Funcións de varias variables

Calcular a curva de nivel L_9 para a función $f(x,y) = x^2 + y^2$.

Exemplo

Conxuntos de nivel: Supoñamos que a temperatura en torno a un cierto foco de calo ven dada pola función:

$$T(x,y,z) = 298 + \frac{500}{1 + x^2 + y^2 + z^2},$$

Achar as (superficies) isotermas da distribución da temperatura, L_c, para $c = 548$.

Exercicios exame:

- Sexa $f(x,y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$. Detalla o dominio de definicion de f. Define os conxuntos de nivel de valores menos un, cero e un, esto é, L_{-1}, L_0 e L_1. Detalla a imaxe de f.
- Sexa $f(x,y) = -\sqrt{9 - x^2 - y^2}$. Detalla o dominio de definición de f. Define os conxuntos de nivel de valores menos tres, cero e un, esto é, L_{-3}, L_0, e L_1. Detalla a imaxe de f.

(sin solución)

derivación en varias variables

Exemplo

Calcular as derivadas parciais da función $f(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 4xy + 5xz + 6yz$.

Exemplo

Calcular as derivadas parciais da función $f(x,y) = (x^2 + 2y^2)^{(1/2)}$.

Exemplo

Achar o plano tanxente á superficie $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$ no punto $(1, 1, \sqrt{14})$.

Exemplo

Achar o plano tanxente á superficie $z = f(x,y) = -x^2 - y^2$ no punto $P = (1, 2, -5)$.

Exercicio

Sexa $f(x,y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$. *Calcula o plano tanxente á gráfica da función* f *nun punto* (x_0, y_0) *que elixas.*

Exercicio

Sexa $f(x,y) = -\sqrt{9 - x^2 - y^2}$. *Calcula o plano tanxente á gráfica da función* f *nun punto* (x_0, y_0) *que elixas.*

(sin solución)

Exercicio

Sexa $f(x,y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$. *Calcular as derivadas parciais segundas da función* f: $f_{xx}(x,y)$, $f_{xy}(x,y)$, $f_{yy}(x,y)$ *e* $f_{yx}(x,y)$ *e a matriz Hessiana de* f.

Exercicio

Sexa $f(x,y) = -\sqrt{9 - x^2 - y^2}$. *Calcular as derivadas parciais segundas da función* f: $f_{xx}(x,y)$, $f_{xy}(x,y)$, $f_{yy}(x,y)$ *e* $f_{yx}(x,y)$ *e a matriz Hessiana de* f.

(sin solución)

regra da cadea

Exemplo

Dada $z = f(x,y) = x^2 + y^2$, *con* $x(u,v) = u - v$ *e* $y(u,v) = u + v$.
Se $\mathbf{r}(u,v) = (x(u,v), y(u,v))$ *e*
$w(u,v) := (f \circ \mathbf{r})(u,v) = f(x(u,v), y(u,v))$ *achar* $\dfrac{\partial w}{\partial u}(u,v)$ *e* $\dfrac{\partial w}{\partial v}(u,v)$.

Dada $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2)$, *con* $x(u,v) = u \cos v$ *e* $y(u,v) = u \operatorname{sen} v$.
Se $\mathbf{r}(u,v) = (x(u,v), y(u,v))$ *e* $w(u,v) := (f \circ \mathbf{r})(u,v) = f(x(u,v), y(u,v))$*achar* $\dfrac{\partial w}{\partial u}(u,v)$ *e* $\dfrac{\partial w}{\partial v}(u,v)$.

derivación implícita

Calcular $\dfrac{dy}{dx}$ *en:* $y^5 - 2y - x = 0$

Calcular $\frac{dy}{dx}$ *en:* $y^2 + \frac{2}{y} - x^2y^2 + 3x + 2 = 0.$

Achar a recta tanxente á circunferencia $x^2 + y^2 = 3$ *no punto* $(1, \sqrt{2})$.

problema

A quimiotaxis é o movemento dos organismos dirixido por un gradiente de concentración, é dicir, na dirección na que a concentración aumenta con máis rapidez. As amebas unicelulares do moho do cieno móvense según o gradiente de concentración dunha sustancia chamada adenosina monofosfato. Supoñamos que a concentración desta sustancia no primeiro cuadrante do plano XY é

$$f(x,y) = \frac{4}{x+y+1}.$$

Se se sitúa unha ameba no punto $(3,1)$ *do plano, en que dirección e sentido se moverá dirixida pola quimiotaxis?*

extremos

Exercicio

Atendendo á expresión do plano tanxente á gráfica da función $f(x,y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$ *no punto* (x_0, y_0) *elixido ao facer o exercicio correspondente, podes concluir se dito punto é candidato a máximo, mínimo ou punto de sela?*

Exercicio

Atendendo á expresión do plano tanxente á gráfica da función $f(x,y) = -\sqrt{9 - x^2 - y^2}$ *no punto* (x_0, y_0) *elixido ao facer o exercicio correspondente, podes concluir se dito punto é candidato a máximo, mínimo ou punto de sela?*

(sin solución)

Determinar os extremos relativos de $f(x,y) = x^2 + y^2$.

Determinar os extremos relativos de $f(x,y) = 1 - x^2 - y^2$.

Determinar os extremos relativos de $f(x,y) = x^2 - y^2$.

Determinar os extremos relativos de $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 25$.

Exercicio

Sexa $f(x,y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$. *Calcula os puntos críticos de* f *e discute se son máximos, mínimos ou puntos de sela.*

Exercicio

Sexa $f(x,y) = -\sqrt{9 - x^2 - y^2}$. *Calcula os puntos críticos de* f *e discute se son máximos, mínimos ou puntos de sela.*

(sin solución)

método de Newton

Calcular as solucions do sistema:

$$1 - x^2 - y^2 = 0, \; x^2 - y^2 = 0$$

integrales

Exemplo 3 *Calcular a área da rexión acoutada pola gráfica da función* $f(x) = 1 - x^2$ *no primeiro cuadrante do plano.*

(facelo por todos os métodos, con n=2)

Exemplo: Aplicación do teorema do valor medio á función $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$.

(en [-2,2]

Exercicio 1 *Achar o valor promedio de* $f(x) = 4 - x$ *no intervalo* $[0, 3]$ *e o punto onde* f *acada ese valor en dito intervalo.*

Calcular a integral $I = \int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \operatorname{sen}^2(x)\,\mathrm{d}x.$

Exercicio 5 *Modelación da voltaxe das instalacións eléctricas das nosas casas A voltaxe ven dada pola función* $V(t) = V_{max}\operatorname{sen}(120\pi t)$. *O valor medio facilítao un instrumento que calcula o* V_{rcp}, *a raíz cadrada do valor medio da voltaxe ao cadrado nun ciclo, esto é,*

Exercicio 6 *Calcular o valor medio da función voltaxe en medio ciclo, esto é* $vm(V)$ *no intervalo* $[0, 1/120]$ *e comparar có* V_{rcp}.

(sin solución)

Exemplo 10 *Se* $F(y) = \int_{arctg(y)}^{y} tg(t)\,\mathrm{d}t$, *cal das seguintes afirmacións é correcta?*

$\boxed{A}$ $F'(y) = 2y\,tg(y^2) - \dfrac{y}{1+y^2}$.

$\boxed{B}$ $F'(y) = tg(y)\dfrac{1}{2\sqrt{y}} - tg(y)\dfrac{1}{(cos(y))^2}$.

$\boxed{C}$ $F'(y) = tg(y)\dfrac{1}{1+y^2}$.

$\boxed{D}$ *ningunha das anteriores.*

(sin solución)

Exemplo 13 *Calcular a área da rexión do primeiro cadrante limitada polas curvas* $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$.

Unha compañía compra unha máquina en $t = 0$ (anos). Estímase que xere uns ingresos de

$$I(t) = 180 - 0{,}25\,t^2$$

miles de dólares e que, ao mesmo tempo, á compañía suporalle un custo de

$$C(t) = t^2$$

miles de dólares manter e reparar a máquina. Finalmente, sábese que o valor de "recompra" da máquina é de

$$S(t) = \frac{7105}{t+7}$$

miles de dólares.

1. *Cando se debería vender a máquina se non hai opción de recompra?*

2. *Cando se debería vender a máquina se hai opción de recompra?*

3. *A canto ascenden os rendementos netos xerados pola máquina antes de vendela se hai opcións de recompra?*

$$\int_0^4 xe^{-x}\,\mathrm{d}x$$

Exercicio 7 *A cantidade total de material radiactivo presente na atmosfera no instante T ven dada por*

$$A(T) = \int_0^T Pe^{-rt}\,dt,$$

onde P é unha constate e t é o número de anos. Unha publicación de Nacións Unidas indica que $r = 0{,}002$ e $P = 200$ milliradas. Estimar a cantidade total de material radiactivo que haberá no futuro na atmosfera se estes valores permanecen constantes.

Cálculo e Análise Numérico

Primeira oportunidade. Versión 2
Curso 2019-20

Cada pregunta do test ben respostada suma 0.5 puntos, se a resposta é incorrecta resta 0.1. O documento no que envíes a resposta a cada pregunta do test debe conter a letra seleccionada e o texto completo da opción que consideras correcta, ou indicar "en branco" se non queres seleccionar ningunha.

1. Sabendo que $\int_1^e g(t)dt = 0$, e é o número de Euler, $g(e) = g(1)$ e C é unha constante arbitraria, cal das seguintes identidades é correcta:

   A $\int_1^e ln(r) + g(r)dr = ln(r)\sqrt{3} + C$

   B $\int_1^e \left(\frac{ln(r)}{r} + eg(r)\right) dr = \frac{1}{2} + e\sqrt{3}$

   C $\int_1^e \frac{e}{\sqrt{2}} g'(r)dr = 0$

   D ningunha das anteriores.

2. O grao de contaminación nun punto dun río depende da distancia dese punto ao nacemento do río, e está definido pola función: $f(x) = 0{,}9x^2 + 0{,}2x + 0{,}2$. Se x mide en km a distancia ao nacemento do río e éste mide 10 km dende o seu nacemento ata a súa desembocadura.

   A a media da contaminación do río dende o seu nacemento ata a súa desembocadura é 31,2

   B a media da contaminación do río dende o seu nacemento ata a súa desembocadura é $\int_0^{10} f(x)dx$.

   C a media da contaminación do río dende o seu nacemento ata a súa desembocadura é $\int_0^{10} f'(x)dx$.

   D ningunha das anteriores.

3. Se $F(y) = \int_{e^{(y^2+1)}}^{\sqrt{y+2}} \ln(t)\, dt$, cal das seguintes afirmacións é correcta?

   A $F'(y) = \frac{\ln(\sqrt{y+2})}{2\sqrt{y+2}} - 2y\ln(e^{(y^2+1)})e^{(y^2+1)}$.

   B $F'(y) = \frac{1}{2y\sqrt{y+2}} - \frac{1}{y}e^{(y^2+1)}$.

   C $F'(y) = \ln(\sqrt{y+2}) - \ln(e^{y^2+1})$.

   D ningunha das anteriores.

4. Considera o código extractado dun método de busca de raíces, onde `xtol` e `rtol` son cantidades positivas próximas a cero:

```
>> x1 = (x0 - f(x0) / diff(f)(x0)).n()
>> if abs(x1-x0) < xtol and abs(f(x1).n() < rtol:
>>     return x1
```

   Polo que se observa nel infírese que devolverá o valor de `x1` cando:

   A tanto `x1-x0` como `f(x1)` son distintos de cero.

   B a cantidade `abs(x1-x0)` sexa pequena.

   C a distancia entre `x1` e `x0` sexa pequena e ademais `f(x1)` sexa pequeno.

   D Ningunha das anteriores.

P1 Sexa $f(x,y) = -\sqrt{R^2-(x-2)^2-(y-3)^2}$. Se o valor da constante R é $R=4$, resposta as seguintes cuestións:

1. Detalla o dominio de definición de f. Define e representa no plano xy o conxunto de nivel de valor 0, esto é, L_0. Identifica tamén os conxuntos de nivel de valor $-R$, L_{-R}, e $-R-1$, L_{-R-1}. Detalla a imaxe de f. (0.5 puntos).
2. Dá a expresión do plano tanxente á gráfica de f no punto $(x_0,y_0) = (2+\frac{R}{2}, 3+\frac{R}{2})$. Tendo en conta esta expresión, é o punto (x_0,y_0) candidato a máximo, mínimo ou punto sela da función? Razoa a resposta. (0.4 puntos).
3. Calcula o Hessiano de f, os posibles puntos críticos da función f e discute se son máximos, mínimos ou puntos de sela. (0.6 puntos).

P2

1. Resolve a integral indefinida:
$$I = \int f(x)\,dx = \int \cos(x)\,\text{sen}(x)e^{\cos(x)}\,\text{d}x.$$
(0.4 puntos)
2. Comproba que a integral indefinida calculada é correcta. A integral calculada: é un número?, unha función?, un conxunto de funcións? (0.25 puntos)
3. Empregando os apartados anteriores, resolve a ecuación diferencial de primeira orde (EDO) e analiza se é linear:
$$\cos(x)y'(x) - \text{sen}(x)y(x) = \text{sen}(x)\cos(x)e^{\cos(x)}, \quad 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \quad (*)$$
(0.5 puntos)
4. Empregando os apartados anteriores, proporciona unha solución para o problema de valor inicial correspondente a EDO dada por $(*)$ e a condición inicial $y(0)=0$. (0.1 puntos)
5. Comproba se a solución obtida é unha solución particular de (*). (0.25 puntos)

Análise Matemática e Métodos Numéricos — Proba 9/06/08 Opción I.

Segundo cuadrimestre. Curso 2007-2008

Nome: .... **D.N.I.:** ....

Marcar a opción seleccionada en cada pregunta do test na siguinte cuadrícula:

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**Cualificación.**
A	A	A	A	A			R. ben
B	B	B	B	B			R. mal
C	C	C	C	C			R. branco
D	D	D	D	D	Nota:	Nota:	Nota test

Cada pregunta ben respostada da parte do test suma 0.8 punto, se a resposta é incorrecta resta 0.2 e se se deixa en branco nin suma nin resta. Recoméndase leer inicialmente xunto co enunciado da pregunta todas as opcións, pode evitar en algúns caso facer cálculos e axudar a obter máis axeitadamente a resposta. Para a cualificación somentes se terá en conta a cuadrícula e a resolución do exercicio 8 facilitada.

1. Sabendo que $\int_a^0 g(t)\,\mathrm{d}t = \sqrt{2}$, cal das seguintes identidades é correcta?

$$\int_a^0 g(x)+g(x)g'(x)\,\mathrm{d}x = \sqrt{2}+\frac{(g(0))^2}{2}-\frac{(g(a))^2}{2}.$$

$$\int_a^0 x+g(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{a^2}{2}+g'(0)-g'(a).$$

$$\int_a^0 x+g'(x)\,\mathrm{d}x = \frac{a^2}{2}+\sqrt{2}.$$

ningunha das anteriores.

2. Se $F(y) = \int_{arctg(y)}^{\sqrt{y}} tg(t)\,\mathrm{d}t$, cal das seguintes afirmacións é correcta?

$$F\text{'}(x) = tg(y)\frac{1}{1+y^2}.$$

$$F\text{'}(x) = \frac{tg(\sqrt{y})}{2\sqrt{y}} - \frac{y}{1+y^2}\ .$$

$$F\text{'}(x) = tg(y)\frac{1}{2\sqrt{y}} - tg(y)\frac{1}{(cos(y))^2}.$$

ningunha das anteriores.

3. A integral $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p}dx$ sendo p unha constante arbitraria,

resólvese aplicando a regra de Barrow no intervalo $[1,+\infty]$

é unha integral impropia e o seu valor é $\frac{1}{p}$ se $p<1$.

é unha integral impropia e o seu valor é 1 para $p=2$.

ningunha das anteriores.

4. Cal das seguintes afirmacións é correcta?

$\boxed{A}$ A secuencia de comandos:

```
nn=[100:100:1000];
t1=[];
t2=[];
for n=nn
A=rand(n);
y=ones(n,1);
t0=cputime;
x=inv(A)*y;
t1=[t1 cputime-t0];
t0=cputime;
x=A\y;
t2=[t2 cputime-t0];
end
```

Permite obter que o tempo de cálculo para resolver o sistema $Ax = y$ empregando o comando que calcula a matriz inversa é $t1$, e que o que se emprega a factorización de Cholesky é $t2$.

$\boxed{B}$ Se tratamos de resolver o sistema $Ax = b$, onde sabemos que A é unha matriz cadrada simétrica e definida positiva, enton podemos aplicar a factorización de LU á matriz A, é dicir $LU = A$, e resolver aplicando a secuencia de comandos:

```
>> R=lu(A)
>> y=R'\b
>> x=R\y
```

$\boxed{C}$ Se tratamos de resolver o sistema $Ax = b$, onde sabemos que A é unha matriz cadrada simétrica e definida positiva, enton podemos aplicar a factorización de Cholesky á matriz A, é dicir $R'R = A$, e resolver aplicando a secuencia de comandos:

```
>> R=chol(A)
>> y=R'\b
>> x=R\y
```

$\boxed{D}$ Se tratamos de resolver o sistema $Ax = b$, onde sabemos que A é unha matriz cadrada non simétrica, entón podemos aplicar a factorización de Cholesky á matriz A, é dicir $R'R = A$, e resolver aplicando a secuencia de comandos:

```
>> R=chol(A)
>> y=R'\b
>> x=R\y
```

5. Seleccionar a única opción que resolve con MATLAB correctamente a cuestión descrita:

$\boxed{A}$ O arquivo:

```
function A=trid(n,a,b,c);
B=[zeros(n-1,1) eye(n-1) ; zeros(1,n)];
A=a*eye(n)-b*B-c*B';
```

Permite definir unha function que nos construe unha matriz cadrada de orde nxa onde todos os elementos diagonais son b e os restantes son c.

$\boxed{B}$ Se tratamos de calcular a integral

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{1+s^2} ds,$$

os comandos correctos que temos que introducir son:
$\gg$ syms s
$\gg$ F=int(1/(1+s^2),0,s)

$\boxed{C}$ Se executamos os comandos
$\gg$ syms s x m n
$\gg$ Fmn=int(1/(1+s^2),s,m,n)
$\gg$ Gmn=int(1/(1+x^2),x,m,n)
Os valores de Fmn e Gmn son diferentes por integrar respecto de distintas variables.

$\boxed{D}$ A secuencia de comandos:
$\gg$ syms x
$\gg$ f=1/x
$\gg$ xp=linspace(1,2,20)
$\gg$ yp=subs(f,xp)
$\gg$ fill([1,xp,2],[0,yp,0],'b')
Permite representar en azul unha rexión do plano xy que ten por área o $ln(2)$.

6. A función erro

$$erf(x) = \int_0^x e^{-t^2}\,dt,$$

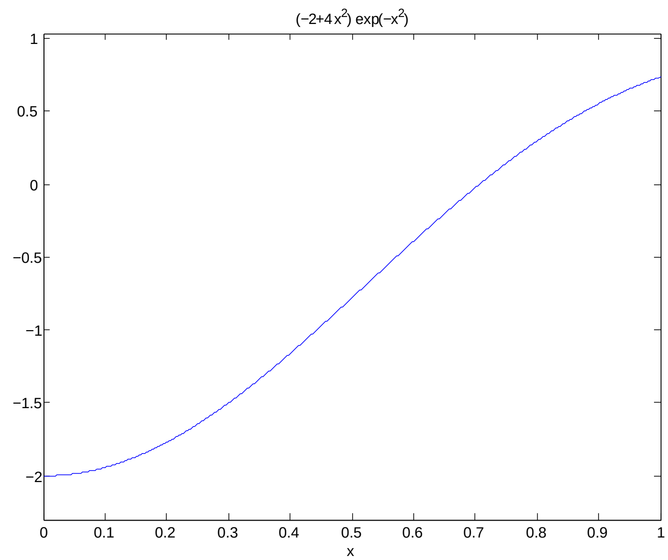
é importante en probabilidade, nas teorías de fluxo de calor e transmisión de señales e debe avaliarse numericamente xa que non existe expresión elemental para a sua primitiva, como se analizou en prácticas.

(a) Proporcionar a expresión dunha aproximación do valor de $erf(0.5)$ empregando a regra do trapecio para $n = 5$. (0.5 puntos)

(b) Acoutar o erro que se comete ao considerar dita aproximación tendo en conta a gráfica da función

$$g(x) = (-2 + 4x^2)e^{-x^2}$$

que se proporciona na seguinte figura como información. É exacta dita aproximación?, razoa a resposta. (0.5 puntos)



7. Respostar aos seguintes apartados:

(a) Resolver a integral:

$$I = \int \frac{3x^3}{x^2+1}\,dx.$$

e comprobar que a solución proposta é correcta. I é un número?, I é un conxunto? I é unha función?. (0.75 puntos).

(b) Resolver a ecuación diferencial de primeira orde e analizar se é linear:

$$(x^2+1)y' + 3x^3y = 6xe^{-\frac{3}{2}x^2}$$

(0.75 puntos).

(c) Dar unha solución para o problema de valor inicial:

$$(x^2+1)y' + 3x^3y = 6xe^{-\frac{3}{2}x^2} \tag{1}$$
$$y(0) = 1 \tag{2}$$

Comprobar que a solución proposta verifica $y(0) = 1$. (0.5 puntos).

Análise Matemática e Métodos Numéricos — 2/06/09 Opción I.
Test Integración — Curso 2008-2009

Nome: .... **D.N.I.:** ....

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	Cualificación.
A	A	A	A	A	A	A	–	R. ben
B	B	B	B	B	B	B	–	R. mal
C	C	C	C	C	C	C	–	R. branco
D	D	D	D	D	D	D	Nota:	Nota test
								Total:

Cada pregunta ben respostada da parte do test suma 1 punto, se a resposta é incorrecta resta 0.2 e se se deixa en branco nin suma nin resta. O valor do exercicio 8 é de 3 puntos, dous puntos por resolvelas integrais e un punto por comprobar que a integral indefinida obtida é correcta e que se verifican as hipóteses da regra de Barrow.

Recoméndase ler inicialmente xunto co enunciado da pregunta todas as opcións, xa que pode reducir os cálculos e axudar a obter máis eficientemente a resposta. Para a cualificación somentes se terá en conta a cuadrícula e a resolución do exercicio 8 facilitada.

1. Sabendo que $g'(t)$ non é unha función constante, $\int_1^e g(t)dt = \sqrt{3}$, e é o número de Euler, e C é unha constante arbitraria, cal das seguintes identidades é correcta:

   $\int_1^e ln(r)g(r)dr = ln(r)\sqrt{3} + C$

   $\int_1^e \frac{1}{\sqrt{2}} g(r)dr = g'(t)$

   $\int_1^e \left(\frac{ln(r)}{r} + g(r)\right) dr = \frac{1}{2} + \sqrt{3}$

   ingunha das anteriores.

2. A intensidade dunha corrente alterna podemos expresala mediante a función

$$i(t) = i_o sen\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

   sendo i_o o valor máximo, T o período e t a variable tempo. A raíz cadrada do valor medio do cadrado da intensidade da corriente no intervalo $[0, T]$ recibe o nome de intensidade eficaz ou efectiva i_{ef}.

   Aplicando o teorema do valor medio á tunción $i^2(t)$ e calculando a raíz cadrada ao valor medio de dita función, xunto coa identidade trigonométrica $sen^2(\alpha) = \frac{1}{2}(1 - cos(2\alpha))$, obtense que $i_{ef} = \frac{i_o}{\sqrt{2}}$

   Aplicando o teorema do valor medio a $i^2(t)$ e calculando a raíz cadrada ao valor medio de dita función, obtense que esta acada o valor $i_{ef} = i_o$

   Aplicando a identidade trigonométrica $sen^2(\alpha) = \frac{1}{2}(1 - cos(2\alpha))$, para a integral que se precisa no cálculo de i_{ef}, obtense que esta acada o valor $i_{ef} = \frac{i_o}{T}$

   ningunha das anteriores.

3. O desenvolvemento seguinte para obter o valor da integral:

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{t^2} dt = \int_{-1}^{1} t^{-2} dt = \left. \frac{t^{-1}}{-1} \right]_{-1}^{1} = \left. \frac{-1}{t} \right]_{-1}^{1} = \frac{-1}{1} - \frac{-1}{-1} = -2$$

é correcto ao aplicar a regra de Barrow por verificárense tódalas hipóteses para a función $f(t) = \dfrac{1}{t^2}$ no intervalo $[-1, 1]$

é correcto xa que a función $f(t) = \dfrac{1}{t^2}$ no intervalo $[-1, 1]$ é decrecente por tanto ten integral negativa

rátase dunha integral impropia e o resul- é incorrecto

ningunha das anteriores.

4. Unha compañía compra unha máquina en $t = 0$ (anos). Estímase que xere uns ingresos de

$$I(t) = 180 - 0.25\, t^2$$

miles de euros e que, ao mesmo tempo, á compañía suporalle un custo de

$$C(t) = t^2$$

miles de euros manter e reparar a máquina. Finalmente, sábese que o valor de "recompra" da máquina é de

$$S(t) = \frac{7105}{t + 7}$$

miles de euros. Se T é o instante onde intersecan as gráficas das funcións ingresos e custos, esto é, $I(T) = C(T)$, e t^* verifica

$$\int_{t^*}^{T} I(r) - C(r)\, dr = S(t^*),$$

decídese vender a máquina para optimizar os beneficios e reducir o tempo en explotación, tendo en conta o valor de recompra, cal das seguinter afirmacións é correcta:

A gañancia total, despois de vender a máquina, ascende a $\displaystyle\int_{t^*}^{T} I(r) - C(r)\, dr - S(t^*)$,

A gañancia total, despois de vender a máquina, ascende a $\displaystyle\int_{0}^{T} I(r) - C(r)\, dr$

A gañancia total, despois de vender a máquina, ascende a $\displaystyle\int_{0}^{t^*} I(r) - C(r)\, dr + S(t^*)$

ningunha das anteriores.

5. A derivada da función $F(x) = \displaystyle\int_{cos(x)}^{sen(x)} \frac{1}{1 - t^2} dt$ é

$F'(x) = \dfrac{1}{1 - x^2}$

$F'(x) = \dfrac{cos(x)}{1 - sen^2(x)} + \dfrac{sen(x)}{1 - cos^2(x)}$

$F'(x) = \dfrac{sen(x)}{1 - sen^2(x)} - \dfrac{cos(x)}{1 - cos^2(x)}$

ningunha das anteriores.

6. A integral $I = \int_0^3 \frac{1}{s-1} ds$,

resólvese aplicando a regra de Barrow no intervalo $[0,3]$ e vale $I = ln(2)$

é unha integral impropia e o seu valor é 0.

é unha integral impropia e non corverxe.

ningunha das anteriores.

7. Seleccionar a única opción que resolve con MATLAB correctamente a cuestión descrita:

$\boxed{\text{A}}$ Calcular a área encerrada pola gráfica da función $f(x) = x^3 - 4x$ no intervalo $[-2, 2]$.
≫ syms x
≫ f=x^3 $- 4 * x$
≫ I=int(f,x,-2,2)

$\boxed{\text{C}}$ A gráfica da Figura 1 obtense tecleando os seguintes comandos:
≫ syms x
≫ I=rsums(sen(x)/x,0,3.14)
e os valores que aparecen na gráfica significan que o número de elementos da partición é 1.851984 e o valor da integral definida da función $\frac{sen(x)}{x}$ no intervalo $[0, \pi]$ é 53 e pódese calcular tamén empregando interación por partes.

$\boxed{\text{B}}$ Se tratamos de calcular a integral

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{1+s^2} ds,$$

os comandos correctos que temos que introducir son:
≫ syms s x
≫ F=int(1/(1+s^2),0,x)
E a resposta de MATLAB é
F=
atan(x)

$\boxed{\text{D}}$ A secuencia de comandos:
≫ C=[-5:1:5]
≫ xp=linspace(-2,2,20)
≫ y=subs(int(f),xp)
≫ [C,Y]=meshgrid(C,y)
≫ plot(x,C+Y,'*')
Permite representar algunhas primitivas dunha certa función $f(x)$ definida previamente en simbólico, no intervalo $x \in [-5, 5]$, para 20 valores de constantes C entre -2 y 2

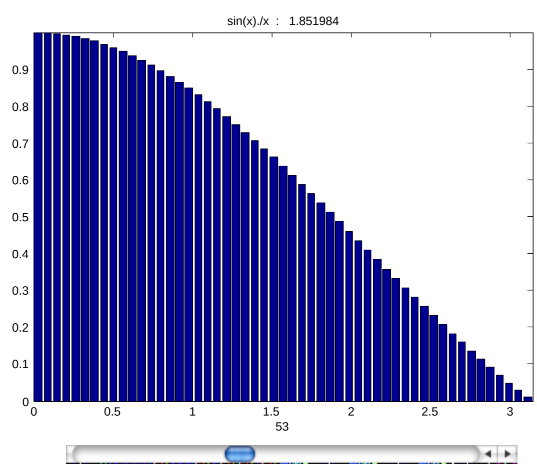


Figura 1: Gráfica rsums

8. Calcular a integral indefinida

$$\int sen(x)cos(x)e^{senx}\, dx$$

e comprobar que a solución proposta é a correcta. Comprobar se se verifican as hipóteses para poder aplicar a regra de Barrow para obter o valor da integral definida

$$I_d = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen(x)cos(x)e^{senx}\, dx,$$

de ser o caso dar o valor de I_d. (3 puntos)

Análise Matemática e Métodos Numéricos — Proba 22/05/07 Opción I.

Integración nunha variable real. Curso 2006-2007

Nome: .... **D.N.I.:** ....

Marcar a opción seleccionada en cada pregunta do test na siguinte cuadrícula, agás no exercicio 8.:

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**Cualificación.**
A	A	A	A	A	A	A	–	R. ben
B	B	B	B	B	B	B	–	R. mal
C	C	C	C	C	C	C	–	R. branco
D	D	D	D	D	D	D	Nota:	Nota test
								Total:

Cada pregunta ben respostada da parte do test suma 1 punto, se a resposta é incorrecta resta 0.2 e se se deixa en branco nin suma nin resta. O valor do exercicio 8 é de 3 puntos, un punto por aplicar correctamente cada un dos métodos indicados e outro pola comprobación de que a solución proposta é correcta. Recoméndase leer inicialmente xunto co enunciado da pregunta todas as opcións, pode evitar en algúns caso facer cálculos e axudar a obter máis axeitadamente a resposta. Para a cualificación somentes se terá en conta a cuadrícula e a resolución do exercicio 8 facilitada.

1. Sabendo que $\int_{-\pi}^{0} g(t)dt = \sqrt{2}$ cal das seguintes identidades é correcta:

   $\int_{-\pi}^{0} (sen(r) + g(r))dr = -2 + \sqrt{2}$

   $\int_{-\pi}^{0} sen(r)g(r)dr = -2\sqrt{2}$

   $\int_{-\pi}^{0} \frac{1}{\sqrt{2}} g(r)dr = g'(t)$

   ningunha das anteriores.

2. O coste marxinal de imprimir unha tarxeta cando xa se imprimiron x ven dado pola derivada da función coste c en euros,

   $$c'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

   Empregando a regra de Barrow obtemos que $c(100) - c(1)$, é decir o coste de imprimir dende a tarxeta 2 a 100, é:

) euros

   4.5 euros

   $-\frac{9}{20}$ euros

   ningunha das anteriores.

3. O valor da integral $\int_{0}^{\sqrt{ln(2)}} xe^{x^2} dx$

   obtense aplicando as técnicas de integración de funcións racionais.

   é $\frac{1}{2}$ se simplificamos axeitadamente o resultado.

   é negativo por ser a integral dunha función negativa en $[0, \sqrt{ln(2)}]$.

   ningunha das anteriores.

4. A derivada da función $F(x) = \int_0^{x^2} t(t^2+1)dt$ é

   $F'(x) = x(x^2+1)2x$

   $F'(x) = x^2(x^4+1)2x$

   $F'(x) = x(x^2+1)$

   ningunha das anteriores.

5. A integral $\int_0^{+\infty} ae^{-st}dt$ sendo a unha constante arbitraria e s un valor positivo ($s > 0$),

   é unha integral impropia e o seu valor é $\frac{a}{s}$.

   é unha integral impropia e o seu valor é 0 para calqueira valor de a e s.

   resólvese aplicando a regra de Barrow no intervalo $[0, +\infty]$

   ningunha das anteriores.

6. O valor da aproximación da integral de $f(x) = 3x^2 - 1$ no intervalo $[1, 2]$ mediante a fórmula de Simpson composta

   $\boxed{\text{A}}$ e menos preciso que o obtido mediante a fórmula do trapecio composta

   é 6 por ser unha fórmula exacta para polinomios de grao 2

   $\boxed{\text{C}}$ depende do número de divisións

   ningunha das anteriores.

7. Seleccionar a única opción que resolve con MATLAB correctamente a cuestión descrita:

   $\boxed{\text{A}}$ Calcular a **área** encerrada pola gráfica da función $f(x) = -e^x$ no intervalo $[-1, 1]$.
   ≫ syms x
   ≫ f=-e^(x)
   ≫ i=int(f,x,-1,1)

   $\boxed{\text{C}}$ Aplicar a regra de Leibniz para calcular y' sendo $y = \int_{sen(x)}^{x^2-3x} (1+t)\,dt$.
   ≫ syms x t
   ≫ f1=sin(x)
   ≫ f2=x^2-3*x
   ≫ f= 1+t
   ≫ Gr=subs(f,f2)*diff(f2)-subs(f,f1)*diff(f1)

   $\boxed{\text{B}}$ Se tratamos de calcular a integral

   $$F(x) = \int_0^x \frac{1}{1+s^2}ds,$$

   os comandos correctos que temos que introducir son:
   ≫ syms s
   ≫ F=int(1/(1+s^2),0,s)

   $\boxed{\text{D}}$ A secuencia de comandos:
   ≫ C=[-5:1:5]
   ≫ xp=linspace(-2,2,20)
   ≫ y=subs(int(f),xp)
   ≫ [C,Y]=meshgrid(C,y)
   ≫ plot(x,C+Y,'*')
   Permite representar algunhas primitivas dunha cierta función $f(x)$ definida previamente en simbólico, no intervalo $x \in [-5, 5]$, para 20 valores de constantes entre -2 y 2

8. Calcular empregando o método de substitución é posteriormente o de integración de funcións racionais, a integral indefinida

   $$\int \frac{e^t}{e^{2t} + 3e^t + 2}\,dt.$$

   Comprobar que a solución proposta é a correcta.

Análise Matemática e Métodos Numéricos — Proba 29/05/08 Opción I.

Integración nunha variable real. Curso 2007-2008

Nome: .... **D.N.I.:** ....

Marcar a opción seleccionada en cada pregunta do test na siguinte cuadrícula, agás no exercicio 8:

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**Cualificación.**
A	A	A	A	A	A	A	–	R. ben
B	B	B	B	B	B	B	–	R. mal
C	C	C	C	C	C	C	–	R. branco
D	D	D	D	D	D	D	Nota:	Nota test
								Total:

Cada pregunta ben respostada da parte do test suma 1 punto, se a resposta é incorrecta resta 0.2 e se se deixa en branco nin suma nin resta. O valor do exercicio 8 é de 3 puntos, un punto por aplicar correctamente cada un dos métodos indicados e outro pola comprobación de que a solución proposta é correcta. Recoméndase leer inicialmente xunto co enunciado da pregunta todas as opcións, pode evitar en algúns caso facer cálculos e axudar a obter máis axeitadamente a resposta. Para a cualificación somentes se terá en conta a cuadrícula e a resolución do exercicio 8 facilitada.

1. Sabendo que $\int_a^0 g(t)\,\mathrm{d}t = \sqrt{2}$, cal das seguintes identidades é correcta?

   $\int_a^0 x + g'(x)\,\mathrm{d}x = \frac{a^2}{2}\sqrt{2}.$

   $\int_a^0 x + g(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{a^2}{2} + g(0) - g(a).$

   $\int_a^0 xg'(x)\,\mathrm{d}x = -ag(a) - \sqrt{2}.$

   ningunha das anteriores.

2. Un estudo indica que dentro de t anos o nivel de dióxido de carbono no aire dunha cidade ven dado por $N(t) = (t+1)^2$ partes por millón. ¿Cal das seguintes afirmacións é correcta?

   O valor medio de dióxido de carbono non se pode calcular empregando o teorema do valor medio por non ser $N(t)$ continua no intervalo $[0,3]$.

   O valor medio de dióxido de carbono nos tres primeiros anos ven dado por $\int_0^3 N(t)\,\mathrm{d}t$.

   valor medio de dióxido de carbono nos tres primeiros anos é 7.

   ningunha das anteriores.

3. O valor da integral $\int_1^2 x^3 \ln x dx$

   Obtense aplicando as técnicas de integración de funcións racionais.

   $4\ln(2) - \frac{15}{16}$ se simplificamos axeitadamente o resultado.

   é negativo por ser a integral dunha función negativa en $[1,2]$.

   ningunha das anteriores.

4. Se $F(y) = \int_{\sqrt{y}}^{v(y)} \mathrm{sen}(\mathrm{t}^2)\, dt$, cal das seguintes afirmacións é correcta?

   $\boxed{\text{A}}$ $F\text{'}(x) = \mathrm{sen}((\mathrm{v(y)})^2)v'(y) - sen(y)$.

   $F\text{'}(x) = \mathrm{sen}((\mathrm{v(y)})^2)v'(y) - \frac{1}{2\sqrt{y}} sen(y)$.

   $\boxed{\text{C}}$ $F\text{'}(x) = \mathrm{sen(y)}v'(y)$.

   $\boxed{\text{D}}$ ninguha das anteriores.

5. A integral $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p} dx$ sendo p unha constante arbitraria,

   $\boxed{\text{A}}$ é unha integral impropia e o seu valor é $\frac{1}{x^p}$ para calqueira valor de p.

   é unha integral impropia e o seu valor é $\frac{1}{p-1}$ se $p > 1$.

   $\boxed{\text{C}}$ resólvese aplicando a regra de Barrow no intervalo $[1, +\infty]$

   $\boxed{\text{D}}$ ninguha das anteriores.

6. O valor da aproximación da integral de $f(x) = 4x^3 - 1$ no intervalo $[1, 2]$ mediante a fórmula de Simpson

   é menos preciso que o obtido mediante a fórmula do trapecio

   é 14 por ser unha fórmula exacta para polinomios de grao 3

   depende do número de divisións

   $\boxed{\text{D}}$ ninguha das anteriores.

7. Seleccionar a única opción que resolve con MATLAB correctamente a cuestión descrita:

   $\boxed{\text{A}}$ Calcular a **área** encerrada pola gráfica da función $f(x) = x^3 - 4x$ no intervalo $[-2, 2]$.
   ≫ syms x
   ≫ f=x^3-4*x
   ≫ A=int(f,x,-2,2)

   $\boxed{\text{B}}$ Se tratamos de calcular a integral

   $$F(x) = \int_0^x \frac{1}{1+s^2} ds,$$

   os comandos correctos que temos que introducir son:
   ≫ syms s
   ≫ F=int(1/(1+s^2),0,s)

   $\boxed{\text{C}}$ Aplicar a regra de Leibniz para calcular y' sendo $y = \int_{sen(x)}^{x^2-3x} (1+t)\, dt$.
   ≫ syms x t
   ≫ f1=sin(x)
   ≫ f2=x^2-3*x
   ≫ f= 1+t
   ≫ Gr=diff(f2)-diff(f1)

   $\boxed{\text{D}}$ A secuencia de comandos:
   ≫ C=[-5:1:5]
   ≫ xp=linspace(-2,2,20)
   ≫ y=subs(int(f),xp)
   ≫ [C,Y]=meshgrid(C,y)
   ≫ plot(xp,C+Y,'*')
   Permite representar algunhas primitivas dunha cierta función $f(x)$ definida previamente en simbólico, no intervalo $x \in [-2, 2]$, para 11 valores de constantes entre -5 e 5

8. Calcular empregando o método de substitución é posteriormente o de integración de funcións racionais, a integral indefinida

   $$\int \frac{1}{1+e^t}\, dt.$$

   Comprobar que a solución proposta é a correcta.