

به نام پاک آفریدگار



دانشکده مهندسی و علوم کامپیوتر

تمرین سری ششم درس آمار و احتمال مهندسی، آذرماه 1400

مدرس: فرشاد صفایی

حل تمرین: سیداحسان سجادی - علیرضا زمانی - کامیاب عابدی - علیرضا چقامیرزایی

1- یلداتون مبارک(5+)

2- فرض کنید یک ذره در مبدأ واقع است. این ذره میتواند با احتمال p یک واحد روی محور x ها به راست و با احتمال q یک واحد به چپ حرکت کند. چه قدر احتمال دارد که این ذره پس از $2k$ حرکت ($k \geq 5$)، به میزان 10 واحد از مبدأ دور شده باشد؟

3- فرض کنید دو متغیر X و Y هر دو دارای توزیع هندسی و مستقل از هم باشند؛ مطلوبست $P\{X=Y\}$

4- الف) رابطه ریاضی بی حافظگی را برای توزیع هندسی اثبات کنید.

ب) فرض کنید یک تابع چگالی احتمال انتظار مشتری برای یک سرور به صورت $0.1e^{-0.1x}$ باشد. چه قدر احتمال دارد مشتری بیش از 15 دقیقه برای پاسخ از این سرور صرف کند در صورتی که بدانیم هنوز پس از 10 دقیقه در انتظار پاسخ از جانب سرور است.

5- فرض کنید متوسط تعداد از کارافتادگی سرور دانشگاه شهید بهشتی در طول یک ماه، 4 گزارش شده باشد که از توزیع پواسن تبعیت می کند.

الف) احتمال اینکه در طول یک هفته هیچ گونه از کارافتادگی در این سرور گزارش نشود، چه قدر است؟

ب) اگر تعداد از کارافتادگی ها در طول یک هفته در این سرور را با متغیر تصادفی X نمایش دهیم، تابع مولد گشتاور X را تعیین کنید و سپس به کمک آن میانگین و واریانس را به دست آورید.

ج) اگر فرض کنیم خطاهای رخ داده در روی یکی از کابل های اتصال این سرور از فرآیند پواسن با نرخ 1.2 خطا در دقیقه پیروی کند، احتمال اینکه در مدت 4 ثانیه از زمان ارسال داده ها هیچ خطایی وجود نداشته باشد چه قدر است؟

6- در یک توزیع دو جمله ای میانگین برابر 3 و انحراف استاندارد برابر با 0.5 است، در این صورت مطلوبست محاسبه تعداد آزمون ها.

7- احتمال وجود تلفن عمومی در یک خیابان فرعی برابر 0.3 است. احتمال وجود پنجمین تلفن عمومی در دهمین خیابان فرعی چه قدر است؟

8- اگر X یک متغیر تصادفی پواسن با نرخ λ باشد و $p(2)=2p(0)$ در این صورت مطلوبست محاسبه $p\{X^2 + X - 2 > 0\}$

9- رمز عبور یک شبکه کامپیوتری عددی 5 رقمی است و اگر شخصی 3 بار رمز را غلط وارد کند دیگر نمیتواند وارد شبکه گردد. فرض کنید شخص رمز خود را فراموش کرده و فقط عدد اول را به یاد می آورد و میدانند سایر عددها شامل 3, 3, 5, 5 هستند. فرد تصادفا رمز را وارد میکند و هربار فراموش میکند که بار قبلی چه عددی را وارد کرده است. احتمال اینکه این شخص بتواند وارد شبکه گردد چه قدر است؟

10- تیراندازی در هر بار پرتاب با احتمال 0.25 و مستقل از دفعات قبل هدفی را مورد اصابت قرار میدهد. در صورت اصابت، او امتیازی نمیگیرد. اما در صورت عدم اصابت، 2 نمره منفی به او تعلق میگیرد. چنانچه Q متغیر تصادفی و بیانگر امتیازات او تا رسیدن به چهارمین اصابت باشد، مقدار متوسط Q را محاسبه کنید.

11- اگر X و Y دو متغیر تصادفی دوجمله ای مستقل با پارامترهای یکسان n و p باشند، مطلوبست $P\{X=k / X+Y=m\}$