

نظریه زبان و ماشین - دکتر قوامی زاده

امیرحسین منصوری - ۹۹۲۴۳۰۶۹ - تمرین سری ۴

سوال ۱-الف)

ابتدا وضعیت‌ها را بر اساس شناسایی بودن افراز می‌کنیم:

$$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_6\}, \{q_4, q_5\}$$

چون q_3 و q_6 وضعیت تله هستند، بودن یا نبودن آن‌ها تفاوتی در رشته‌های پذیرش شده ندارد. بنابراین آن‌ها را حذف می‌کنیم:

$$\{q_0, q_1, q_2\}, \{q_4, q_5\}$$

داریم:

$$\delta(q_0, b) = q_2 (!)$$

$$\delta(q_1, b) = q_4$$

$$\delta(q_2, b) = q_5$$

پس وضعیت q_0 باید جدا شود:

$$\{q_0\}, \{q_1, q_2\}, \{q_4, q_5\}$$

داریم:

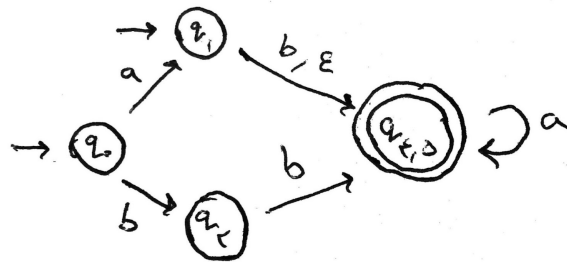
$$\delta(q_1, \varepsilon) = q_4$$

$$\delta(q_2, \varepsilon) = \emptyset (!)$$

پس q_1 و q_2 هم باید جدا شوند:

$$\{q_0\}, \{q_1\}, \{q_2\}, \{q_4, q_5\}$$

در نتیجه DFA نهایی به صورت زیر است:



سوال ۱-ب)

ابتدا وضعیت‌ها را بر اساس شناسایی بودن یا نبودن به صورت زیر افراز می‌کنیم:
 $\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_7, q_8\}, \{q_4, q_5, q_6\}$

حال داریم:

$$\delta(q_0, a) = q_1$$

$$\delta(q_1, a) = q_3$$

$$\delta(q_2, a) = q_5 (!)$$

$$\delta(q_3, a) = q_6 (!)$$

$$\delta(q_7, a) = q_8$$

$$\delta(q_8, a) = q_7$$

بنابراین وضعیت‌های q_2 و q_3 باید جدا شوند:

$$\{q_2, q_3\}, \{q_0, q_1, q_7, q_8\}, \{q_4, q_5, q_6\}$$

داریم:

$$\delta(q_0, b) = q_2 (!)$$

$$\delta(q_1, b) = q_4$$

$$\delta(q_7, b) = q_6$$

$$\delta(q_8, b) = q_5$$

بنابراین q_0 هم باید جدا شود:

$$\{q_0\}, \{q_2, q_3\}, \{q_1, q_7, q_8\}, \{q_4, q_5, q_6\}$$

همچنین داریم:

$$\delta(q_1, a) = q_3 (!)$$

$$\delta(q_7, a) = q_8$$

$$\delta(q_8, a) = q_7$$

بنابراین q_1 هم باید جدا شود:

$$\{q_0\}, \{q_1\}, \{q_2, q_3\}, \{q_7, q_8\}, \{q_4, q_5, q_6\}$$

با بررسی بقیه وضعیت‌ها:

$$\delta(q_4, a) = q_4$$

$$\delta(q_5, a) = q_5$$

$$\delta(q_6, a) = q_4$$

$$\delta(q_2, b) = q_3$$

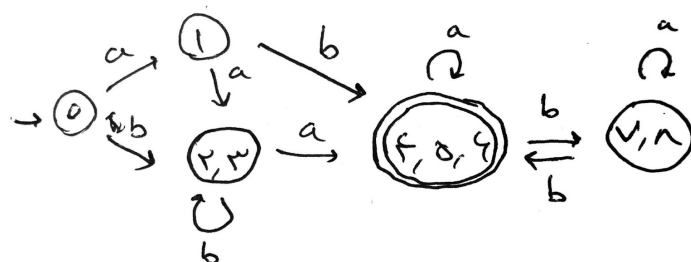
$$\delta(q_3, b) = q_3$$

$$\delta(q_4, b) = q_7$$

$$\delta(q_5, b) = q_8$$

$$\delta(q_6, b) = q_8$$

مشخص می‌شود که افراز وضعیت‌ها درست است و وضعیت‌هایی که در یک مجموعه هستند، معادلند.
 بنابراین DFA کمینه شده به شکل زیر است:



سوال ۱-پ)

ابتدا وضعیت‌ها را بر اساس شناسایی بودن یا نبودن به صورت زیر افراز می‌کنیم:
 $\{A, B, D, F, H, I\}, \{C, E, G\}$

داریم:

$$\begin{aligned}\delta(A, a) &= H \\ \delta(B, a) &= F \\ \delta(D, a) &= G \quad (!) \\ \delta(F, a) &= F \\ \delta(H, a) &= I \\ \delta(I, a) &= H\end{aligned}$$

بنابراین D باید جدا شود:

$$\{D\}, \{A, B, F, H, I\}, \{C, E, G\}$$

داریم:

$$\begin{aligned}\delta(A, b) &= E \quad (!) \\ \delta(B, b) &= C \quad (!) \\ \delta(F, b) &= A \\ \delta(H, b) &= A \\ \delta(I, b) &= B\end{aligned}$$

بنابراین A و B باید جدا شوند:

$$\{A, B\}, \{D\}, \{F, H, I\}, \{C, E, G\}$$

داریم:

$$\begin{aligned}\delta(C, a) &= A \\ \delta(E, a) &= B \\ \delta(G, a) &= F \quad (!)\end{aligned}$$

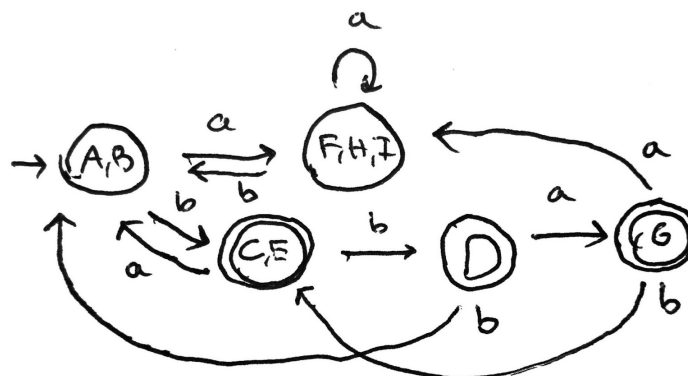
بنابراین G نیز باید جدا شود:

$$\{A, B\}, \{D\}, \{F, H, I\}, \{C, E\}, \{G\}$$

با بررسی بقیه وضعیت‌ها:

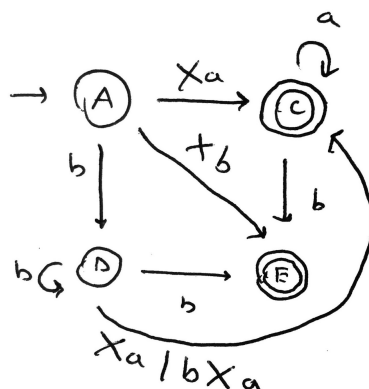
$$\begin{aligned}\delta(C, b) &= D \\ \delta(E, b) &= D \\ \delta(G, b) &= C\end{aligned}$$

مشخص می‌شود که افراز وضعیت‌ها درست است و وضعیت‌هایی که در یک مجموعه هستند، معادلند.
 بنابراین DFA کمینه شده به شکل زیر است:

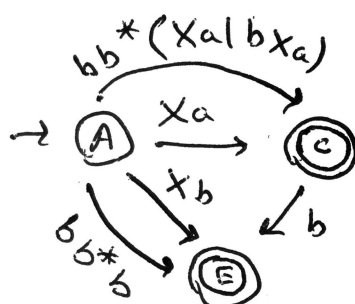


سوال ۲ - الف)

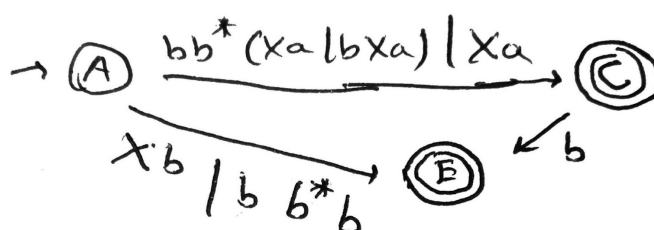
ابتدا وضعیت‌هایی که نه شناسایی هستند و نه شروع را حذف می‌کنیم. عبارت منظم $a(ba)^*$ را X می‌نامیم. بعد از حذف وضعیت B ماشین به شکل زیر در می‌آید:



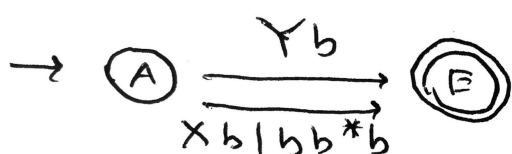
بعد از حذف وضعیت D ماشین به شکل زیر در می‌آید:



که می‌توان به صورت خلاصه تر آن را نوشت:



حال هر کدام از وضعیت‌های شناسایی را جداگانه حذف می‌کنیم و برای ماشین باقی‌مانده در هر مرحله عبارت منظم می‌نویسیم. عبارت منظم $bb^*(Xa|bXa)|Xa$ را Y می‌نامیم. بعد از حذف هر کدام از راس‌های E و C ، ماشین‌های زیر به دست می‌آیند:



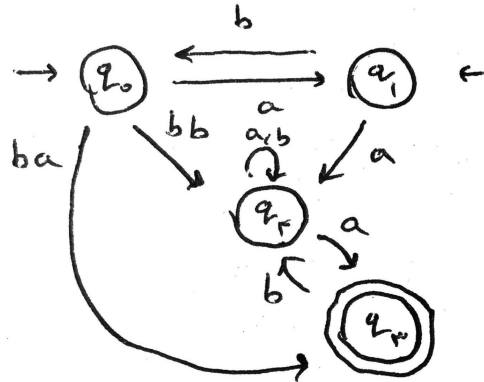
عبارت منظم نهایی حاصل OR کردن عبارت منظم این دو ماشین خواهد بود:

$$r = Y|Yb|Xb|bb^*b$$

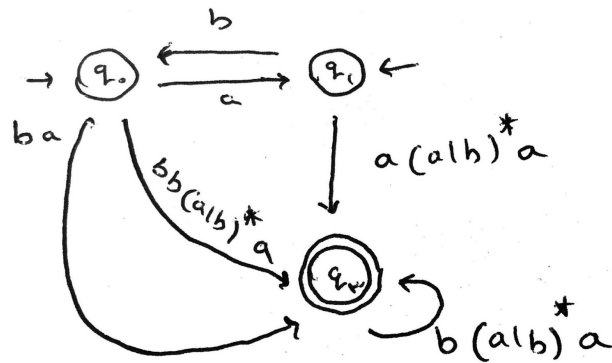
$$(Y = bb^*(Xa|bXa)|Xa, X = a(ba)^*)$$

سوال ۲ - ب)

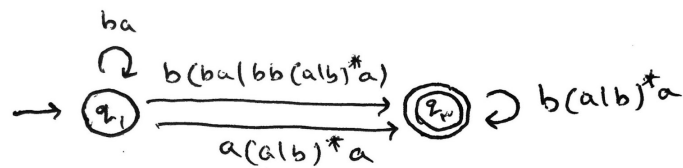
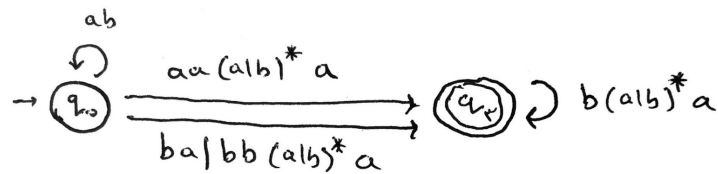
با حذف وضعیت q_2 ، ماشین به صورت زیر در می آید:



با حذف وضعیت q_4 ، ماشین به صورت زیر در می آید:



با حذف جداگانه هر کدام از وضعیت های شروع، ماشین به دو صورت زیر در می آید:



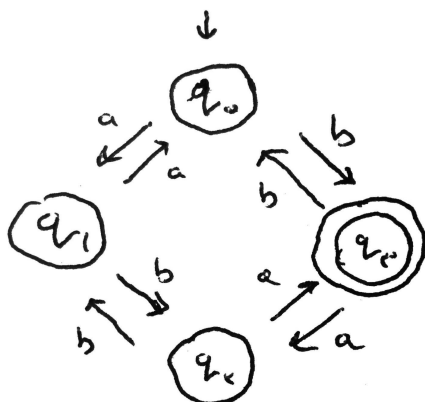
بنابراین regex ماشین مورد به صورت زیر خواهد بود:

$$(((ab)^*(aaXa|ba|bbXa))|((ba)^*(b(ba|bbXa)|aXa)(bXa)^*$$

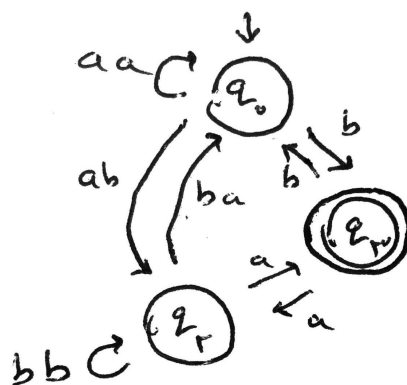
$$(X = (a|b)^*)$$

سوال ۳

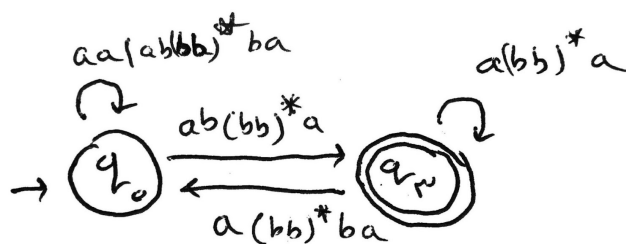
DFA متناظر L به صورت زیر است:



در بالا q_0 وضعیتی است که در آن رشته وارد شده زوج تا a و زوج تا b دارد. به همین ترتیب q_1 فرد تا a و زوج تا b ، همچنین q_2 فرد تا a و فرد تا b ، و q_3 زوج تا a و فرد تا b دارد. با حذف وضعیت q_1 ، ماشین به صورت زیر در می آید:



با حذف وضعیت q_2 ، ماشین به صورت زیر در می آید:



برای هر کدام از گذرها اسم می گذاریم:

$$X = aa|ab(bb)^*ba$$

$$Y = ab(bb)^*a$$

$$Z = a(bb)^*a$$

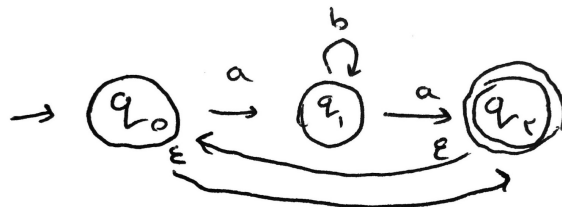
$$T = a(bb)^*ba$$

بنابراین regex نهایی به صورت زیر خواهد بود:

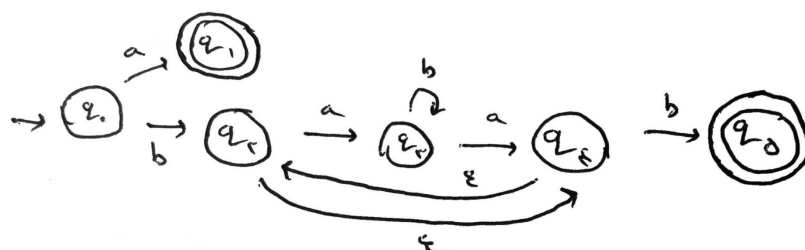
$$X^*Y(Z^*|Z^*TX^*Y)^*$$

سوال ۱-۴

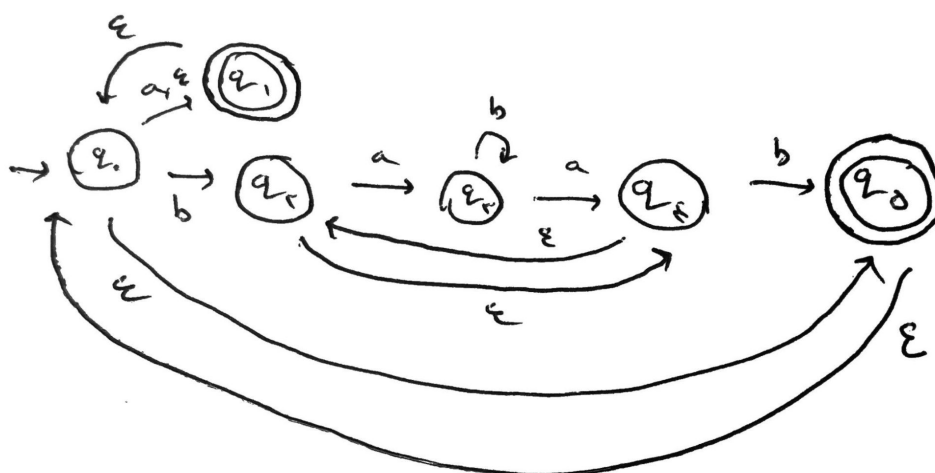
ماشین متناظر $(ab^*a)^*$ به صورت زیر است (در واقع کافیت ماشین ab^*a را بکشیم و وضعیت شروع آن را با گذر تهی به وضعیت شناسایی ببریم و از وضعیت شناسایی با گذر تهی به وضعیت شروع برویم):



ماشین متناظر $a|b(ab^*a)^*b$ به صورت زیر است:



در نهایت ماشین متناظر $(a|b(ab^*a)^*b)^*$ به صورت زیر است:

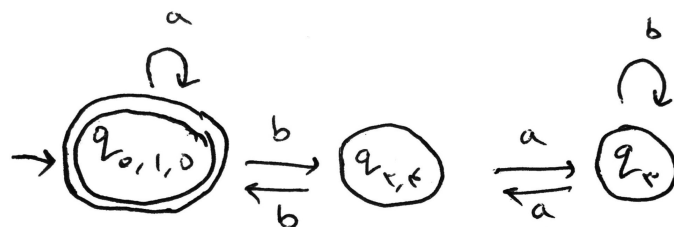


در نهایت با توجه به جدول‌های زیر (صفحه بعد):

t	a	b	state	ϵ -closure	δ	a	b	ϵ
0	0,1,5	2,4	0	0,1,5	0	1	2	1,5
1	0,1,5	2,4	1	0,1,5	1	\emptyset	\emptyset	0
2	3	0,1,5	2	2,4	2	3	\emptyset	4
3	2,4	3	3	3	3	4	3	\emptyset
4	3	0,1,5	4	2,4	4	\emptyset	5	2
5	0,1,5	2,4	5	0,1,5	5	\emptyset	\emptyset	0

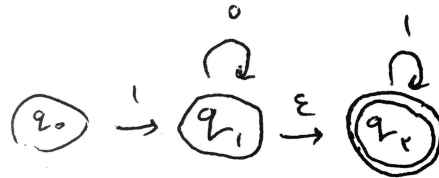
جدول t جدول ϵ -closure جدول δ

DFA مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:

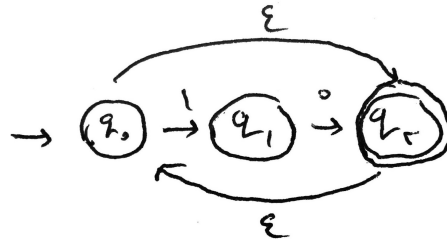


سوال ۴ - ۲)

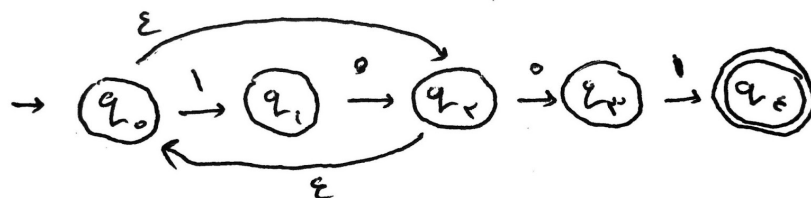
ماشین متناظر 10^*1^* به صورت زیر است:



ماشین متناظر $(10)^*$ به صورت زیر است (در واقع کافی است ماشین 10 را رسم کنیم و از وضعیت شناسایی به وضعیت شروع و همچنین از وضعیت شروع به وضعیت شناسایی دو گذر تهی رسم کنیم):



بنابراین ماشین متناظر $10^*1^*(10)^*$ به صورت زیر است:



با وصل کردن یک وضعیت شروع به ابتدای این دو ماشین، ماشین متناظر $10^*1^*(10)^*$ به دست می‌آید:

