Universidad de Chile **Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas**

Tarea 3 - Optimización no Lineal - MA5701

17 de junio - 4 de julio 2022

Profesor: Jorge Amaya
Auxiliar: Aldo Gutiérrez
Ayudantes: Carolina Chiu y Mariano Vazquez

I. Escriba un código computacional que haga operacional el método de direcciones admisibles (Zoutendijk), para resolver el problema de optimización no lineal:

$$
\begin{aligned}
(P) \quad & \min f(x) \\
& Ax \leq b \\
& Ex = e
\end{aligned}
$$

(0) Sean $\varepsilon > 0$, $k = 0$, $x_0 \in \mathbb{R}^n$ tal que $Ax_0 \leq b, \quad Ex_0 = e$.

(1) Sea la descomposición $A = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ tal que $A_1 x_k = b_1$, $A_2 x_k < b_2$.

(2) Resolver el problema lineal

$$
\begin{aligned}
(\mathcal{D}_k) \quad & \min \nabla f(x_k)^T d \\
& A_1 d \leq 0 \\
& Ed = 0 \\
& -1 \leq d_j \leq 1 \quad j = 1, \ldots, n
\end{aligned}
$$

y sea d_k solución de $(\mathcal{D}_k)$.

Si $\|\nabla f(x_k)^T d_k\| < \varepsilon$, entonces parar.

Si no, ir a (3).

(3) Determinar el paso, resolviendo aproximadamente el problema de minimización unidimensional

$$
\begin{aligned}
(L) \quad & \min f(x_k + \lambda d_k) \\
& \lambda \in [0, \bar{\lambda}_k]
\end{aligned}
$$

mediante el método de Armijo.
Se usa $\bar{\lambda}_k = \min \left\{ \dfrac{(b_2 - A_2 x_k)_i}{(A_2 d_k)_i} \,/\, (A_2 d_k)_i > 0 \right\}$ y se considera $\bar{\lambda}_k = +\infty$ cuando $(A_2 d_k)_i \leq 0 \quad \forall i$.

Sea λ_k la solución del subproblema (L). Hacer:

$$x_{k+1} = x_k + \lambda_k d_k, \quad k \leftarrow k + 1 \ \text{ e ir a (1).}$$

II. Para resolver el problema $\mathcal{D}_k$ puede usar cualquier programa disponible en las librerías, pero el paso de Armijo debe programarlo usted como una rutina que será llamada en cada iteración del algoritmo de Zoutendijk.

1) Aplique su código para resolver el problema:

$$
\begin{aligned}
(P_1) \quad \min \ & 8(x_1 - 6)^2 + (x_2 - 2)^4 \\
& -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\
& 3x_1 + 2x_2 \leq 12 \\
& x_1 \geq 0 \\
& x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

partiendo del punto (0, 2). Reporte la solución x_k y el valor $f(x_k)$ en cada iteración.

2) Repita lo mismo para el problema

$$
\begin{array}{lllllllll}
(P_2) & \text{mín} & x_1^4 & -2x_2^2 & +10x_1x_2^2 & +x_4^2 & & & \\
 & & x_1 & +x_2 & -x_3 & & = & 1 & \\
 & & x_1 & & & +x_4 & = & 4 & \\
 & & x_1 & -x_2 & & & = & 0 & \\
 & & & & & x_i & \geq & 0 & i = 1, \ldots, 4
\end{array}
$$

usando (2, 2, 3, 2) como punto de partida.