Física 2^{o} Bachillerato

Manuel Sánchez Abián

2025-2026

Índice

1. Campo Gravitatorio

1.1. Leyes de Kepler

Las leyes de Kepler son 3 leyes acerca de las **órbitas** de los **planetas** alrededor del Sol, que se deducen a partir de la ley de gravitación universal.

1.1.1. Primera Ley de Kepler

Los planetas describen **órbitas elípticas** alrededor del Sol. El sol está situado en uno de los **focos** de la elipse.

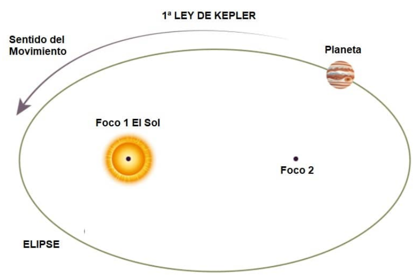


Figura 1: Primera Ley de Kepler

1.1.2. Segunda Ley de Kepler

Los planetas giran con una **velocidad areolar constante**, es decir, el vector posición (radiovector) barre áreas iguales en tiempos iguales:

$$\frac{dA}{dt} = \text{cte.}$$

Esto quiere decir que la velocidad en el **perihelio** (punto más cercano al Sol) es **mayor** que la velocidad en el **afelio** (punto más lejano al Sol).

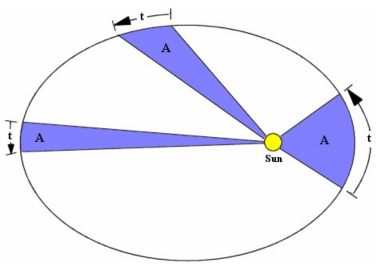


Figura 2: Segunda Ley de Kepler

1.1.3. Tercera Ley de Kepler

El **cuadrado** de los **periodos** (T) alrededor del Sol es **proporcional** al **cubo** de los **radios** medios de sus órbitas (r). Es decir:

$$T^2 = k \cdot r^3 \tag{1}$$

Siendo k una **constante** igual para **todos los planetas**.

1.2. Demostración de la Tercera Ley de Kepler

$$\left.\begin{aligned} G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Longrightarrow v^2 = \frac{GM}{r} \\ T = \frac{2\pi r}{v} \Longrightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \end{aligned}\right\} \frac{GM}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Longrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3 \tag{2}$$

1.3. El Momento Angular de los Planetas

Cuando una partícula describe un movimiento curvilíneo, su estado de **movimiento** se caracteriza por su **momento angular** o momento cinético ($\vec{L}$):

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} \Longrightarrow L = r \cdot m \cdot v \cdot \sin\alpha \tag{3}$$

1.3.1. Teorema de Conservación del Momento Angular

Fórmulas utilizadas: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$, $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{r} \times m\vec{v}\right) = m\left(\cancelto{\vec{v} \times \vec{v} = 0}{\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v}} + \vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt}\right) = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M} \tag{4}$$

Como $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$, si $\vec{M} = 0 \Longrightarrow \vec{L} = \text{cte.}$

1.4. Ley de Gravitación Universal

Conocida como la ley gravitacional de Newton, se expresa el **valor** de la **fuerza de atracción** entre dos masas. La **dirección** del vector es la recta que une las dos partículas. Las **fuerzas** que interactúan entre dos masas tienen el mismo **módulo** y **dirección** pero distinto sentido.

$$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u_r} \tag{5}$$

Donde la Constante de Gravitación Universal es $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$

1.5. Campo Gravitatorio

El campo gravitatorio se define como la **perturbación** que la masa produce en el **espacio** que le **rodea** por el hecho de tener masa.

I. **Líneas de Campo Gravitatorio**:

a) Son **radiales** y van **dirigidos a la masa**.

b) Son **tangentes** en cada punto al vector intensidad de campo y tienen su mismo sentido.

c) No tienen **origen definido** (ya que el alcance del campo gravitatorio es infinito), pero terminan en puntos materiales denominados **sumideros** de campo.

d) La **densidad** de líneas de campo es **proporcional** al módulo de la **intensidad** del campo.

e) Las líneas de campo **no se pueden cortar**, ya que eso significaría que en un punto del espacio, el campo tendría dos valores distintos.

II. **Intensidad de Campo Gravitatorio** ($\vec{g}$)

$$\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u_r} \Longrightarrow g = G\frac{M}{r^2} \tag{6}$$

III. **Principio de Superposición**

a) La intensidad del campo gravitatorio en un punto es la **suma vectorial** de los campos que crearía cada cuerpo aislado.

b) De igual forma, la fuerza gravitatoria que siente una masa debido a otras masas será la **suma** de las fuerzas que cada una ejerzan:

$$\vec{F_T} = \Sigma \vec{F_i} \tag{7}$$

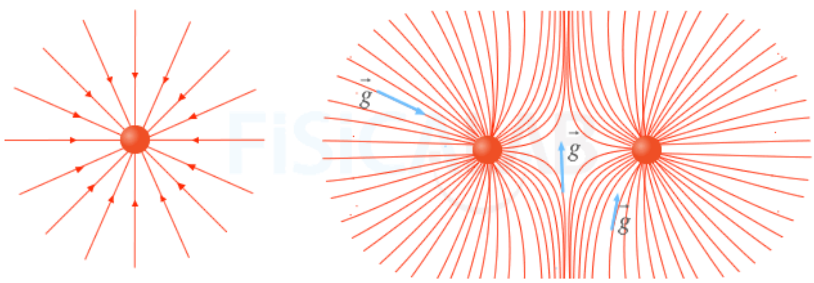


Figura 3: Líneas de Campo Gravitatorio

1.6. Fuerzas Conservativas y Energías

Las **fuerzas** son **conservativas** cuando el trabajo que realiza dicha fuerza para trasladar una partícula de un punto A a otro B depende de los puntos inicial y final, pero **no** del camino **seguido**. En este caso, la **gravedad** es una fuerza **conservativa**.

1.6.1. Energía Potencial Gravitatoria

La energía potencial gravitatoria (E_p) es aquella que posee una masa m por **encontrarse** bajo la **influencia** gravitatoria de otra masa M u otras masas. También puede definirse como el **trabajo** que realizaría el campo gravitatorio para **trasladar** una masa m desde un punto hasta el **infinito**.

$$E_p = -G\frac{Mm}{r} \tag{8}$$

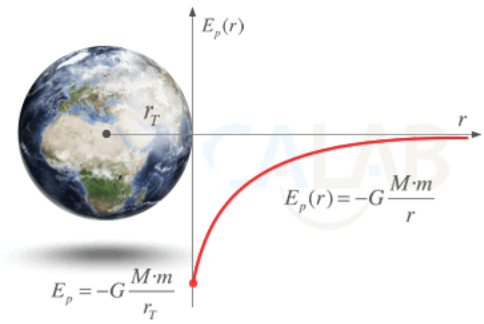


Figura 4: Gráfica de la Energía Potencial Gravitatoria

1.7. ¿Por qué la E_p también es $m \cdot g \cdot h$?

Con esta expresión, se asume que $h \ll R_t$

$$\begin{aligned}\Delta E_p = E_{pB} - E_{pA} &= -G\frac{Mm}{R_t + h} + G\frac{Mm}{R_t} \\ &= GMm\left(\frac{1}{R_t} - \frac{1}{R_t + h}\right) = \frac{GMmh}{R_t(R_t + h \simeq R_t)}\end{aligned} \tag{9}$$

$$\Delta E_p = \frac{GM}{R_t^2}mh = mgh \tag{10}$$

1.7.1. Potencial Gravitatorio

El potencial gravitatorio (V) en un punto se define como la **energía potencial gravitatoria** por **unidad** de masa en dicho punto:

$$E_p = m \cdot V \Longrightarrow V = -G\frac{M}{r} \tag{11}$$

1.7.2. Trabajo

Si $W > 0$, el trabajo lo realiza el **campo gravitatorio**. Si $W < 0$ el trabajo lo realiza una **fuerza exterior al campo**. Si $W = 0$ **no** se realiza **trabajo**. El trabajo para llevar una partícula de masa m desde un punto A hasta uno B será:

I. $W_{A\to B} = -\Delta E_p$

II. $W_{A\to B} = -m\Delta V$

1.8. Satélites

1.8.1. Velocidad Orbital

Es la **velocidad necesaria** para que una masa m (como un satélite, tanto natural como artificial) describa una **órbita circular** alrededor de **otra** M, para lo que la fuerza **centrípeta** debe ser **igual** que la fuerza **gravitatoria**.

$$G\frac{M\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Longrightarrow v_{\text{orbital}} = \sqrt{\frac{GM}{r}} \tag{12}$$

1.8.2. Satélites Geoestacionarios

Se llaman **satélites geosíncronos** a aquellos satélites cuyo periodo de revolución coincide con el de la Tierra: $T = 24\text{h} = 86400\text{s}$. Si además estos satélites están todo el rato **sobre el mismo punto** de la superficie terrestre (para lo que es necesario que su plano orbital coincida con el ecuador) entonces se denominan **satélites geoestacionarios**.

1.8.3. Velocidad de Escape

La velocidad de escape es la velocidad mínima que debe adquirir un cuerpo para escapar de la **atracción gravitatoria del planeta** en cuyas **proximidades** se encuentre. Esto significa que $E_p = 0$, $E_c = 0$ y $E_m = 0$.

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{2} \cdot v_{\text{orbital}} \tag{13}$$

1.8.4. Energía Mecánica de un Satélite en Órbita

La energía mecánica de un satélite en órbita, también denominada energía orbital, es la **suma** de la energía **potencial** y **cinética**:

$$E_m = -G\frac{Mm}{2r} \tag{14}$$

1.8.5. Principio de Conservación de la Energía

Es la energía que debemos **comunicarle** a un satélite para que **pase** de una **órbita** a otra, donde las energías mecánicas son distintas.

$$W_{\text{com}} + E_{p_A} + E_{c_A} = E_{c_B} + E_{p_B} \tag{15}$$

De esta fórmula se puede **deducir** la fórmula de la **ENERGÍA DE SATELIZACIÓN** (energía necesaria para poner un satélite en órbita):

$$E_{\text{satelización}} = GMm\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{2 \cdot r_B}\right) \tag{16}$$

Conceptos Clave: Gravitación.

- **Distancia r:** En todas las fórmulas, r es la distancia al **centro** del planeta. Si te dan la altura h, recuerda: $r = R_T + h$.
- **Signos:** La Energía Potencial (E_p) y el Potencial (V) son siempre **negativos** (el 0 está en el infinito).

1.9. Resumen de Fórmulas

Magnitud / Concepto	**Fórmula**	**Unidades (SI)**
Ley de Gravitación Universal	$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u_r}$	N
Intensidad del Campo Gravitatorio	$\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u_r}$	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
Cte. Grav. Universal	$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$	$\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
Momento Angular	$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$	$\mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}$
Energía Potencial Gravitatoria	$E_p = -G\frac{Mm}{r} = mV$	J
Potencial Gravitatorio	$V = -G\frac{M}{r}$	$\mathrm{J\,kg^{-1}}$
Trabajo del Campo Gravitatorio	$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -m\Delta V$	J
Velocidad Orbital	$v_{\text{orbital}} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Velocidad de Escape	$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Energía Mecánica en Órbita	$E_m = -G\frac{Mm}{2r}$	J
Energía de Satelización	$GMm\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{2r_B}\right)$	J
Periodo Orbital	$T = \frac{2\pi r}{v}$	s

Tabla 1: Formulario de Gravedad

2. Campo Eléctrico

2.1. Cargas Puntuales

2.1.1. Ley de Coulomb

La fuerza de **atracción o repulsión** entre 2 cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas e **inversamente proporcional** al cuadrado de la distancia que las separa.

$$\vec{F} = k\frac{Qq}{r^2}\vec{u_r} \Longrightarrow F = k\frac{Qq}{r^2} \tag{17}$$

Donde $k = 9 \times 10^9\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$ en el vacío, que está relacionada con ε (permitividad eléctrica):

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$$

2.1.2. Líneas de Campo Eléctrico

El campo eléctrico es la **perturbación** que genera un cuerpo por tener carga eléctrica.

I. Si la carga es **positiva**, el campo eléctrico es de **repulsión**.

II. Si la carga es **negativa**, el campo eléctrico es de **atracción**.

El campo eléctrico, igual que el campo gravitatorio, es un **campo conservativo**.

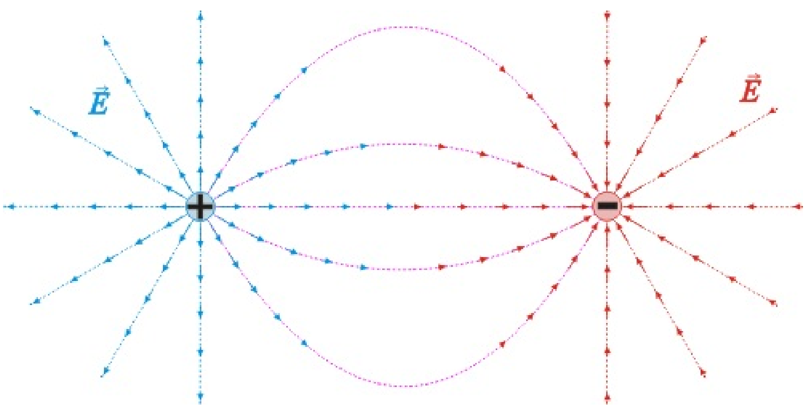


Figura 5: Líneas de Campo Magnético

2.1.3. Intensidad del Campo Eléctrico

La **intensidad** de campo eléctrico ($\vec{E}$) (también llamada simplemente campo eléctrico) en un punto se define como la **fuerza** que se ejerce por **unidad** de **carga** positiva situada en dicho punto:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \tag{18}$$

$$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u_r} \Longrightarrow E = k\frac{Q}{r^2} \tag{19}$$

2.1.4. Principio de Superposición

El Principio de Superposición establece que el efecto total de varias causas actuando juntas es la suma de los efectos que cada causa produciría por separado.

$$\vec{F_T} = \Sigma F_i \tag{20}$$

2.2. Energías y Fuerzas Conservativas

La energía potencial eléctrica (E_p) es aquella que **posee** una carga por **encontrarse** bajo la influencia **eléctrica** de otra carga u otras cargas:

$$E_p = k\frac{Qq}{r} \tag{21}$$

2.2.1. Potencial Eléctrico (V)

Es el trabajo **realizado** por el campo eléctrico para **trasladar** una **unidad** de carga desde un punto hasta el **infinito**.

$$V = \frac{E_p}{q} \Longrightarrow V = k\frac{Q}{r} \tag{22}$$

2.2.2. Trabajo (W)

La fuerza **eléctrica** (al igual que la fuerza gravitatoria) es una **fuerza central**, ya que está dirigida hacia un punto. El campo eléctrico (igual que el campo gravitatorio) es un **campo conservativo**. El trabajo realizado por el campo **depende** solo de su estado **inicial** y **final**, no depende de la **trayectoria**.

$$W_{A\to B} = E_{pA} - E_{pB} \Longrightarrow W_{A\to B} = -q(V_B - V_A) \tag{23}$$

2.3. Campos Eléctricos Uniformes

2.3.1. Líneas de Campo

Las líneas de campo de un campo eléctrico **uniforme** son **líneas** de campo **paralelas**.

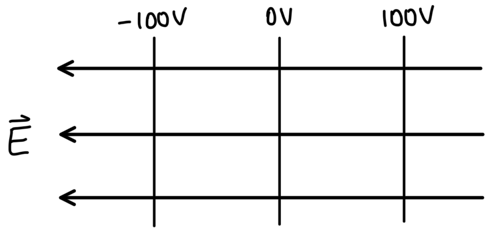


Figura 6: Líneas de Campo Eléctrico en un Campo Uniforme

2.3.2. Movimiento de Carga en Campo Uniforme

Cuando trabajamos con un campo eléctrico uniforme, al ser **constante**, aplicaremos también la **segunda ley de Newton**, $\Sigma F = ma$, siendo esta **aceleración** también **uniforme**.

Por lo tanto, podremos utilizar en este caso las **fórmulas del MRUA**:

$$\left.\begin{aligned} x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ v = v_0 + at \\ v^2 = v_o^2 + 2a\Delta x \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

Podemos resolverlo también mediante el **Principio de Conservación de la Energía Mecánica**, al ser la fuerza eléctrica **conservativa**:

$$\Delta E_m = 0 \Longrightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p \tag{25}$$

$$\Delta V = -\vec{E} \cdot \Delta \vec{r} \tag{26}$$

2.3.3. Campo: Láminas Infinitas

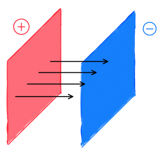


Figura 7: Campo Eléctrico Creado por Láminas Infinitas

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \tag{27}$$

Siendo σ las cargas por superficie $\frac{\text{cargas }(C)}{\text{superficie }(m^2)}$ y ε depende del material.

2.3.4. Campo: Hilo Infinito

Las líneas de campo salen radialmente del hilo (suponiendo λ positivo).

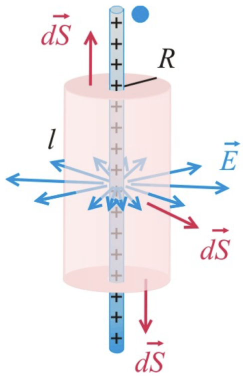


Figura 8: Campo Eléctrico Creado por Un Hilo Infinito

$$E = 2k\frac{\lambda}{r} = \frac{\lambda}{2\varepsilon\pi r} \tag{28}$$

Siendo λ las cargas por longitud $\frac{\text{cargas }(C)}{\text{longitud }(m)}$ y ε depende del material.

El Electronvoltio. Un Electronvoltio se define como la energía que tiene un electrón sometido a una diferencia de potencial de 1 V.

$$1\,\mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

Conceptos Clave: Campo Eléctrico.

- **Vectores vs Escalares:**
  - Fuerza ($\vec{F}$) y Campo ($\vec{E}$) son **vectores**
  - Potencial (V) y Energía (E_p) son **escalares**
- **Signo de la carga:** En las fórmulas escalares (V, E_p), **incluye** el signo de la carga. En las vectoriales, usa el signo para determinar el sentido del vector.

2.4. Resumen de Fórmulas

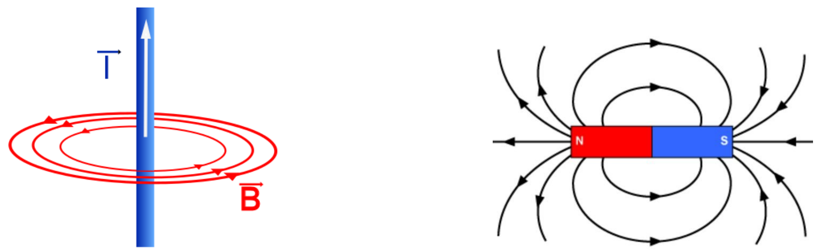
Magnitud / Concepto	**Fórmula**	**Unidades (SI)**
Ley de Coulomb	$\vec{F} = k\frac{Qq}{r^2}\vec{u_r}$	N
Constante de Coulomb	$k = 9 \times 10^9 = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$	$\mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$
Intensidad del Campo Eléctrico (Definición)	$\vec{F} = q\vec{E}$	N
Campo Eléctrico Creado por una Carga Puntual	$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2}\vec{u_r}$	$\mathrm{N\,C^{-1}}$
Principio de Superposición	$\vec{F_T} = \sum_i \vec{F_i}$	N
Energía Potencial Eléctrica	$E_p = k\frac{Qq}{r}$	J
Potencial Eléctrico	$V = \frac{E_p}{q} = k\frac{Q}{r}$	$\mathrm{V = J\,C^{-1}}$
Trabajo del Campo Eléctrico	$W_{A\to B} = E_{pA} - E_{pB} = -q(V_B - V_A)$	J
Campo Eléctrico Uniforme	$E = \frac{F}{q}$	$\mathrm{N\,C^{-1}}$
Campo Creado por Láminas Infinitas	$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$	$\mathrm{N\,C^{-1}}$
Campo Creado por un Hilo Infinito	$E = 2k\frac{\lambda}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}$	$\mathrm{N\,C^{-1}}$
Relación entre V y E	$\Delta V = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{r}$	—
Electron-voltio	$1\,\mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}$	J

Tabla 2: Formulario del Campo Eléctrico

3. Campo Magnético

El campo **magnético** es la **perturbación** que genera un **imán** o **cargas en movimiento** (corrientes eléctricas). El campo **magnético**, a diferencia de los campos gravitatorios y eléctricos, es un campo **no conservativo**, ya que el trabajo **sí** depende de la **trayectoria**.

La **intensidad** de campo magnético B es una magnitud **vectorial**, cuya unidad en el **Sistema Internacional** es el **Tesla** (T). El **tesla** es una unidad muy **grande**. Por ejemplo, el campo magnético terrestre es del orden de 10^{-5} T. Por eso a veces se usa una **unidad menor**, denominada **Gauss** (G): $1\,\mathrm{G} = 10^{-4}\,\mathrm{T}$.



(a) **Hilo** (b) **Imán**

Figura 9: Líneas de Campo Creados por un Hilo y por un Imán

3.1. Ley de Lorentz

Cuando un cuerpo cargado penetra con una **velocidad** $\vec{v}$ en una región del espacio en la que existe un **campo magnético** $\vec{B}$, se ve sometido a una **fuerza magnética** $\vec{F_m}$:

$$\vec{F_m} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \Longrightarrow F_m = |q| \cdot v \cdot B \operatorname{sen} \alpha \tag{29}$$

Siendo α el **ángulo** que forman v y B. La unidad de B son los Teslas (T), que son: $\mathrm{N\,C^{-1}\,m^{-1}\,s}$.

I. Si $\vec{v}$ y $\vec{B}$ son **paralelos**: $\alpha = 0° \Longrightarrow F_m = 0$, por lo tanto, la fuerza será nula ($F = 0\mathrm{N}$) y la carga describirá un **MRU**.

II. Si $\vec{v}$ y $\vec{B}$ son **perpendiculares**, la **fuerza** será **máxima** y la carga describirá un **MCU**.

III. En el **resto** de casos, la carga describirá un **movimiento helicoidal** (véase fig. 10).

3.2. Características del Movimiento

La partícula que penetra con **velocidad perpendicular** al campo magnético. El **radio** de la circunferencia r que describe una partícula cargada **depende** de su **velocidad**. El **periodo** (T) del movimiento circular lo podemos **calcular** también.

Para las partículas que penetran con un **ángulo** α **cualquiera** con el campo magnético se pueden **descomponer** en **ejes perpendiculares** y **paralelos** al campo magnético.

El **paso** (d en la figura 10) de la hélice en el caso en el que la partícula penetra con un **ángulo** α **cualquiera** con el campo magnético es la distancia que **recorrería** al girar una vuelta completa. Se calcula como la **velocidad paralela** al campo magnético por su **periodo**: $d = v_{\parallel} \cdot T$.

$$r = \frac{m \cdot v}{|q|\, B} \tag{30}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{|q|\, B} \tag{31}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel} = v_{\perp} \cdot \vec{u_{\perp}} + v_{\parallel} \cdot \vec{u_{\parallel}} \tag{32}$$

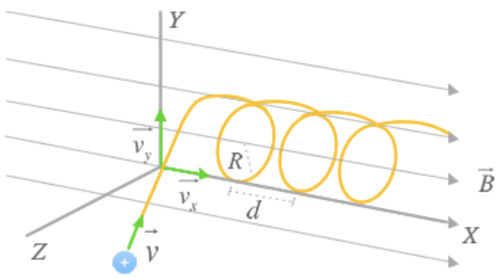


Figura 10: Movimiento Descrito por una Carga con una Velocidad bajo un Ángulo

3.3. Cálculo de un Producto Vectorial

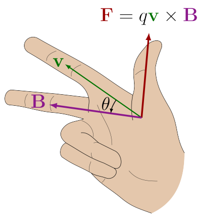
Para obtener el **vector fuerza** magnética $\vec{F}$ a partir de las **componentes** de la **velocidad** $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$ y del **campo magnético** $\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$, utilizamos la regla del determinante:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \tag{33}$$

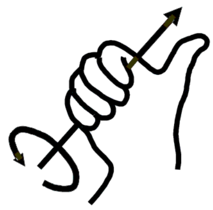
Desarrollando el determinante:

$$\vec{F} = q\left[(v_yB_z - v_zB_y)\vec{i} - (v_xB_z - v_zB_x)\vec{j} + (v_xB_y - v_yB_x)\vec{k}\right] \tag{34}$$

También se puede usar la regla de la mano derecha o del sacacorchos:



(a) Regla de la Mano Derecha



(b) Regla del Sacacorchos

Figura 11: Reglas de la Mano Derecha y del Sacacorchos

La regla de la **mano derecha** (o del **sacacorchos**) determina **sentidos vectoriales**. Para el sacacorchos, giramos de $\vec{v}$ a $\vec{B}$. Para la mano derecha, véase la figura 11a.

3.4. El Selector de Velocidades

El selector de velocidades utiliza campos **eléctrico** y **magnético** cruzados. Si las **partículas cargadas** entran con cierta **velocidad**, las fuerzas se **cancelan**. Esto permite que sigan una **trayectoria rectilínea** y **atraviesen** el dispositivo **sin desviarse**.

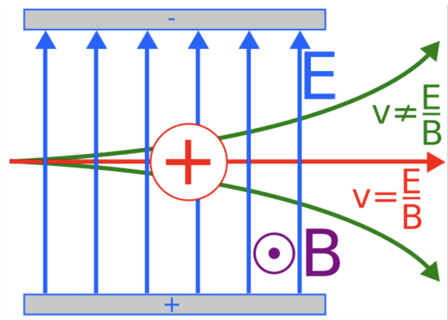


Figura 12: Selector de Velocidades

Para seleccionar las partículas que tienen una **cierta velocidad**, la fuerza eléctrica y magnética han de ser **iguales**:

$$\vec{F_E} = \vec{F_B} \Longrightarrow E = vB \Longrightarrow v = \frac{E}{B} \tag{35}$$

3.5. Espectrómetro de Masas

Es un **dispositivo** que empleado para **separar partículas** cargadas que poseen **distinta relación** ($\frac{\text{carga}}{\text{masa}}$). El espectrómetro de masas consta básicamente de un **selector de velocidades** (que permite seleccionar las partículas con una determinada velocidad) seguido de una **zona** en la que se establece un **campo magnético**. En esta zona, la partícula **cargada** describe una trayectoria **circular**, y un a placa **fotográfica** recoge el **impacto** de las partículas después de **describir una semicircunferencia**. De esta forma podemos medir el **radio** de curvatura y calcular la relación $\frac{\text{carga}}{\text{masa}}$. Su **radio** puede calcularse con la ecuación 30.

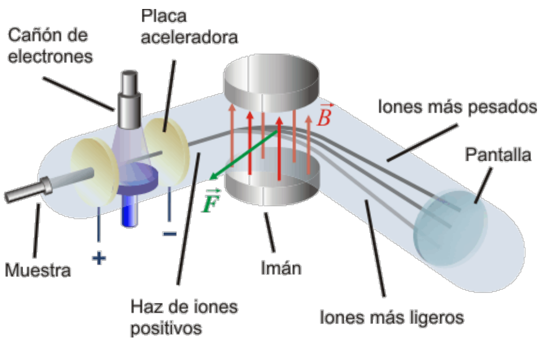


Figura 13: Espectrómetro de Masas

3.6. Ciclotrón

Un ciclotrón es un **acelerador de partículas** cargadas que después suelen ser utilizadas para producir **reacciones nucleares** o para **obtener información** sobre otros núcleos.

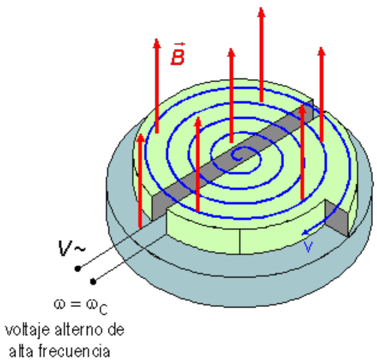


Figura 14: Ciclotrón

I. Un ciclotrón tiene dos **partes** llamadas "*Des*" (por su forma). Son recipientes **semicirculares** al **vacío**, colocados **perpendicularmente** a un **campo** B. Las partículas describen **trayectorias** circulares de radio **creciente**. Las dos "*Ds*", D_1 y D_2, están separadas cierta **distancia**.

II. En **ese espacio** se **acelera** la partícula mediante una **diferencia de potencial**, **aumentando** su radio, hasta que alcanza un **radio máximo** denominado **radio de extracción**.

III. El **periodo** es **independiente** de la velocidad de la partícula y de su **radio**, por lo que será **constante** en el **ciclotrón**. Tras una serie de **vueltas**, la partícula **alcanzará** una energía **cinética** máxima con la que saldrá del **ciclotrón**.

$$\left.\begin{aligned} |q|\,Bv = m\frac{v^2}{r} \Longrightarrow \frac{r}{v} &= \frac{m}{|q|\,B} \\ T &= \frac{2\pi r}{v} \end{aligned}\right\} T = \frac{2\pi m}{|q|\,B} \tag{36}$$

La **energía cinética máxima** que alcanza la partícula depende del radio máximo del ciclotrón (R) y del campo magnético (B):

$$E_{\mathrm{c,max}} = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m} \tag{37}$$

3.7. Efecto de un Campo Magnético sobre un Hilo de Corriente

Si un **hilo** que transporta una **corriente eléctrica** se encuentra en un **campo magnético**, experimenta una **fuerza magnética** que podemos deducir a partir de la Ley de Lorentz. Recordemos que la **intensidad** se define como $I = \frac{dq}{dt}$. Sustituyendo en la expresión diferencial de la fuerza:

$$d\vec{F}_B = dq \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad \Longrightarrow \quad d\vec{F}_B = I \cdot dt \cdot \vec{v} \times \vec{B} \tag{38}$$

Como $\vec{v} \cdot dt = d\vec{\ell}$, siendo $d\vec{\ell}$ un elemento de **longitud** en la dirección de la corriente:

$$d\vec{F}_B = I \cdot d\vec{\ell} \times \vec{B} \tag{39}$$

$$\vec{F}_B = I \cdot \vec{\ell} \times \vec{B} \tag{40}$$

Y su módulo queda:

$$F = I \cdot \ell \cdot B \cdot \sin \alpha \tag{41}$$

En esta fórmula, $\vec{\ell}$ es un vector cuya **dirección** y **sentido** coinciden con los de la corriente, y cuyo módulo es la longitud del tramo considerado del hilo. Además, la **dirección** y **sentido** de la fuerza pueden deducirse mediante el cálculo del producto vectorial o la regla de la **mano derecha** (epígrafe 3.3).

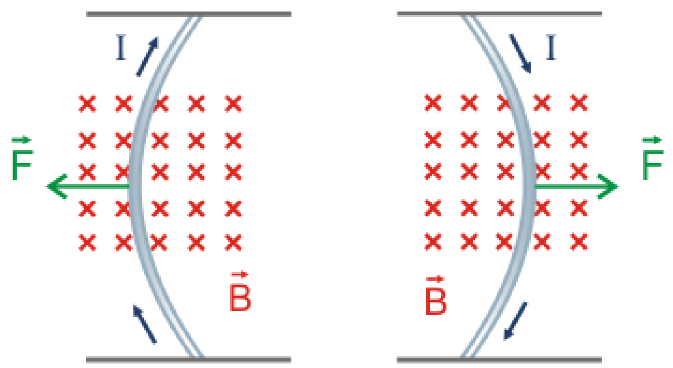


Figura 15: Fuerzas que actúan sobre un hilo de corriente

3.8. Campo Magnético creado por un Hilo de Corriente

Un **hilo** de corriente por el que pasa una **intensidad** I crea un **campo magnético** en sus **proximidades**. Para un punto P cuya distancia más corta al hilo sea x, el módulo de la **intensidad de campo** es:

$$B = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{x} \tag{42}$$

Las líneas de campo son circunferencias **centradas** en el hilo, que se encuentran en el plano **perpendicular** al **hilo** y su sentido viene dado por la **regla del sacacorchos** (figura 11b).

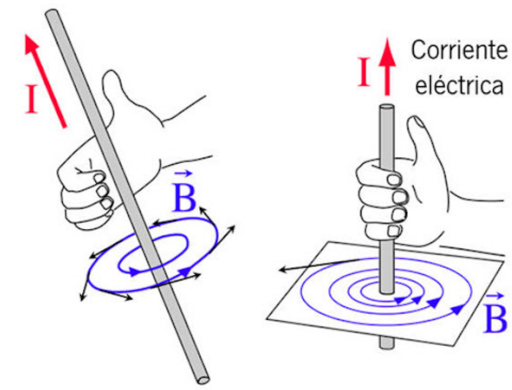


Figura 16: Campo magnético creado por un hilo de corriente

3.9. Campo creado por una espira circular

El campo creado por una espira **en su centro** es un vector con estas características:

I. **Módulo**: $B = \frac{\mu}{2} \cdot \frac{I}{R}$

II. **Dirección**: **perpendicular** al plano de la espira.

III. **Sentido**: depende del sentido de giro de la **corriente**.

3.10. Acciones entre corrientes

Si circulan **corrientes** por **varios hilos paralelos**, se dan **interacciones magnéticas** entre ellas. Una situación en la que esto puede ocurrir es en los cables que transportan corriente en la red eléctrica. Supongamos que dos hilos paralelos, de longitud L y separados una distancia d. Cada uno de ellos creará un **campo magnético** B que podemos calcular:

Campo que crea la **corriente 1** sobre **2**:

$$B_1 = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{d} \tag{43}$$

Fuerza que sufre la **corriente 2**:

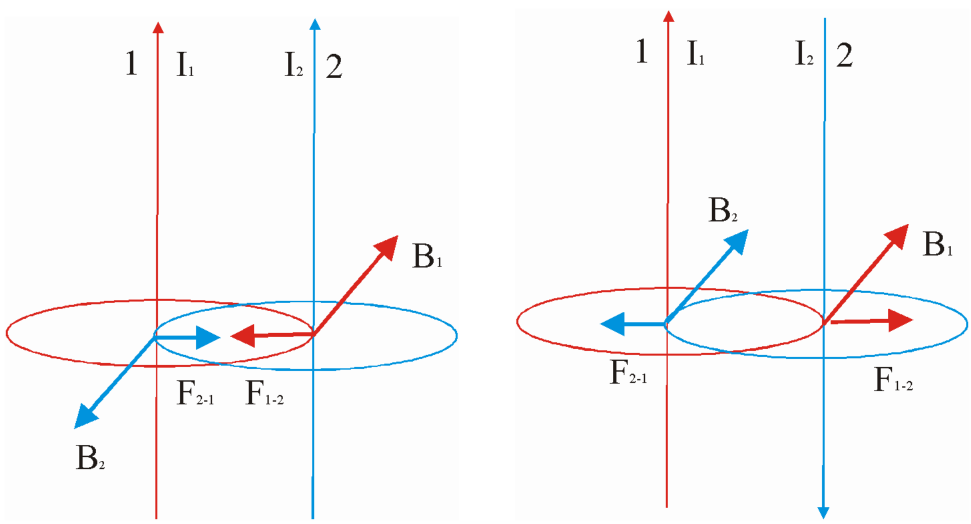
$$F_{12} = I_2 \cdot \ell \cdot B_1 \tag{44}$$

Sustituyendo la fórmula **43** en la fórmula **44**:

$$F_{12} = I_2 \cdot \ell \cdot \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{d} \tag{45}$$

La fuerza se suele medir por **unidad de longitud** ($\frac{F}{\ell}$).

$$\frac{F_{12}}{\ell} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{d} \tag{46}$$



(a) Mismo Sentido (b) Sentido Contrario

Figura 17: Interacciones entre hilos de corriente

3.11. Definición de Amperio

Hasta el año 2019, el **amperio** (la intensidad de la corriente), se definía sobre la base de la **fuerza** de interacción magnética entre dos **conductores rectilíneos paralelos**. Si $I_1 = I_2 = 1\,\text{A}$ y $d = 1\,\text{m}$, dado que $\mu = 4\pi \times 10^{-7}\text{N}\,\text{A}^{-2}$:

$$\frac{F_{12}}{\ell} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{1\text{A} \cdot 1\text{A}}{1\text{m}} = 2 \cdot 10^{-7}\text{N}\,\text{m}^{-1} \tag{47}$$

Así, un amperio internacional o Ampère (A) era la **intensidad** de corriente eléctrica que debía circular por dos conductores **rectilíneos, paralelos e indefinidos** para que, separados por una distancia de 1 m, ejerciera una **fuerza** entre ellos de $2 \times 10^{-7}\,\text{N}\,\text{m}^{-1}$ **por** cada **metro** de conductor. A partir de 2019, se definió el amperio a partir de la carga elemental del electrón.

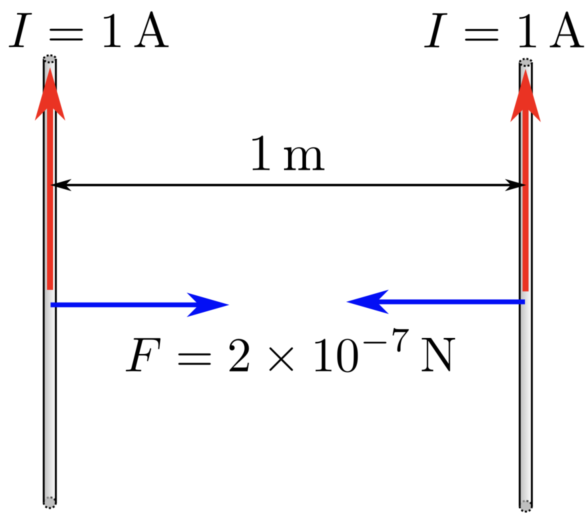


Figura 18: Definición del amperio hasta 2019

Conceptos Clave: Campo Magnético.

- **Trabajo Nulo:** La fuerza magnética **nunca** realiza trabajo ($W = 0$) porque es siempre perpendicular a la velocidad.
- **Energía Cinética:** Como no hay trabajo, la fuerza magnética **no cambia** la rapidez (módulo de la velocidad), solo curva la trayectoria. $E_c = \text{cte}$.

3.12. Resumen de Fórmulas

Magnitud / Concepto	**Fórmula**	**Unidades (SI)**
Ley de Lorentz (Vectorial)	$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$	N
Ley de Lorentz (Módulo)	$F_m = \|q\|vB\sin\alpha$	N
Radio de la Trayectoria	$r = \dfrac{mv}{\|q\|B}$	m
Periodo (Partícula / Ciclotrón)	$T = \dfrac{2\pi m}{\|q\|B}$	s
Frecuencia (Ciclotrón)	$f = \dfrac{\|q\|B}{2\pi m}$	Hz o s^{-1}
Paso de la Hélice	$p = v_{\parallel} \cdot T$	m
Selector de Velocidades	$v = \dfrac{E}{B}$	$m\,s^{-1}$
Energía Cinética Máxima (Ciclotrón)	$E_{\mathrm{c,max}} = \dfrac{q^2B^2R^2}{2m}$	J
Fuerza sobre un hilo de corriente	$\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B}$	N
Campo magnético creado por un hilo de corriente	$B = \dfrac{\mu}{2\pi} \cdot \dfrac{I}{x}$	T
Fuerza entre corrientes	$\dfrac{F_{12}}{\ell} = \dfrac{\mu}{2\pi} \cdot \dfrac{I_1 I_2}{d}$	$N\,m^{-1}$

Tabla 3: Formulario de Campo Magnético

4. Inducción Electromagnética

4.1. El Flujo Magnético

El **flujo magnético** (ϕ) se define, en una **superficie**, como el número de **líneas de inducción** que la **atraviesan**. Este número número de **líneas por superficie** perpedincular a las mismas indica la intensidad del campo, es decir:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \Longrightarrow \phi = B \cdot S \cdot \cos\varphi \tag{48}$$

El flujo magnético se mide en **Wéber** (Wb). Además, cuando se trata de una **bobina**, el flujo magnético φ es N veces el campo magnético de una espira, siendo N el número de «*vueltas*» que tiene la bobina.

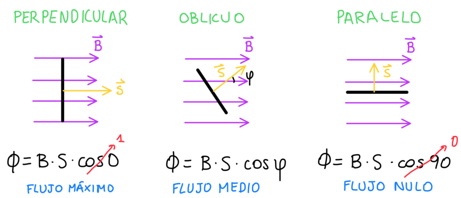


Figura 19: Situaciones del Flujo Magnético

4.2. Ley de Faraday-Lenz

La Ley de Faraday-Lenz establece que cuando el **flujo magnético** que atraviesa un circuito varía, aparece una **fuerza electromotriz** (*fem*) inducida. Su valor viene dado por:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \tag{49}$$

El signo **negativo** de la fórmula 49 indica que la **corriente** inducida **siempre se opone** al cambio de flujo que la produce (sentido de Lenz). La **fem** ε es la energía por unidad de carga que surge en el circuito debido a esa variación de flujo y se mide en voltios (V). **Ejemplo:** Si un imán se **acerca** a una espira, el flujo magnético aumenta y aparece una corriente cuyo campo se **opone** a ese acercamiento. Si el imán se **aleja**, el flujo **disminuye** y la corriente inducida **cambia** de **sentido** para intentar mantener el flujo **anterior**.

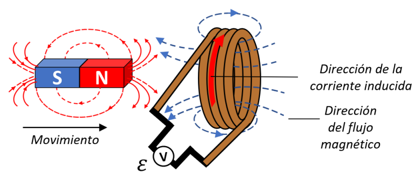


Figura 20: Faraday-Lenz

4.3. La Experiencia de Henry

Los estudios de Joseph Henry acerca del electromagnetismo fueron de gran importancia para conocer las leyes que rigen este campo de la física. Supongamos un **hilo** conductor de **longitud** ℓ que se mueve hacia la **derecha** con **velocidad constante** $\vec{v}$ en el seno de un campo **magnético** perpendicular entrante en el plano del hilo, tal y como se indica en la figura 21.

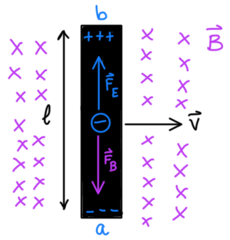


Figura 21

La $\vec{F_B}$ hace que los **electrones** se desplacen hacia la parte **inferior** del conductor(b en la figura 21). Gracias a eso, aparecerá un campo eléctrico que ejerce una **fuerza** sobre los electrones en **sentido opuesto** a $\vec{F_B}$. Se produce una situación de **equilibrio** y ya no hay más separación de cargas.

$$\vec{F_B} = \vec{v} \times \vec{B} \tag{29}$$

$$\vec{F_E} = q \cdot \vec{E} \tag{18}$$

$$\vec{F_B} = \vec{F_E} \Longrightarrow \cancel{q}\vec{v} \times \vec{B} = \cancel{q} \cdot \vec{E} \Longrightarrow \vec{E} = \vec{v} \times \vec{B} \tag{50}$$

$$\Delta V = E \cdot \ell = \vec{v} \times \vec{B} \cdot \ell \tag{51}$$

Ejercicio Ejemplo. Una espira triangular de $4\,\mathrm{m}$ de lado se desplaza a $2\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ hacia una región donde hay un campo magnético $\vec{B}$ perpendicular al plano de la espira, tal y como se indica en la figura 22. En $t = 0\,\mathrm{s}$ la espira está a $2\,\mathrm{m}$ de la región.

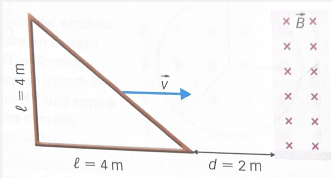


Figura 22

Indica la expresión de la fem inducida en la espira cuando penetra en la región del campo magnético. Calcula el valor del campo si en el instante $t = 2\,\mathrm{s}$ la fem inducida es $\varepsilon = 1{,}6\,\mathrm{V}$.

—

Podemos calcular primero el flujo magnético que atraviesa la espira:

$$\phi = B \cdot S \cdot \cancelto{1}{\cos\varphi} \tag{52}$$

Donde S es el área de la espira y φ es el ángulo, en este caso $\varphi = 0°$, entre el campo magnético y el plano de la espira. Se puede ver que la superficie es un triángulo rectángulo, por lo que su área es $S = \frac{\ell^2}{2}$. Asimismo, al tratarse de un MRU, podemos sustituir ℓ por $v \cdot t$, lo que nos queda:

$$\phi = B \cdot \frac{v^2 t^2}{2} \tag{53}$$

Sustituyendo los datos que ya tenemos y derivando para obtener la fem inducida:

$$\phi(t) = B\frac{4t^2}{2} = 2Bt^2 \Longrightarrow \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -4Bt \tag{54}$$

Sin embargo, en esta ecuación no se está teniendo en cuenta que la espira se encuentra a 2 metros de la región del campo magnético, por lo que el tiempo que usaremos será $t_{\text{desfase}} = \frac{2\,\mathrm{m}}{2\,\mathrm{m\,s^{-1}}} = 1\,\mathrm{s}$. El tiempo que usaremos en la ecueción serán los dos segundos del enunciado menos el segundo de desfase $t = 2\,\mathrm{s} - 1\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{s}$. En el enunciado también nos decían que $\varepsilon = 1{,}6\,\mathrm{V}$, por lo que:

$$1{,}6\,\mathrm{V} = -4B \cdot 1\,\mathrm{s} \Longrightarrow B = \frac{1{,}6\,\mathrm{V}}{4 \cdot 1\,\mathrm{s}} = 0{,}4\,\mathrm{T} \tag{55}$$

4.4. Aplicaciones de la inducción electromagnética

4.4.1. Generadores eléctricos

Un **generador eléctrico** es un dispositivo **capaz** de transformar algún tipo de energía en energía **eléctrica**. Nikola Tesla inventó el generador de **corriente alterna** o **alternador**. Modificándolo, se creó el generador de corriente continua llamado **dinamo**.

4.4.1.1 Alternador

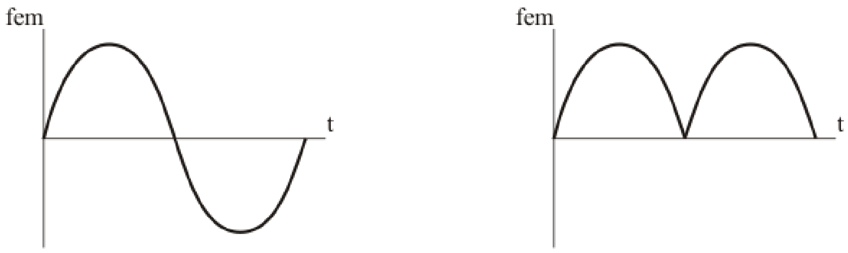
Un alternador es un **generador** de corriente **alterna**. El sentido en el que circulan las cargas **cambian periodicamente**. La Ley de Faraday (fórmula 49) nos permite obtener la función de la **fem** en el alternador con respecto al **tiempo**:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot S \cdot \cos(\omega t))}{dt} = \omega \cdot B \cdot S \cdot \sin(\omega t) \tag{56}$$

La **fem** máxima es $\varepsilon_{\text{máxima}} = \omega \cdot B \cdot S$. Donde ω es la **velocidad angular**, con la que se puede calcular la **frecuencia**: $f = \frac{\omega}{2\pi}$.

4.4.1.2 Dinamo

Una dinamo es un **generador** de corriente **continua**, denominada así porque **no cambia** el **sentido** en que circulan las cargas eléctricas. Se puede obtener **modificando** el diseño del **alternador**, utilizando un único anillo partido en dos y conectando a cada una de las mitades una **escobilla**.



(a) Alternador (b) Dinamo

Figura 23: Gráficas de fem inducida en los distintos tipos de generadores

Tanto en 23a como en 23b, el generador ha dado una **vuelta entera** (2πrad), es decir, ha pasado **dos veces** por 0 V.

4.4.1.3 Transformador

Un transformador es un dispositivo empleado para **modificar** el **voltaje** o la **intensidad** de una **corriente alterna**. Éste consta de dos **bobinas** enrolladas en torno a un **núcleo** de hierro, aisladas entre sí. Por una de las bobinas se hace pasar una corriente de **entrada** (llamada **primaria**) con un numero N_p (N_2 en la figura 24) de espiras. En la otra (llamada **secundaria**) obtendremos la corriente de **salida** con un numero N_s (N_1 en la figura 24) de espiras.

De las ecuaciones de la fem y del flujo, podemos hallar la ecuación del transformador:

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{I_p}{I_s} \tag{57}$$

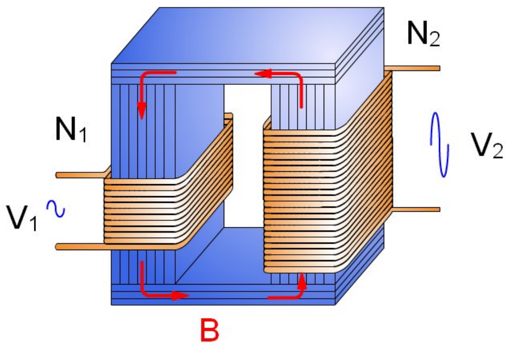


Figura 24: Esquema de un transformador

> **Conceptos Clave: Inducción Electromagnética.**
>
> - La fuerza electromotriz (fem, ε) **no** es una **fuerza**, sino la **energía** por unidad de carga. En el SI, la fem se mide en **voltios** (V).
> - Un flujo magnético muy intenso **no** garantiza una *fem* inducida. Solo existe inducción si hay una **variación temporal** del flujo ($\frac{d\phi}{dt} \neq 0$). Si el flujo es constante, la fem es nula.
> - El vector superficie $\vec{S}$ es **perpendicular** al plano de la espira. Por tanto, si el **campo** fuera **paralelo** al plano de la espira, el **ángulo** con el vector superficie es 90° y por tanto el flujo magnético es $\phi = 0\,\mathrm{Wb}$.
> - Recuerda la **Ley de Ohm** para obtener con la *fem* la **corriente** inducida: $\varepsilon = I \cdot R$.

4.5. Resumen de Fórmulas

Magnitud / Concepto	Fórmula	Unidades (SI)
Flujo Magnético	$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \Longrightarrow \phi = B \cdot S \cdot \cos\varphi$	Wb
Ley de Faraday–Lenz	$\varepsilon = -\dfrac{d\phi}{dt}$	V
Experiencia de Henry	$\Delta V = v \cdot B \cdot \ell$	V
Ley de Ohm	$I = \dfrac{\varepsilon}{R}$	A

Tabla 4: Formulario de Inducción Electromagnética

5. Movimiento Armónico Simple

5.1. Movimiento Armónico Simple

I. **Movimiento Periódico**: Es un movimiento que se **repite** cada cierto intervalo de **tiempo**, por ejemplo, el movimiento de los planetas, el péndulo de un reloj o un muelle que vibra.

II. **Movimiento Oscilatorio**: Es un movimiento que tiene un cuerpo que se **desplaza** a un lado y a otro de su posición de **equilibrio**, de forma **periódica**. Por ejemplo, el péndulo de un reloj o un muelle que vibra.

III. **Movimiento Vibratorio**: Es un movimiento **oscilatorio** con una **trayectoria rectilínea**. Por ejemplo, un muelle que se comprime.

En todos los movimientos periódicos denominamos:

I. **Periodo** (T): Intervalo de **tiempo** que tarda un cuerpo en **repetir** su movimiento. Medido en segundos (s).

II. **Frecuencia** (f): Número de **repeticiones** que realiza un cuerpo en un **segundo**. Medida en Hercios (Hz) o la inversa del segundo (s^{-1}).

Ambas **magnitudes** están **relacionadas** por la expresión:

$$f = \frac{1}{T} \Longleftrightarrow T = \frac{1}{f} \tag{58}$$

El movimiento armónico simple es el movimiento que tienen los cuerpos que se mueven por acción de una fuerza restauradora proporcional a la distancia que separa al cuerpo de su posición de equilibrio. Viene dada por la ecuación:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \tag{59}$$

Donde:

I. $x(t)$: Elongación (m)

II. A: Amplitud (m)

III. ω: Velocidad angular ($\mathrm{rad\,s^{-1}}$)

IV. φ_0: Fase inicial o desfase (rad)

V. $\omega \cdot t + \varphi_0$: Fase (rad)

A partir de la ecuación 59 podemos obtener la velocidad y la aceleración del movimiento armónico simple.

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \tag{60}$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \tag{61}$$

A partir de éstas podemos obtener la velocidad y la aceleración en función de la posición:

$$v(x) = \pm\omega \cdot \sqrt{A^2 - x^2} \tag{62}$$

$$a(x) = -\omega^2 \cdot x \tag{63}$$

La ecuación 62 puede deducirse a partir de 59 y 60, elevando ambas al cuadrado y utilizando la identidad trigonométrica $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$, se obtiene:

$$v^2 = \omega^2(A^2 - x^2) \tag{64}$$

5.2. Dinámica del Movimiento Armónico Simple

5.2.1. Dinámica y Periodo de un Muelle

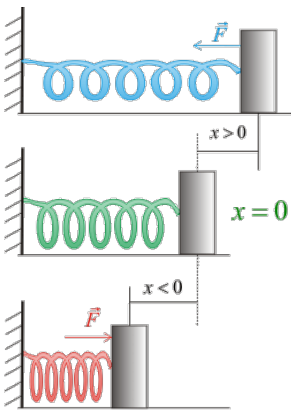


Figura 25: Muelle oscilante simple

Ley de Hooke:

$$F = -k \cdot x \tag{65}$$

Siendo k la constante elástica del muelle, que se calcula con:

$$F = m \cdot a \Longrightarrow k = m \cdot \omega^2 \tag{66}$$

Despejando la fórmula 66 obtenemos:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \tag{67}$$

5.2.2. Dinámica y Periodo de un Péndulo Simple

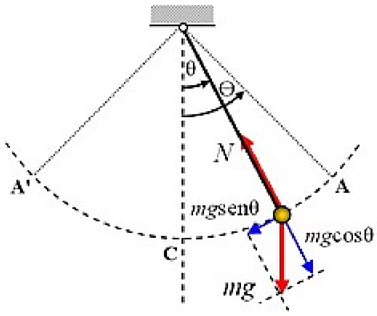


Figura 26: Péndulo simple

En un péndulo simple, una masa m atada a un hilo oscila respecto a un punto de equilibrio bajo el efecto de un campo gravitatorio g. El periodo se puede calcular mediante:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} \tag{68}$$

5.3. Energías en el Movimiento Armónico Simple

Una partícula en un MAS tendrá energía tanto potencial como cinética:

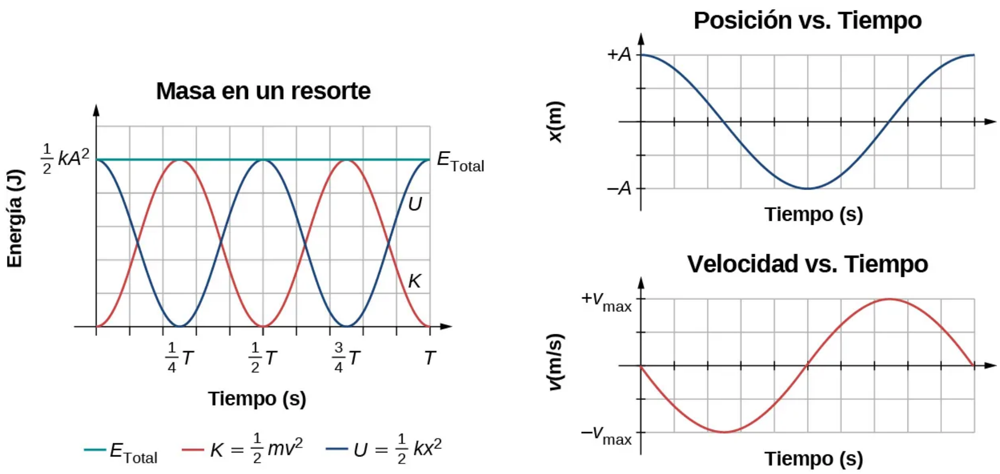


Figura 27: Graficas de las energías en el MAS

5.3.1. Energías en el MAS según la posición

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \tag{69}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot (A^2 - x^2) \tag{70}$$

5.3.2. Energías en el MAS según el tiempo

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi_0) \tag{71}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_0) \tag{72}$$

Si la partícula se encuentra en $x = A$, la velocidad será 0, por lo que su energía potencial durante todo su movimiento será: $E_m = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$. Como la energía mecánica no varía en todo el movimiento, la energía mecánica en todo momento del movimiento será:

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \tag{73}$$

Conceptos Clave: Movimiento Armónico Simple.

- **Estados límite:** En $x = \pm A$ la velocidad es nula y la aceleración máxima; en $x = 0$ la aceleración es nula y la velocidad máxima. Esto permite razonar el movimiento sin cálculos.
- **Uso de la fase:** La fase inicial φ_0 se determina a partir de las condiciones iniciales (x_0, v_0) y fija completamente el movimiento.
- **Evitar errores típicos:** El signo de v indica el **sentido del movimiento**, no su módulo; el signo de x determina siempre el signo de la aceleración.

5.4. Resumen de Fórmulas

Magnitud / Concepto	Expresión	Unidades (SI)
Ecuación del MAS	$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$	m
Velocidad Angular	$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$	$\mathrm{rad\,s^{-1}}$
Velocidad	$v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Aceleración	$a(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
Velocidad en función de x	$v(x) = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Aceleración en función de x	$a(x) = -\omega^2 x$	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
Ley de Hooke	$F = -k \cdot x$	N
Período de un Muelle	$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$	s
Período del péndulo simple	$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$	s
Energía Potencial en el MAS	$E_p = \dfrac{1}{2}kx^2$	J
Energía Cinética en el MAS	$E_c = \dfrac{1}{2}mv^2$	J
Energía Mecánica en el MAS	$E_m = \dfrac{1}{2}kA^2$	J

Tabla 5: Formulario del Movimiento Armónico Simple

6. Ondas. El Sonido

Una onda es una perturbación que se propaga a través de un medio o del espacio, produciendo un **transporte de energía** sin que exista un **transporte neto de materia**. El movimiento ondulatorio se describe, por tanto, como la propagación de una perturbación que transmite energía sin desplazar las partículas del medio de forma permanente. Un ejemplo claro es una ola en el mar: las moléculas de agua no avanzan con la ola, sino que **oscilan alrededor de su posición de equilibrio**, transmitiendo la perturbación a las moléculas vecinas.

6.1. Tipos de ondas

6.1.1. Según las dimensiones de propagación

i. **Unidimensionales**: Se propagan en una dirección. Como por ejemplo, la onda en una cuerda.

ii. **Bidimensionales**: Se propagan en dos direcciones. Como por ejemplo, la onda en una superficie.

iii. **Tridimensionales**: Se propagan en tres direcciones. Como por ejemplo, la onda en el aire.

6.1.2. Según el medio de propagación

i. **Ondas Mecánicas**: Necesitan un medio material para propagarse. Por ejemplo, el sonido.

ii. **Ondas Electromagnéticas**: No necesitan un medio material para propagarse. Por ejemplo, la luz.

6.1.3. Según la dirección en que vibran las partículas con relación a la dirección de avance

i. **Ondas Longitudinales**: Las partículas vibran en la misma dirección que la dirección de avance de la onda. Como por ejemplo, el sonido.

ii. **Ondas Transversales**: Las partículas vibran perpendicular a la dirección de avance de la onda. Como por ejemplo, las vibraciones en el agua.

6.2. Ecuación Matemática de la Onda Armónica

$$y(x,t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0) \tag{74}$$

6.3. Magnitudes de la Onda Armónica

I. y: **Elongación de la onda**. Es el desplazamiento instantáneo de una partícula del medio respecto a su posición de equilibrio en un punto y en un instante determinados. Se mide en metros (m).

II. A: **Amplitud de la onda**. Es el valor máximo del módulo de la elongación que alcanza una partícula del medio durante el movimiento ondulatorio. Se mide en metros (m).

III. ω: **Frecuencia o velocidad angular**. Es la velocidad de variación de la fase de la onda con el tiempo. Se mide en radianes por segundo ($\mathrm{rad\,s^{-1}}$). Se define como:

$$\omega = 2\pi f$$

IV. k: **Número de onda**. Es la velocidad de variación de la fase de la onda con la posición espacial. Se mide en radianes por metro ($\mathrm{rad\,m^{-1}}$). Se define como:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

V. φ_0: **Fase inicial o constante de fase**. Es el valor de la fase de la onda en el origen de coordenadas espaciales y temporales. Se mide en radianes (rad).

VI. φ: **Fase de la onda**. Es la magnitud adimensional que determina el estado de vibración de un punto del medio en un instante dado. Definido por: $\varphi = \omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0$. Se mide en radianes (rad).

VII. V_p: **Velocidad de propagación de la onda**. Es la velocidad a la que se propaga una superficie de fase constante (por ejemplo, una cresta) a través del medio. Se mide en metros por segundo ($\mathrm{m\,s^{-1}}$). Se expresa como:

$$V_p = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

VIII. λ: **Longitud de onda**. Es la distancia mínima entre dos puntos consecutivos del medio que oscilan en el mismo estado de vibración, es decir, con igual fase. Se mide en metros (m).

IX. f: **Frecuencia**. Es el número de oscilaciones completas realizadas por una partícula del medio por unidad de tiempo. Se mide en hercios (Hz).

X. T: **Periodo**. Es el tiempo necesario para que una partícula del medio complete una oscilación completa. Se mide en segundos (s) y se cumple que:

$$T = \frac{1}{f}$$

Si el signo $\pm$ de la fórmula 74 es **positivo** $(+)$, la onda se propaga hacia la **izquierda**. Si el signo $\pm$ es **negativo** $(-)$, la onda se propaga hacia la **derecha**.

6.3.1. Representación de la Onda Armónica

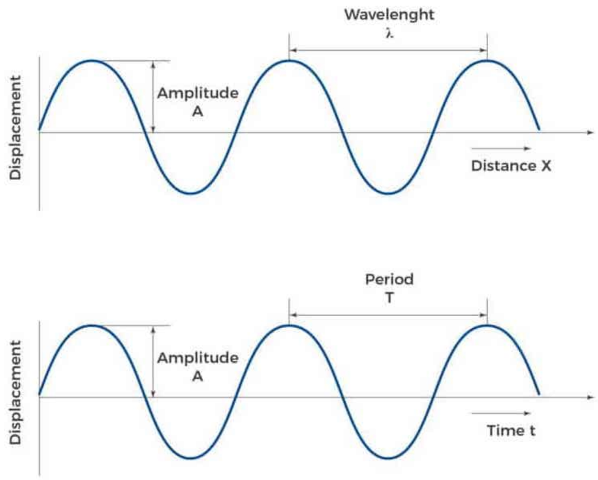


Figura 28: Grafica de la ecuación matemática de la onda armónica

Conceptos Clave. Ondas.

- **¡Ojo!** No debe confundirse el **número de onda** k con la **constante elástica de un muelle** (k). El número de onda está relacionado con la **longitud de onda** y mide la **variación de fase** de la onda por **unidad de longitud**, mientras que la constante elástica de un muelle cuantifica la **fuerza recuperadora** que ejerce el muelle cuando se deforma.