

به نام پاک آفریدگار

دانشکده مهندسی و علوم کامپیوتر

تمرین سری هفتم درس آمار و احتمال مهندسی، دی ماه 1400

مدرس: فرشاد صفایی

حل تمرین: سیداحسان سجادی - علیرضا زمانی - کامیاب عابدی - علیرضا چقامیرزایی



1- الف) ویژگی‌های هر برآوردگر خوب (good estimator) را نام ببرید.

ب) نشان دهید با اختیار کردن مقدار  $\frac{1}{n}$  برای هر وزن  $(\forall a_i)$  برآوردگر میانگین وزنی نمونه‌های تصادفی به شکل  $\sum a_i x_i$  می‌تواند یک برآوردگر خوب محسوب شود.

2- براساس اطلاعات کنترل کیفی یک شرکت سازنده قطعات الکترونیکی، متوسط طول عمر برابر با 87000 و انحراف استاندارد برابر 4000 است. اگر بخواهیم با فاصله اطمینان 95% حداکثر خطای برآورد متوسط طول عمر 1000 باشد، اندازه نمونه را چه قدر بایستی انتخاب کنیم؟

3- برای تعیین طول عمر یک مولفه تعداد 8 نمونه مختلف و مستقل را به شرح زیر ثبت کرده‌ایم. محدوده فاصله اطمینان 95% را برای میانگین طول عمر به دست آورید.

$$\Rightarrow 14.26, 16.78, 13.65, 10.83, 12.64, 13.37, 16.2, 14.94$$

4- فرض کنید یک نمونه 25 تایی تصادفی از یک توزیع نرمال با میانگین نامعلوم و واریانس 4 اختیار کرده‌ایم. به ازای چه مقداری از C (ناحیه بحرانی) احتمال خطای نوع اول 10% خواهد شد؟

5- یک شرکت سازنده CPU ادعا میکند که طول عمر CPU های تولیدی‌اش دارای توزیع نرمال با متوسط 800 و انحراف معیار 40 است. اگر یک نمونه 30 تایی با متوسط 788 داشته باشیم، به کمک p-value فرض  $H_0: \mu = 800$  را در برابر  $H_1: \mu \neq 800$  در سطح 5% آزمون کنید.

6- فرض کنید  $X_1, X_2, X_3$  یک نمونه 3 تایی از جامعه‌ای با متوسط 10 و واریانس 5 باشد. از دو آماره زیر کدامیک را ترجیح می‌دهید؟ دلایل تان برای این انتخاب چیست؟

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 X_i \quad \bar{X}_2 = \frac{1}{4} (X_1 + 2X_2 + X_3) \quad \text{و}$$

7- در آزمون  $\begin{cases} H_0: \mu = 10 \\ H_1: \mu = 12 \end{cases}$  است. برای میانگین جامعه نرمال با واریانس 4 در صورتی که ناحیه بحرانی به شکل  $\bar{X} > 11$  تعریف شود، مقادیر

خطاهای نوع اول و دوم را برای نمونه تصادفی به اندازه 25 تعیین کنید.

8- فرض کنید یافته‌های ما از یک نمونه تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر  $p$  به صورت زیر باشد:

1,0,0,1,1,0,0,1

احتمال خطای نوع اول را برای آزمون  $\begin{cases} H_0: p = 1/4 \\ H_1: p > 1/4 \end{cases}$  و با فرض اینکه ناحیه بحرانی به صورت  $C = \{\sum_{i=1}^8 x_i > 7\}$  تعریف شده باشد، محاسبه کنید.

9- الف) براساس یک نمونه تصادفی 30 تایی، میانگین نمونه برابر 960 و انحراف استاندارد 200 محاسبه شده است. تعداد نمونه‌ها چند عدد بایستی باشد تا با خطای 5% طول فاصله اطمینان برابر 98 گردد؟

ب) دو نمونه تصادفی از دو جامعه نرمال مستقل را انتخاب و نتایج زیر را به دست آورده‌ایم:

نمونه جامعه اول	3	2/5	3/1	3/4	3/5	-	-
نمونه جامعه دوم	3	3/2	3/3	2/7	2/5	3/4	2/7

آیا در سطح آزمون 1% میتوان گفت که انحراف معیار جامعه اول از انحراف معیار جامعه دوم بزرگتر است؟