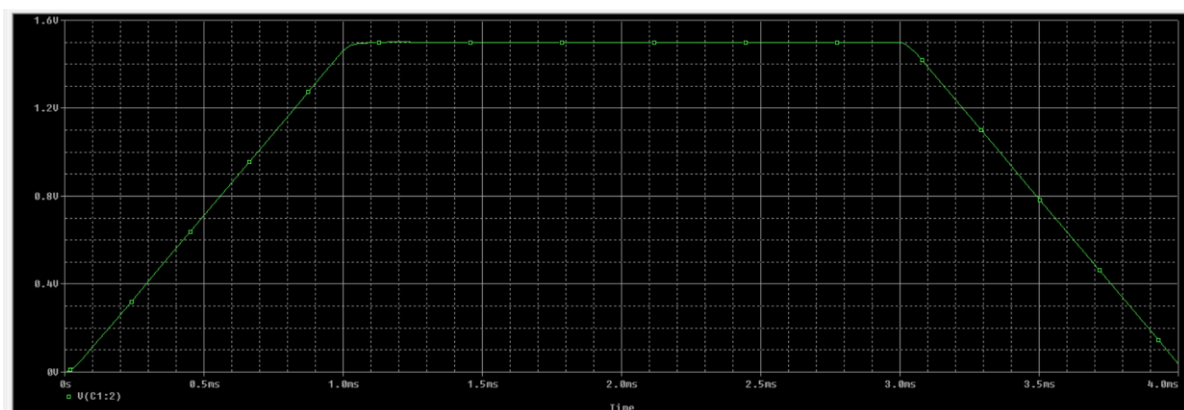
$$PW = 2\text{ms}$$

$$PER = 4\text{ms}$$

$$V1 = 0$$

$$V2 = 2$$

با مقادیر جدید، شبیه‌سازی را برای 4ms دوباره اجرا می‌کنیم:



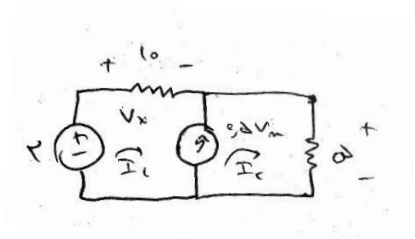
حال محاسبات را روی کاغذ انجام می‌دهیم.

در زمان $t = 0^+$ ، چون کلید باز است، واضح است که $V_C = 0$.

همچنین چون جریان خازن جهش ندارد، در نتیجه در زمان $t = 0^-$ نیز $V_C = 0$.

در زمان $t = \infty$ ، مدار به شکل روبه‌رو در می‌آید. با استفاده از

تحلیل مش داریم:



$$-2 + 10I_1 + 5I_2 = 0$$

$$I_2 - I_1 = 0.5 \times 10I_1 = 5I_1$$

$$\Rightarrow I_2 = 0.3 \Rightarrow V_C = 5I_2 = 1.5$$