

5. AFM – Analyse Factorielle Multiple

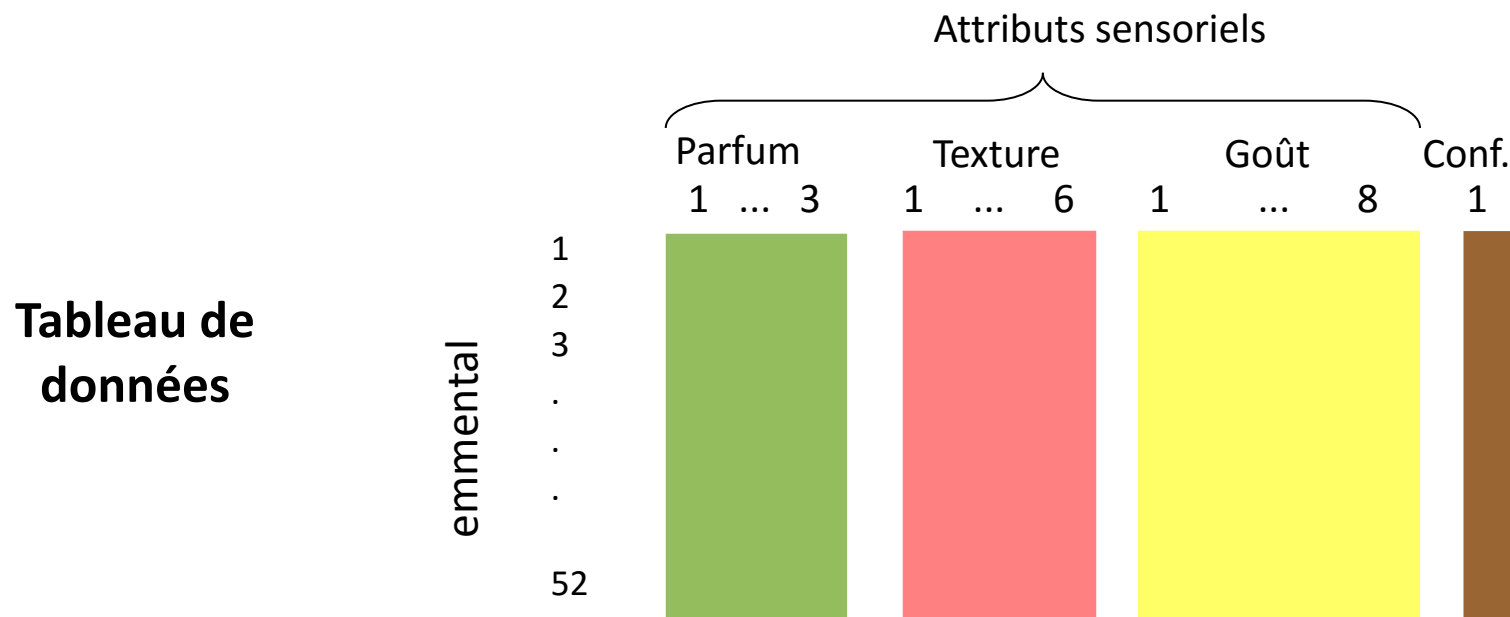
Plan

1. Exemple
2. Objectifs de l'AFM
3. Méthodologie de l'AFM

5.1 – Exemples

Exemple 1

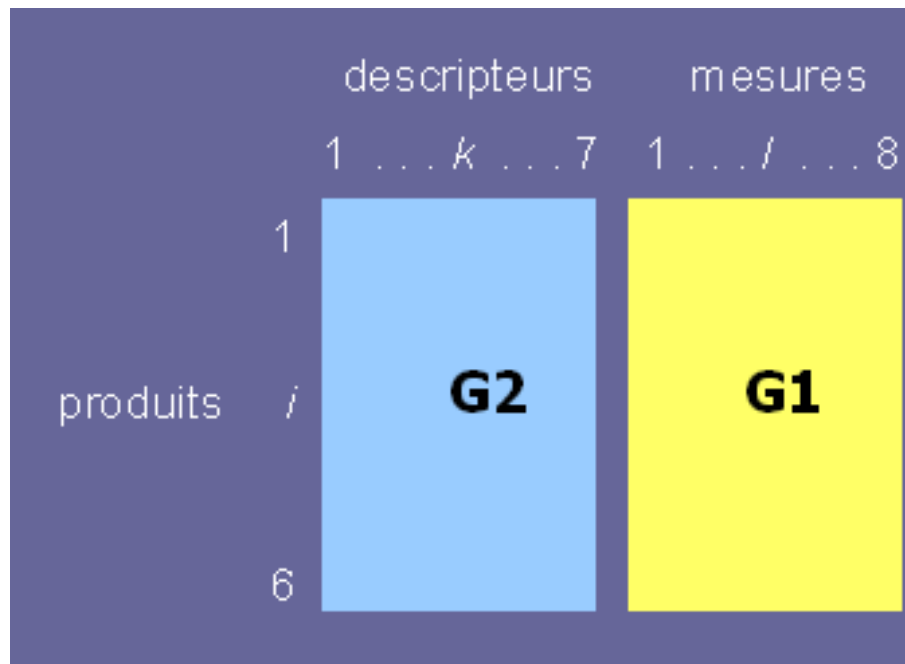
- 52 emmentals dégustés par un jury d'experts
- Caractérisation sensorielle selon 3 familles d'attributs : texture, goût, odeur
- Jugement de conformité



Exemple 2

6 jus d'orange décrits par

- leur profil sensoriel
- des mesures physico-chimiques



Exemple 3

- 14 parfums évalués par 17 juges lors de deux épreuves de catégorisation
- Epreuve de catégorisation : un juge réalise des classes de parfum « qui se ressemblent »
- Le nombre de classes possibles est libre

Code	Produits \ Juges	Marque	Epreuve n°1					Epreuve n°2				
			J1	J2	...	J16	J17	J1	J2	...	J16	J17
A	Armani Code	Armani	1	1		1	1	2	2		2	3
B	Rocabard	Hermès	2	2		2	2	1	3		1	1
C	Ralph	Ralph Lauren	3	3		3	3	1	4		1	3
D	Hypnotic Poison	Dior	4	5		3	4	3	1		1	4
E	Amor Amor	Cacharel	5	3		4	5	4	2		2	5
F	Miracle	Lancôme	6	2		2	6	5	3		3	6
G	Hugo Deep Red	Hugo Boss	7	1		5	4	3	2		4	4
H	J'Adore	Dior	5	2		3	1	1	3		3	1
I	Eau d'Eden	Cacharel	2	6		6	7	2	2		3	1
J	FlowerbyKenzo	Kenzo	5	2		7	8	4	3		4	2
K	L	Lolita Lempicka	6	2		8	9	5	3		4	2
L	Eternity	Calvin Klein	4	6		6	4	2	4		2	3
M	Perles	Lalique	7	3		4	4	2	5		1	6
N	Paris	Yves St Laurent	1	1		5	10	1	5		5	6

5.2 – Objectifs de l'AFM

Objectifs

Exemple « Emmental »

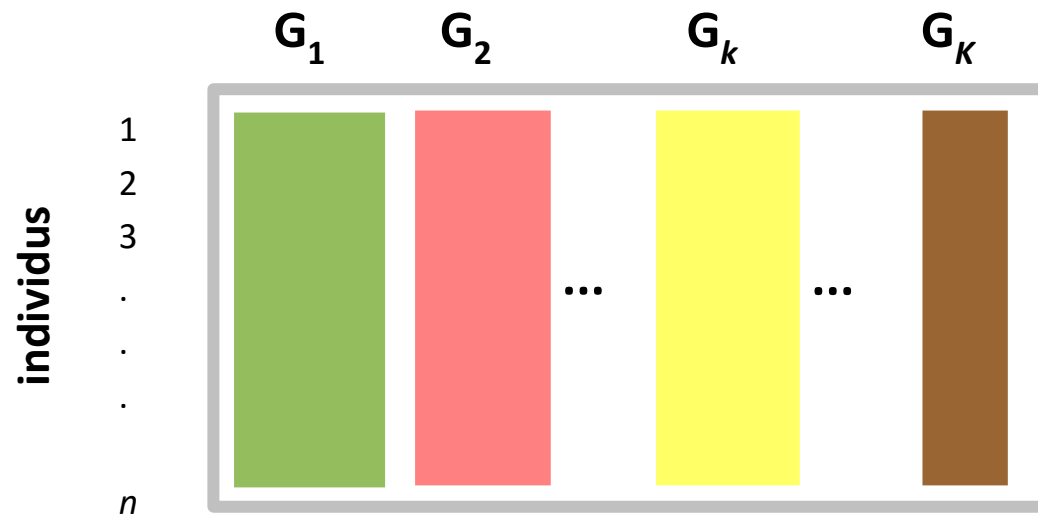
- Obtenir une typologie des 52 emmental du point de vue de leur profil organoleptique
- Relier le sensoriel à la conformité

Une ACP+ CAH est possible !

Mais :

- *Comment tenir compte explicitement de l'existence des différents groupes de variables ?*
- *Quelle est l'importance relative des groupes dans l'analyse globale ?*

Plus généralement



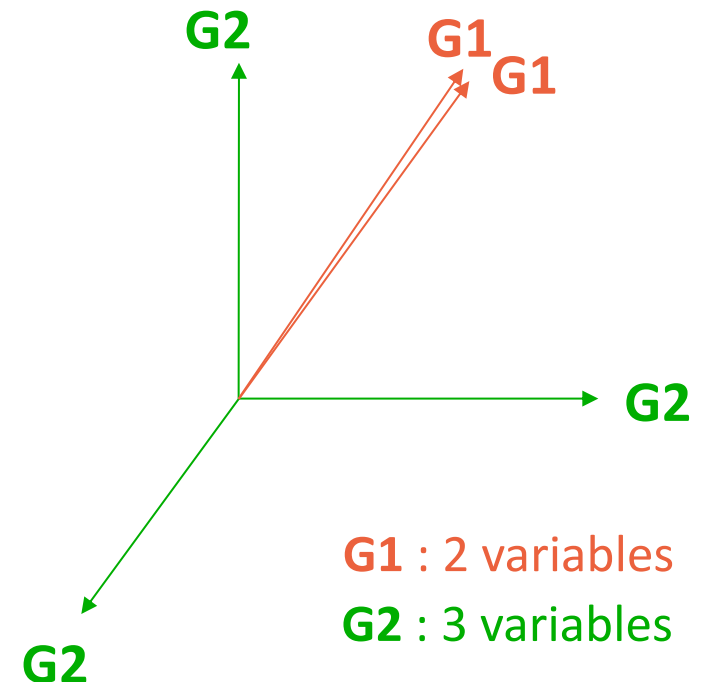
- Etudier les **liens entre les groupes** de variables
- Existe-t-il une **structure commune** aux groupes ?
- Comment construire un **référentiel commun** à ces groupes ?
- Quels sont les groupes liés aux principaux facteurs de variabilité ?

5.3 – Méthodologie de l'AFM

La pondération des groupes

« Les groupes comportant plus de variables ont-ils plus d'influence dans l'analyse ? »

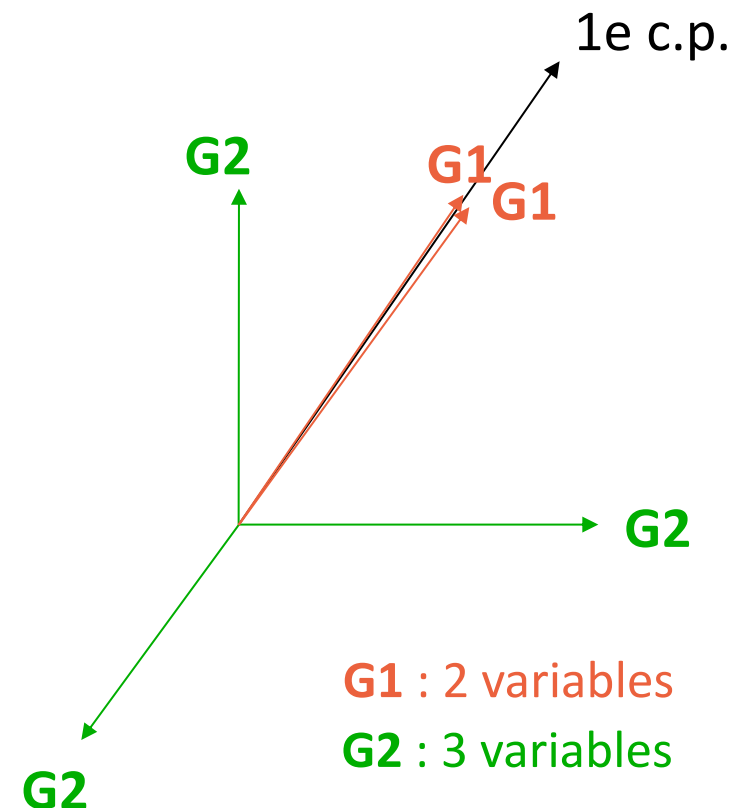
Exemple géométrique



ACP de l'ensemble des variables :
1e composante principale liée au
groupe 1...

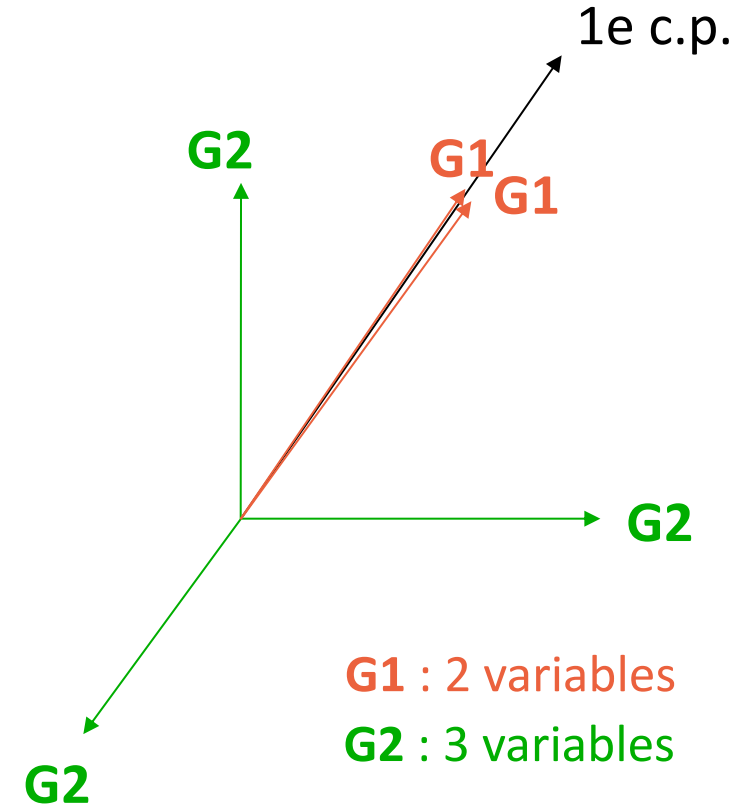
Ce qui compte
La répartition de l'inertie
au sein d'un groupe

Le groupe qui compte :
celui qui **concentre l'inertie**
sur la **première dimension**



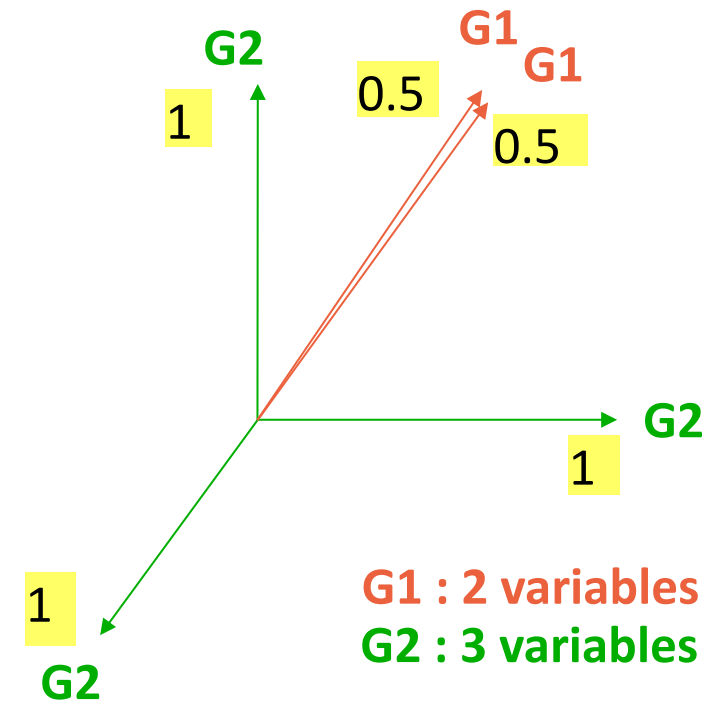
Principe de la pondération en AFM : bilan

- Il faut essayer de redonner plus d'importance aux groupes dont l'inertie globale est répartie sur plusieurs axes
- Plus l'inertie d'un groupe est « diluée » sur un nombre important d'axes, moins **l'inertie du premier axe** est importante
- On choisit la **première valeur propre** comme mesure de la structuration de l'inertie du groupe
- **Poids d'une variable** d'un groupe = $1/\lambda$
où λ est l'inertie du 1er axe de l'ACP de ce groupe



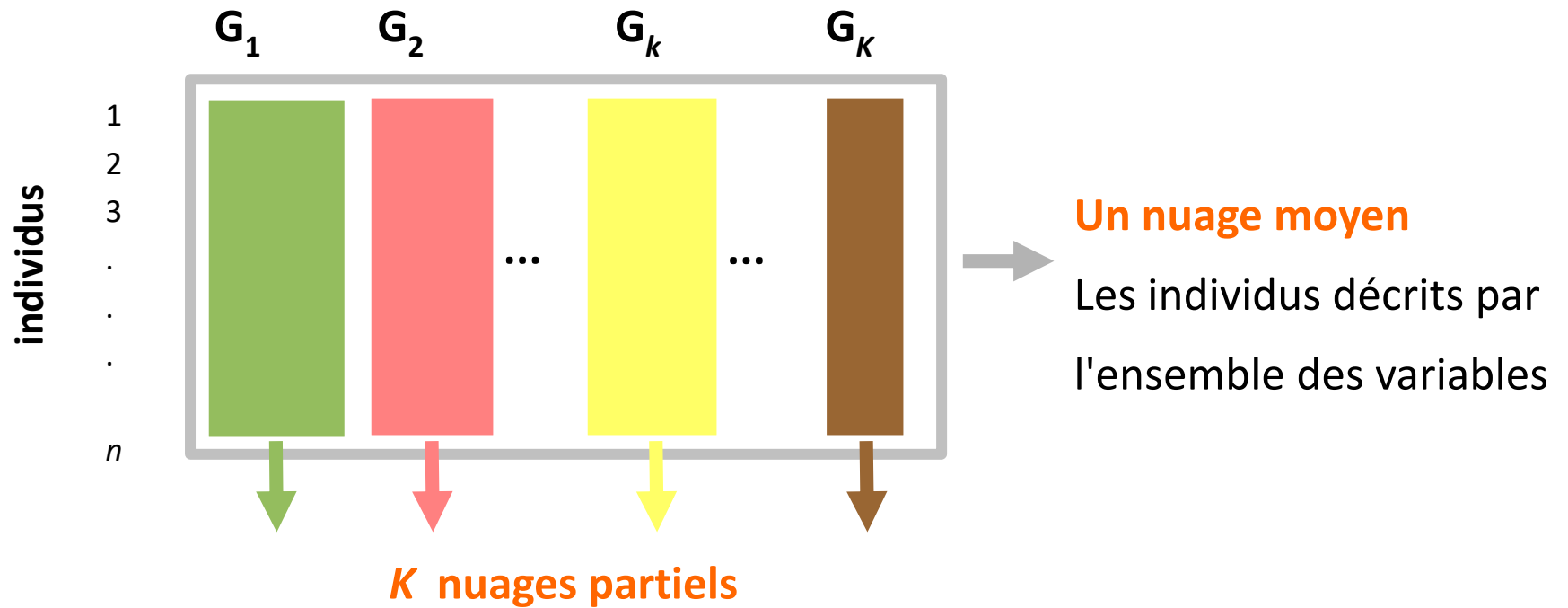
Poids d'une variable du groupe $k = 1/\lambda_k$

où λ_k est l'inertie du 1er axe de l'ACP
du groupe k



Nuage moyen et nuages partiels

On définit **2 types de nuages** des individus



Chaque nuage partiel =

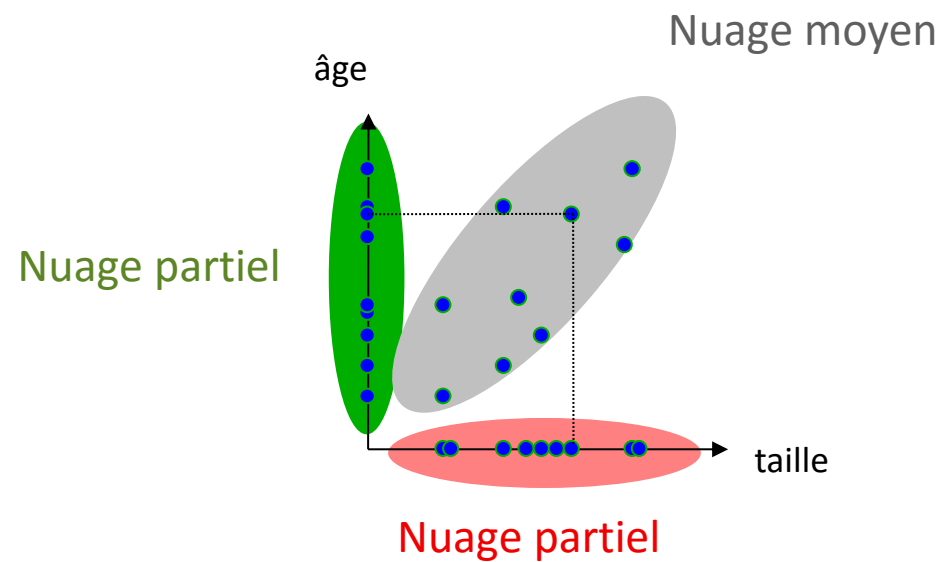
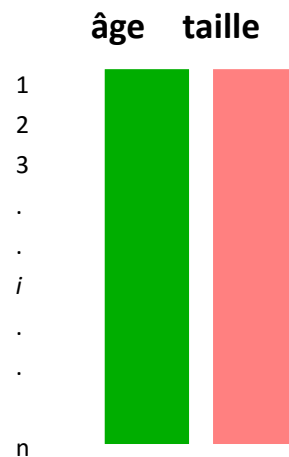
Les individus décrits
par les variables
d'un seul groupe

Un référentiel commun

Idée : situer tous les nuages dans le même espace,
celui engendré par toutes les variables

Illustration

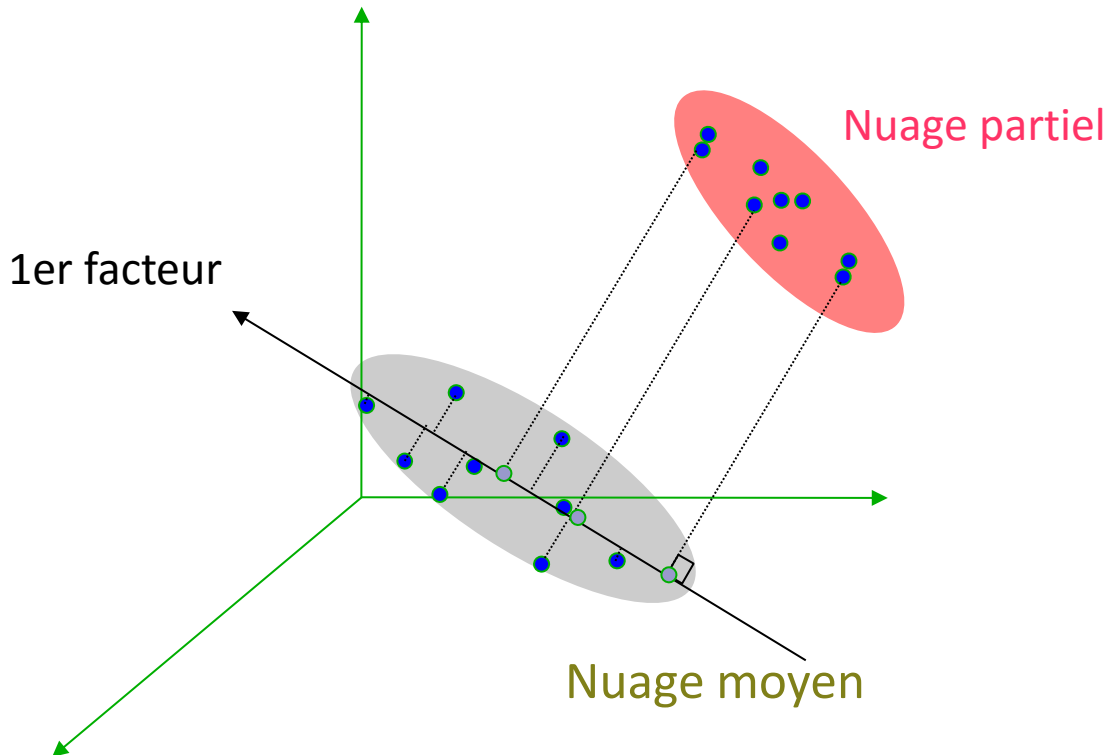
*Tableau de données
(deux groupes d'une variable)*



L'AFM comme ACP pondérée du nuage moyen

- On réalise une ACP (pondérée) du nuage moyen
- On projette les points des nuages partiels sur les axes principaux du nuage moyen

Illustration

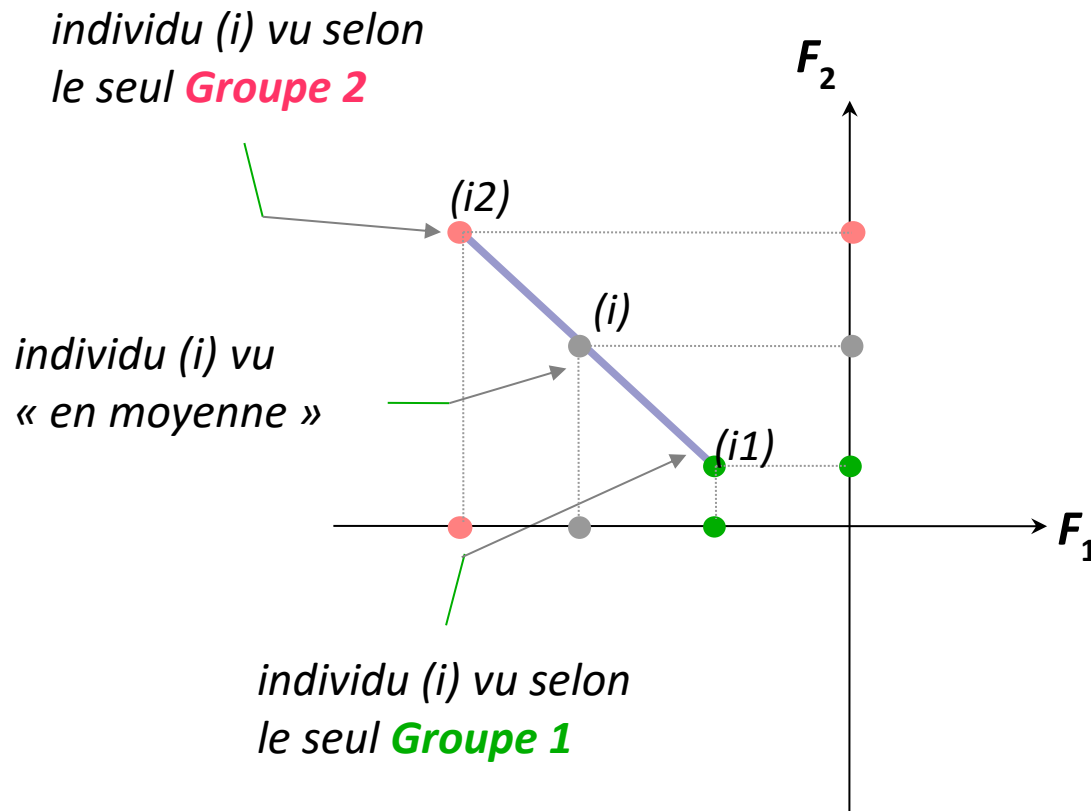
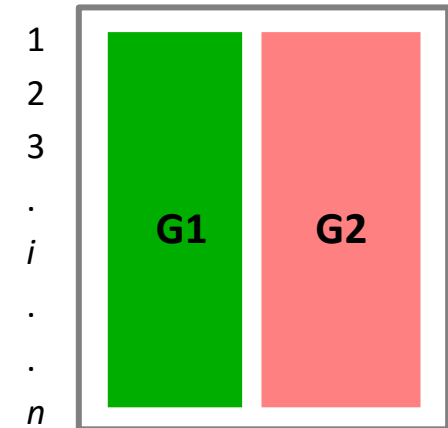


Conséquence

Sur **chaque axe**, tout individu (i) est affecté de de **K points partiels**

La représentation simultanée

Illustration pour le premier plan factoriel

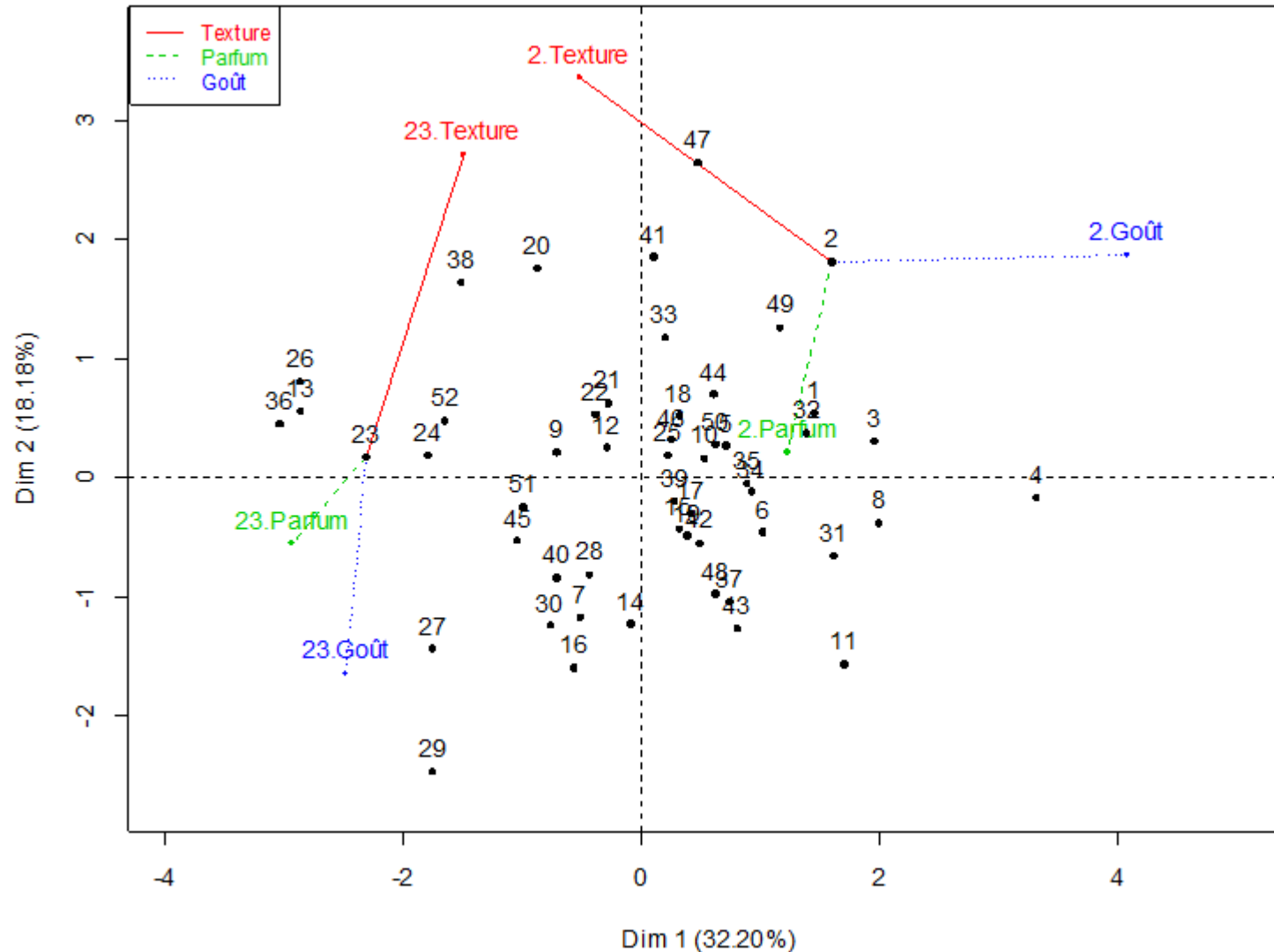


Conséquence

Sur chaque axe, tout individu (i) est affecté de de K points partiels

Le point moyen (i) est au **barycentre** de ses points partiels $(i1)$ et $(i2)$

Exemple « emmental »

Emmentals **2** et **23**

- Très proches du point de vue de la **Texture**
- Mais très différents de par leur **Goût**

L'inertie totale

```
> res$eig
```

```
      eigenvalue percentage of variance cumulative percentage of variance
comp 1  1.73239893          32.1957648          32.19576
comp 2  0.97797934          18.1752553          50.37102
comp 3  0.71291688          13.2492025          63.62022
comp 4  0.54127624          10.0593473          73.67957
comp 5  0.31130449           5.7854377          79.46501
comp 6  0.27292895           5.0722475          84.53725
comp 7  0.23010865           4.2764538          88.81371
comp 8  0.16614201           3.0876658          91.90137
comp 9  0.09516622           1.7686164          93.66999
comp 10 0.09396227           1.7462417          95.41623
comp 11 0.07143719           1.3276244          96.74386
comp 12 0.04069799           0.7563517          97.50021
comp 13 0.03391173           0.6302324          98.13044
comp 14 0.03257815           0.6054485          98.73589
comp 15 0.02754503           0.5119106          99.24780
comp 16 0.02311658           0.4296100          99.67741
comp 17 0.01735800           0.3225897         100.00000
```

```
> sum(res$eig[,1])
```

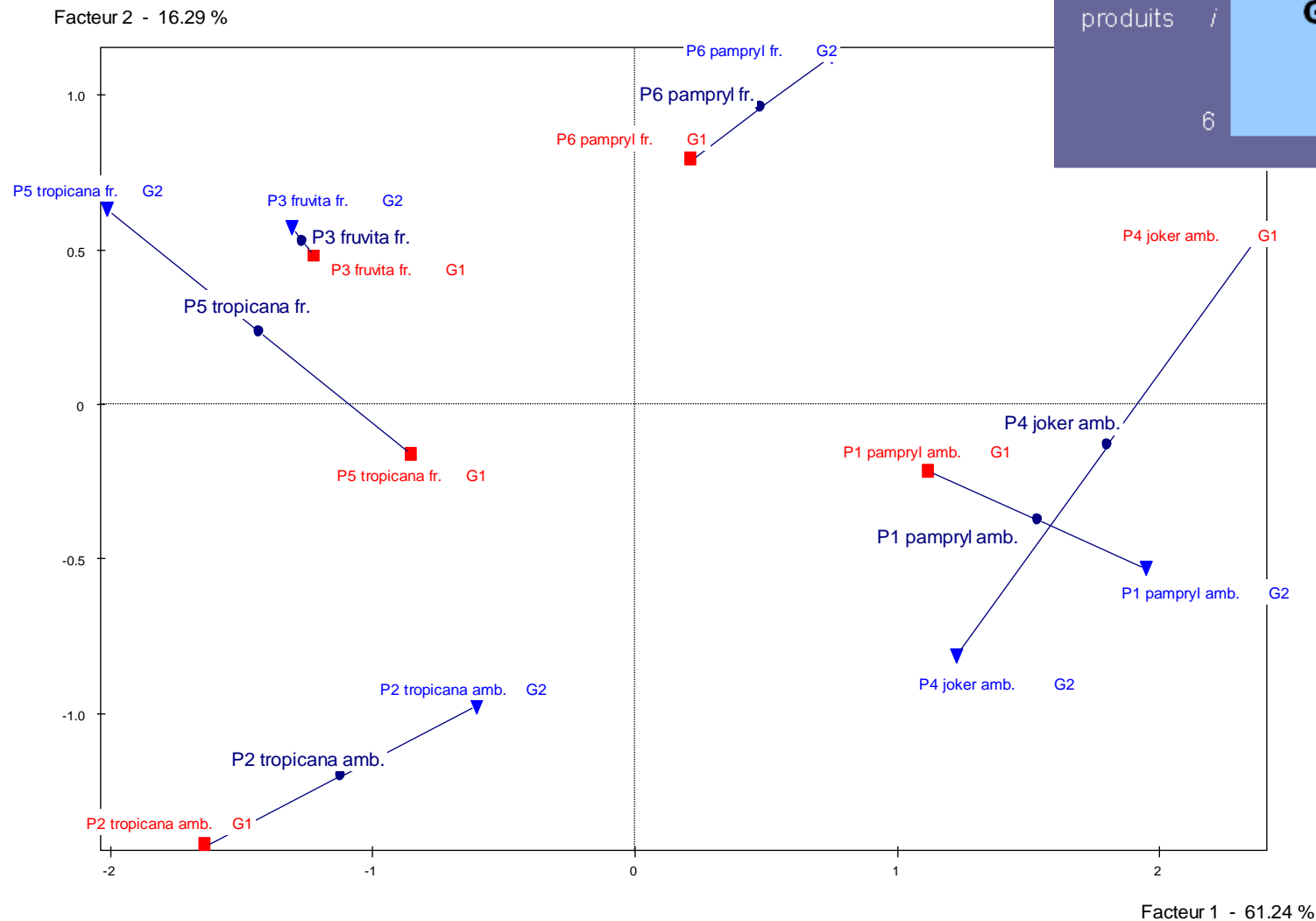
```
[1] 5.380829
```

ACP Goût	Val. Propre
	4,405
	1,586
	0,718
	0,546
	0,276
	0,190
	0,162
	0,119
	8,00
	1,82

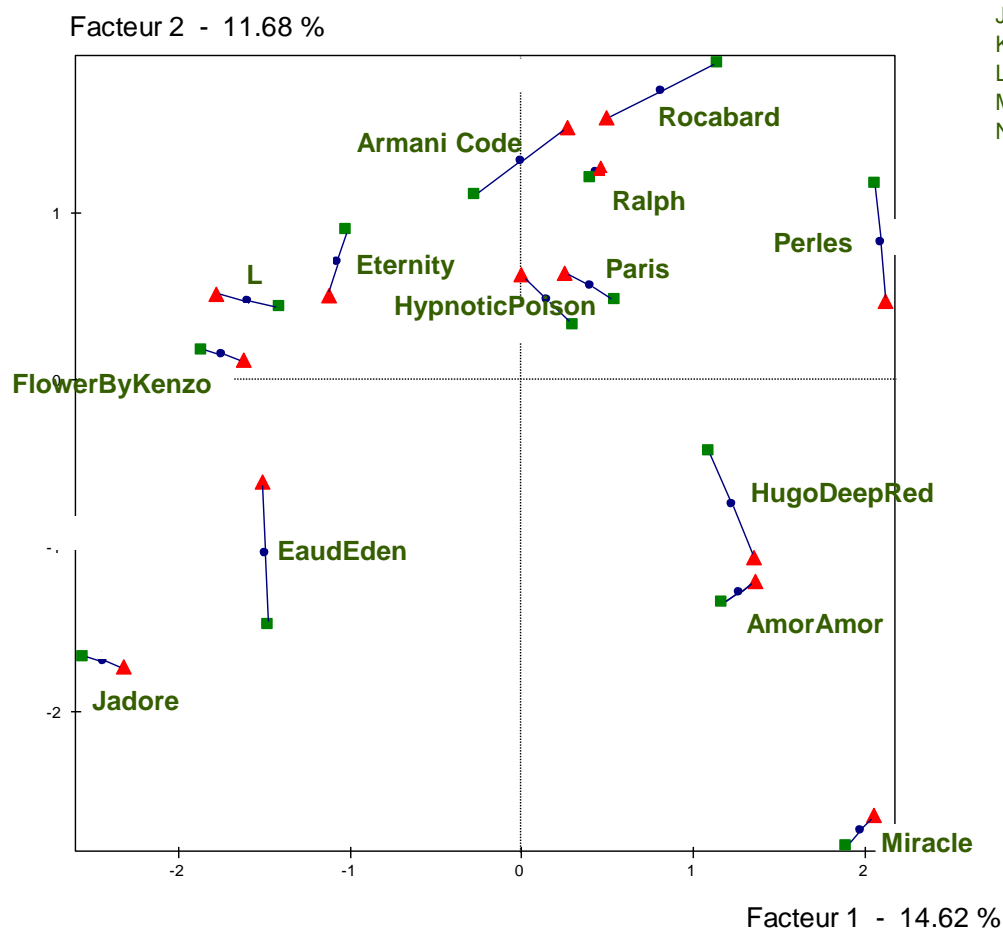
ACP Texture	Val. Propre
	2,910
	1,365
	0,837
	0,562
	0,211
	0,115
	6,00
	2,06

ACP Parfum	Val. propre
	1,997
	0,811
	0,192
	3,00
	1,50

Exemple « Jus d'orange »



Exemple « Catégorisation » (AFM sur variables qualitatives)



Code	Produits \ Juges	Marque
A	Armani Code	Armani
B	Rocabard	Hermès
C	Ralph	Ralph Lauren
D	Hypnotic Poison	Dior
E	Amor Amor	Cacharel
F	Miracle	Lancôme
G	Hugo Deep Red	Hugo Boss
H	J'Adore	Dior
I	Eau d'Eden	Cacharel
J	FlowerbyKenzo	Kenzo
K	L	Lolita Lempicka
L	Eternity	Calvin Klein
M	Perles	Lalique
N	Paris	Yves St Laurent

Epreuve n°1					Epreuve n°2				
J1	J2	...	J16	J17	J1	J2	...	J16	J17
1	1		1	1	2	2		2	3
2	2		2	2	1	3		1	1
3	3		3	3	1	4		1	3
4	5		3	4	3	1		1	4
5	3		4	5	4	2		2	5
6	2		2	6	5	3		3	6
7	1		5	4	3	2		4	4
5	2		3	1	1	3		3	1
2	6		6	7	2	2		3	1
5	2		7	8	4	3		4	2
6	2		8	9	5	3		4	2
4	6		6	4	2	4		2	3
7	3		4	4	2	5		1	6
1	1		5	10	1	5		5	6

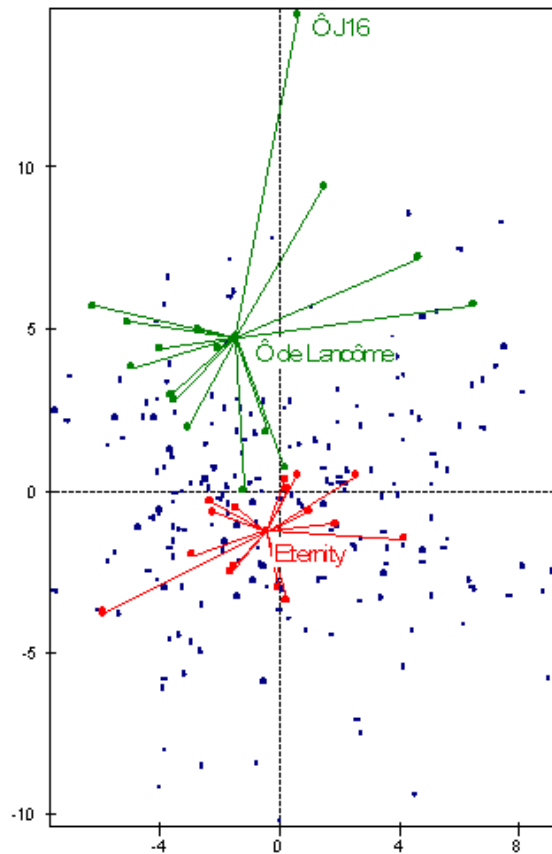
Problématique

Etude de la répétabilité du panel

Exemple

« Profil Flash »

Facteur 2 - 16,43%



Facteur 1 - 25,20%

PRODUIT	Groupe 1 = Juge 1			Groupe 17 = Juge 17				
	1_Intensité	1_Complexité	1_Fleuri ...	17_Floral	17_Fruit	17_Intensité	17_Herbe	17_Boisé
Armani Code	6	11	8	1	2,5	11	1	14
Rocabard	1	7	1	12	6,5	8,5	2	1,5
Ralph	8	3	11	13,5	12	10	5	5,5
Hypnotic Poison	5	8	2	13,5	14	3,5	3,5	3,5
Amor Amor	9	5	13	4	10	8,5	3,5	11,5
Miracle	10	13	4	6,5	6,5	13	6,5	5,5
Hugo Deep Red	12	14	6	2,5	1	14	11,5	13
J'Adore	4	4	5	2,5	8,5	12	13,5	11,5
Eau d'Eden	7	6	9	8,5	11	5,5	10	7,5
Ô de Lancôme	14	12	7	6,5	5	2	8,5	1,5
L	11	2	10	10	13	5,5	13,5	7,5
Eternity	3	10	3	5	8,5	3,5	11,5	9
Perles	13	1	14	8,5	2,5	1	6,5	3,5
Paris	2	9	12	11	4	7	8,5	10

Problématique

Comparaison des descriptions
sensorielles fournies par 17 juges

La recherche de facteurs communs aux groupes

Question

Dans quelle mesure un facteur (axe)
est-il commun aux différents groupes ?

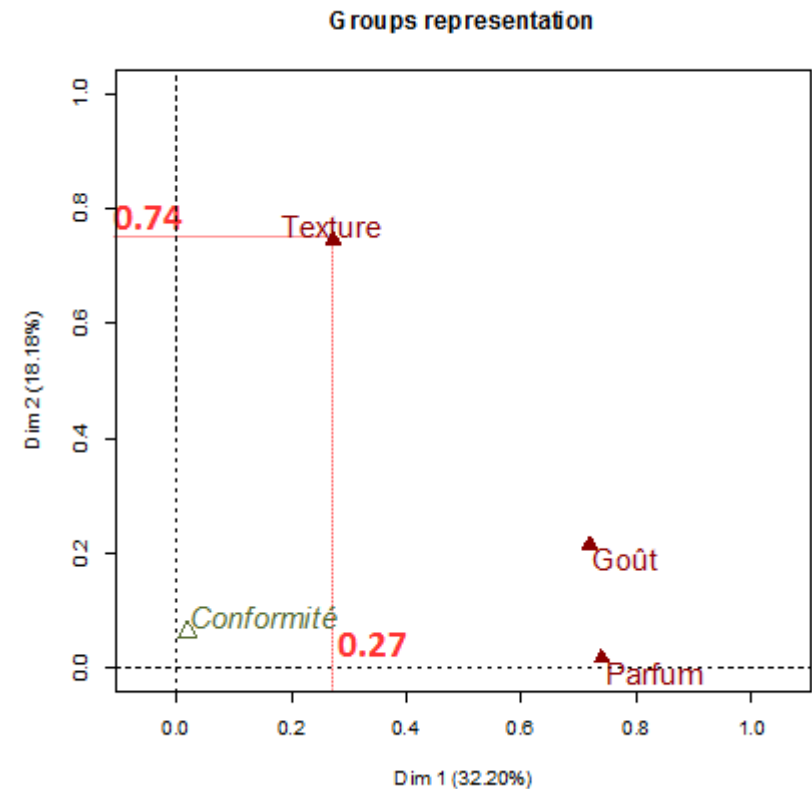
Coordonnée d'un groupe sur un axe

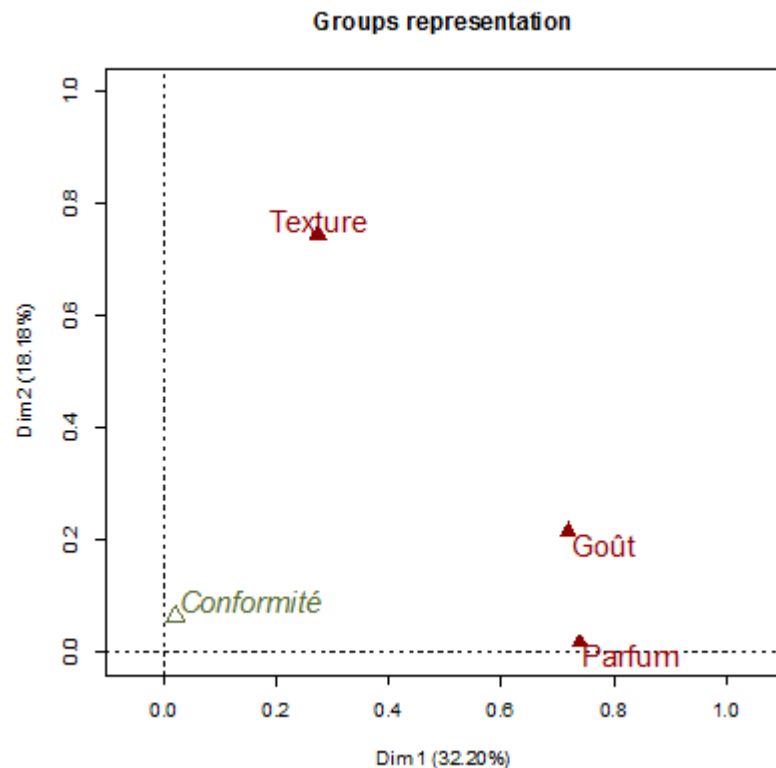
Inertie projetée de l'ensemble des
variables du groupe sur l'axe
« l'axe correspond-il à une direction
d'inertie importante pour le groupe ? »

Coordonnées (Tableaux) :

	F1	F2	F3	F4	F5
Parfum	0,740	0,018	0,202	0,255	0,041
Texture	0,273	0,744	0,371	0,132	0,181
Goût	0,719	0,215	0,140	0,155	0,089
Conformité	0,021	0,065	0,009	0,179	0,062

Représentation graphique des groupes





- Le premier facteur est commun aux groupes **Parfum** et **Goût**
- Le second facteur est quant à lui spécifique du groupe **Texture**
- La **Conformité** n'est liée à aucune direction d'inertie importante...

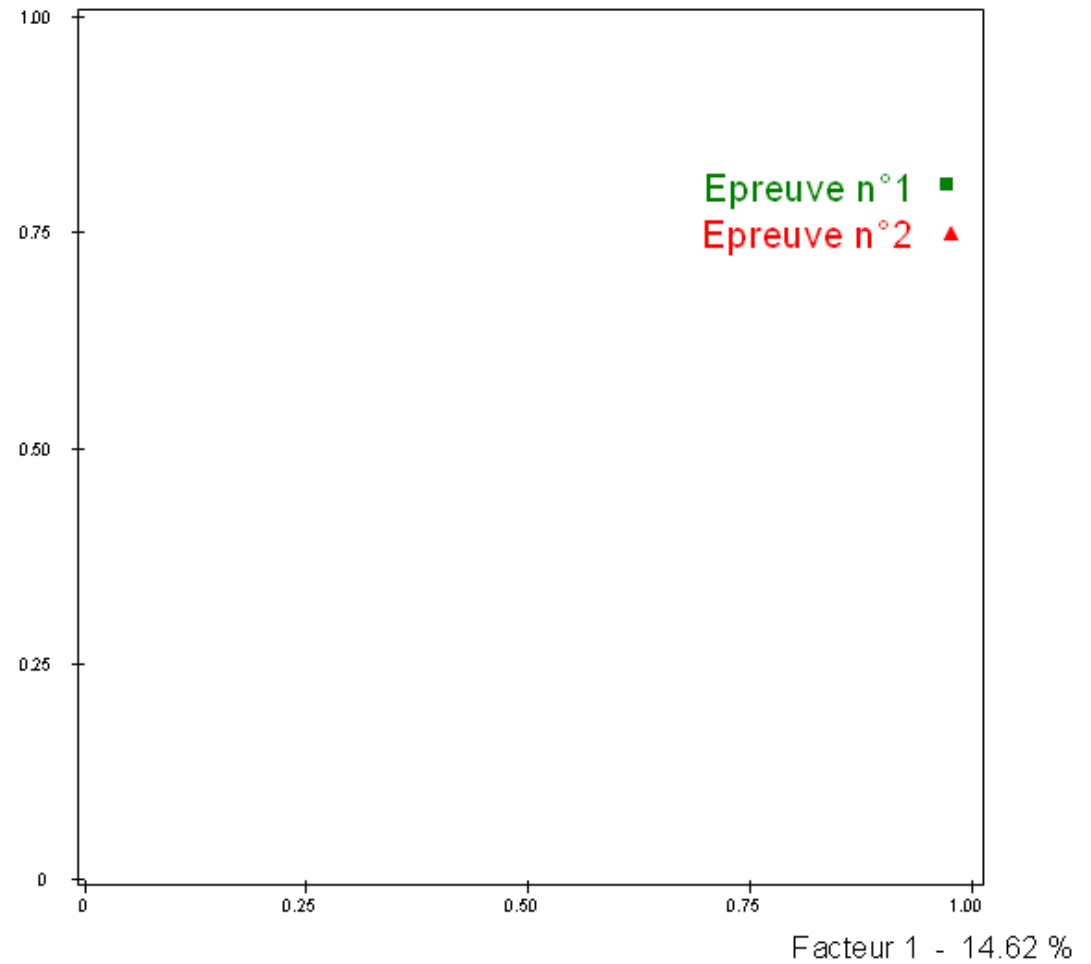
Remarque

Si aucun facteur commun : AFM non intéressante...
Préférer des analyses séparées !

Exemple « Catégorisation »

Répétabilité du panel

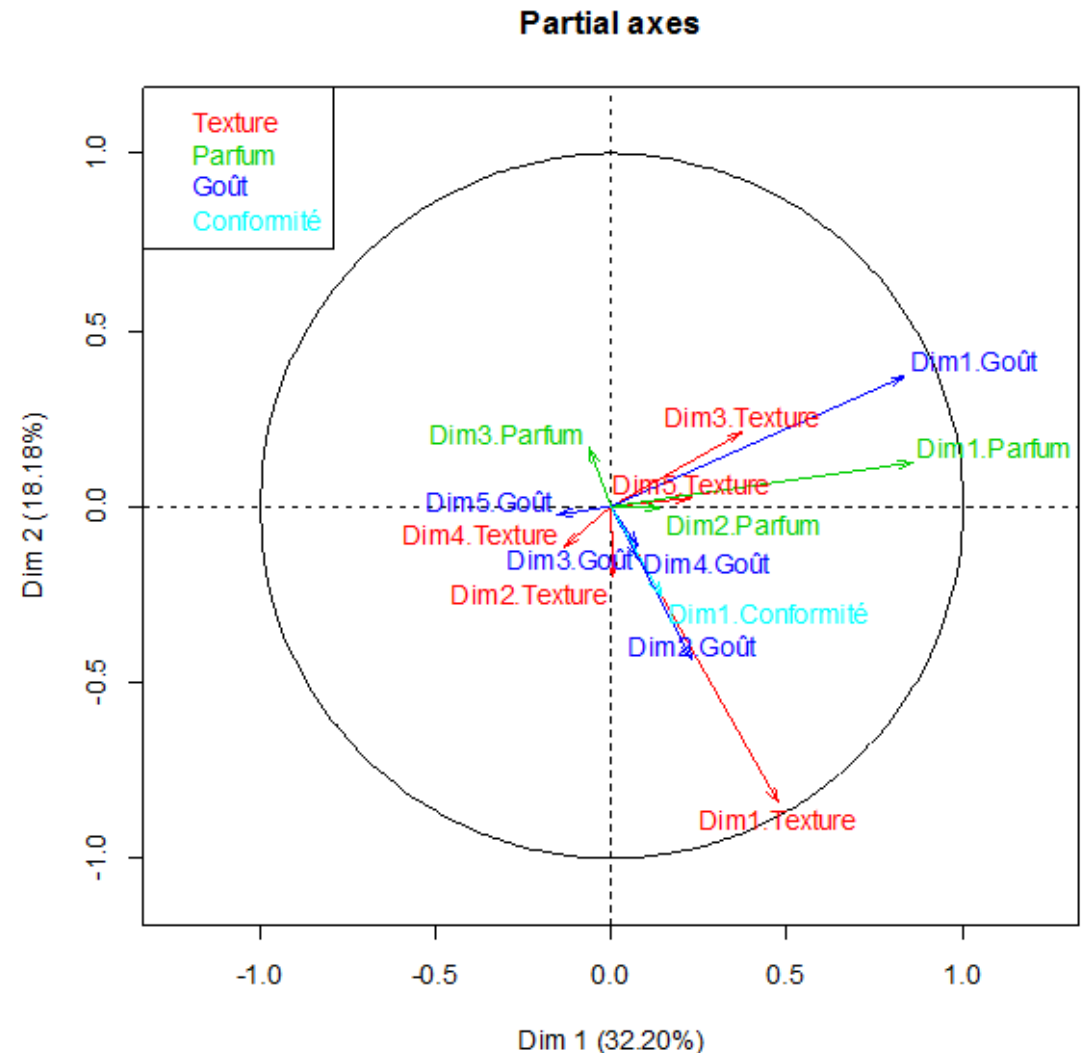
Facteur 2 - 11.68 %



Corrélation entre les facteurs de l'AFM et les axes partiels

Question

Comment les facteurs de l'AFM sont-ils reliés aux facteurs des analyses séparées ?



Indicateurs de liaison entre groupes

Coefficients Lg :

	Parfum	Texture	Goût	Conformité	AFM
Parfum	1,174	0,109	0,362	0,043	0,950
Texture	0,109	1,347	0,198	0,139	0,955
Goût	0,362	0,198	1,179	0,048	1,004
Conformité	0,043	0,139	0,048	1,000	0,133
AFM	0,950	0,955	1,004	0,133	1,679

Coefficient $L_g(G1, G2)$

D'autant plus grand que les
2 groupes partagent des directions
d'inertie importantes
(somme des carrés des covariances
entre colonnes de G1 et de G2)

$L_g(G1, G1)$

Indicateur de « dimensionnalité » du groupe

Coefficients RV :

	Parfum	Texture	Goût	Conformité	AFM
Parfum	1,000	0,086	0,308	0,039	0,676
Texture	0,086	1,000	0,157	0,120	0,635
Goût	0,308	0,157	1,000	0,044	0,714
Conformité	0,039	0,120	0,044	1,000	0,103
AFM	0,676	0,635	0,714	0,103	1,000

Coefficient $RV(G1, G2)$

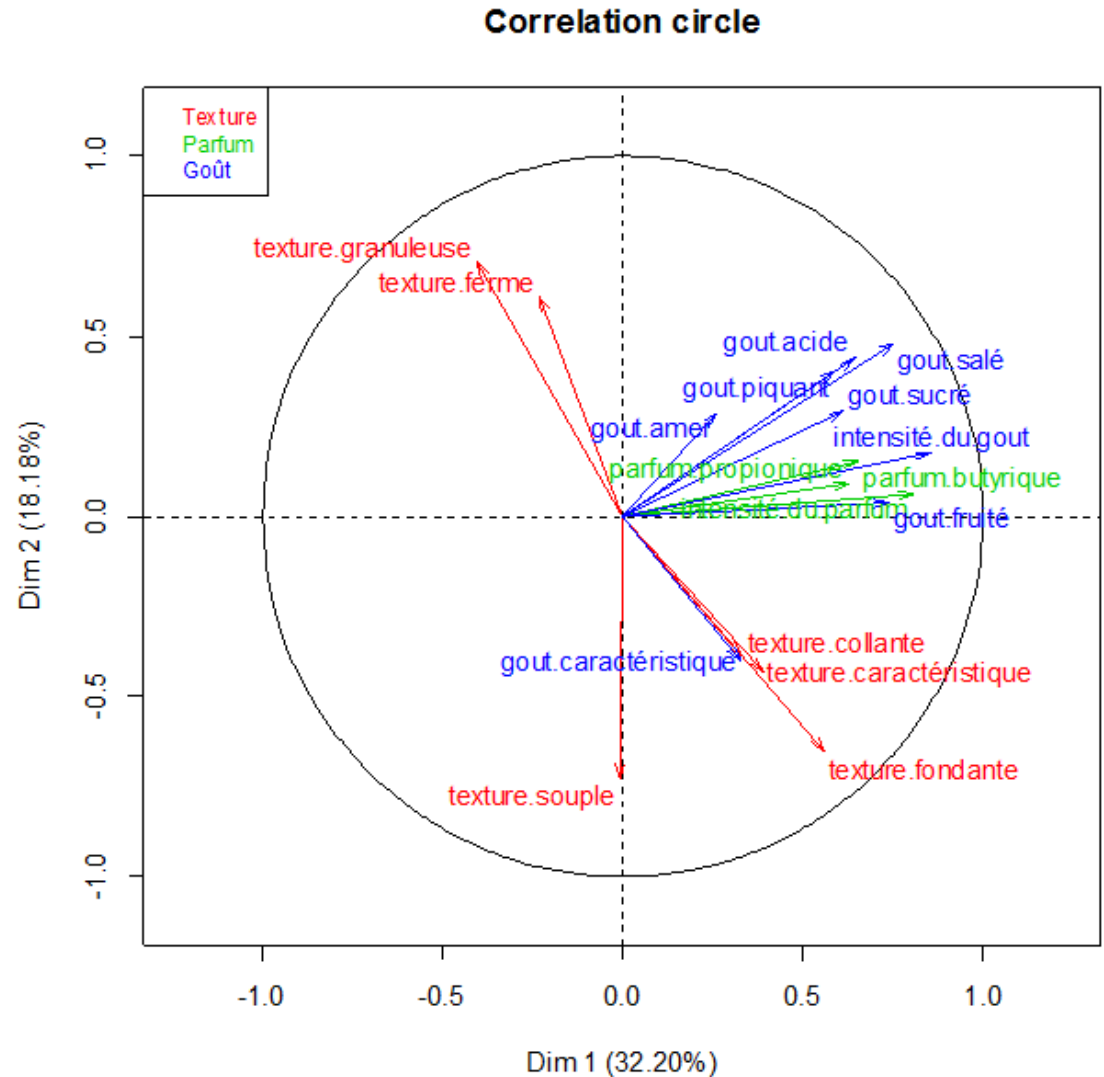
Coefficient Lg « normalisé » dans [0,1]

RV = 0 (orthogonalité)

RV = 1 (homothétie)

Représentations « classiques »

Cercle des corrélations



Graphe des individus moyens et partiels

