# PROYECTO LÓGICA II

CAMILO ANDRÉS GÓMEZ VARGAS MANUELA ACOSTA FAJARDO

## ¿EN QUÉ CONSISTE?

La idea de este juego es organizar los dígitos del 1 al 8 en una cuadrícula como la que se ve en la imagen, de tal forma que no haya dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

	1	
2	3	4
5	6	7
	8	

#### REGLAS DEL JUEGO



- 1. Debe haber un solo número por casilla. Es decir, no puede haber ninguna casilla con dos o más números.
- 2. Todas y cada una de las casillas debe tener un número del 1 al 8, sin repetir.
- 3. No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

#### REGLAS DEL JUEGO

Para entender las reglas del juego, nombraremos cada casilla con una letra proposicional, como se muestra a continuación.

	а	
b	С	d
е	f	g
	h	

#### REGLAS DEL JUEGO

Ahora, cada casilla la dividimos en 8.

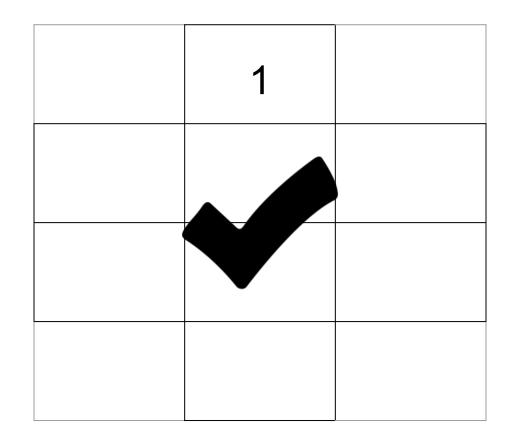
Cada una de esas divisiones hace referencia al dígito del 1 al 8 que estará contenido en ella.

Por ejemplo, a2 corresponde a que en la casilla 'a' se encuentra el dígito '2'.

	a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8	
b1 b2	c1 c2	d1 d2
b3 b4	c3 c4	d3 d4
b5 b6	c5 c6	d5 d6
b7 b8	c7 c8	d7 d8
e1 e2	f1 f2	g1 g2
e3 e4	f3 f4	g3 g4
e5 e6	f5 f6	g5 g6
e7 e8	f7 f8	g7 g8
	h1 h2 h3 h4 h5 h6 h7 h8	

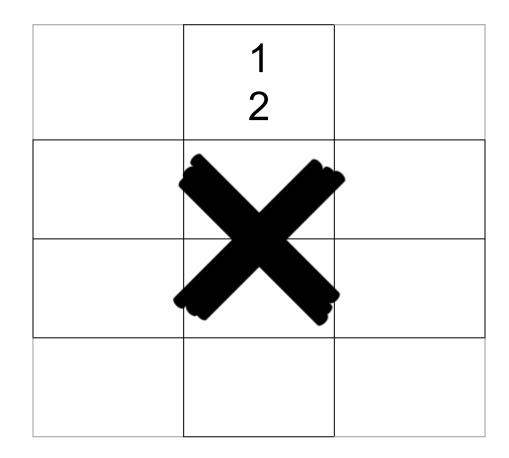
Debe haber un solo número por casilla. Es decir, no puede haber ninguna casilla con dos o más números.

Por ejemplo, si en 'a' está el número 1, no puede estar cualquier otro número entre 2 y 8.



Debe haber un solo número por casilla. Es decir, no puede haber ninguna casilla con dos o más números.

Por ejemplo, si en 'a' está el número 1, no puede estar cualquier otro número entre 2 y 8.



Sabemos que si, por ejemplo, el número 3 está en la casilla 'c' (c3) entonces ni 1, ni 2, ni 4, ni 5, ni 6, ni 7, ni 8 pueden estarlo. Es decir, si c3 es verdadero, entonces c1, c2, c4, c5, c6, c7 y c8 deben ser falsos.

Luego, este ejemplo representado en lógica proposicional sería:

$$c3 \rightarrow (\neg c1 ^ \neg c2 ^ \neg c4 ^ \neg c5 ^ \neg c6 ^ \neg c7 ^ \neg c8)$$

Es decir, si 3 está en la casilla 'c', entonces no están 1, 2, 4, 5, 6, 7 ni 8.

Ahora, tomando el ejemplo anterior, y generalizándolo para el caso en que el número 1 esté en cada una de las casillas del tablero, tendríamos algo de esta forma:

$$x1 \rightarrow (\neg x2 ^ \neg x3 ^ \neg x4 ^ \neg x5 ^ \neg x6 ^ \neg x7 ^ \neg x8)$$

con x E {a, b, c, d, e, f, g, h}, que son todas las casillas del tablero.

Este caso expresa que si 1 está en alguna de las casillas de nuestro tablero, ningún otro número entre el 2 y el 8 puede estarlo.

Ahora debemos considerar esta situación para cada uno de los números, y cada una de las casillas. Es decir,

$$x1 \rightarrow (\neg x2 \land \neg x3 \land \neg x4 \land \neg x5 \land \neg x6 \land \neg x7 \land \neg x8)$$
 $x2 \rightarrow (\neg x1 \land \neg x3 \land \neg x4 \land \neg x5 \land \neg x6 \land \neg x7 \land \neg x8)$ 
 $x3 \rightarrow (\neg x1 \land \neg x2 \land \neg x4 \land \neg x5 \land \neg x6 \land \neg x7 \land \neg x8)$ 
 $x4 \rightarrow (\neg x1 \land \neg x2 \land \neg x3 \land \neg x5 \land \neg x6 \land \neg x7 \land \neg x8)$ 
con  $x \in \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 

Ahora debemos considerar esta situación para cada uno de los números, y cada una de las casillas. Es decir,

$$x5 \rightarrow (\neg x1 ^ \neg x2 ^ \neg x3 ^ \neg x4 ^ \neg x6 ^ \neg x7 ^ \neg x8)$$
 $x6 \rightarrow (\neg x1 ^ \neg x2 ^ \neg x3 ^ \neg x4 ^ \neg x5 ^ \neg x7 ^ \neg x8)$ 
 $x7 \rightarrow (\neg x1 ^ \neg x2 ^ \neg x4 ^ \neg x3 ^ \neg x5 ^ \neg x6 ^ \neg x8)$ 
 $x8 \rightarrow (\neg x1 ^ \neg x2 ^ \neg x3 ^ \neg x4 ^ \neg x5 ^ \neg x6 ^ \neg x7)$ 
 $x8 \rightarrow (\neg x1 ^ \neg x2 ^ \neg x3 ^ \neg x4 ^ \neg x5 ^ \neg x6 ^ \neg x7)$ 

Para representar toda la regla 1 con lógica proposicional, debemos concatenar por medio de '^' (y) las situaciones anteriores. Es decir:

Todas y cada una de las casillas debe tener un número del 1 al 8, sin repetir.

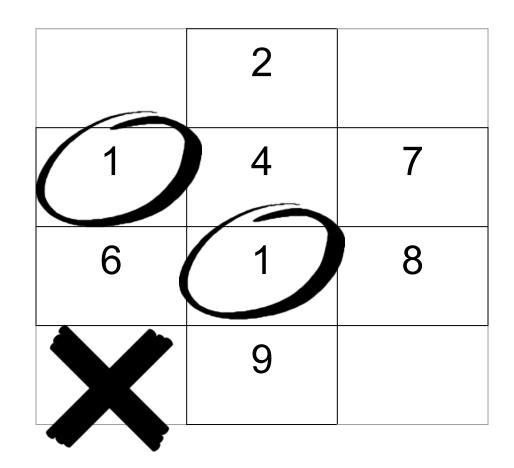
Por ejemplo, si en la casilla 'b' está el '1', en ninguna otra podrá estar este número.

	2	
1	4	7
6	5	8
	9	

Todas y cada una de las casillas debe tener un número del 1 al 8, sin repetir.

Por ejemplo, si en la casilla 'b' está el '1', en ninguna otra podrá estar este número.

En este caso, el '1' se repite en la casilla 'b' y en la 'f'.



Consideremos, por ejemplo, que el número 5 está en la casilla 'f' (f5), entonces, por la regla 2, sabemos que este número no puede estar en ninguna otra casilla. En otras palabras, si f5 es verdadero, entonces a5, b5, c5, d5, e5, g5 y h5 deben ser falsos.

Representado en lógica proposicional tenemos:

$$f5 \rightarrow (\neg a5 \land \neg b5 \land \neg c5 \land \neg d5 \land \neg e5 \land \neg g5 \land \neg h5)$$

Es decir, si el 5 está en la casilla f, entonces no está en la casilla a, b, c, d, e, g, ni h.

Ahora, teniendo en cuenta el ejemplo anterior y generalizándolo para un número n entre 1 y 8, en la casilla 'a', tendríamos algo de esta forma:

con n E {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

Este caso expresa que si n está en la casilla a, entonces no está en la casilla b, c, d, e, f, g, ni h.

Considerando este caso con cada una de las casillas del tablero, tenemos:

an 
$$\to$$
 (¬bn ^¬cn ^¬dn ^¬en ^¬fn ^¬gn ^¬hn)  
bn  $\to$  (¬an ^¬cn ^¬dn ^¬en ^¬fn ^¬gn ^¬hn)  
cn  $\to$  (¬an ^¬bn ^¬dn ^¬en ^¬fn ^¬gn ^¬hn)  
dn  $\to$  (¬an ^¬bn ^¬cn ^¬en ^¬fn ^¬gn ^¬hn)  
con n E {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

Considerando este caso con cada una de las casillas del tablero, tenemos:

en 
$$\rightarrow$$
 (¬an ^¬bn ^¬cn ^¬dn ^¬fn ^¬gn ^¬hn)  
fn  $\rightarrow$  (¬an ^¬bn ^¬cn ^¬dn ^¬en ^¬gn ^¬hn)  
gn  $\rightarrow$  (¬an ^¬bn ^¬cn ^¬dn ^¬en ^¬fn ^¬hn)  
hn  $\rightarrow$  (¬an ^¬bn ^¬cn ^¬dn ^¬en ^¬fn ^¬gn)  
con n E {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

Para representar toda la regla 2 con lógica proposicional, debemos concatenar por medio de '^' (y) las situaciones anteriores. Es decir:

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

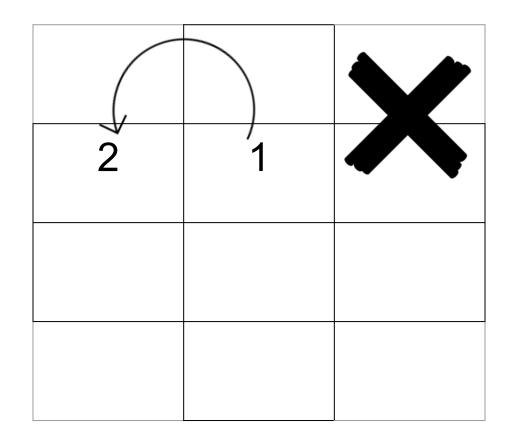
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

1	

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

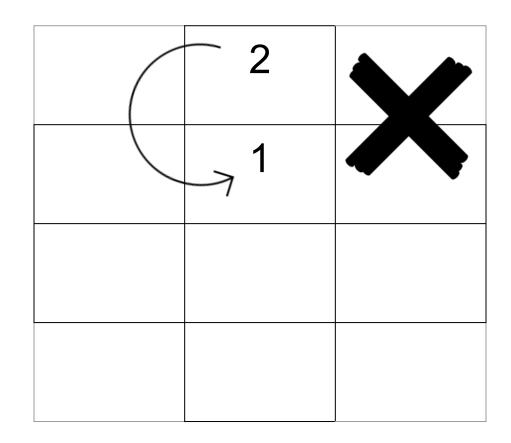
En este caso, '1' y '2', que son consecutivos, están tocándose horizontalmente.



No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

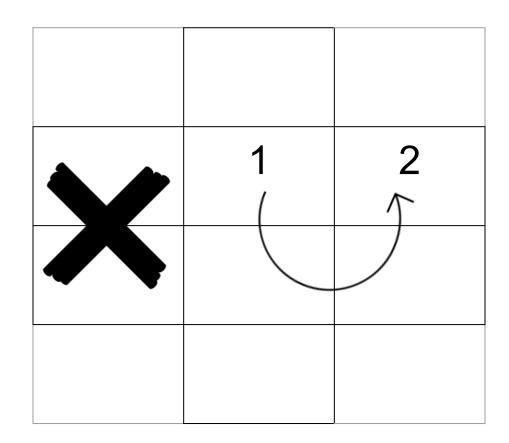
En este caso, '1' y '2', que son consecutivos, están tocándose verticalmente.



No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

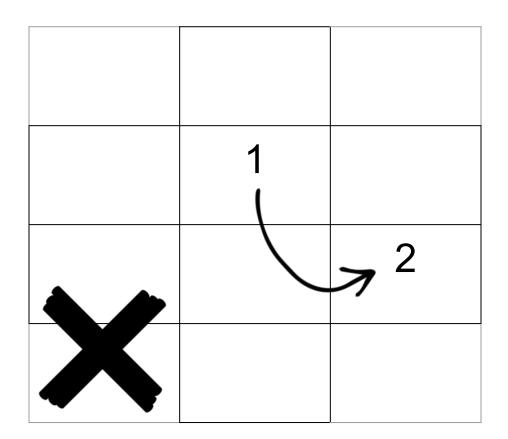
En este caso, '1' y '2', que son consecutivos, están tocándose horizontalmente.



No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

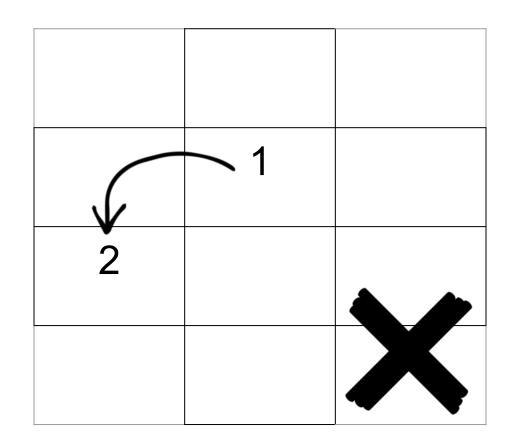
En este caso, '1' y '2', que son consecutivos, están tocándose diagonalmente.



No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

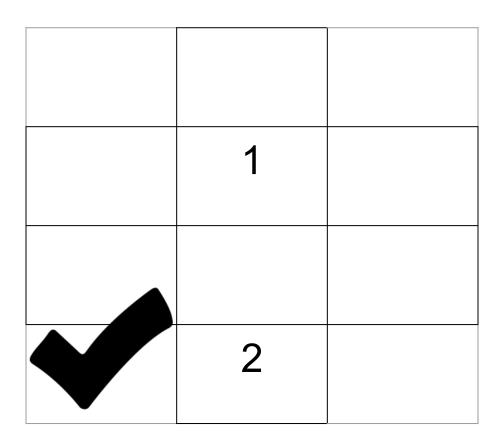
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

En este caso, '1' y '2', que son consecutivos, están tocándose diagonalmente.



No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

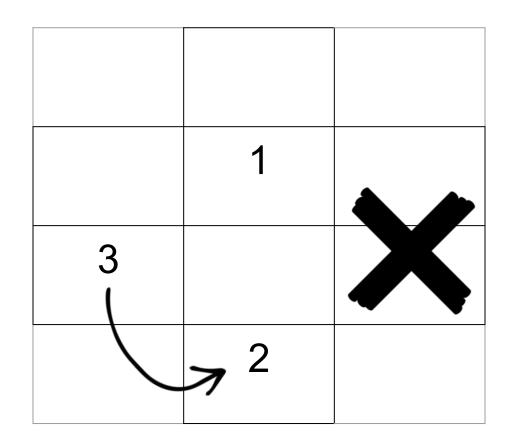
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.



No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

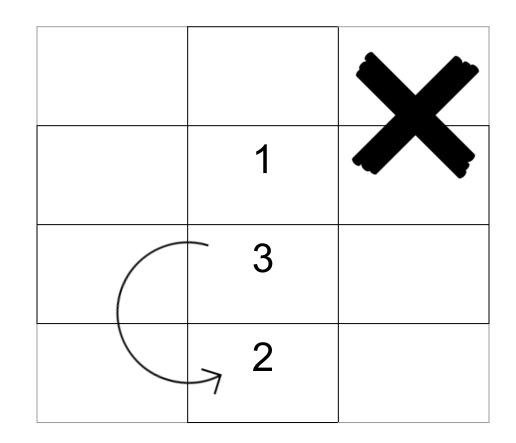
En este caso, '2' y '3', que son consecutivos, están tocándose diagonalmente.



No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

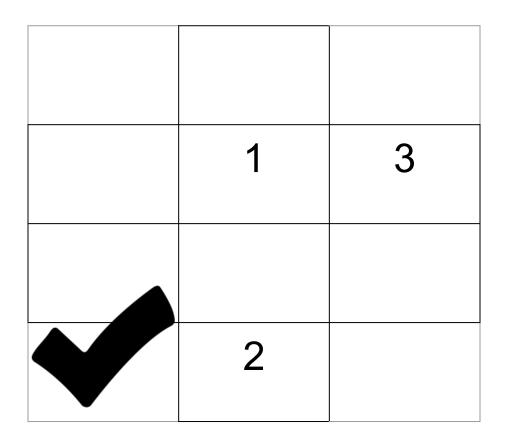
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

En este caso '2' y '3', que son consecutivos, están tocándose verticalmente.



No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

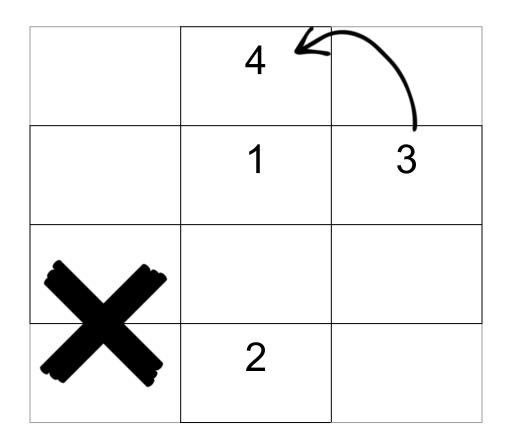
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.



No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

En este caso, '3' y '4', que son consecutivos, están tocándose diagonalmente.



No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

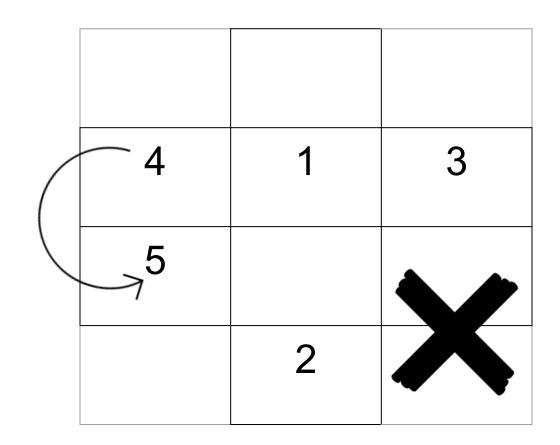
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

4	1	3
	2	

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

En este caso '4' y '5', que son consecutivos, están tocándose verticalmente.



No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

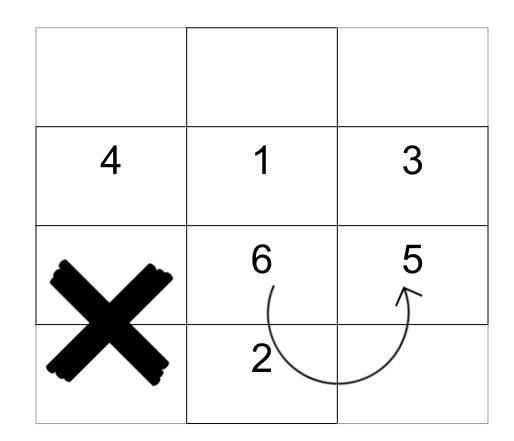
Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

4	1	3
		5
	2	

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

En este caso, '5' y '6', que son consecutivos, están tocándose horizontalmente.



No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

4	1	3
6		5
	2	

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

	7	
4	1	3
6		5
	2	

### REGLA 3

No puede haber dos números consecutivos tocándose ni vertical, ni horizontal, ni diagonalmente.

Observe a detalle las siguientes cuadrículas.

	7	
4	1	3
6	8	5
	2	

Consideremos el caso en que el número 1 se encuentre en la casilla 'a', entonces, teniendo en cuenta la regla 3, el número 2, que es su consecutivo, no podría estar en las casillas 'b', 'c' ni 'd'. Es decir, si a1 es verdadera, entonces b2, c2 y d2 deben ser falsas.

Representado en lógica proposicional tenemos:

$$a1 \rightarrow (\neg b2 \land \neg c2 \land \neg d2)$$

Esto quiere decir que si 1 está en 'a', entonces 2 no está ni en 'b', ni en 'c' ni en 'd'.

Entonces, considerando la situación en la que el número en 1 esté en cada una de las casillas del tablero, la representación en lógica proposicional sería:

a1 
$$\rightarrow$$
 (¬b2 ^ ¬c2 ^ ¬d2)  
b1  $\rightarrow$  (¬a2 ^ ¬c2 ^ ¬e2 ^ ¬f2)  
c1  $\rightarrow$  (¬a2 ^ ¬b2 ^ ¬d2 ^ ¬e2 ^ ¬f2 ^ ¬g2)  
d1  $\rightarrow$  (¬a2 ^ ¬c2 ^ ¬f2 ^ ¬g2)

Entonces, considerando la situación en la que el número en 1 esté en cada una de las casillas del tablero, la representación en lógica proposicional sería:

e1 
$$\rightarrow$$
 (¬b2 ^ ¬c2 ^ ¬f2 ^ ¬h2)  
f1  $\rightarrow$  (¬b2 ^ ¬c2 ^ ¬d2 ^ ¬e2 ^ ¬g2 ^ ¬h2)  
g1  $\rightarrow$  (¬c2 ^ ¬d2 ^ ¬f2 ^ ¬h2)  
h1  $\rightarrow$  (¬e2 ^ ¬f2 ^ ¬g2)

Veamos ahora el caso del número 2, en cada una de las casillas:

$$a2 \rightarrow (\neg b1 ^ \neg c1 ^ \neg d1 ^ \neg b3 ^ \neg c3 ^ \neg d3)$$

$$b2 \rightarrow (\neg a1 ^ \neg c1 ^ \neg e1 ^ \neg f1 ^ \neg a3 ^ \neg c3 ^ \neg e3 ^ \neg f3)$$

$$c2 \rightarrow (\neg a1 ^ \neg b1 ^ \neg d1 ^ \neg e1 ^ \neg f1 ^ g1 ^ \neg a3 ^ \neg b3 ^ \neg d3 ^ \neg e3 ^ \neg f3 ^ \neg g3)$$

$$d2 \rightarrow (\neg a1 ^ \neg c1 ^ \neg f1 ^ \neg g1 ^ \neg a3 ^ \neg c3 ^ \neg f3 ^ \neg g3)$$

Veamos ahora el caso del número 2, en cada una de las casillas:

$$\begin{array}{l} e2 \rightarrow (\neg b1 \ ^{}\neg c1 \ ^{}\neg f1 \ ^{}\neg h1 \ ^{}\neg b3 \ ^{}\neg c3 \ ^{}\neg f3 \ ^{}\neg h3) \\ \\ f2 \rightarrow (\neg b1 \ ^{}\neg c1 \ ^{}\neg d1 \ ^{}\neg e1 \ ^{}\neg g1 \ ^{}\neg h1 \ ^{}\neg b3 \ ^{}\neg c3 \ ^{}\neg d3 \ ^{}\neg e3 \ ^{}\neg g3 \ ^{}\neg h3) \\ \\ g2 \rightarrow (\neg c1 \ ^{}\neg d1 \ ^{}\neg f1 \ ^{}\neg h1 \ ^{}\neg c3 \ ^{}\neg d3 \ ^{}\neg f3 \ ^{}\neg h3) \\ \\ h2 \rightarrow (\neg e1 \ ^{}\neg f1 \ ^{}\neg g1 \ ^{}\neg e3 \ ^{}\neg f3 \ ^{}\neg g3) \\ \end{array}$$

Y así sucesivamente, con cada uno de los números entre el 1 y el 8...



Finalmente, concatenando todas las situaciones anteriores por medio de '^' (y), la regla 3 sería representada en lógica proposicional de la siguiente manera:

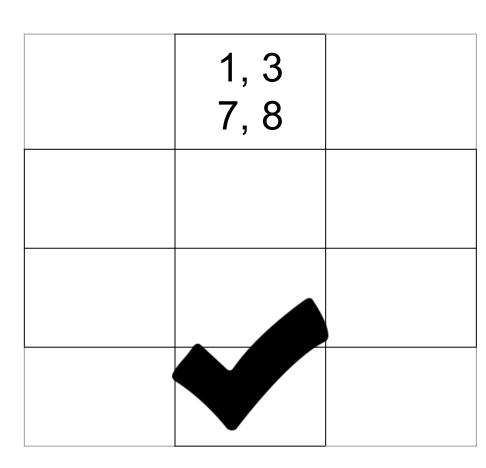
$$\begin{array}{l} (a1 \to (\neg b2 \ ^ \neg c2 \ ^ \neg d2)) \ ^{} \\ (b1 \to (\neg a2 \ ^ \neg c2 \ ^ \neg e2 \ ^ \neg f2)) \ ^{} \\ (c1 \to (\neg a2 \ ^ \neg b2 \ ^ \neg d2 \ ^ \neg e2 \ ^ \neg f2 \ ^ \neg g2)) \ ^{} \\ ..... \ ^{} \\ (d2 \to (\neg a1 \ ^ \neg c1 \ ^ \neg f1 \ ^ \neg g1 \ ^ \neg a3 \ ^ \neg c3 \ ^ \neg f3 \ ^ \neg g3)) \ ^{} \\ ..... \ ^{} \\ (h8 \to (\neg e7 \ ^ \neg f7 \ ^ \neg g7)) \end{array}$$

#### REGLA 4

Debe haber por lo menos un número en cada casilla.

Por ejemplo, en la casilla 'a' debe haber al menos un número. Es decir, puede estar el número '1', pero, así mismo, pueden estar los números '3', '7', '8', etc. Sin embargo, la casilla 'a' no puede estar vacía.

Observe que en la casilla 'a' hay por lo menos un número.

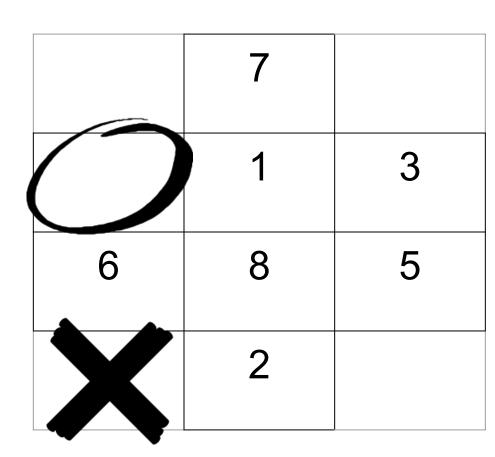


### REGLA 4

Debe haber por lo menos un número en cada casilla.

Por ejemplo, no se estaría cumpliendo la regla en caso de que la casilla 'b' esté vacía.

Observe que en la casilla 'b' no hay ningún número.



Sabemos que, si tomamos de ejemplo la casilla 'a', para que se cumpla esta regla, debe cumplirse 'a1' ó 'a2' o 'a3' o 'a4' ó ... ó 'a8'. Es decir, debe cumplirse que haya al menos un número, por ende, puede haber más de uno.

Representado este ejemplo en lógica proposicional, tendríamos algo así:

# a1 v a2 v a3 v a4 v a5 v a6 v a7 v a8

Lo cual indica que en la casilla 'a' puede estar el número '1', o el '2', o el '3', y así sucesivamente, hasta el número '8'.

Ahora, generalizando el ejemplo anterior para todas las casillas, llegamos a que la regla 4, representada en lógica proposicional, tendría la siguiente forma:

(a1 v a2 v a3 v a4 v a5 v a6 v a7 v a8)	^
(b1 v b2 v b3 v b4 v b5 v b6 v b7 v b8)	^
(c1 v c2 v c3 v c4 v c5 v c6 v c7 v c8)	^
(d1 v d2 v d3 v d4 v d5 v d6 v d7 v d8)	^
(e1 v e2 v e3 v e4 v e5 v e6 v e7 v e8)	^
(f1 v f2 v f3 v f4 v f5 v f6 v f7 v f8)	^
(g1 v g2 v g3 v g4 v g5 v g6 v g7 v g8)	^
(h1 v h2 v h3 v h4 v h5 v h6 v h7 v h8)	

### **EJEMPLO**

Note que después de seguir cada una de las condiciones de las reglas anteriores hemos encontrado una de las posible soluciones.

	7	
4	1	3
6	8	5
m'	2	

# SITUACIÓN INICIAL

Lo ideal es que, al terminar de programar el proyecto, pueda dársele al programa una situación inicial.

Corresponde a un número del 1 al 8 en alguna de las casillas asignadas, y el programa retornará las posibles soluciones del problema teniendo en cuenta ésta situación inicial, o indicará si no es posible resolver el problema con esta condición.

