MA4702 Programación Lineal Mixta: Teoría y Laboratorio.
Profesor: Martín Matamala.
Auxiliares: Benjamín Jauregui y Cristian Palma.
Fecha: 10 de abril de 2022.

Laboratorio 2: Tarea Individual

El objetivo de este laboratorio es experimentar con la solución de problemas lineales de gran tamaño.
El problema que queremos resolver es:

$$\overline{\mathcal{P}}: \quad \text{máx}\{g^T z \mid z \in Q, z \leq d\},$$

donde $Q := \text{conv}(A)$, para A una matrix con m filas y n columnas.

P1. Demuestre que el problema $\overline{\mathcal{P}}$ es equivalente a

$$\mathcal{P}: \quad \text{máx}\{(g^T A)x \mid \sum_{j=1}^{n} x_j = 1, Ax \leq d, x \geq 0\}.$$

P2. Usando `Julia/JuMP/GORUBI` programe el problema $\mathcal{P}$. Para ello, debe implementarlo en la función `modTI(A,d,g)` del notebook adjunto. Recibe como input una matriz A de n filas y m columnas, junto con vectores d, g de n filas. Debe retornar el modelo planteado.

P3. En el archivo *instancias.zip* se le entregan 11 matrices A_i distintas, cada cual tiene i filas y $2i$ columnas, con $i = 5, ..., 15$, y sus entradas son solo $-1, 0$ o 1.

Para cada una de estas matrices A_i, defina y calcule (1) el vector $d_{A_i} \in \mathbb{R}^i$ tal que: $d_{A_i}(j)$ es el promedio de la $j - esima$ columna par de A_i, y (2) el vector $g_{A_i} \in \mathbb{R}^i$ tal que $g_{A_i}(j)$ es el promedio de la $j - esima$ columna impar de A_i. Para ello, debe completar el código respectivo en las funciones auxiliares `getd(A)` y `getg(A)` para obtener los vectores d y g, respectivamente, asumiendo que la entrada A tiene i filas y $2i$ columnas.

Una vez definida las funciones `getd` y `getd`, ejecute la función `getsol()` para obtener el valor de $\mathcal{P}$ con las matrices A de las instancias dadas, junto a los vectores d_A y g_A.

P4. Suponga que es necesario agregar p columnas a la matriz A, dadas por una matriz B. Usando la solución óptima $\overline{x}$ del problema original, construya una solución factible del nuevo problema

$$\mathcal{P}^+: \quad \text{máx}\{((g^T A')u \mid \sum_{j=1}^{n+p} u_j = 1, A'u \leq d, u \geq 0\},$$

donde A' es la matriz que tiene tanto las columnas de A como las de B: $A' = [A \mid B]$.

P5. Encuentre el dual de $\mathcal{P}^+$ y úselo para proponer un test para decidir si la solución factible propuesta en la parte anterior es óptima.

P6. Aplique el test a las instancias de la parte **P3.** para matrices $B(i)$ cuyas columnas corresponden a las indicatrices de todos los subconjuntos de $\{1, \ldots, i\}$ con $i - 2$ elementos. Es decir, ejecute el programa diseñado en la **P2.** con las matrices $A' = [A|B]$ tal que B es una matriz que tiene $\binom{n}{n-2}$ columnas, y cada una de ellas corresponde a la indicatriz de un subconjunto de tamaño $i - 2$ de $[i]$ (i es la cantidad filas de A). Por ejemplo, si $i = 5$, $\{1, 3, 5\}$ es un subconjunto de tamaño $i - 2$ y entonces su columna respectiva en B es $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Para realizar esto, complete la función `getsolB()` siguiendo las indicaciones ahí especificadas.