

1. Utilizar **exclusivamente** árbores semánticas para:

a) Probar que $\{(p \wedge q) \vee r, r \rightarrow s\} \models (p \vee s)$ é un argumento válido.

b) Decidir se $[(p \vee r) \wedge (\neg p \vee r)] \rightarrow q \vee r$ ou $\neg q \rightarrow [(\neg p \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow q)]$ son tautoloxías.

1) Se algunha delas non o é, obter da correspondente árbore semántica unha asignación de valores de verdade para p, q e r nas que tome valor falso. (0.75 ptos.)

2. Sexa $B(x)$ o predicado x *entende o conxunto baleiro*, e $A(x)$ o predicado x *aproba*. Transcribir **literalmente** á linguaxe de predicados as seguintes mensaxes que circularon polo grupo de whatsapp o curso pasado:

a) Ninguén aproba sen entender o conxunto baleiro.

b) Hai alguén que non aproba porque non entende o conxunto baleiro.

c) Non todo o alumnado entende o conxunto baleiro porque hai quen suspende.

d) Se non entendes o conxunto baleiro, non aprobas. (1 pto.)

3. Para a túa conta de cocalc.com estás dubidando entre os seguintes passwords:

pa\$\$word_c0c4lc, pi=3.1416, MarioBros, S3amH?5s2, d1\$cr3t4, M@em@iks, 4f0ut3z4

Indica, en cada un dos casos seguintes, que candidatos cumpren a condición correspondente.

a) Ademais de letras, ou teñen algún número, ou teñen caracteres especiais.

b) Se teñen caracteres especiais, non teñen letras maiúsculas.

c) Teñen lonxitude superior a 7, conteñen algunha letra maiúscula, algún número e algún carácter especial. (0.75 ptos.)

4. Sinala cal ou cales, se algunha, das condicións seguintes son equivalentes a que unha aplicación $f: A \rightarrow B$ sexa bixectiva:

☒ Cada elemento de A ten unha única imaxe en B

☒ Todo elemento de B é imaxe de, polo menos, un elemento de A

☐ Todo elemento de B é imaxe dun único elemento de A

(0.75 ptos.)

5. a) Demostrar que a fórmula $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow [\forall xP(x) \rightarrow \forall xQ(x)]$, onde P e Q son predicados unarios, é válida en calquera universo.

b) Interpretar P e Q nun universo U tal que $[\forall xP(x) \rightarrow \forall xQ(x)] \rightarrow \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ sexa falsa.

(0.75 ptos.)

6. a) Usar a figura da dereita para conxecturar o valor de $s(n)$, definido por

n



6. a) Usar a figura da dereita para conxecturar o valor de $s(n)$, definido por

$$s(n) := \sum_{i=1}^n i$$

- b) Probar por indución matemática que a conxectura é certa para todo $n \geq 1$.



(1 pto.)

7. No seguinte test, marca a única resposta correcta en cada apartado. Cada resposta incorrecta resta 1/4 do valor do apartado; unha resposta en branco non suma nin resta.

a) A solución da desigualdade $\left| \frac{2x^2 - 3}{14} \right| \leq \frac{1}{2}$ é:

☒ $[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$.

☐ $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$.

☐ $(-\infty, -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}, +\infty)$.

☐ ningunha das anteriores.

b) Indica cal é o punto sobre a circunferencia centrada na orixe de radio 2 que está máis preto da recta $4x + 3y - 18 = 0$.

☐ $(\frac{6}{5}, \frac{8}{5})$.

☐ $(2, 0)$.

☒ $(\frac{8}{5}, \frac{6}{5})$.

☐ ningunha das anteriores.

c) Usando as identidades trigonométricas, deduce o valor de $\cos^2\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right)$:

☐ $\frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{2}$.

☐ $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$.

☒ $\frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{8}$.

☐ ningunha das anteriores.

d) O límite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}$ é:

☒ 0

☐ $+\infty$.

☐ 1.

☐ ningunha das anteriores.

e) O polinomio de interpolación da función $f(x) = \log_2(x)$ nos nodos 1, 2 e 4 é:

☒ $x^2 - 9x + 8$.

☒ $-\frac{x^2}{6} + \frac{3x}{2} - \frac{4}{3}$.

☐ $-\frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2} - \frac{4x}{3}$.

☐ ningunha das anteriores.

f) O valor da pendente da curva $x \sin y + x^3 = \arctg(e^y) + x - \frac{\pi}{4}$ no punto $(1, 0)$ é:

☒ -4.

☐ 2.

☐ 0.

☐ ningunha das anteriores.

g) O polinomio e Taylor de grao 2 arredor de $x_0 = 0$ da función $y = \frac{\sin x}{x - \pi}$ é:

☒ $-\frac{x}{\pi} + \frac{x^2}{\pi^2}$.

☒ $-\frac{x}{\pi} + \frac{x^2}{2\pi^2}$.

☒ $\frac{x}{\pi} - \frac{x^2}{\pi^2}$.

☐ ningunha das anteriores.

(4,2 puntos)

8. Indica os pasos necesarios para calcular a altura do triángulo isósceles de área máxima inscrito nunha circunferencia de radio 12. (0,8 puntos)