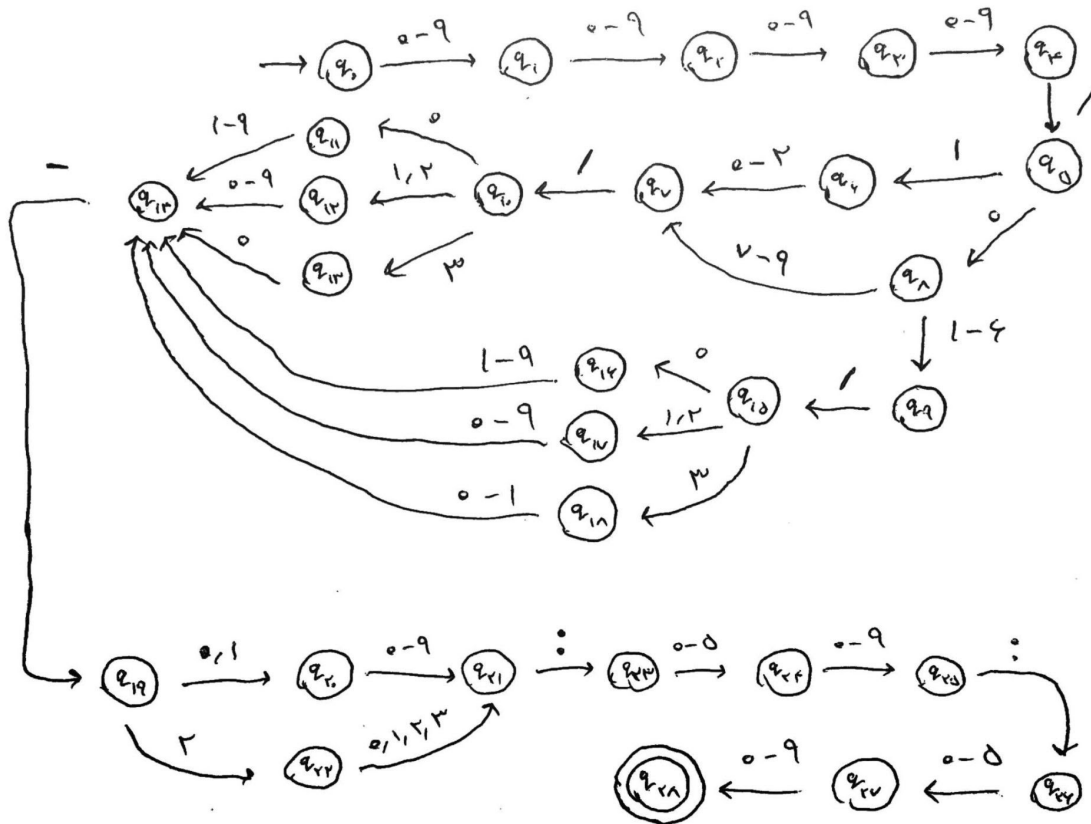


نظریه زبان و ماشین - دکتر قوامی زاده

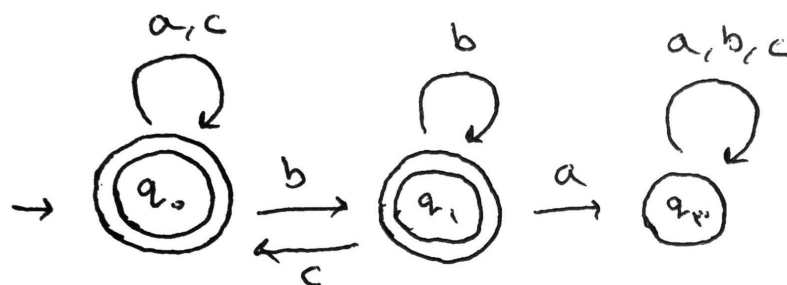
امیرحسین منصوری - ۹۹۲۴۳۰۶۹ - تمرین سری ۲

سوال ۱



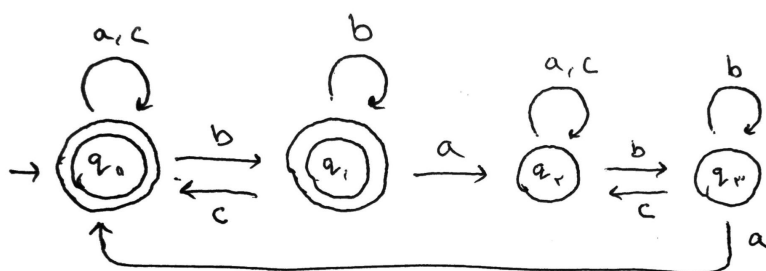
توضیح: ابتدا ۴ رقم دلخواه و یک slash می‌خوانیم (تا وضعیت q_5). برای خواندن عدد ماه، به این شکل عمل می‌کنیم که اگر رقم اول عدد ماه (دهگان)، برابر ۱ باشد، یا رقم دهگان برابر صفر باشد و رقم بعدی (یکان) برابر ۷، ۸، یا ۹ باشد، تاریخ ورودی در نیمه دوم سال است و بنابراین به وضعیت q_7 می‌رویم. در غیر این صورت، تاریخ ورودی در نیمه اول سال است و بنابراین به وضعیت q_9 می‌رویم. در وضعیت q_7 ، که مربوط به نیمه دوم سال است، یک slash و اعداد ۰۱ تا ۳۰ را پذیرش می‌کنیم و در وضعیت q_9 که مربوط به نیمه اول سال است، اعداد ۰۱ تا ۳۱ را پذیرش می‌کنیم و در هر دو حالت به q_{14} می‌رسیم. بعد از خواندن یک خط فاصله، اعداد ۰۰ تا ۲۳ را به عنوان عدد ساعت پذیرش می‌کنیم، و سپس دو بار اعداد ۰۰ تا ۵۹ را به عنوان عدد دقیقه و ثانیه پذیرش می‌کنیم و پذیرش رشته تمام می‌شود.

سوال ۲ - الف)



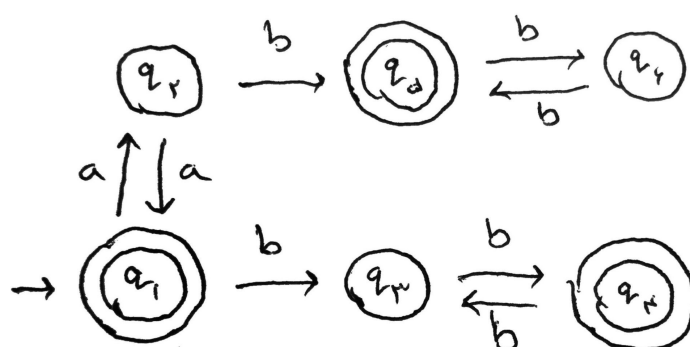
توضیح: در این ماشین، بعد از خواندن ba ، به وضعیت q_3 می‌رسیم که تنها حالت غیر شناسایی است. در نتیجه رشته‌های پذیرش شده دارای ba نیستند.

سوال ۲ - ب)



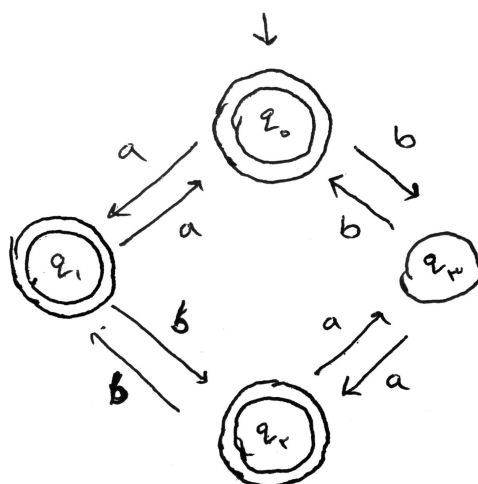
توضیح: در این ماشین، بعد از خواندن یک رشته شامل یک ba ، به وضعیت q_2 می‌رسیم، و بعد از آن برای رسیدن به حالت شناسایی، باید رشته‌ای شامل یک ba دیگر خوانده شود. در نتیجه حتما تعداد ba ها زوج خواهد بود.

سوال ۲ - پ)



توضیح: وضعیت q_1 ، مربوط به حالاتی است که تعداد a های وارد شده، زوج است. همچنین وضعیت q_2 ، مربوط به حالاتی است که تعداد a های وارد شده، فرد است. در صورتی که در وضعیت q_1 باشیم و شروع به خواندن b کنیم، تعداد b های خوانده شده باید زوج باشد تا شرط سوال برقرار باشد. به طور مشابه در صورتی که در وضعیت q_2 باشیم و شروع به خواندن b کنیم، تعداد b های خوانده شده باید فرد باشد تا شرط سوال برقرار باشد.

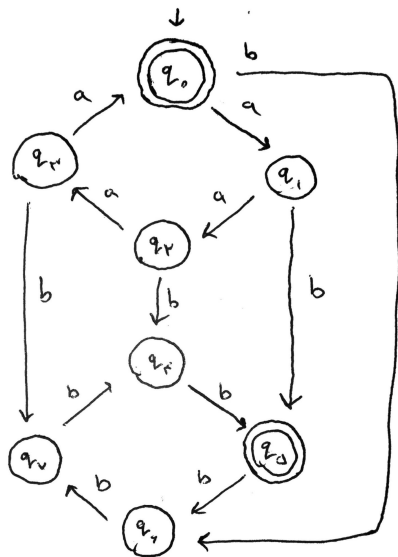
سوال ۲ - ت)



توضیح: وضعیت q_0 مربوط به رشته‌هایی است که تعداد a زوج و تعداد b زوج دارند. به طور مشابه حالت q_1 مربوط به رشته‌های دارای فرد a و زوج b ، حالت q_2 مربوط به رشته‌های دارای فرد a و فرد b ، و q_3 مربوط به رشته‌های دارای زوج a و فرد b است. چون در ابتدا که کاراکتری نخواندیم تعداد a و b های خوانده شده برابر

صفر و زوج است، پس حالت شروع باید q_0 باشد. همچنین با خواندن هر کاراکتر، بین وضعیت‌های مشخص شده جابه‌جا می‌شویم. در نهایت وضعیت‌هایی که در آن‌ها تعداد a فرد یا تعداد b زوج است، به عنوان حالت شناسایی مشخص شده‌اند.

سوال ۲ - ث



توضیح: با توجه به شرط سوال و با فرض این که $n_a(w) \geq n_b(w)$:

$$3(n_a(w) - n_b(w)) \equiv 0 \pmod{4}$$

$$\Rightarrow n_a(w) - n_b(w) \equiv 0 \pmod{4}$$

$$\Rightarrow n_a(w) \equiv n_b(w) \pmod{4}$$

همچنین اگر $n_a(w) < n_b(w)$ ، به طور مشابه به همین نتیجه

می‌رسیم. پس باقی‌مانده تقسیم تعداد a بر ۴ باید برابر با باقی‌مانده

تقسیم تعداد b بر ۴ باشد.

در ماشین روبه‌رو، q_0 وضعیتی است که در آن باقی‌مانده تعداد a های

وارد شده بر ۴، برابر صفر است. به طور مشابه q_3 ، q_2 ، q_1

وضعیت‌هایی هستند که در آن‌ها باقی‌مانده تعداد a های وارد شده

بر ۴، به ترتیب برابر ۱، ۲، و ۳ هستند.

همچنین در ماشین روبه‌رو، q_6 حالتی است که با خواندن یک b و

رفتن به آن، باید $4k$ تا b خوانده شود (با احتساب b که قبل از آن

خواندیم) تا بتوانیم به حالت شناسایی q_5 برسیم. به طور مشابه، q_4

q_5 و q_7 وضعیت‌هایی هستند که بعد از رسیدن به آن‌ها، باید به ترتیب $4k+2$ ، $4k+1$ ، و $4k+3$ تا b خوانده

شود (با احتساب یک b که برای رسیدن به آن‌ها می‌خوانیم) تا به حالت شناسایی q_5 برسیم. هر حالت q_1 تا

q_4 طوری به هر یک از حالت‌های q_4 تا q_7 وصل شده تا شرط $n_a(w) \equiv n_b(w) \pmod{4}$ برقرار باشد.

سوال ۳

برای رسیدن به q_4 ، که تنها حالت شناسایی است، تنها می‌توانیم از q_3 یا از q_1 به این حالت برویم. از q_3

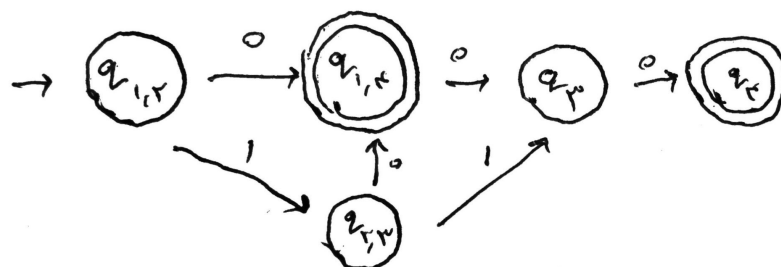
نمی‌توان با خواندن عدد ۱ به q_4 رسید. همچنین با توجه به فلش‌هایی که به q_1 می‌رسند، نمی‌توان با خواندن

کاراکتر ۱ به q_1 رسید. بنابراین هیچ کدام از رشته‌های مورد پذیرش این ماشین، با ۱ تمام نمی‌شوند. عدد ۲۵

نیز فرد است و نمایش باینری آن، دارای رقم سمت راست ۱ است. بنابراین توسط این ماشین پذیرش

نمی‌شود.

برای به دست آوردن عبارت منظم، ابتدا DFA معادل این ماشین را به دست می‌آوریم:



تنها با رشته‌های ۰ و ۱۰ می‌توان به وضعیت $q_{1,4}$ ، که یک وضعیت شناسایی است، رسید. همچنین تنها

می‌توان با رشته‌های ۰۰۰، ۱۰۰۰، و ۱۱۰ به وضعیت q_4 ، که یک وضعیت شناسایی دیگر است، رسید.

بنابراین عبارت منظم زبان این ماشین را می‌توان به صورت $110 | 1000 | 000 | 10 | 0$ نوشت.

سوال ۴ - الف

برای به دست آوردن حالات ممکن برای b ، روی باقی‌مانده تقسیم $n_a(w)$ بر ۶ حالت‌بندی می‌کنیم

$$: (k \in W)$$

۱- $n_a(w) = 6k$: در این حالت تعداد b دلخواه است.

۲- $n_a(w) = 6k + 1$ یا $n_a(w) = 6k + 5$: در این حالت، $n_a(w)$ نه بر ۲ و نه بر ۳ بخش پذیر است. بنابراین باید $n_b(w)$ بر ۶ بخش پذیر باشد.

۳- $n_a(w) = 6k + 2$ یا $n_a(w) = 6k + 4$: در این حالت، $n_a(w)$ بر ۲ بخش پذیر است اما بر ۳ بخش پذیر نیست. بنابراین $n_b(w)$ حتما باید بر ۳ بخش پذیر باشد (نیازی نیست بر ۲ بخش پذیر باشد).

۴- $n_a(w) = 6k + 3$: در این حالت، $n_a(w)$ بر ۳ بخش پذیر است اما بر ۲ بخش پذیر نیست. بنابراین $n_b(w)$ حتما باید بر ۲ بخش پذیر باشد (نیازی نیست بر ۳ بخش پذیر باشد).

با توجه به ۴ حالت بالا، می توان regex زیر را برای L نوشت:

$$(a^6)^*b^* \mid (a^6)^*(a \mid a^5)(b^6)^* \mid (a^6)^*(a^2 \mid a^4)(b^3)^* \mid (a^6)^*a^3(b^2)^*$$

که نشان می دهد زبان مورد نظر منظم است.

سوال ۴ - ب)

اعدادی به ۴ بخش پذیرند که در نمایش باینری آن ها، دو رقم اول صفر باشد. بنابراین برای زبان توصیف شده، می توان regex زیر را نوشت:

$$(0 \mid 1)^*00$$

که نشان می دهد زبان مورد نظر منظم است.
