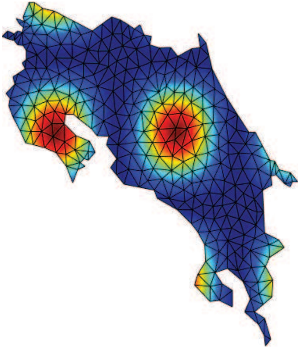
Presentación del curso MA1006
Introducción al Análisis Numérico



Filánder Sequeira Chavarría

II ciclo, 2020

Introducción

En este curso se utilizan todas las herramientas de los cursos de matemática previos:

Cálculo	Álgebra Lineal	Ec. Diferenciales
Una y varias variables	Sistema lineales, valores propios	Problemas de valor inicial

para estudiar como aplicarlas a problemas de interés científico en el área de la ingeniería.

Sin embargo, la mayoría de problemas de aplicación requieren una gran cantidad de operaciones, por lo que se utiliza la computadora para ayudar a realizar estos procesos de una manera veloz.

Introducción

En este curso se utilizan todas las herramientas de los cursos de matemática previos:

Cálculo	Álgebra Lineal	Ec. Diferenciales
Una y varias variables	Sistema lineales, valores propios	Problemas de valor inicial

para estudiar como aplicarlas a problemas de interés científico en el área de la ingeniería.

Sin embargo, la mayoría de problemas de aplicación requieren una gran cantidad de operaciones, por lo que se utiliza la computadora para ayudar a realizar estos procesos de una manera veloz.

Es por lo anterior que en este curso, además de la competencia matemática, se requieren las **habilidades de programación**.

Así, el curso

CI-0202
Principios de Informática

será requerimiento obligatorio de este curso.

Introducción

Las implementaciones de los algoritmos se harán utilizando el programa computacional MATLAB®.

Las primeras semanas de clases se reservan para conocer el programa MATLAB®. Luego, las sesiones siguientes serán para programar y modificar los algoritmos estudiados, realizar pruebas de rendimiento, pruebas programadas e incluso clases teóricas según el desarrollo de los temas a lo largo del ciclo.

Introducción

Las implementaciones de los algoritmos se harán utilizando el programa computacional MATLAB®.

Las primeras semanas de clases se reservan para conocer el programa MATLAB®. Luego, las sesiones siguientes serán para programar y modificar los algoritmos estudiados, realizar pruebas de rendimiento, pruebas programadas e incluso clases teóricas según el desarrollo de los temas a lo largo del ciclo.

Carpeta compartida

Los profesores ofrecen a los estudiantes la carpeta compartida:

https://drive.google.com/drive/folders/0ByCNx4SqGN6NamhPYzZwa3Z2c2M?usp=sharing

en la cual se puede hallar:

- la carta al estudiante del presente ciclo,
- instructivo para instalar MATLAB® en sus dispositivos personales,
- las listas de ejercicios del curso,
- evaluaciones de ciclos anteriores **con solución**,
- material de apoyo: presentaciones y notas sobre MATLAB®.

Carpeta compartida

Los profesores ofrecen a los estudiantes la carpeta compartida:

https://drive.google.com/drive/folders/0ByCNx4SqGN6NamhPYzZwa3Z2c2M?usp=sharing

en la cual se puede hallar:

- la carta al estudiante del presente ciclo,
- instructivo para instalar MATLAB® en sus dispositivos personales,
- las listas de ejercicios del curso,
- evaluaciones de ciclos anteriores **con solución**,
- material de apoyo: presentaciones y notas sobre MATLAB®.

Carpeta compartida

Los profesores ofrecen a los estudiantes la carpeta compartida:

https://drive.google.com/drive/folders/0ByCNx4SqGN6NamhPYzZwa3Z2c2M?usp=sharing

en la cual se puede hallar:

- la carta al estudiante del presente ciclo,
- instructivo para instalar MATLAB® en sus dispositivos personales,
- las listas de ejercicios del curso,
- evaluaciones de ciclos anteriores **con solución**,
- material de apoyo: presentaciones y notas sobre MATLAB®.

Carpeta compartida

Los profesores ofrecen a los estudiantes la carpeta compartida:

https://drive.google.com/drive/folders/0ByCNx4SqGN6NamhPYzZwa3Z2c2M?usp=sharing

en la cual se puede hallar:

- la carta al estudiante del presente ciclo,
- instructivo para instalar MATLAB® en sus dispositivos personales,
- las listas de ejercicios del curso,
- evaluaciones de ciclos anteriores **con solución**,
- material de apoyo: presentaciones y notas sobre MATLAB®.

Carpeta compartida

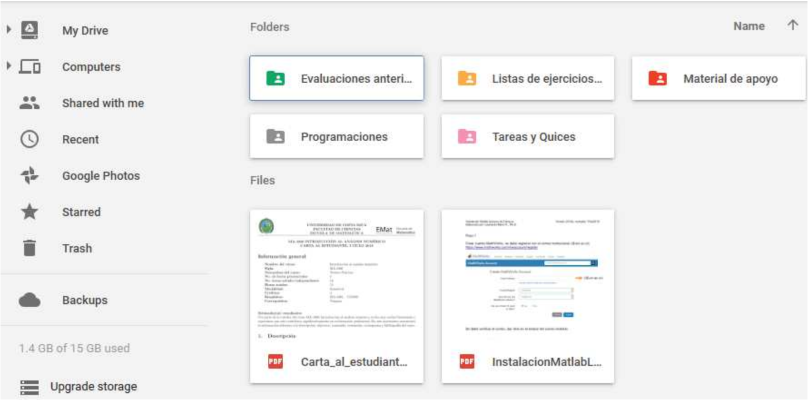
Los profesores ofrecen a los estudiantes la carpeta compartida:

https://drive.google.com/drive/folders/0ByCNx4SqGN6NamhPYzZwa3Z2c2M?usp=sharing

en la cual se puede hallar:

- la carta al estudiante del presente ciclo,
- instructivo para instalar MATLAB® en sus dispositivos personales,
- las listas de ejercicios del curso,
- evaluaciones de ciclos anteriores **con solución**,
- material de apoyo: presentaciones y notas sobre MATLAB®.

Carpeta compartida



Metodología

El desarrollo de las clases incluirá la facilitación a los estudiantes del material bibliográfico con los temas a desarrollar, junto con presentaciones que se han diseñado previamente y algunas de las herramientas metodológicas contempladas para desarrollar los temas de manera remota, tales como videoconferencias mediante las plataformas: ZOOM, Google Meet, Microsoft Teams o Whatsapp.

Además, se utilizará la plataforma virtual de la UCR (Mediación Virtual https://mv2.mediacionvirtual.ucr.ac.cr) para el desarrollo de las clases y las evaluaciones.

Las actividades sincrónicas a desarrollar serán en el horario de clases. Las actividades asincrónicas se desarrollarán en el horario que el estudiante considere conveniente, teniendo en cuenta que para este curso de disponer de al menos 10 horas de estudio independiente.

Metodología

La metodología para las clases asincrónicas puede ser resumida de la siguiente forma:

1. Al menos dos día antes de una clase el profesor enviará un video que corresponde a la materia a ver al día siguiente, el cual los estudiantes deben ver y realizar los ejercicios que allí se solicitan. Naturalmente, surgirán dudas, las cuales deben ser anotadas para el siguiente punto.
2. En el horario de clases, el profesor brindará aclaraciones relacionadas al video previamente enviado. Básicamente se darán consulta en horario de clases, pero se dará prioridad a las dudas del video previo, NO a dudas de videos anteriores (para eso son las horas de consulta). Esto, para garantizar que los estudiantes le están dedicando al curso el tiempo correspondiente (van al día). Esta forma de trabajo será con el programa ZOOM, Meet, Teams, o Whatsapp.

Metodología

La metodología para las clases asincrónicas puede ser resumida de la siguiente forma:

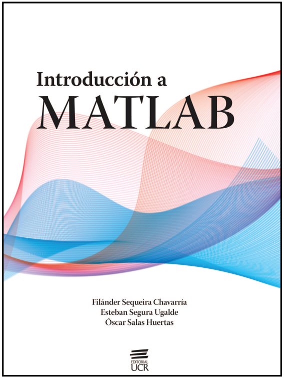
1. Al menos dos día antes de una clase el profesor enviará un video que corresponde a la materia a ver al día siguiente, el cual los estudiantes deben ver y realizar los ejercicios que allí se solicitan. Naturalmente, surgirán dudas, las cuales deben ser anotadas para el siguiente punto.
2. En el horario de clases, el profesor brindará aclaraciones relacionadas al video previamente enviado. Básicamente se darán consulta en horario de clases, pero se dará prioridad a las dudas del video previo, NO a dudas de videos anteriores (para eso son las horas de consulta). Esto, para garantizar que los estudiantes le están dedicando al curso el tiempo correspondiente (van al día). Esta forma de trabajo será con el programa ZOOM, Meet, Teams, o Whatsapp.

Asistencia y participación a las lecciones

La asistencia del curso no será obligatoria, debido a que pueden existir problemas relacionados a la presencialidad remota que impida esto. Sin embargo, por la naturaleza del curso, se requiere la presencia y participación en todas las clases, motivo por el cual, si el estudiantado presenta problemas frecuentes para conectarse, se recomienda comunicarse con el docente para obtener apoyo y recomendaciones. Similarmente, si un día no se puede asistir a una clase (situación particular), se recomienda escribir un correo al docente y comunicar de la ausencia.

Libro de MATLAB del curso

Se ha confeccionado para el curso un libro que le permite al estudiante reforzar el tema de MATLAB con la ayuda de más explicaciones, ejemplos y ejercicios.



Se puede comprar en el enlace:

https://libreriaucr.fundacionucr.ac.cr/index.php?route=product/product&product_id=1576

Evaluación

La evaluación de este curso es la siguiente:

Descripción	Valor	Tipo
I Parcial	35%	Teoría y Programación
II Parcial	30%	
III Parcial	35%	

En el caso de obtener una nota final entre 5.75 y 6.75, se tendrá derecho al examen de ampliación, en el cual:

- Se aprueba con nota superior o igual a 7. **No se aplica redondeo en la nota del examen**.
- En el examen se evalúa el tema de MATLAB®.

Evaluación

La evaluación de este curso es la siguiente:

Descripción	Valor	Tipo
I Parcial	35%	Teoría y Programación
II Parcial	30%	
III Parcial	35%	

En el caso de obtener una nota final entre 5.75 y 6.75, se tendrá derecho al examen de ampliación, en el cual:

- Se aprueba con nota superior o igual a 7. **No se aplica redondeo en la nota del examen**.
- En el examen se evalúa el tema de MATLAB®.

Contenidos de cada parcial

Respecto a la parte teórica de cada parcial, se consideran los siguientes contenidos.

Parcial	**Contenido**	**Sem.**
I	Solución de ecuaciones no lineales	2
	Métodos directos para sistemas lineales	2.5
II	Métodos iterativos para sistemas lineales	1.5
	Interpolación	2.5
III	Diferenciación e Integración	2.5
	Problemas de valor inicial	3

La parte programada será definida por cada profesor. Los estudiante deben seguir rigurosamente las instrucciones que su profesor brinde sobre esta parte.

Fechas de las evaluaciones

Examen	Fecha
I Parcial	Sábado 26 de setiembre, 8am
II Parcial	Sábado 24 de octubre, 8am
III Parcial	Sábado 28 de noviembre, 8am
Ampliación	Martes 08 de diciembre, 1pm

Problemas de conexión

En caso de presentarse un problema de conexión durante las clases, o alguna evaluación, el estudiantado debe comunicarse inmediatamente con el docente para solicitar recomendación de cómo proceder. En particular, se espera grabar las lecciones sincrónicas y tener estas disponibles en Mediación Virtual con el fin de que el estudiantado, que no pudo asistir a la clase, al menos observe la discusión de la misma. Similarmente, durante una evaluación el docente dará opciones de comunicación rápida, y así poder resolver cualquier inconveniente **relacionado al uso de herramientas tecnológicas que requieran de conexión a Internet**.

Sobre la copia

Cualquier detección de plagio, copia, o comunicación entre los estudiantes, o entre estudiantes y personas ajenas al curso, corresponderá a una calificación de 0 a todos los estudiantes involucrados.

Es importante aclarar que esta detección puede ser en un solo ejercicio, pero que la nota de cero será sobre la totalidad de la prueba respectiva.

Revisión oral de una evaluación

En caso de que el profesor lo considere conveniente, y sin la necesidad de dar explicación del por qué, este puede solicitar a un estudiante, o grupo particular de estudiantes, la revisión oral de una determinada evaluación. Al respecto, el profesor puede solicitar esta revisión no más de 8 días hábiles posterior a la fecha de entrega de la prueba. La hora y fecha será de mutuo acuerdo entre el estudiantado y el docente, y se llevará acabo mediante una plataforma para videoconferencias, donde el docente puede solicitar que el estudiante encienda su cámara y muestre en todo momento su cara. Debe existir una justificación satisfactoria, acompañada de documentación, para rechazar esta solicitud por parte del estudiantado. Asimismo, esta revisión será grabada y el estudiantado tendrá el derecho de poseer dicha grabación.

Revisión oral de una evaluación

En una revisión oral, el profesor hará preguntas relacionadas a los ejercicios de la prueba respectiva, además de que puede solicitar que el estudiante resuelva en tiempo real otros ejercicios (ya sea que estos se encuentren en la prueba o sean ejercicios adicionales). De acuerdo con los resultados de esta revisión oral, el docente puede considerar modificar la nota de la prueba correspondiente, independientemente de lo presentado originalmente, siempre que justifique al estudiantado la razón de este cambio. La nota final será definitiva y el profesor debe dar esta a más tardar un día hábil después de efectuada la correspondiente revisión oral.

Comunicación con los profesores

Nombre:	Filánder Sequeira Chavarría
Correo:	filander.sequeira.chavarria@una.cr
Consulta:	Miércoles 15:00-17:30

Nombre:	César Vargas Trejos
Correo:	cesar.vargastrejos@gmail.com
Consulta:	Lunes 19:00-21:00 (ZOOM) Martes 13:00-13:30 (atención a foros) Martes 19:00-21:00 (ZOOM) Miércoles 18:00-21:00 (atención a foros)

La asistencia de los estudiantes debe ser a su respectivo grupo.

Comunicación con los profesores

Nombre:	Filánder Sequeira Chavarría
Correo:	`filander.sequeira.chavarria@una.cr`
Consulta:	Miércoles 15:00-17:30

Nombre:	César Vargas Trejos
Correo:	`cesar.vargastrejos@gmail.com`
Consulta:	Lunes 19:00-21:00 (ZOOM) Martes 13:00-13:30 (atención a foros) Martes 19:00-21:00 (ZOOM) Miércoles 18:00-21:00 (atención a foros)

La asistencia de los estudiantes debe ser a su respectivo grupo.

Aritmética de precisión finita

EMat Escuela de Matemática

Filánder Sequeira Chavarría

Organización de la presentación

Introducción

Uno de los grandes retos durante el desarrollo de los temas de este curso, consiste en enfrentar **los problemas de la matemática en conjunto con los problemas de la computación**.

Por ejemplo, para realizar los cálculos matemáticos se trabaja claramente con números, los cuales son infinitos. Sin embargo, en la actualidad ningún dispositivo electrónico cuenta con una capacidad de almacenamiento de información infinita.

Introducción

Uno de los grandes retos durante el desarrollo de los temas de este curso, consiste en enfrentar **los problemas de la matemática en conjunto con los problemas de la computación**.

Por ejemplo, para realizar los cálculos matemáticos se trabaja claramente con números, los cuales son infinitos. Sin embargo, en la actualidad ningún dispositivo electrónico cuenta con una capacidad de almacenamiento de información infinita.

Introducción

Así, un número como $x := 0.\overline{27}$ no se puede guardar en una computadora. Por ello, lo que se hace es ingresar una aproximación como $x \approx 0.272727$.

Cualquier cálculo aritmético que involucre aproximaciones será a la vez una aproximación del valor real deseado. Esto sugiere que si se realizan múltiples operaciones con aproximaciones se obtendrá una **propagación del error**.

Introducción

Así, un número como $x := 0.\overline{27}$ no se puede guardar en una computadora. Por ello, lo que se hace es ingresar una aproximación como $x \approx 0.272727$.

Cualquier cálculo aritmético que involucre aproximaciones será a la vez una aproximación del valor real deseado. Esto sugiere que si se realizan múltiples operaciones con aproximaciones se obtendrá una **propagación del error**.

Introducción

Considere la siguiente operación aritmética:

$$(1 + 10^{-15} - 1) \times 10^{30}\,.$$

¿Cuál es el valor que se obtiene en la calculadora?

- En la calculadora se obtiene: `0`
- MATLAB® retorna: `1.11022302462516e+15`
- Mientras que el valor exacto es:

$$\begin{aligned}(1 + 10^{-15} - 1) \times 10^{30} &= (\cancel{1} + 10^{-15} - \cancel{1}) \times 10^{30} \\ &= 10^{-15} \times 10^{30} = 10^{15}\,.\end{aligned}$$

Hay diversos resultados debido a que las dispositivos electónicos **utilizan una cantidad finita de dígitos decimales.**

Introducción

Considere la siguiente operación aritmética:

$$(1 + 10^{-15} - 1) \times 10^{30} .$$

¿Cuál es el valor que se obtiene en la calculadora?

- En la calculadora se obtiene: `0`
- MATLAB® retorna: `1.11022302462516e+15`
- Mientras que el valor exacto es:

$$\begin{aligned}(1 + 10^{-15} - 1) \times 10^{30} &= (\cancel{1} + 10^{-15} - \cancel{1}) \times 10^{30} \\ &= 10^{-15} \times 10^{30} = 10^{15} .\end{aligned}$$

Hay diversos resultados debido a que las dispositivos electónicos **utilizan una cantidad finita de dígitos decimales.**

Introducción

Considere la siguiente operación aritmética:

$$(1 + 10^{-15} - 1) \times 10^{30} \, .$$

¿Cuál es el valor que se obtiene en la calculadora?

- En la calculadora se obtiene: `0`
- MATLAB® retorna: `1.110223024625157e+15`
- Mientras que el valor exacto es:

$$\begin{aligned}(1 + 10^{-15} - 1) \times 10^{30} &= (\cancel{1} + 10^{-15} - \cancel{1}) \times 10^{30} \\ &= 10^{-15} \times 10^{30} = 10^{15} \, .\end{aligned}$$

Hay diversos resultados debido a que las dispositivos electónicos **utilizan una cantidad finita de dígitos decimales.**

Introducción

Considere la siguiente operación aritmética:

$$(1 + 10^{-15} - 1) \times 10^{30}\,.$$

¿Cuál es el valor que se obtiene en la calculadora?

- En la calculadora se obtiene: `0`
- MATLAB® retorna: `1.110223024625157e+15`
- Mientras que el valor exacto es:

$$\begin{aligned}(1 + 10^{-15} - 1) \times 10^{30} &= (\cancel{1} + 10^{-15} - \cancel{1}) \times 10^{30} \\ &= 10^{-15} \times 10^{30} = 10^{15}\,.\end{aligned}$$

Hay diversos resultados debido a que las dispositivos electónicos **utilizan una cantidad finita de dígitos decimales.**

Introducción

Considere la siguiente operación aritmética:

$$(1 + 10^{-15} - 1) \times 10^{30} .$$

¿Cuál es el valor que se obtiene en la calculadora?

- En la calculadora se obtiene: `0`
- MATLAB® retorna: `1.110223024625157e+15`
- Mientras que el valor exacto es:

$$\begin{aligned}(1 + 10^{-15} - 1) \times 10^{30} &= (\cancel{1} + 10^{-15} - \cancel{1}) \times 10^{30} \\ &= 10^{-15} \times 10^{30} = 10^{15} .\end{aligned}$$

Hay diversos resultados debido a que las dispositivos electónicos **utilizan una cantidad finita de dígitos decimales**.

Los formatos de almacenamiento son los siguientes:

Precisión	# decimales	mín	máx
Simple	7	$\approx 10^{-100}$	$\approx 10^{100}$
Doble	16	$\approx 10^{-324}$	$\approx 10^{308}$

Una calculadora científica usual trabaja con precisión simple, mientras que una computadora trabaja en precisión doble.

Números punto flotante

Los formatos de almacenamiento son los siguientes:

Precisión	**# decimales**	**mín**	**máx**
Simple	7	$\approx 10^{-100}$	$\approx 10^{100}$
Doble	16	$\approx 10^{-324}$	$\approx 10^{308}$

Una calculadora científica usual trabaja con precisión simple, mientras que una computadora trabaja en precisión doble.

Organización de la presentación

Truncamiento y redondeo

Dado $x \in \mathbb{R}$, se denota por $\texttt{fl}(x)$ a su aproximación en algún formato de precisión finita. Dicha aproximación puede ser por **truncamiento** o por **redondeo**.

Por ejemplo, si se considera **un sistema de tres dígitos** y el número irracional

$$\begin{aligned} 2\sqrt{2} &= 2.82842712474\ldots \\ &= 0.282842712474\ldots \times 10^1 \end{aligned}$$

entonces

- Por truncamiento: $\texttt{fl}(2\sqrt{2}) = 0.282 \times 10^1 = 2.82.$
- Por redondeo: $\texttt{fl}(2\sqrt{2}) = 0.283 \times 10^1 = 2.83.$

Truncamiento y redondeo

Dado $x \in \mathbb{R}$, se denota por $\texttt{fl}(x)$ a su aproximación en algún formato de precisión finita. Dicha aproximación puede ser por **truncamiento** o por **redondeo**.

Por ejemplo, si se considera **un sistema de tres dígitos** y el número irracional

$$\begin{aligned} 2\sqrt{2} &= 2.82842712474\ldots \\ &= 0.282842712474\ldots \times 10^1 \end{aligned}$$

entonces

- Por truncamiento: $\texttt{fl}(2\sqrt{2}) = 0.282 \times 10^1 = 2.82.$
- Por redondeo: $\texttt{fl}(2\sqrt{2}) = 0.283 \times 10^1 = 2.83.$

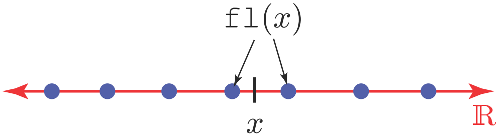
Truncamiento y redondeo

En **un sistema de cuatros decimales**, se tiene:

Número	**Truncamiento**	**Redondeo**
± 0.05555555294	± 0.0555	± 0.0556
± 0.00004109155	± 0.0000	± 0.0000
± 25.9999632461	± 25.9999	± 26.0000
± 107.000087256	± 107.0000	± 107.0001

Aproximación en precisión finita

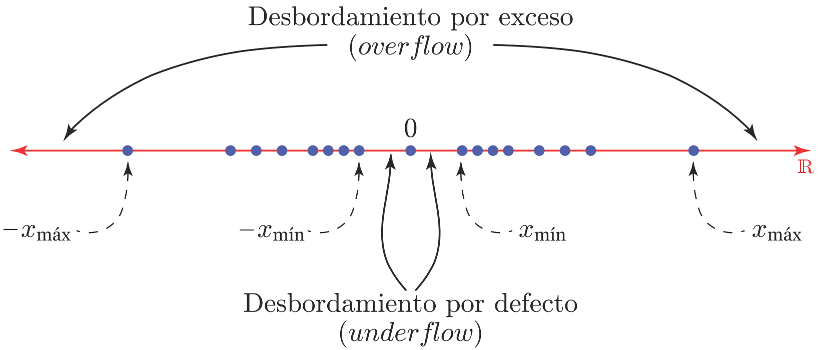
En general, $\texttt{fl}(x)$ es un valor que puede ser menor, igual o mayor que x.



● Valores del sistema de precisión finita

Desbordamiento

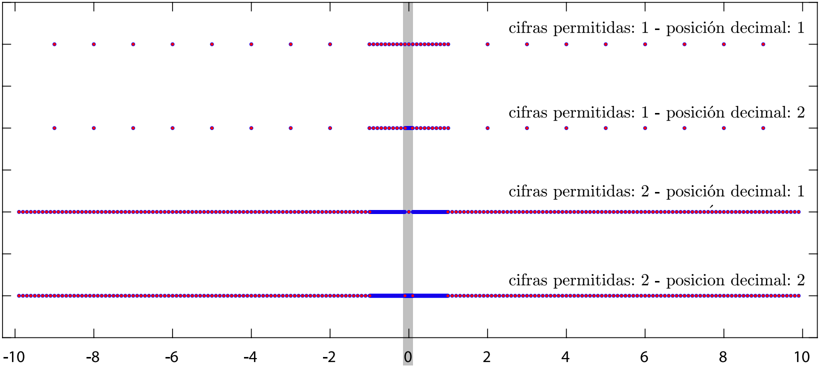
El número $\texttt{fl}(x)$ puede “salirse” del sistema de precisión finita.



Los números del sistema de precisión finita están en azul, mientras que el conjunto de todos los números reales ($\mathbb{R}$) está en rojo.

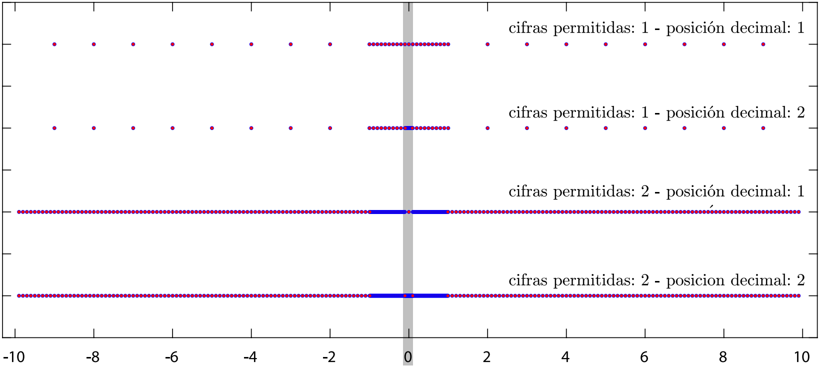
Organización de la presentación

Ejemplos de sistemas de precisión finita



En general, la mayor cantidad de números esta acumulada cerca de cero, mientras que los números que se alejan del mismo, están cada vez más distanciados entre sí.

Ejemplos de sistemas de precisión finita



En general, la mayor cantidad de números esta acumulada cerca de cero, mientras que los números que se alejan del mismo, están cada vez más distanciados entre sí.

Errores

Se consideran dos maneras de medir el error al aproximar x por $\texttt{fl}(x)$. Estos son:

- Error absoluto: $|x - \texttt{fl}(x)|$
- Error relativo: $\dfrac{|x - \texttt{fl}(x)|}{|x|}, \quad \text{si } x \neq 0$

Ejemplo

Considere los valores

$$x_1 \;:=\; 1.31 \qquad \text{y} \qquad x_2 \;=\; 0.12$$

tales que en un sistema de precisión finita se cumple que:

$$\texttt{fl}(x_1) \;=\; 1.30 \qquad \text{y} \qquad \texttt{fl}(x_2) \;=\; 0.11$$

Los errores absolutos coinciden:

$$|x_1 - \texttt{fl}(x_1)| \;=\; |x_2 - \texttt{fl}(x_2)| \;=\; 0.01\,,$$

mientras que, los errores relativos no:

$$\frac{|x_1 - \texttt{fl}(x_1)|}{|x_1|} \;=\; 0.0076335 \quad \text{y} \quad \frac{|x_2 - \texttt{fl}(x_2)|}{|x_2|} \;=\; 0.0833333.$$

Ejemplo

Considere los valores

$$x_1 \;:=\; 1.31 \qquad \text{y} \qquad x_2 \;=\; 0.12$$

tales que en un sistema de precisión finita se cumple que:

$$\mathtt{fl}(x_1) \;=\; 1.30 \qquad \text{y} \qquad \mathtt{fl}(x_2) \;=\; 0.11$$

Los errores absolutos coinciden:

$$|x_1 - \mathtt{fl}(x_1)| \;=\; |x_2 - \mathtt{fl}(x_2)| \;=\; 0.01\,,$$

mientras que, los errores relativos no:

$$\frac{|x_1 - \mathtt{fl}(x_1)|}{|x_1|} \;=\; 0.0076335 \quad \text{y} \quad \frac{|x_2 - \mathtt{fl}(x_2)|}{|x_2|} \;=\; 0.0833333.$$

Ejemplo

Considere los valores

$$x_1 \;:=\; 1.31 \qquad \text{y} \qquad x_2 \;=\; 0.12$$

tales que en un sistema de precisión finita se cumple que:

$$\mathtt{fl}(x_1) \;=\; 1.30 \qquad \text{y} \qquad \mathtt{fl}(x_2) \;=\; 0.11$$

Los errores absolutos coinciden:

$$|x_1 - \mathtt{fl}(x_1)| \;=\; |x_2 - \mathtt{fl}(x_2)| \;=\; 0.01\,,$$

mientras que, los errores relativos no:

$$\frac{|x_1 - \mathtt{fl}(x_1)|}{|x_1|} \;=\; 0.0076335 \quad \text{y} \quad \frac{|x_2 - \mathtt{fl}(x_2)|}{|x_2|} \;=\; 0.0833333.$$

Ejemplo

Nótese que los **errores absolutos** muestran que:

$\texttt{fl}(x_1)$ está tan cerca de x_1, como $\texttt{fl}(x_2)$ de x_2.

Por otro lado, los **errores relativos** establecen que:

$\texttt{fl}(x_1)$ aproxima mejor a x_1 que $\texttt{fl}(x_2)$ a x_2,

lo cual es cierto, ya que cerca de cero (como es el caso de x_2) hay la mayor cantidad de números de punto flotante, mientras que si están lejos de cero, hay menos posibles valores para usar como representaciones.

En general, para este curso nos interesará principalmente el error relativo.

Ejemplo

Nótese que los **errores absolutos** muestran que:

$\texttt{fl}(x_1)$ está tan cerca de x_1, como $\texttt{fl}(x_2)$ de x_2.

Por otro lado, los **errores relativos** establecen que:

$\texttt{fl}(x_1)$ aproxima mejor a x_1 que $\texttt{fl}(x_2)$ a x_2,

lo cual es cierto, ya que cerca de cero (como es el caso de x_2) hay la mayor cantidad de números de punto flotante, mientras que si están lejos de cero, hay menos posibles valores para usar como representaciones.

En general, para este curso nos interesará principalmente el error relativo.

Dígitos significativos

Definición

Se dice que $\texttt{fl}(x)$ aproxima a x con $\boldsymbol{t}$ **dígitos significativos**, si t es el mayor entero no-negativo para el cual se cumple que:

$$\frac{|x - \texttt{fl}(x)|}{|x|} < 5 \times 10^{-t}.$$

Por ejemplo

Error relativo	Dígitos significativos
0.0090433462	2
0.0433238075	2
0.0000026829	6
0.0592337492	1
0.8934832423	0
1.0000498565	0

Dígitos significativos

Definición

Se dice que $\texttt{fl}(x)$ aproxima a x con $\boldsymbol{t}$ **dígitos significativos**, si t es el mayor entero no-negativo para el cual se cumple que:

$$\frac{|x - \texttt{fl}(x)|}{|x|} < 5 \times 10^{-t}.$$

Por ejemplo

Error relativo	**Dígitos significativos**
0.0090433462	2
0.0433238075	2
0.0000026829	6
0.0592337492	1
0.8934832423	0
1.0000498565	0

Dígitos significativos

Definición

Se dice que $\mathtt{fl}(x)$ aproxima a x con $\boldsymbol{t}$ **dígitos significativos**, si t es el mayor entero no-negativo para el cual se cumple que:

$$\frac{|x - \mathtt{fl}(x)|}{|x|} < 5 \times 10^{-t}.$$

Por ejemplo

Error relativo	**Dígitos significativos**
0.0090433462	2
0.0433238075	2
0.0000026829	6
0.0592337492	1
0.8934832423	0
1.0000498565	0

Ejemplo

Del ejemplo anterior, donde:

$$\frac{|x_1 - \mathtt{fl}(x_1)|}{|x_1|} = 0.0076335 \quad \text{y} \quad \frac{|x_2 - \mathtt{fl}(x_2)|}{|x_2|} = 0.0833333,$$

se puede apreciar que $\mathtt{fl}(x_1)$ aproxima a x_1 con dos dígitos significativos, mientras que $\mathtt{fl}(x_2)$ aproxima a x_2 con un único dígito significativo.

Comparación de resultados

Dado un valor $x \in \mathbb{R}$, y dos posibles aproximaciones de este valor: x_1 y x_2. Se dirá que:

x_1 aproxima mejor a x, de lo que lo aproxima x_2,

si y sólo si, el error relativo obtenido por x_1 es menor que el obtenido por x_2. O en su defecto, si x_1 posee más dígitos significativos que x_2.

Dígitos significativos

Ejercicio

Considere las funciones:

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1-\cos(x)}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

y

$$g(x) := \begin{cases} \frac{2\,\text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

las cuales observe que satisfacen que $f(x) = g(x) \quad \forall\ x \in \mathbb{R}$.

Evalúe ambas funciones, por medio de la calculadora, en $x = 1.88 \times 10^{-7}$. ¿Cuál cree que es la razón de los resultados?

Dígitos significativos

Ejercicio

Considere las funciones:

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1-\cos(x)}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

y

$$g(x) := \begin{cases} \frac{2\,\text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

las cuales observe que satisfacen que $f(x) = g(x) \quad \forall\ x \in \mathbb{R}$.

Evalúe ambas funciones, por medio de la calculadora, en $x = 1.88 \times 10^{-7}$. ¿Cuál cree que es la razón de los resultados?