Análise Matemática e Métodos Numéricos — 2/06/09 Opción I.

Test Integración — Curso 2008-2009

Nome: .... **D.N.I.:** ....

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**Cualificación.**
A	A	A	A	A	A	A	–	R. ben
B	B	B	B	B	B	B	–	R. mal
C	C	C	C	C	C	C	–	R. branco
D	D	D	D	D	D	D	Nota:	Nota test
								Total:

Cada pregunta ben respostada da parte do test suma 1 punto, se a resposta é incorrecta resta 0.2 e se se deixa en branco nin suma nin resta. O valor do exercicio 8 é de 3 puntos, dous puntos por resolvelas integrais e un punto por comprobar que a integral indefinida obtida é correcta e que se verifican as hipóteses da regra de Barrow.

Recoméndase ler inicialmente xunto co enunciado da pregunta todas as opcións, xa que pode reducir os cálculos e axudar a obter máis eficientemente a resposta. Para a cualificación somentes se terá en conta a cuadrícula e a resolución do exercicio 8 facilitada.

1. Sabendo que $g'(t)$ non é unha función constante, $\int_1^e g(t)dt = \sqrt{3}$, e é o número de Euler, e C é unha constante arbitraria, cal das seguintes identidades é correcta:

   A $\int_1^e ln(r)g(r)dr = ln(r)\sqrt{3} + C$

   B $\int_1^e \frac{1}{\sqrt{2}} g(r)dr = g'(t)$

   C $\int_1^e \left(\frac{ln(r)}{r} + g(r)\right) dr = \frac{1}{2} + \sqrt{3}$

   D ningunha das anteriores.

2. A intensidade dunha corrente alterna podemos expresala mediante a función

$$i(t) = i_o sen\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

   sendo i_o o valor máximo, T o período e t a variable tempo. A raíz cadrada do valor medio do cadrado da intensidade da corriente no intervalo $[0, T]$ recibe o nome de intensidade eficaz ou efectiva i_{ef}.

   A Aplicando o teorema do valor medio á función $i^2(t)$ e calculando a raíz cadrada ao valor medio de dita función, xunto coa identidade trigonométrica $sen^2(\alpha) = \frac{1}{2}(1 - cos(2\alpha))$, obtense que $i_{ef} = \frac{i_o}{\sqrt{2}}$

   B Aplicando o teorema do valor medio a $i^2(t)$ e calculando a raíz cadrada ao valor medio de dita función, obtense que esta acada o valor $i_{ef} = i_o$

   C Aplicando a identidade trigonométrica $sen^2(\alpha) = \frac{1}{2}(1 - cos(2\alpha))$, para a integral que se precisa no cálculo de i_{ef}, obtense que esta acada o valor $i_{ef} = \frac{i_o}{T}$

   D ningunha das anteriores.

3. O desenvolvemento seguinte para obter o valor da integral:

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{t^2} dt = \int_{-1}^{1} t^{-2} dt = \left. \frac{t^{-1}}{-1} \right]_{-1}^{1} = \left. \frac{-1}{t} \right]_{-1}^{1} = \frac{-1}{1} - \frac{-1}{-1} = -2$$

$\boxed{A}$ é correcto ao aplicar a regra de Barrow por verificárense tódalas hipóteses para a función $f(t) = \frac{1}{t^2}$ no intervalo $[-1, 1]$

$\boxed{B}$ é correcto xa que a función $f(t) = \frac{1}{t^2}$ no intervalo $[-1, 1]$ é decrecente por tanto ten integral negativa

$\boxed{C}$ trátase dunha integral impropia e o resultado é incorrecto

$\boxed{D}$ ningunha das anteriores.

4. Unha compañía compra unha máquina en $t = 0$ (anos). Estímase que xere uns ingresos de

$$I(t) = 180 - 0.25\, t^2$$

miles de euros e que, ao mesmo tempo, á compañía suporalle un custo de

$$C(t) = t^2$$

miles de euros manter e reparar a máquina. Finalmente, sábese que o valor de "recompra" da máquina é de

$$S(t) = \frac{7105}{t + 7}$$

miles de euros. Se T é o instante onde intersecan as gráficas das funcións ingresos e custos, esto é, $I(T) = C(T)$, e t^* verifica

$$\int_{t^*}^{T} I(r) - C(r)\, dr = S(t^*),$$

decídese vender a máquina para optimizar os beneficios e reducir o tempo en explotación, tendo en conta o valor de recompra, cal das seguinter afirmacións é correcta:

$\boxed{A}$ A gañancia total, despois de vender a máquina, ascende a $\displaystyle\int_{t^*}^{T} I(r) - C(r)\, dr - S(t^*)$,

$\boxed{B}$ A gañancia total, despois de vender a máquina, ascende a $\displaystyle\int_{0}^{T} I(r) - C(r)\, dr$

$\boxed{C}$ A gañancia total, despois de vender a máquina, ascende a $\displaystyle\int_{0}^{t^*} I(r) - C(r)\, dr + S(t^*)$

$\boxed{D}$ ningunha das anteriores.

5. A derivada da función $F(x) = \displaystyle\int_{cos(x)}^{sen(x)} \frac{1}{1 - t^2} dt$ é

$\boxed{A}$ $F'(x) = \dfrac{1}{1 - x^2}$

$\boxed{B}$ $F'(x) = \dfrac{cos(x)}{1 - sen^2(x)} + \dfrac{sen(x)}{1 - cos^2(x)}$

$\boxed{C}$ $F'(x) = \dfrac{sen(x)}{1 - sen^2(x)} - \dfrac{cos(x)}{1 - cos^2(x)}$

$\boxed{D}$ ningunha das anteriores.

6. A integral $I = \int_0^3 \frac{1}{s-1} ds$,

$\boxed{\text{A}}$ resólvese aplicando a regra de Barrow no intervalo $[0,3]$ e vale $I = ln(2)$

$\boxed{\text{B}}$ é unha integral impropia e non corverxe.

$\boxed{\text{C}}$ é unha integral impropia e o seu valor é 0.

$\boxed{\text{D}}$ ningunha das anteriores.

7. Seleccionar a única opción que resolve con MATLAB correctamente a cuestión descrita:

$\boxed{\text{A}}$ Calcular a área encerrada pola gráfica da función $f(x) = x^3 - 4x$ no intervalo $[-2,2]$.
≫ syms x
≫ f=x^3 $- 4 * x$
≫ I=int(f,x,-2,2)

$\boxed{\text{B}}$ Se tratamos de calcular a integral

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{1+s^2} ds,$$

os comandos correctos que temos que introducir son:
≫ syms s x
≫ F=int(1/(1+s^2),0,x)
E a resposta de MATLAB é
F=
atan(x)

$\boxed{\text{C}}$ A gráfica da Figura 1 obtense tecleando os seguintes comandos:
≫ syms x
≫ I=rsums(sen(x)/x,0,3.14)
e os valores que aparecen na gráfica significan que o número de elementos da partición é 1.851984 e o valor da integral definida da función $\frac{sen(x)}{x}$ no intervalo $[0,\pi]$ é 53 e pódese calcular tamén empregando interación por partes.

$\boxed{\text{D}}$ A secuencia de comandos:
≫ C=[-5:1:5]
≫ xp=linspace(-2,2,20)
≫ y=subs(int(f),xp)
≫ [C,Y]=meshgrid(C,y)
≫ plot(x,C+Y,'*')
Permite representar algunhas primitivas dunha certa función $f(x)$ definida previamente en simbólico, no intervalo $x \in [-5,5]$, para 20 valores de constantes C entre -2 y 2

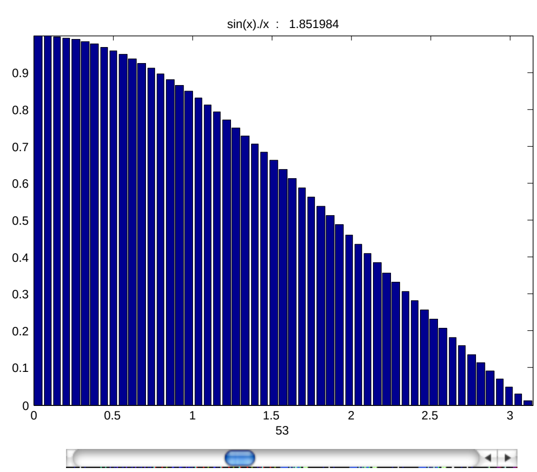

Figura 1: Gráfica rsums

8. Calcular a integral indefinida

$$\int sen(x)cos(x)e^{senx}\,dx$$

e comprobar que a solución proposta é a correcta. Comprobar se se verifican as hipóteses para poder aplicar a regra de Barrow para obter o valor da integral definida

$$I_d = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen(x)cos(x)e^{senx}\,dx,$$

de ser o caso dar o valor de I_d. (3 puntos)