Proyecto lógica II

Camilo Gómez V. Manuela Acosta F.

Universidad del Rosario

October 2019

¿EN QUÉ CONSISTE?

La idea de este juego es organizar los dígitos del 1 al 8 en una cuadrícula como la que se ve en la imagen, de tal forma que no haya dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

	1	
2	3	4
5	6	7
	8	

REGLAS DEL JUEGO

1. Debe haber un solo número por casilla. Es decir, no puede haber ninguna casilla con dos o más números.
2. Todas y cada una de las casillas deben tener un número del 1 al 8, sin repetir.
3. No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.
4. Debe haber por lo menos un número en cada casilla.

REGLAS DEL JUEGO

Para entender las reglas del juego, nombraremos cada casilla con una letra proposicional, como se muestra a continuación

	a	
b	c	d
e	f	g
	h	

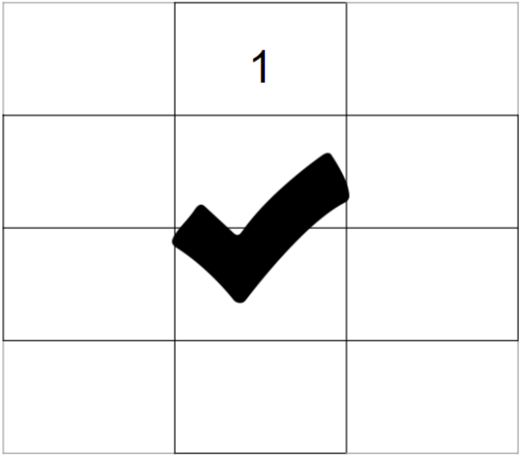
REGLAS DEL JUEGO

- Ahora, cada casilla la dividimos en 8.
- Cada una de esas divisiones hace referencia al digito del 1 al 8 que estará contenido en ella.
- Por ejemplo, a2 corresponde a que en la casilla 'a' se encuentre el dígito '2'

	a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8	
b1 b2 b3 b4 b5 b6 b7 b8	c1 c2 c3 c4 c5 c6 c7 c8	d1 d2 d3 d4 d5 d6 d7 d8
e1 e2 e3 e4 e5 e6 e7 e8	f1 f2 f3 f4 f5 f6 f7 f8	g1 g2 g3 g4 g5 g6 g7 g8
	h1 h2 h3 h4 h5 h6 h7 h8	

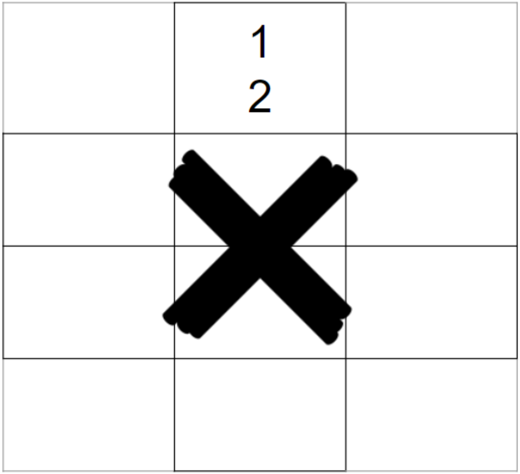
REGLA 1

- Debe haber un solo número por casilla. Es decir, no puede haber ninguna casilla con dos o más números.
- Por ejemplo, si en 'a' está el número 1, no pude estar cualquier otro número entre 2 y 8.



REGLA 1

- Debe haber un solo número por casilla. Es decir, no puede haber ninguna casilla con dos o más números.
- Por ejemplo, si en 'a' está el número 1, no pude estar cualquier otro número entre 2 y 8.



REGLA 1 CON LÓGICA PROPOSICIONAL

Sabemos que si, por ejemplo, el número 3 está en la casilla 'c' (c3) entonces ni 1, ni 2, ni 4, ni 5, ni 6, ni 7, ni 8 pueden estarlo. Es decir, si c3 es verdadero, entonces c1, c2, c4, c5, c6, c7 y c8 deben ser falsos.
Luego, este ejemplo representado en lógica propoicional sería:

$$c3 \wedge \neg c1 \wedge \neg c2 \wedge \neg c4 \wedge \neg c5 \wedge \neg c6 \wedge \neg c7 \wedge \neg c8$$

es decir, si 3 está en la casilla 'c', entonces no está 1, 2, 4, 5, 6, 7 ni 8.

REGLA 1 CON LÓGICA PROPOSICIONAL

Ahora, tomando el ejemplo anterior, y generalizándolo para el caso en que el número 1 esté en cada una de las casillas del tablero, tendríamos algo de esta forma:

$$x1 \wedge \neg x2 \wedge \neg x3 \wedge \neg x4 \wedge \neg x5 \wedge \neg x6 \wedge \neg x7 \wedge \neg x8$$

con $x \in a, b, c, d, e, f, g, h$, que son todas las casillas del tablero. Este caso expresa que si 1 está en alguna de las casillas de nuestro tablero, ningún otro número entre el 2 y el 8 puede estarlo.

REGLA 1 CON LÓGICA PROPOSICIONAL

Ahora debemos considerar esta situacion para cada uno de los números, y cada una de las casillas. Es decir,

$$x1 \wedge \neg x2 \wedge \neg x3 \wedge \neg x4 \wedge \neg x5 \wedge \neg x6 \wedge \neg x7 \wedge \neg x8$$

$$x2 \wedge \neg x1 \wedge \neg x3 \wedge \neg x4 \wedge \neg x5 \wedge \neg x6 \wedge \neg x7 \wedge \neg x8$$

$$x3 \wedge \neg x1 \wedge \neg x2 \wedge \neg x4 \wedge \neg x5 \wedge \neg x6 \wedge \neg x7 \wedge \neg x8$$

$$x4 \wedge \neg x1 \wedge \neg x2 \wedge \neg x3 \wedge \neg x5 \wedge \neg x6 \wedge \neg x7 \wedge \neg x8$$

$$x5 \wedge \neg x1 \wedge \neg x2 \wedge \neg x3 \wedge \neg x4 \wedge \neg x6 \wedge \neg x7 \wedge \neg x8$$

$$x6 \wedge \neg x1 \wedge \neg x2 \wedge \neg x3 \wedge \neg x4 \wedge \neg x5 \wedge \neg x7 \wedge \neg x8$$

$$x7 \wedge \neg x1 \wedge \neg x2 \wedge \neg x3 \wedge \neg x4 \wedge \neg x5 \wedge \neg x6 \wedge \neg x8$$

$$x8 \wedge \neg x1 \wedge \neg x2 \wedge \neg x3 \wedge \neg x4 \wedge \neg x5 \wedge \neg x6 \wedge \neg x7$$

con $x \in a, b, c, d, e, f, g, h$

REGLA 1 CON LÓGICA PROPOSICIONAL

Para representar toda la regla 1 con lógica proposicional, debemos concatenar por medio de $\wedge$ las situaciones anteriores. Es decir:

$$(a1 \wedge \neg a2 \wedge \neg a3 \wedge \neg a4 \wedge \neg a5 \wedge \neg a6 \wedge \neg a7 \wedge \neg a8) \vee$$

$$(a2 \wedge \neg a1 \wedge \neg a3 \wedge \neg a4 \wedge \neg a5 \wedge \neg a6 \wedge \neg a7 \wedge \neg a8) \vee$$

$$(a3 \wedge \neg a1 \wedge \neg a2 \wedge \neg a4 \wedge \neg a5 \wedge \neg a6 \wedge \neg a7 \wedge \neg a8) \vee$$

$$\ldots$$

$$(d5 \wedge \neg d1 \wedge \neg d2 \wedge \neg d3 \wedge \neg d4 \wedge \neg d6 \wedge \neg d7 \wedge \neg d8) \vee$$

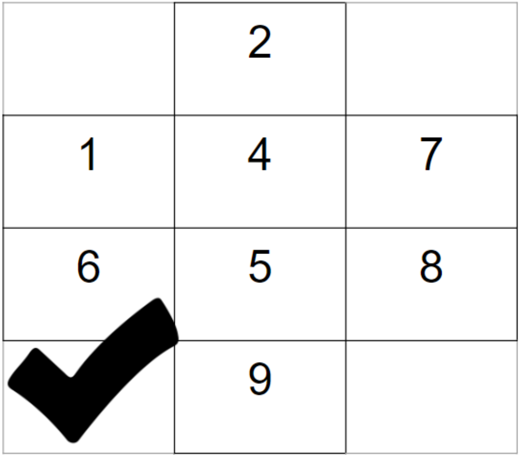
$$\ldots$$

$$(h8 \wedge \neg h1 \wedge \neg h2 \wedge \neg h3 \wedge \neg h4 \wedge \neg h5 \wedge \neg h6 \wedge \neg h7)$$

REGLA 2

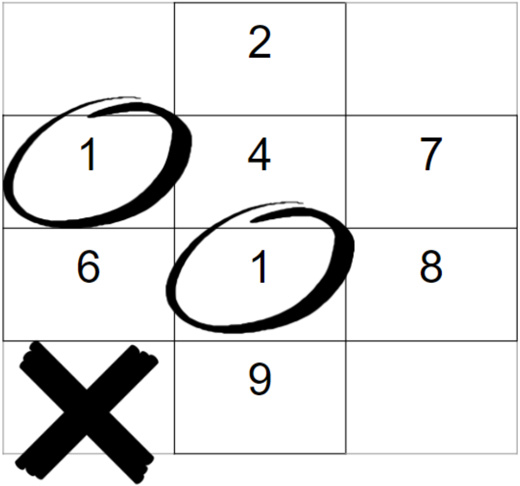
Todas y cada una de las casillas deben tener un número del 1 al 8, sin repetir.

Por ejemplo, si en la casilla 'b' está el '1', el ninguna otra podrá estar este número.



REGLA 2

Todas y cada una de las casillas deben tener un número del 1 al 8, sin repetir.
Por ejemplo, si en la casilla 'b' está el '1', el ninguna otra podrá estar este número.
En este caso, el '1' se repite en la casilla 'b' y en la 'f'.



REGLA 2 CON LÓGICA PROPOSICIONAL

Consideremos, por ejemplo, que el número 5 está en la casilla 'f' (f5), entonces, por la regla 2, sabemos que este número no puede estar en ninguna otra casilla. En otras palabras, si f5 es verdadero, entonces a5, b5, d5, e5, g5 y h5 deben se falsos.
Representando en lógica proposicional tenemmos:

$$f5 \wedge \neg a5 \wedge \neg b5 \wedge \neg c5 \wedge \neg d5 \wedge \neg e5 \wedge \neg g5 \wedge \neg h5$$

Es decir, si el 5 está en la casilla f, entonces no está en la casilla a, b, c, d, e, g ni h.

REGLA 2 CON LÓGICA PROPOSICIONAL

Ahora, teniendo en cuenta el ejemplo anterio y generalizándo para un número n entre 1 y 8, en la casilla 'a' tendríamos algo de esta forma:

$$an \wedge \neg bn \wedge \neg cn \wedge \neg dn \wedge \neg en \wedge \neg fn \wedge \neg gn \wedge \neg hn$$

con $n \in 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$
Este caso expresa que si n está en la casilla a, entonces no está en la casilla b, c, d, e, f, g ni h.

REGLA 2 CON LÓGICA PROPOSICIONAL

Considerando este caso con cada una de las casillas del tablero, tenemos:

$$an \wedge \neg bn \wedge \neg cn \wedge \neg dn \wedge \neg en \wedge \neg fn \wedge \neg gn \wedge \neg hn$$

$$bn \wedge \neg an \wedge \neg cn \wedge \neg dn \wedge \neg en \wedge \neg fn \wedge \neg gn \wedge \neg hn$$

$$cn \wedge \neg an \wedge \neg bn \wedge \neg dn \wedge \neg en \wedge \neg fn \wedge \neg gn \wedge \neg hn$$

$$dn \wedge \neg an \wedge \neg bn \wedge \neg cn \wedge \neg en \wedge \neg fn \wedge \neg gn \wedge \neg hn$$

$$en \wedge \neg an \wedge \neg bn \wedge \neg cn \wedge \neg dn \wedge \neg fn \wedge \neg gn \wedge \neg hn$$

$$fn \wedge \neg an \wedge \neg bn \wedge \neg cn \wedge \neg dn \wedge \neg en \wedge \neg gn \wedge \neg hn$$

$$gn \wedge \neg an \wedge \neg bn \wedge \neg cn \wedge \neg dn \wedge \neg en \wedge \neg fn \wedge \neg hn$$

$$hn \wedge \neg an \wedge \neg bn \wedge \neg cn \wedge \neg dn \wedge \neg en \wedge \neg fn \wedge \neg gn$$

Con $n \in 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

REGLA 2 CON LÓGICA PORPOSICIONAL

Para representar toda la regla 2 con lógica proposicional, debemos concatenar por medio de $\wedge$ las situaciones anteriores. Es decir:

$$(a1 \wedge \neg b1 \wedge \neg c1 \wedge \neg d1 \wedge \neg e1 \wedge \neg f1 \wedge \neg g1 \wedge \neg h1)\vee$$

$$(a2 \wedge \neg b2 \wedge \neg c2 \wedge \neg d2 \wedge \neg e2 \wedge \neg f2 \wedge \neg g2 \wedge \neg h2)\vee$$

$$(a3 \wedge \neg b3 \wedge \neg c3 \wedge \neg d3 \wedge \neg e3 \wedge \neg f3 \wedge \neg g3 \wedge \neg h3)\vee$$

$$\ldots$$

$$(d5 \wedge \neg a5 \wedge \neg b5 \wedge \neg c5 \wedge \neg e5 \wedge \neg f5 \wedge \neg g5 \wedge \neg h5)\vee$$

$$\ldots$$

$$(h8 \wedge \neg a8 \wedge \neg b8 \wedge \neg c8 \wedge \neg d8 \wedge \neg e8 \wedge \neg f8 \wedge \neg g8)$$

REGLA 3

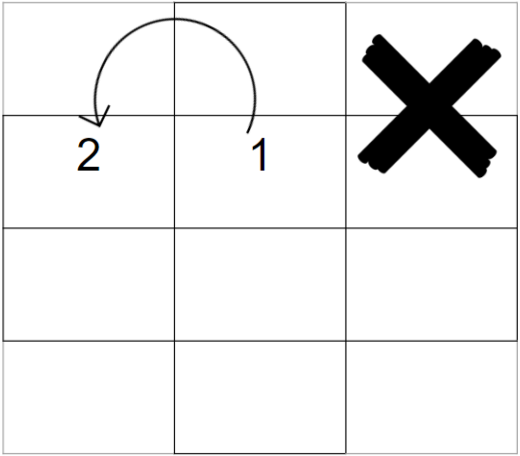
No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

	1	

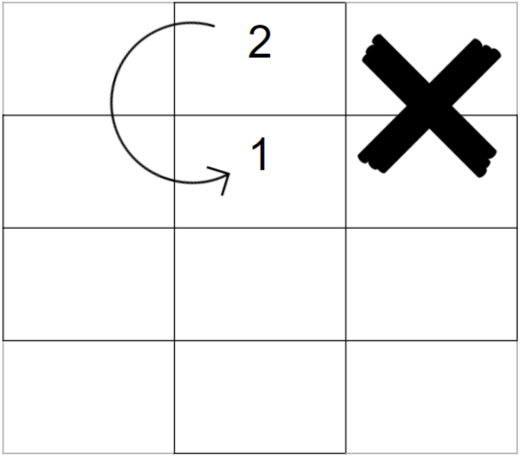
REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.
En este caso, '1' y '2', que son consecutivos, están tocándose horizontalmente.



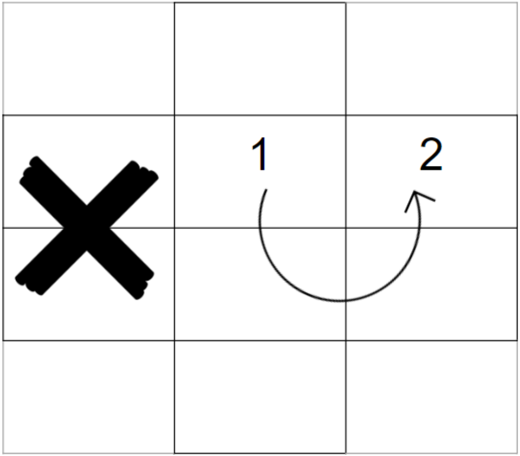
REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.
En este caso, '1' y '2', que son consecutivos, están tocándose verticalmente.



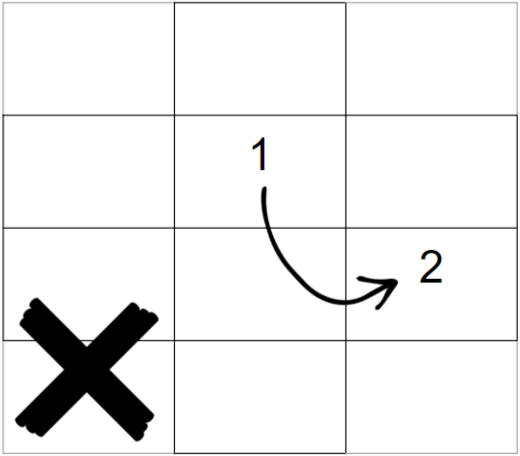
REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.
En este caso, '1' y '2', que son consecutivos, están tocándose horizontalmente.



REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.
En este caso, '1' y '2', que son consecutivos, están tocándose diagonalmente.

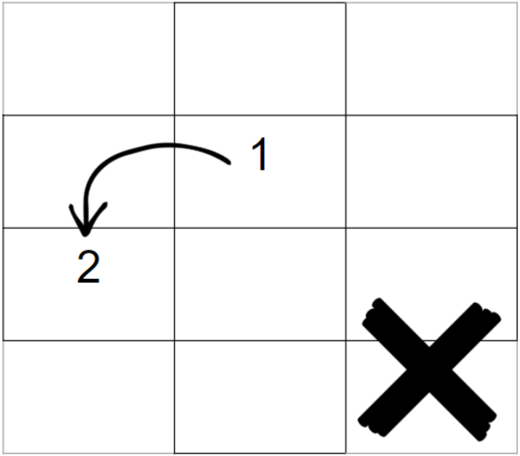


REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

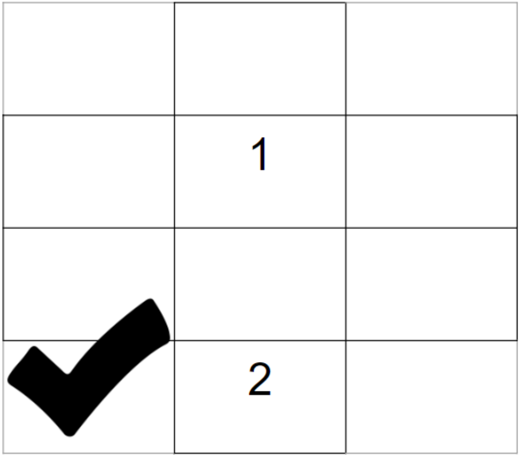
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

En este caso, '1' y '2', que son consecutivos, están tocándose diagonalmente.



REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

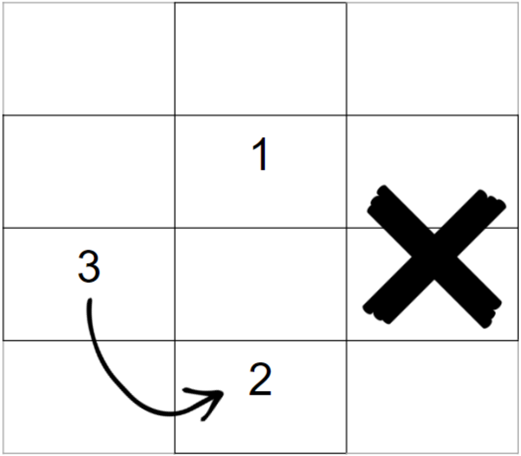


REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

En este caso, '2' y '3', que son consecutivos, están tocándose diagonalmente.

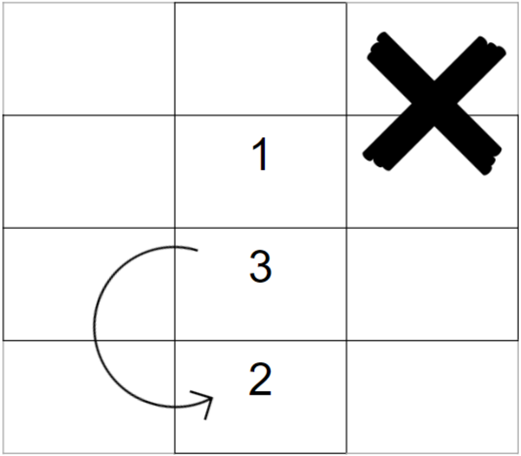


REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

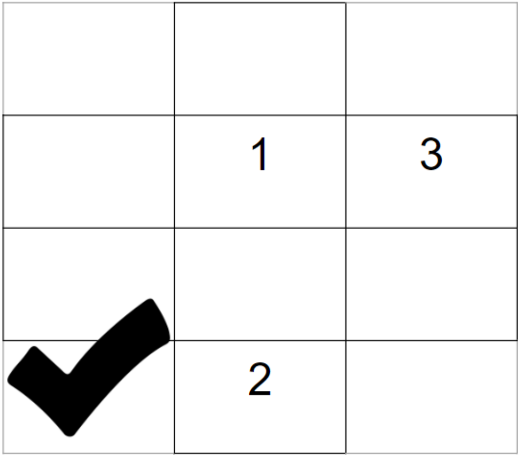
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

En este caso, '2' y '3', que son consecutivos, están tocándose verticalmente.



REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

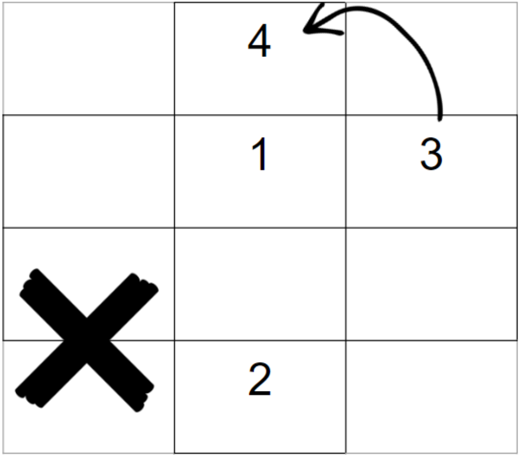


REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

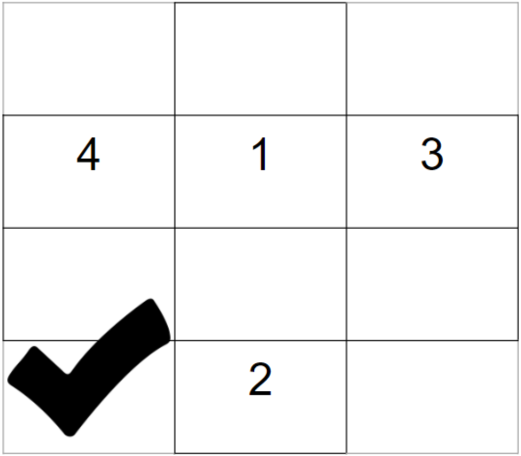
en este caso, '3' y '4', que son consecutivos, están tocándose diagonalmente.



REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

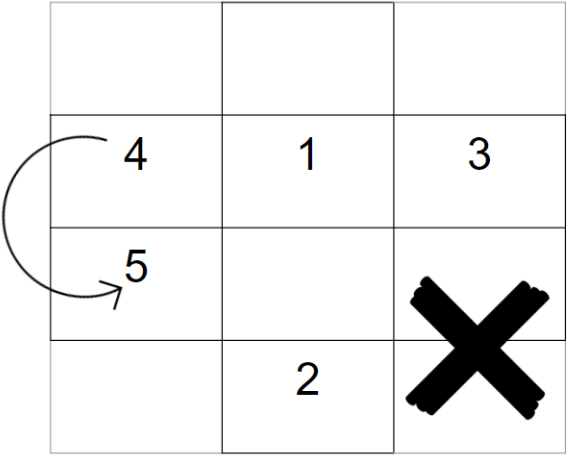


REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

En este caso '4' y '5', que son consecutivos, están tocándose verticalmente.



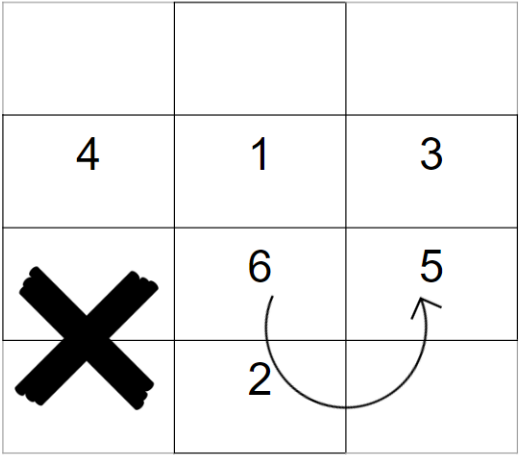
REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

4	1	3
		5
	2	

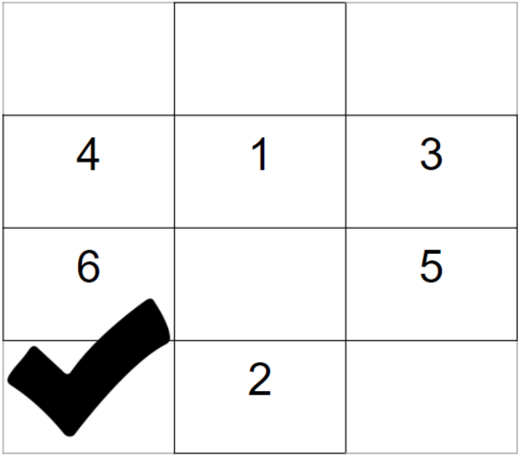
REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.
En este caso '5' y '6', que son consecutivos, están tocándose horizontalmente.



REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.



REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

	7	
4	1	3
6		5
	2	

REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

	7	
4	1	3
6	8	5
	2	

REGLA 3 EN LÓGICA PROPOSICIONAL

Consideremos el caso en que el número 1 se encuentre en la casilla 'a', entonces, teniendo en cuenta la regla 3, el número 2, que es su consecutivo, no podría estar en las casillas 'b', 'c' ni 'd'. Es decir, si a1 es verdadera, entonces b2, c2 y d2 deben ser falsas.
Representado en lógica proposicional tenemos:

$$a1 \rightarrow (\neg b2 \wedge \neg c2 \wedge \neg d2)$$

Esto quiere decir que si 1 está en 'a', entonces 2 no está ni en 'b', ni en 'c' ni en 'd'.

REGLA 3 EN LÓGICA PORPOSICIONAL

Entonces, considerando la situación en la que el número 1 esté en cada una de las casillas del tablero, la representación en lógica proposicional sería:

$a1 \rightarrow (\neg b2 \wedge \neg c2 \wedge \neg d2)$
$b1 \rightarrow (\neg a2 \wedge \neg c2 \wedge \neg e2 \wedge \neg f2)$
$c1 \rightarrow (\neg a2 \wedge \neg b2 \wedge \neg d2 \wedge \neg e2 \wedge \neg f2 \wedge \neg g2)$
$d1 \rightarrow (\neg a2 \wedge \neg c2 \wedge \neg f2 \wedge \neg g2)$
$e1 \rightarrow (\neg b2 \wedge \neg c2 \wedge \neg f2 \wedge \neg h2)$
$f1 \rightarrow (\neg b2 \wedge \neg c2 \wedge \neg d2 \wedge \neg e2 \wedge \neg g2 \wedge \neg h2)$
$g1 \rightarrow (\neg c2 \wedge \neg d2 \wedge \neg f2 \wedge \neg h2)$
$h1 \rightarrow (\neg e2 \wedge \neg f2 \wedge \neg g2)$

REGLA 3 EN LÓGICA PROPOSICIONAL

Veamos ahora el caso del número 2, en cada una de las casillas:

$a2 \rightarrow (\neg b1 \wedge \neg c1 \wedge \neg d1 \wedge \neg c3 \wedge \neg d3)$

$b2 \rightarrow (\neg a1 \wedge \neg c1 \wedge \neg e1 \wedge \neg f1 \wedge \neg a3 \wedge \neg c3 \wedge \neg e3 \wedge \neg f3)$

$c2 \rightarrow (\neg a1 \wedge \neg b1 \wedge \neg d1 \wedge \neg e1 \wedge \neg f1 \wedge \neg g1 \wedge \neg a3 \wedge \neg b3 \wedge \neg d3 \wedge \neg e3 \wedge \neg f3 \wedge \neg g3)$

$d2 \rightarrow (\neg a1 \wedge \neg c1 \wedge \neg f1 \wedge \neg g1 \wedge \neg a3 \wedge \neg c3 \wedge \neg f3 \wedge \neg g3)$

$e2 \rightarrow (\neg b1 \wedge \neg c1 \wedge \neg f1 \wedge \neg h1 \wedge \neg b3 \wedge \neg c3 \wedge \neg f3 \wedge \neg h3)$

$f2 \rightarrow (\neg b1 \wedge \neg c1 \wedge \neg d1 \wedge \neg e1 \wedge \neg g1 \wedge \neg h1 \wedge \neg b3 \wedge \neg c3 \wedge \neg d3 \wedge \neg e3 \wedge \neg g3 \wedge \neg h3)$

$g2 \rightarrow (\neg c1 \wedge \neg d1 \wedge \neg f1 \wedge \neg h1 \wedge \neg c3 \wedge \neg d3 \wedge \neg f3 \wedge \neg h3)$

$h2 \rightarrow (\neg e1 \wedge \neg f1 \wedge \neg g1 \wedge \neg e3 \wedge \neg f3 \wedge \neg g3)$

REGLA 3 EN LÓGICA PORPOSICIONAL

Y así sucesivamente, con cada uno de los números entre el 1 y el 8...

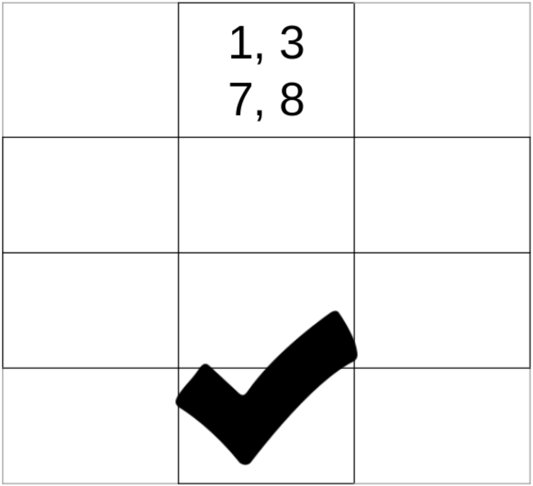
REGLA 3 EN LÓGICA PORPOSICIONAL

Finalmente, concatenando todas las situaciones anteriores por medio de $\wedge$, la regla 3 sería representada en lógica proposicional de la siguiente manera:

$(a1 \rightarrow (\neg b2 \wedge \neg c2 \wedge \neg d2))\vee$
$(b1 \rightarrow (\neg a2 \wedge \neg c2 \wedge \neg e2 \wedge \neg f2))\vee$
$(c1 \rightarrow (\neg a2 \wedge \neg b2 \wedge \neg d2 \wedge \neg e2 \wedge \neg f2 \wedge \neg g2))\vee$
...
$(d2 \rightarrow (\neg a1 \wedge \neg c1 \wedge \neg f1 \wedge \neg g1 \wedge \neg a3 \wedge \neg c3 \wedge \neg f3 \wedge \neg g3))\vee$
...
$(h8 \rightarrow (\neg e7 \wedge \neg f7 \wedge \neg g7))$

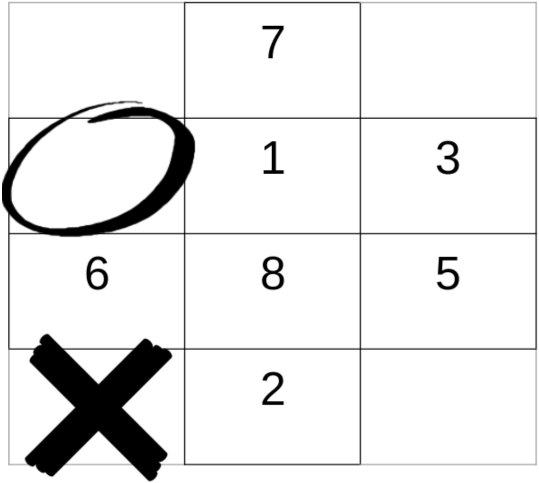
REGLA 4

Debe haber por lo menos un número en cada casilla. Por ejemplo, en la casilla 'a' debe haber al menos un número. Es decir, puede estar el número '1', pero, así mismo, pueden estar los números '3', '7', '8', etc. Sin embargo, la casilla 'a' no puede estar vacía.
Oberser que en la casilla 'a' hay por lo menos un número.



REGLA 4

Debe haber por lo menos un número en cada casilla. Por ejemplo, no se estaría cumpliendo la regla en caso de que la casilla 'b' esté vacía.
Onserve que en la casilla 'b' no hay ningún número.



REGLA 4 EN LÓGICA PROPOSICIONAL

Sabemos que, si tomamos de ejemplo la casilla 'a', para que se cumpla esta regla, debe cumplirse 'a1' o 'a2' o 'a3' o 'a4' o ... o 'a8'. Es decir, debe cumplirse que haya al menos un número, por ende, puede haber más de uno.
Representando este ejemplo en lógica proposicional, tendríamos algo así:

$$a1 \lor a2 \lor a3 \lor a4 \lor a5 \lor a6 \lor a7 \lor a8$$

Lo cual indica que en la casilla 'a' puede estar el número '1', o el '2', o el '3', y así sucesivamente, hasta el número '8'.

REGLA 4 EN LÓGICA PROPOSICIONAL

Ahora, generalizando el ejemplo anterior para todas las casillas, llegamos a que la regla 4, representada en lógica proposicional, tendría la siguiente forma:

$$(a1 \vee a2 \vee a3 \vee a4 \vee a5 \vee a6 \vee a7 \vee a8) \wedge$$

$$(b1 \vee b2 \vee b3 \vee b4 \vee b5 \vee b6 \vee b7 \vee b8) \wedge$$

$$(c1 \vee c2 \vee c3 \vee c4 \vee c5 \vee c6 \vee c7 \vee c8) \wedge$$

$$(d1 \vee d2 \vee d3 \vee d4 \vee d5 \vee d6 \vee d7 \vee d8) \wedge$$

$$(e1 \vee e2 \vee e3 \vee e4 \vee e5 \vee e6 \vee e7 \vee e8) \wedge$$

$$(f1 \vee f2 \vee f3 \vee f4 \vee f5 \vee f6 \vee f7 \vee f8) \wedge$$

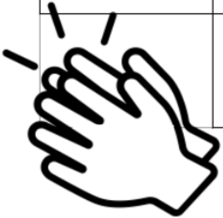
$$(g1 \vee g2 \vee g3 \vee g4 \vee g5 \vee g6 \vee g7 \vee g8) \wedge$$

$$(h1 \vee h2 \vee h3 \vee h4 \vee h5 \vee h6 \vee h7 \vee h8)$$

EJEMPLO

Note que despúes de seguir cada una de las condiciones de las reglas anteriores hemos encontrado una de las posibles soluciones.

	7	
4	1	3
6	8	5
	2	



LETRAS PROPOSICIONALES

Para la implementación en Python de nuestro proyecto debimos redefinir las letras proposicionales, de la siguiente manera:

	a	b	c	d	e	f	g	h
1	a	b	c	d	e	f	g	h
2	i	j	k	l	m	n	ñ	o
3	p	q	r	s	t	u	v	w
4	x	y	z	A	B	C	D	E
5	F	G	H	I	J	K	L	M
6	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T
7	U	V	W	X	Y	Z	1	2
8	3	4	5	6	7	8	9	0