

Indícase na cabeceira do exame que se deben **xustificar todas as respostas**

1. (2 puntos) Resolve as seguintes cuestións:
 - (a) (1 punto) Atopar o enteiro positivo máis pequeno que dea restos 1, 3 e 5 cando se divide por 5, 7 e 9, respectivamente.
 - (b) (1 punto) Sabendo que o número $3x5647y2_{(8)}$ é múltiplo 7 e de 9, respectivamente. **O número atópase expresado en base 8.** Calcular x e y .
2. (2 puntos) Responde ás seguintes cuestións:
 - (a) (1 punto) Sexa $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n\}$ un conxunto de nove números naturais cuxa suma é 85, Probar que hai necesariamente catro números cuxa suma é polo menos 38.
 - (b) (0.5 puntos) De cantas formas se poden repartir 20 exemplares dun mesmo libro entre seis persoas A, B, C, D, E, F se se coñece que A e B deben recibir alomenos 3 exemplares e C e D deben recibir dous exemplares.
 - (c) (0.5 puntos) De cantas formas se poden repartir 20 exemplares dun mesmo libro entre seis persoas A, B, C, D, E, F nas mesmas condicións que o apartado anterior sabendo que A non pode recibir máis de 10 exemplares.
3. (2 puntos) Resolve a seguinte ecuación de recorrencia:
 - (a) (1 punto) Sexa b_n o número de cadeas de n bits que conteñen tres zeros consecutivos. Calcular unha ecuación de recorrencia para b_n . Da as condicións iniciais Non fai falta resolvela.
 - (b) (1 punto) Considera a relación de recorrencia $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$. Cal é a solución xeral? É a sucesión $a_n = 4$ solución da ecuación de recorrencia? É a sucesión $a_n = n2^{n+1}$.
4. (2 puntos) Xustificar razonadamente as seguintes cuestións
 - (a) (0.4 puntos) Ordenar da maneira de que cada función sexa \mathcal{O} (Big- \mathcal{O}) da seguinte:

$f(n) = 365n \log_8 n + n^3 + 2000n$	$g(n) = n^2 \log_2 n + n(\log_8 n)^3$	$h(n) = 1000n \log_8 n + n^2(\log_2 n)^3$
--------------------------------------	---------------------------------------	---
 - (b) (0.4 puntos) Cántos números teñen inverso multiplicativo (ou unidades) en $\mathbb{Z}/20200\mathbb{Z}$, é dicir, no reloxo de 20200 horas.
 - (c) (0.4 puntos) O número total de aplicacións inxectivas do conxunto $\{1, 2, 3\}$ nun conxunto A é de 210 posibilidades. Cántos elementos ten A ?
 - (d) (0.4 puntos) Sexa G un grafo simple con 9 vértices. Probar que se G ten 29 arestas entón é conexo.
 - (e) (0.4 puntos) Todo subgrafo 2-regular de K_4 é isomorfo a K_3 .
5. (2 puntos) Dado o seguinte grafo responder ás seguintes cuestións:
 - (a) (0.5 puntos) É bipartito? É plano?
 - (b) (0.5 puntos) É euleriano? É semieuleriano? No caso afirmativo, construír un circuito ou camiño.
 - (c) (0.5 puntos) É hamiltoniano? No caso afirmativo construír un circuito.
 - (d) (0.5 puntos) Calcular unha árbore xeradora de peso minimal empregando o algoritmo de Prim (indicando todos os pasos), sendo os pesos do grafo os que se indican a continuación:

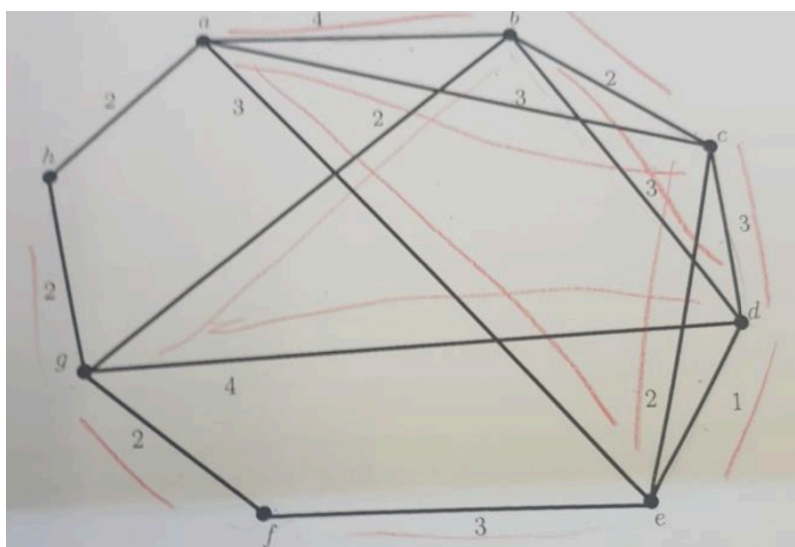


Figura 1: Grafo que foi proposto no exame