Física 2º Bachillerato

Manuel Sánchez Abián

2025-2026

Índice

1. Campo Gravitatorio

1.1. Leyes de Kepler

Las leyes de Kepler son 3 leyes acerca de las **órbitas** de los **planetas** alrededor del Sol, que se deducen a partir de la ley de gravitación universal.

1.1.1. Primera Ley de Kepler

Los planetas describen **órbitas elípticas** alrededor del Sol. El sol está situado en uno de los **focos** de la elipse.

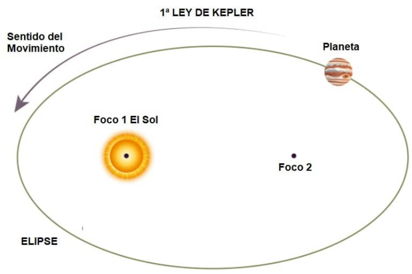


Figura 1: Primera Ley de Kepler

1.1.2. Segunda Ley de Kepler

Los planetas giran con una **velocidad areolar constante**, es decir, el vector posición (radiovector) barre áreas iguales en tiempos iguales:

$$\frac{dA}{dt} = \text{cte.}$$

Esto quiere decir que la velocidad en el **perihelio** (punto más cercano al Sol) es **mayor** que la velocidad en el **afelio** (punto más lejano al Sol).

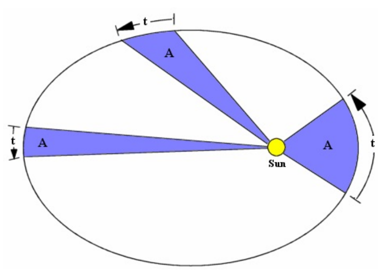


Figura 2: Segunda Ley de Kepler

1.1.3. Tercera Ley de Kepler

El **cuadrado** de los **periodos** (T) alrededor del Sol es **proporcional** al **cubo** de los **radios** medios de sus órbitas (r). Es decir:

$$T^2 = k \cdot r^3 \tag{1}$$

Siendo k una **constante** igual para **todos los planetas**.

1.2. Demostración de la Tercera Ley de Kepler

$$\left.\begin{array}{r} G\dfrac{Mm}{r^2} = m\dfrac{v^2}{r} \Longrightarrow v^2 = \dfrac{GM}{r} \\ T = \dfrac{2\pi r}{v} \Longrightarrow v^2 = \dfrac{4\pi^2 r^2}{T^2} \end{array}\right\} \frac{GM}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Longrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3 \tag{2}$$

1.3. El Momento Angular de los Planetas

Cuando una partícula describe un movimiento curvilíneo, su estado de **movimiento** se caracteriza por su **momento angular** o momento cinético ($\vec{L}$):

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} \Longrightarrow L = r \cdot m \cdot v \cdot \sin\alpha \tag{3}$$

1.3.1. Teorema de Conservación del Momento Angular

Fórmulas utilizadas: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$, $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times m\vec{v}) = m\left(\cancelto{\vec{v} \times \vec{v} = 0}{\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v}} + \vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt}\right) = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M} \tag{4}$$

Como $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$, si $\vec{M} = 0 \Longrightarrow \vec{L} = \text{cte.}$

1.4. Ley de Gravitación Universal

Conocida como la ley gravitacional de Newton, se expresa el **valor** de la **fuerza de atracción** entre dos masas. La **dirección** del vector es la recta que une las dos partículas. Las **fuerzas** que interactúan entre dos masas tienen el mismo **módulo** y **dirección** pero distinto sentido.

$$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u_r} \tag{5}$$

Donde la Constante de Gravitación Universal es $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$

1.5. Campo Gravitatorio

El campo gravitatorio se define como la **perturbación** que la masa produce en el **espacio** que le **rodea** por el hecho de tener masa.

I. **Líneas de Campo Gravitatorio:**

a) Son **radiales** y van **dirigidos a la masa**.

b) Son **tangentes** en cada punto al vector intensidad de campo y tienen su mismo sentido.

c) No tienen **origen definido** (ya que el alcance del campo gravitatorio es infinito), pero terminan en puntos materiales denominados **sumideros** de campo.

d) La **densidad** de líneas de campo es **proporcional** al módulo de la **intensidad** del campo.

e) Las líneas de campo **no se pueden cortar**, ya que eso significaría que en un punto del espacio, el campo tendría dos valores distintos.

II. **Intensidad de Campo Gravitatorio ($\vec{g}$)**

$$\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u_r} \Longrightarrow g = G\frac{M}{r^2} \tag{6}$$

III. **Principio de Superposición**

a) La intensidad del campo gravitatorio en un punto es la **suma vectorial** de los campos que crearía cada cuerpo aislado.

b) De igual forma, la fuerza gravitatoria que siente una masa debido a otras masas será la **suma** de las fuerzas que cada una ejerzan:

$$\vec{F_T} = \Sigma F_i \tag{7}$$

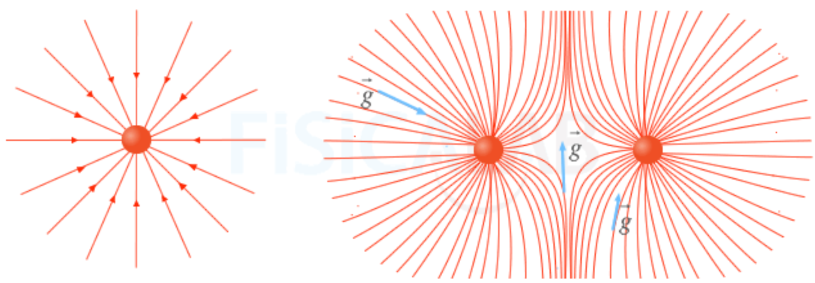


Figura 3: Líneas de Campo Gravitatorio

1.6. Fuerzas Conservativas y Energías

Las **fuerzas** son **conservativas** cuando el trabajo que realiza dicha fuerza para trasladar una partícula de un punto A a otro B depende de los puntos inicial y final, pero **no** del camino **seguido**. En este caso, la **gravedad** es una fuerza **conservativa**.

1.6.1. Energía Potencial Gravitatoria

La energía potencial gravitatoria (E_p) es aquella que posee una masa m por **encontrarse** bajo la **influencia** gravitatoria de otra masa M u otras masas. También puede definirse como el **trabajo** que realizaría el campo gravitatorio para **trasladar** una masa m desde un punto hasta el **infinito**.

$$E_p = -G\frac{Mm}{r} \tag{8}$$

1.7. ¿Por qué la E_p también es $m \cdot g \cdot h$?

Con esta expresión, se asume que $h \ll R_t$

$$\begin{aligned} \Delta E_p = E_{pB} - E_{pA} &= -G\frac{Mm}{R_t + h} + G\frac{Mm}{R_t} \\ &= GMm\left(\frac{1}{R_t} - \frac{1}{R_t + h}\right) = \frac{GMmh}{R_t(R_t + h \simeq R_t)} \end{aligned} \tag{9}$$

$$\Delta E_p = \frac{GM}{R_t^2}mh = mgh \tag{10}$$

1.7.1. Potencial Gravitatorio

El potencial gravitatorio (V) en un punto se define como la **energía potencial gravitatoria** por **unidad** de masa en dicho punto:

$$E_p = m \cdot V \Longrightarrow V = -G\frac{M}{r} \tag{11}$$

1.7.2. Trabajo

Si $W > 0$, el trabajo lo realiza el **campo gravitatorio**. Si $W < 0$ el trabajo lo realiza una **fuerza exterior al campo**. Si $W = 0$ **no** se realiza **trabajo**. El trabajo para llevar una partícula de masa m desde un punto A hasta uno B será:

I. $W_{A\to B} = -\Delta E_p$

II. $W_{A\to B} = -m\Delta V$

1.8. Satélites

1.8.1. Velocidad Orbital

Es la **velocidad necesaria** para que una masa m (como un satélite, tanto natural como artificial) describa una **órbita circular** alrededor de **otra** M, para lo que la fuerza **centrípeta** debe ser **igual** que la fuerza **gravitatoria**.

$$G\frac{M\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Longrightarrow v_{\text{orbital}} = \sqrt{\frac{GM}{r}} \tag{12}$$

1.8.2. Satélites Geoestacionarios

Se llaman **satélites geosíncronos** a aquellos satélites cuyo periodo de revolución coincide con el de la Tierra: $T = 24\text{h} = 86400\text{s}$. Si además estos satélites están todo el rato **sobre el mismo punto** de la superficie terrestre (para lo que es necesario que su plano orbital coincida con el ecuador) entonces se denominan **satélites geoestacionarios**.

1.8.3. Velocidad de Escape

La velocidad de escape es la velocidad mínima que debe adquirir un cuerpo para escapar de la **atracción gravitatoria del planeta** en cuyas **proximidades** se encuentre. Esto significa que $E_p = 0$, $E_c = 0$ y $E_m = 0$.

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{2} \cdot v_{\text{orbital}} \tag{13}$$

1.8.4. Energía Mecánica de un Satélite en Órbita

La energía mecánica de un satélite en órbita, también denominada energía orbital, es la **suma** de la energía **potencial** y **cinética**:

$$E_m = -G\frac{Mm}{2r} \tag{14}$$

1.8.5. Principio de Conservación de la Energía

Es la energía que debemos **comunicarle** a un satélite para que **pase** de una **órbita** a otra, donde las energías mecánicas son distintas.

$$W_{\text{com}} + E_{p_A} + E_{c_A} = E_{c_B} + E_{p_B} \tag{15}$$

De esta fórmula se puede **deducir** la fórmula de la **energía de satelización** (energía necesaria para poner un satélite en órbita):

$$E_{\text{satelización}} = GMm\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{2 \cdot r_B}\right) \tag{16}$$

Conceptos Clave: Gravitación.

- **Distancia r:** En todas las fórmulas, r es la distancia al **centro** del planeta. Si te dan la altura h, recuerda: $r = R_T + h$.
- **Signos:** La Energía Potencial (E_p) y el Potencial (V) son siempre **negativos** (el 0 está en el infinito).

1.9. Resumen de Fórmulas

Magnitud / Concepto	Fórmula	Unidades (SI)
Ley de Gravitación Universal	$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u_r}$	N
Intensidad del Campo Gravitatorio	$\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u_r}$	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
Cte. Grav. Universal	$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$	$\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
Momento Angular	$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$	$\mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}$
Energía Potencial Gravitatoria	$E_p = -G\frac{Mm}{r} = mV$	J
Potencial Gravitatorio	$V = -G\frac{M}{r}$	$\mathrm{J\,kg^{-1}}$
Trabajo del Campo Gravitatorio	$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -m\Delta V$	J
Velocidad Orbital	$v_{\text{orbital}} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Velocidad de Escape	$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Energía Mecánica en Órbita	$E_m = -G\frac{Mm}{2r}$	J
Energía de Satelización	$GMm\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{2r_B}\right)$	J
Periodo Orbital	$T = \frac{2\pi r}{v}$	s

Tabla 1: Formulario de Gravedad

2. Campo Eléctrico

2.1. Cargas Puntuales

2.1.1. Ley de Coulomb

La fuerza de **atracción o repulsión** entre 2 cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas e **inversamente proporcional** al cuadrado de la distancia que las separa.

$$\vec{F} = k\frac{Qq}{r^2}\vec{u_r} \Longrightarrow F = k\frac{Qq}{r^2} \tag{17}$$

Donde $k = 9 \times 10^9\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$ en el vacío, que está relacionada con ε (permitividad eléctrica):

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$$

2.1.2. Líneas de Campo Eléctrico

El campo eléctrico es la **perturbación** que genera un cuerpo por tener carga eléctrica.

I. Si la carga es **positiva**, el campo eléctrico es de **repulsión**.

II. Si la carga es **negativa**, el campo eléctrico es de **atracción**.

El campo eléctrico, igual que el campo gravitatorio, es un **campo conservativo**.

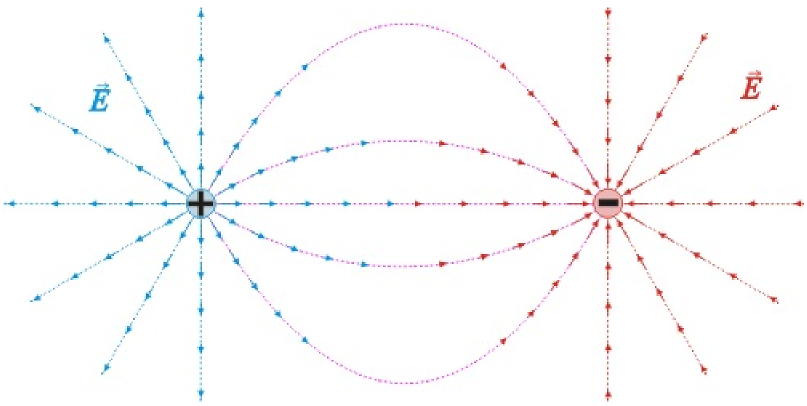


Figura 4: Líneas de Campo Magnético

2.1.3. Intensidad del Campo Eléctrico

La **intensidad** de campo eléctrico ($\vec{E}$) (también llamada simplemente campo eléctrico) en un punto se define como la **fuerza** que se ejerce por **unidad** de **carga** positiva situada en dicho punto:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \tag{18}$$

$$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u_r} \Longrightarrow E = k\frac{Q}{r^2} \tag{19}$$

2.1.4. Principio de Superposición

El Principio de Superposición establece que el efecto total de varias causas actuando juntas es la suma de los efectos que cada causa produciría por separado.

$$\vec{F_T} = \Sigma F_i \tag{20}$$

$$\Delta V = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{r} \tag{21}$$

2.2. Energías y Fuerzas Conservativas

La energía potencial eléctrica (E_p) es aquella que **posee** una carga por **encontrarse** bajo la influencia **eléctrica** de otra carga u otras cargas:

$$E_p = k\frac{Qq}{r} \tag{22}$$

2.2.1. Potencial Eléctrico (V)

Es el trabajo **realizado** por el campo eléctrico para **trasladar** una **unidad** de carga desde un punto hasta el **infinito**.

$$V = \frac{E_p}{q} \Longrightarrow V = k\frac{Q}{r} \tag{23}$$

2.2.2. Trabajo (W)

La fuerza **eléctrica** (al igual que la fuerza gravitatoria) es una **fuerza central**, ya que está dirigida hacia un punto. El campo eléctrico (igual que el campo gravitatorio) es un **campo conservativo**. El trabajo realizado por el campo **depende** solo de su estado **inicial** y **final**, no depende de la **trayectoria**.

$$W_{A\to B} = E_{pA} - E_{pB} \Longrightarrow W_{A\to B} = -q(V_B - V_A) \tag{24}$$

2.3. Campos Eléctricos Uniformes

2.3.1. Líneas de Campo

Las líneas de campo de un campo eléctrico **uniforme** son **líneas** de campo **paralelas**.

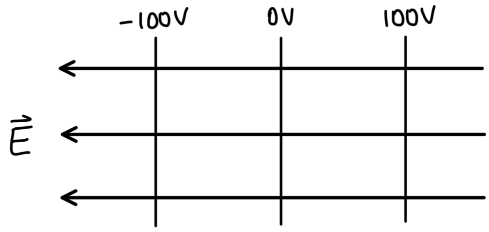


Figura 5: Líneas de Campo Eléctrico en un Campo Uniforme

2.3.2. Movimiento de Carga en Campo Uniforme

Cuando trabajamos con un campo eléctrico uniforme, al ser **constante**, aplicaremos también la **segunda ley de Newton**, $\Sigma F = ma$, siendo esta **aceleración** también **uniforme**.

Por lo tanto, podremos utilizar en este caso las **fórmulas del MRUA**:

$$\left.\begin{aligned} x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ v = v_0 + at \\ v^2 = v_o^2 + 2a\Delta x \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Podemos resolverlo también mediante el **Principio de Conservación de la Energía Mecánica**, al ser la fuerza eléctrica **conservativa**:

$$\Delta E_m = 0 \Longrightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p \tag{26}$$

2.3.3. Campo: Láminas Infinitas

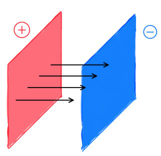


Figura 6: Campo Eléctrico Creado por Láminas Infinitas

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \tag{27}$$

Siendo σ las cargas por superficie $\frac{\text{cargas }(C)}{\text{superficie }(m^2)}$ y ε depende del material.

2.3.4. Campo: Hilo Infinito

Las líneas de campo salen radialmente del hilo (suponiendo λ positivo).

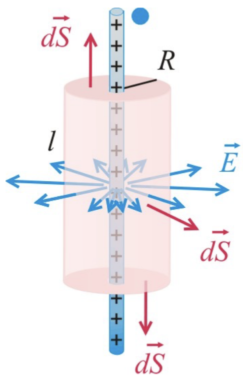


Figura 7: Campo Eléctrico Creado por Un Hilo Infinito

$$E = 2k\frac{\lambda}{r} = \frac{\lambda}{2\varepsilon\pi r} \tag{28}$$

Siendo λ las cargas por longitud $\frac{\text{cargas }(C)}{\text{longitud }(m)}$ y ε depende del material.

El Electronvoltio. Un Electronvoltio se define como la energía que tiene un electrón sometido a una diferencia de potencial de 1 V.

$$1\,\text{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\text{J}$$

Conceptos Clave: Campo Eléctrico.

- **Vectores vs Escalares:**
  - Fuerza ($\vec{F}$) y Campo ($\vec{E}$) son **vectores**
  - Potencial (V) y Energía (E_p) son **escalares**
- **Signo de la carga:** En las fórmulas escalares (V, E_p), **incluye** el signo de la carga. En las vectoriales, usa el signo para determinar el sentido del vector.

2.4. Resumen de Fórmulas

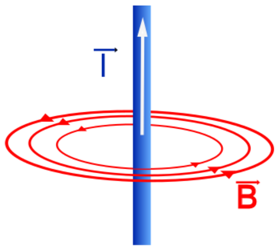
Magnitud / Concepto	Fórmula	Unidades (SI)
Ley de Coulomb	$\vec{F} = k\dfrac{Qq}{r^2}\vec{u_r}$	N
Constante de Coulomb	$k = 9 \times 10^9 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon}$	$\mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$
Intensidad del Campo Eléctrico (Definición)	$\vec{F} = q\vec{E}$	N
Campo Eléctrico Creado por una Carga Puntual	$\vec{E} = k\dfrac{Q}{r^2}\vec{u_r}$	$\mathrm{N\,C^{-1}}$
Principio de Superposición	$\vec{F_T} = \sum_i \vec{F_i}$	N
Energía Potencial Eléctrica	$E_p = k\dfrac{Qq}{r}$	J
Potencial Eléctrico	$V = \dfrac{E_p}{q} = k\dfrac{Q}{r}$	$\mathrm{V = J\,C^{-1}}$
Trabajo del Campo Eléctrico	$W_{A\to B} = E_{pA} - E_{pB} = -q(V_B - V_A)$	J
Campo Eléctrico Uniforme	$E = \dfrac{F}{q}$	$\mathrm{N\,C^{-1}}$
Campo Creado por Láminas Infinitas	$E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon}$	$\mathrm{N\,C^{-1}}$
Campo Creado por un Hilo Infinito	$E = 2k\dfrac{\lambda}{r} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}$	$\mathrm{N\,C^{-1}}$
Relación entre V y E	$\Delta V = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{r}$	—
Electron-voltio	$1\,\mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}$	J

Tabla 2: Formulario del Campo Eléctrico

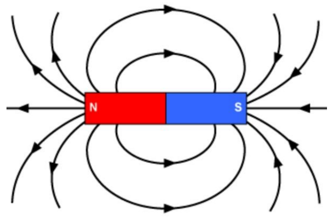
3. Campo Magnético

El campo **magnético** es la **perturbación** que genera un **imán** o **cargas en movimiento** (corrientes eléctricas). El campo **magnético**, a diferencia de los campos gravitatorios y eléctricos, es un campo **no conservativo**, ya que el trabajo **sí** depende de la **trayectoria**.

La **intensidad** de campo magnético B es una magnitud **vectorial**, cuya unidad en el **Sistema Internacional** es el **Tesla** (T). El **tesla** es una unidad muy **grande**. Por ejemplo, el campo magnético terrestre es del orden de 10^{-5} T. Por eso a veces se usa una **unidad menor**, denominada **Gauss** (G): $1\,\mathrm{G} = 10^{-4}\,\mathrm{T}$.



(a) **Hilo**



(b) **Imán**

Figura 8: Líneas de Campo Creados por un Hilo y por un Imán

3.1. Ley de Lorentz

Cuando un cuerpo cargado penetra con una **velocidad** $\vec{v}$ en una región del espacio en la que existe un **campo magnético** $\vec{B}$, se ve sometido a una **fuerza magnética** $\vec{F_m}$:

$$\vec{F_m} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \Longrightarrow F_m = |q| \cdot v \cdot B \operatorname{sen} \alpha \tag{29}$$

Siendo α el **ángulo** que forman v y B. La unidad de B son los Teslas (T), que son: $\mathrm{N\,C^{-1}\,m^{-1}\,s}$.

I. Si $\vec{v}$ y $\vec{B}$ son **paralelos**: $\alpha = 0° \Longrightarrow F_m = 0$, por lo tanto, la carga describirá un **MRU**.

II. Si $\vec{v}$ y $\vec{B}$ son **perpendiculares**, la **fuerza** será **máxima** y la carga describirá un **MCU**.

III. En el **resto** de casos, la carga describirá un **movimiento helicoidal** (véase fig. 9).

3.2. Características del Movimiento

La partícula que penetra con **velocidad perpendicular** al campo magnético. El **radio** de la circunferencia r que describe una partícula cargada **depende** de su **velocidad**. El **periodo** (T) del movimiento circular lo podemos **calcular** también.

Para las partículas que penetran con un **ángulo** α **cualquiera** con el campo magnético se pueden **descomponer** en **ejes perpendiculares** y **paralelos** al campo magnético.

El **paso** (d en la figura 9) de la hélice en el caso en el que la partícula penetra con un **ángulo** α **cualquiera** con el campo magnético es la distancia que **recorrería** al girar una vuelta completa. Se calcula como la **velocidad paralela** al campo magnético por su **periodo**: $d = v_{\parallel} \cdot T$.

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \tag{30}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB} \tag{31}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel} = v_{\perp} \cdot \vec{u_{\perp}} + v_{\parallel} \cdot \vec{u_{\parallel}} \tag{32}$$

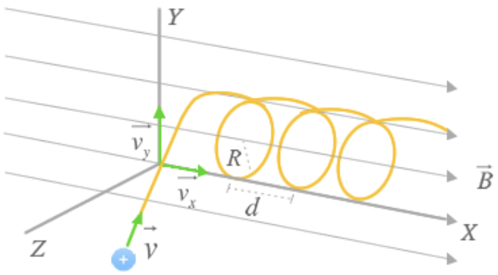


Figura 9: Movimiento Descrito por una Carga con una Velocidad bajo un Ángulo

3.3. Cálculo de un Producto Vectorial

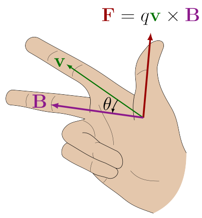
Para obtener el **vector fuerza** magnética $\vec{F}$ a partir de las **componentes** de la **velocidad** $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$ y del **campo magnético** $\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$, utilizamos la regla del determinante:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \tag{33}$$

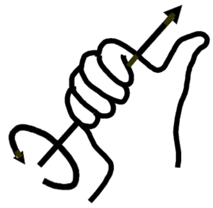
Desarrollando el determinante:

$$\vec{F} = q\left[(v_y B_z - v_z B_y)\vec{i} - (v_x B_z - v_z B_x)\vec{j} + (v_x B_y - v_y B_x)\vec{k}\right] \tag{34}$$

También se puede usar la regla de la mano derecha o del sacacorchos:



(a) Regla de la Mano Derecha



(b) Regla del Sacacorchos

Figura 10: Reglas de la Mano Derecha y del Sacacorchos

La regla de la **mano derecha** (o del **sacacorchos**) determina **sentidos vectoriales**. Para el sacacorchos, giramos de $\vec{v}$ a $\vec{B}$. Para la mano derecha, véase la figura 10a.

3.4. El Selector de Velocidades

El selector de velocidades utiliza campos **eléctrico** y **magnético** cruzados. Si las **partículas cargadas** entran con cierta **velocidad**, las fuerzas se **cancelan**. Esto permite que sigan una **trayectoria rectilínea** y **atraviesen** el dispositivo **sin desviarse**.

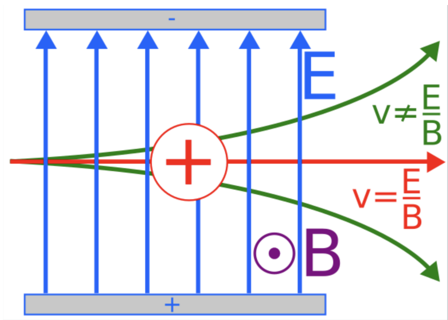


Figura 11: Selector de Velocidades

Para seleccionar las partículas que tienen una **cierta velocidad**, la fuerza eléctrica y magnética han de ser **iguales**:

$$\vec{F_E} = \vec{F_B} \Longrightarrow E = vB \Longrightarrow v = \frac{E}{B} \tag{35}$$

3.5. Espectrómetro de Masas

Es un **dispositivo** que empleado para **separar partículas** cargadas que poseen **distinta relación** ($\frac{\text{carga}}{\text{masa}}$). El espectrómetro de masas consta básicamente de un **selector de velocidades** (que permite seleccionar las partículas con una determinada velocidad) seguido de una **zona** en la que se establece un **campo magnético**. En esta zona, la partícula **cargada** describe una trayectoria **circular**, y un a placa **fotográfica** recoge el **impacto** de las partículas después de **describir una semicircunferencia**. De esta forma podemos medir el **radio** de curvatura y calcular la relación $\frac{\text{carga}}{\text{masa}}$.

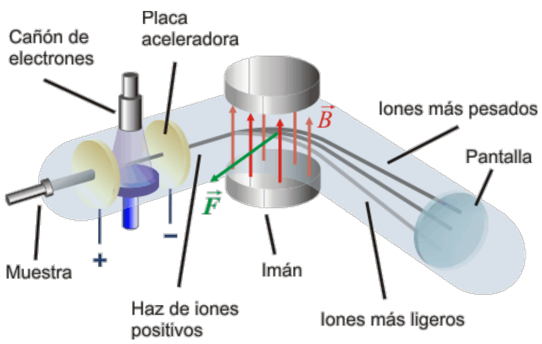


Figura 12: Espectrómetro de Masas

3.6. Ciclotrón

Un ciclotrón es un **acelerador de partículas** cargadas que después suelen ser utilizadas para producir **reacciones nucleares** o para **obtener información** sobre otros núcleos.

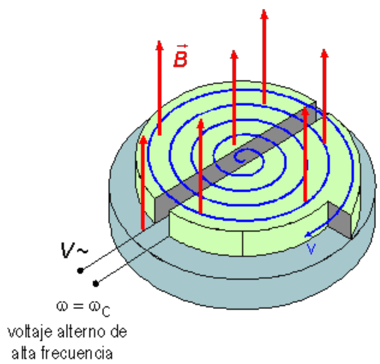


Figura 13: Ciclotrón

I. Un ciclotrón tiene dos **partes** llamadas "*Des*" (por su forma). Son recipientes **semicirculares** al **vacío**, colocados **perpendicularmente** a un **campo** B. Las partículas describen **trayectorias** circulares de radio **creciente**. Las dos "*Ds*", D_1 y D_2, están separadas cierta **distancia**.

II. En **ese espacio** se **acelera** la partícula mediante una **diferencia de potencial**, **aumentando** su radio, hasta que alcanza un **radio máximo** denominado **radio de extracción**.

III. El **periodo** es **independiente** de la velocidad de la partícula y de su **radio**, por lo que será **constante** en el **ciclotrón**. Tras una serie de **vueltas**, la partícula **alcanzará** una energía **cinética** máxima con la que saldrá del **ciclotrón**.

$$\left.\begin{aligned} |q|\, Bv = m\frac{v^2}{r} \Longrightarrow \frac{r}{v} &= \frac{m}{|q|\, B} \\ T &= \frac{2\pi r}{v} \end{aligned}\right\} T = \frac{2\pi m}{|q|\, B} \tag{36}$$

La **energía cinética máxima** que alcanza la partícula depende del radio máximo del ciclotrón (R) y del campo magnético (B):

$$E_{\text{c,max}} = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m} \tag{37}$$

3.7. Efecto de un Campo Magnético sobre un Hilo de Corriente

Si un **hilo** que transporta una **corriente eléctrica** se encuentra en un **campo magnético**, experimenta una **fuerza magnética** que podemos deducir a partir de la Ley de Lorentz. Recordemos que la **intensidad** se define como $I = \frac{dq}{dt}$. Sustituyendo en la expresión diferencial de la fuerza:

$$d\vec{F}_B = dq \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad \Longrightarrow \quad d\vec{F}_B = I \cdot dt \cdot \vec{v} \times \vec{B} \tag{38}$$

Como $\vec{v} \cdot dt = d\vec{\ell}$, siendo $d\vec{\ell}$ un elemento de **longitud** en la dirección de la corriente:

$$d\vec{F}_B = I \cdot d\vec{\ell} \times \vec{B} \tag{39}$$

$$\vec{F}_B = I \cdot \vec{\ell} \times \vec{B} \tag{40}$$

Y su módulo queda:

$$F = I \cdot \ell \cdot B \cdot \sin\alpha \tag{41}$$

En esta fórmula, $\vec{\ell}$ es un vector cuya **dirección** y **sentido** coinciden con los de la corriente, y cuyo módulo es la longitud del tramo considerado del hilo. Además, la **dirección** y **sentido** de la fuerza pueden deducirse mediante el cálculo del producto vectorial o la regla de la **mano derecha** (epígrafe 3.3).

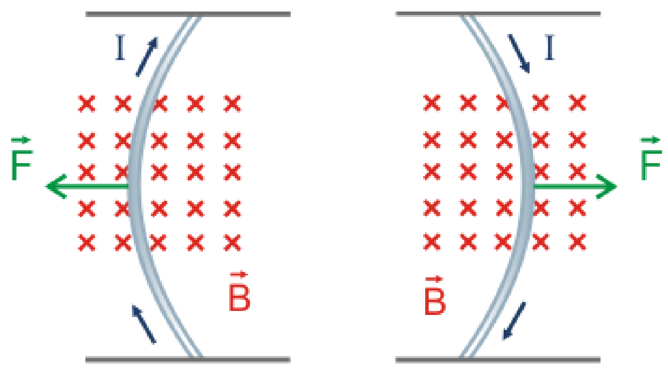


Figura 14: Fuerzas que actúan sobre un hilo de corriente

3.8. Campo Magnético creado por un Hilo de Corriente

Un **hilo** de corriente por el que pasa una **intensidad** I crea un **campo magnético** en sus **proximidades**. Para un punto P cuya distancia más corta al hilo sea x, el módulo de la **intensidad de campo** es:

$$B = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{x} \tag{42}$$

Las líneas de campo son circunferencias **centradas** en el hilo, que se encuentran en el plano **perpendicular** al **hilo** y su sentido viene dado por la **regla del sacacorchos** (figura 10b).

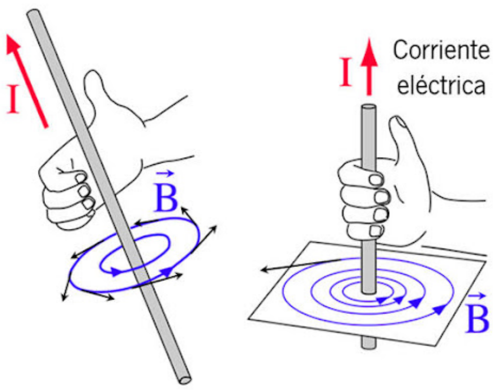


Figura 15: Campo magnético creado por un hilo de corriente

3.9. Campo creado por una espira circular

El campo creado por una espira **en su centro** es un vector con estas características:

I. **Módulo**: $B = \frac{\mu}{2} \cdot \frac{I}{R}$

II. **Dirección**: **perpendicular** al plano de la espira.

III. **Sentido**: depende del sentido de giro de la **corriente**.

3.10. Acciones entre corrientes

Si circulan **corrientes** por **varios hilos paralelos**, se dan **interacciones magnéticas** entre ellas. Una situación en la que esto puede ocurrir es en los cables que transportan corriente en la red eléctrica. Supongamos que dos hilos paralelos, de longitud L y separados una distancia d. Cada uno de ellos creará un **campo magnético** B que podemos calcular:

Campo que crea la **corriente 1** sobre **2**:

$$B_1 = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{d} \tag{43}$$

Fuerza que sufre la **corriente 2**:

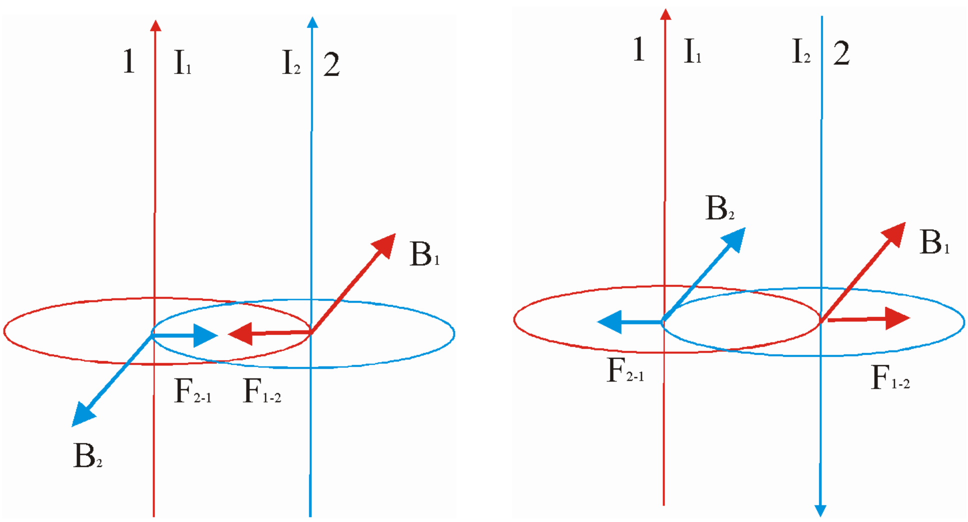
$$F_{12} = I_2 \cdot \ell \cdot B_1 \tag{44}$$

Sustituyendo la fórmula **43** en la fórmula **44**:

$$F_{12} = I_2 \cdot \ell \cdot \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{d} \tag{45}$$

La fuerza se suele medir por **unidad de longitud** ($\frac{F}{\ell}$).

$$\frac{F_{12}}{\ell} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{d} \tag{46}$$



(a) Mismo Sentido (b) Sentido Contrario

Figura 16: Interacciones entre hilos de corriente

3.11. Definición de Amperio

Hasta el año 2019, el **amperio** (la intensidad de la corriente), se definía sobre la base de la **fuerza** de interacción magnética entre dos **conductores rectilíneos paralelos**. Si $I_1 = I_2 = 1\,\mathrm{A}$ y $d = 1\,\mathrm{m}$, dado que $\mu = 4\pi \times 10^{-7}\mathrm{N\,A}^{-2}$:

$$\frac{F_{12}}{\ell} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{1\mathrm{A} \cdot 1\mathrm{A}}{1\mathrm{m}} = 2 \cdot 10^{-7}\mathrm{N\,m}^{-1} \tag{47}$$

Así, un amperio internacional o Ampère (A) era la **intensidad** de corriente eléctrica que debía circular por dos conductores **rectilíneos, paralelos e indefinidos** para que, separados por una distancia de 1 m, ejerciera una **fuerza** entre ellos de $2 \times 10^{-7}\,\mathrm{N\,m}^{-1}$ **por** cada **metro** de conductor. A partir de 2019, se definió el amperio a partir de la carga elemental del electrón.

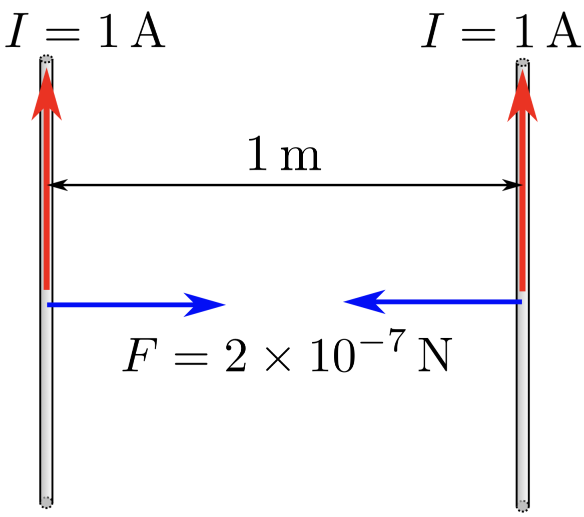


Figura 17: Definición del amperio hasta 2019

> **Conceptos Clave: Campo Magnético.**
>
> - **Trabajo Nulo:** La fuerza magnética **nunca** realiza trabajo ($W = 0$) porque es siempre perpendicular a la velocidad.
> - **Energía Cinética:** Como no hay trabajo, la fuerza magnética **no cambia** la rapidez (módulo de la velocidad), solo curva la trayectoria. $E_c = \text{cte}$.

3.12. Resumen de Fórmulas

Magnitud / Concepto	Fórmula	Unidades (SI)
Ley de Lorentz (Vectorial)	$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$	N
Ley de Lorentz (Módulo)	$F_m = \lvert q\rvert vB\sin\alpha$	N
Radio de la Trayectoria	$r = \dfrac{mv}{\lvert q\rvert B}$	m
Periodo (Partícula / Ciclotrón)	$T = \dfrac{2\pi m}{\lvert q\rvert B}$	s
Frecuencia (Ciclotrón)	$f = \dfrac{\lvert q\rvert B}{2\pi m}$	Hz o s^{-1}
Paso de la Hélice	$p = v_{\parallel} \cdot T$	m
Selector de Velocidades	$v = \dfrac{E}{B}$	$m\,s^{-1}$
Energía Cinética Máxima (Ciclotrón)	$E_{c,max} = \dfrac{q^2B^2R^2}{2m}$	J
Fuerza sobre un hilo de corriente	$\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B}$	N
Campo magnético creado por un hilo de corriente	$B = \dfrac{\mu}{2\pi} \cdot \dfrac{I}{x}$	T
Fuerza entre corrientes	$\dfrac{F_{12}}{\ell} = \dfrac{\mu}{2\pi} \cdot \dfrac{I_1 I_2}{d}$	$N\,m^{-1}$

Tabla 3: Formulario de Campo Magnético

4. Inducción Electromagnética

4.1. El Flujo Magnético

El **flujo magnético** (ϕ) se define, en una **superficie**, como el número de **líneas de inducción** que la **atraviesan**. Este número número de **líneas por superficie** perpedincular a las mismas indica la intensidad del campo, es decir:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \Longrightarrow \phi = B \cdot S \cdot \cos \varphi \tag{48}$$

El flujo magnético se mide en **Wéber** (Wb). Además, cuando se trata de una **bobina**, el flujo magnético φ es N veces el campo magnético de una espira, siendo N el número de «*vueltas*» que tiene la bobina.

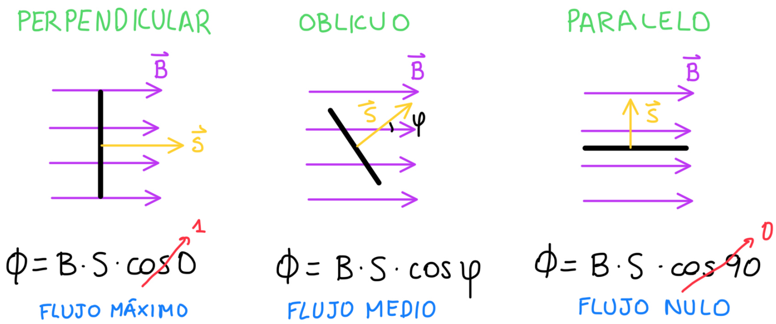


Figura 18: Situaciones del Flujo Magnético

4.2. Ley de Faraday-Lenz

La Ley de Faraday-Lenz establece que cuando el **flujo magnético** que atraviesa un circuito varía, aparece una **fuerza electromotriz** (*fem*) inducida. Su valor viene dado por:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \tag{49}$$

El signo **negativo** de la fórmula 49 indica que la **corriente** inducida **siempre se opone** al cambio de flujo que la produce (sentido de Lenz). La **fem** ε es la energía por unidad de carga que surge en el circuito debido a esa variación de flujo y se mide en voltios (V). **Ejemplo:** Si un imán se **acerca** a una espira, el flujo magnético aumenta y aparece una corriente cuyo campo se **opone** a ese acercamiento. Si el imán se **aleja**, el flujo **disminuye** y la corriente inducida **cambia** de **sentido** para intentar mantener el flujo **anterior**.

4.3. La Experiencia de Henry

Los estudios de Joseph Henry acerca del electromagnetismo fueron de gran importancia para conocer las leyes que rigen este campo de la física. Supongamos un **hilo** conductor de **longitud** ℓ que se mueve hacia la **derecha** con **velocidad constante** $\vec{v}$ en el seno de un campo **magnético** perpendicular entrante en el plano del hilo, tal y como se indica en la figura 19.

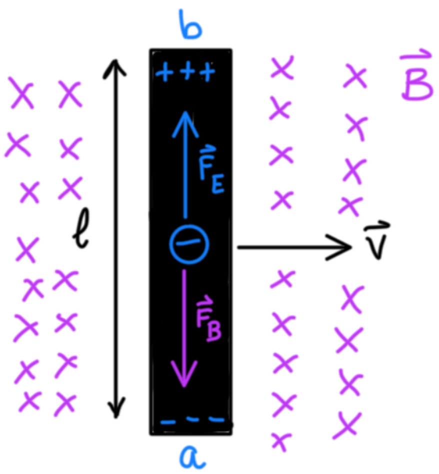


Figura 19

La $\vec{F}_B$ hace que los **electrones** se desplacen hacia la parte **inferior** del conductor(b en la figura 19). Gracias a eso, aparecerá un campo eléctrico que ejerce una **fuerza** sobre los electrones en **sentido opuesto** a $\vec{F}_B$. Se produce una situación de **equilibrio** y ya no hay más separación de cargas.

$$\vec{F}_B = \vec{v} \times \vec{B} \tag{29}$$

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E} \tag{18}$$

$$\vec{F}_B = \vec{F}_E \Longrightarrow \cancel{q}\vec{v} \times \vec{B} = \cancel{q} \cdot \vec{E} \Longrightarrow \vec{E} = \vec{v} \times \vec{B} \tag{50}$$

$$\Delta V = E \cdot \ell = \vec{v} \times \vec{B} \cdot \ell \tag{51}$$

Ejercicio Ejemplo. Una espira triangular de $4\,\mathrm{m}$ de lado se desplaza a $2\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ hacia una región donde hay un campo magnético $\vec{B}$ perpendicular al plano de la espira, tal y como se indica en la figura 20. En $t = 0\,\mathrm{s}$ la espira está a $2\,\mathrm{m}$ de la región.

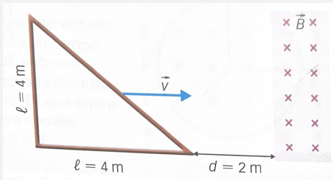


Figura 20

Indica la expresión de la fem inducida en la espira cuando penetra en la región del campo magnético. Calcula el valor del campo si en el instante $t = 2\,\mathrm{s}$ la fem inducida es $\varepsilon = 1{,}6\,\mathrm{V}$.

—

Podemos calcular primero el flujo magnético que atraviesa la espira:

$$\phi = B \cdot S \cdot \cancelto{1}{\cos\varphi} \tag{52}$$

Donde S es el área de la espira y φ es el ángulo, en este caso $\varphi = 0°$, entre el campo magnético y el plano de la espira. Se puede ver que la superficie es un triángulo rectángulo, por lo que su área es $S = \frac{\ell^2}{2}$. Asimismo, al tratarse de un MRU, podemos sustituir ℓ por $v \cdot t$, lo que nos queda:

$$\phi = B \cdot \frac{v^2 t^2}{2} \tag{53}$$

Sustituyendo los datos que ya tenemos y derivando para obtener la fem inducida:

$$\phi(t) = B\frac{4t^2}{2} = 2Bt^2 \Longrightarrow \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -4Bt \tag{54}$$

Sin embargo, en esta ecuación no se está teniendo en cuenta que la espira se encuentra a 2 metros de la región del campo magnético, por lo que el tiempo que usaremos será $t_{\text{desfase}} = \frac{2\,\mathrm{m}}{2\,\mathrm{m\,s^{-1}}} = 1\,\mathrm{s}$. El tiempo que usaremos en la ecueción serán los dos segundos del enunciado menos el segundo de desfase $t = 2\,\mathrm{s} - 1\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{s}$. En el enunciado también nos decían que $\varepsilon = 1{,}6\,\mathrm{V}$, por lo que:

$$1{,}6\,\mathrm{V} = -4B \cdot 1\,\mathrm{s} \Longrightarrow B = \frac{1{,}6\,\mathrm{V}}{4 \cdot 1\,\mathrm{s}} = 0{,}4\,\mathrm{T} \tag{55}$$

4.4. Aplicaciones de la inducción electromagnética

4.4.1. Generadores eléctricos

Un **generador eléctrico** es un dispositivo **capaz** de transformar algún tipo de energía en energía **eléctrica**. Nikola Tesla inventó el generador de **corriente alterna** o **alternador**. Modificándolo, se creó el generador de corriente continua llamado **dinamo**.

4.4.1.1 Alternador

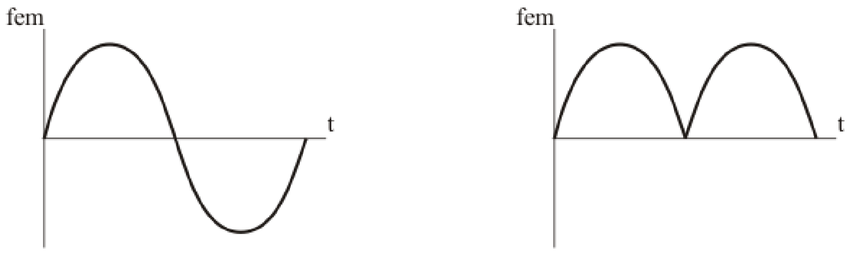
Un alternador es un **generador** de corriente **alterna**. El sentido en el que circulan las cargas **cambian periodicamente**. La Ley de Faraday (fórmula 49) nos permite obtener la función de la **fem** en el alternador con respecto al **tiempo**:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot S \cdot \cos(\omega t))}{dt} = \omega \cdot B \cdot S \cdot \sin(\omega t) \tag{56}$$

La **fem** máxima es $\varepsilon_{\text{máxima}} = \omega \cdot B \cdot S$. Donde ω es la **velocidad angular**, con la que se puede calcular la **frecuencia**: $f = \frac{\omega}{2\pi}$.

4.4.1.2 Dinamo

Una dinamo es un **generador** de corriente **continua**, denominada así porque **no cambia** el **sentido** en que circulan las cargas eléctricas. Se puede obtener **modificando** el diseño del **alternador**, utilizando un único anillo partido en dos y conectando a cada una de las mitades una **escobilla**.



(a) Alternador (b) Dinamo

Figura 21: Gráficas de fem inducida en los distintos tipos de generadores

Tanto en 21a como en 21b, el generador ha dado una **vuelta entera** (2πrad), es decir, ha pasado **dos veces** por 0 V.

4.4.1.3 Transformador

Un transformador es un dispositivo empleado para **modificar** el **voltaje** o la **intensidad** de una **corriente alterna**. Éste consta de dos **bobinas** enrolladas en torno a un **núcleo** de hierro, aisladas entre sí. Por una de las bobinas se hace pasar una corriente de **entrada** (llamada **primaria**) con un numero N_p (N_2 en la figura 22) de espiras. En la otra (llamada **secundaria**) obtendremos la corriente de **salida** con un numero N_s (N_1 en la figura 22) de espiras.

De las ecuaciones de la fem y del flujo, podemos hallar la ecuación del transformador:

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{I_p}{I_s} \tag{57}$$

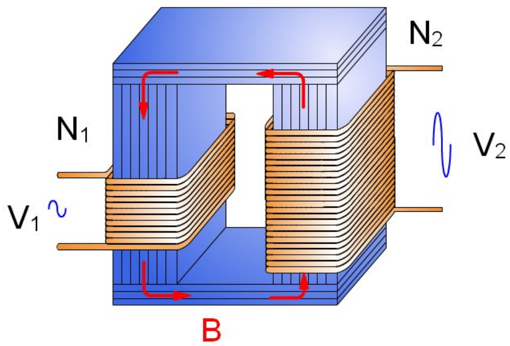


Figura 22: Esquema de un transformador

Conceptos Clave.

- La fuerza electromotriz (fem, ε) **no** es una **fuerza**, sino la **energía** por unidad de carga. En el SI, la fem se mide en **voltios** (V).
- Un flujo magnético muy intenso **no** garantiza una *fem* inducida. Solo existe inducción si hay una **variación temporal** del flujo ($\frac{d\phi}{dt} \neq 0$). Si el flujo es constante, la fem es nula.
- El vector superficie $\vec{S}$ es **perpendicular** al plano de la espira. Por tanto, si el **campo** fuera **paralelo** al plano de la espira, el **ángulo** con el vector superficie es 90° y por tanto el flujo magnético es $\phi = 0\,\mathrm{Wb}$.
- Recuerda la **Ley de Ohm** para obtener con la *fem* la **corriente** inducida: $\varepsilon = I \cdot R$.

4.5. Resumen de Fórmulas

Magnitud / Concepto	**Fórmula**	**Unidades (SI)**
Flujo Magnético	$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \Longrightarrow \phi = B \cdot S \cdot \cos\varphi$	Wb
Ley de Faraday–Lenz	$\varepsilon = -\dfrac{d\phi}{dt}$	V
Experiencia de Henry	$\Delta V = v \cdot B \cdot \ell$	V
Ley de Ohm	$I = \dfrac{\varepsilon}{R}$	A

Tabla 4: Formulario de Inducción Electromagnética