Métodos Numéricos en Física. Grado en Físicas
Curso 16/17
Hoja 5. Resolución de sistemas de ecuaciones lineales

5.1 Resuélvanse los dos sistemas de ecuaciones triangulares adjuntos, $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$, mediante sustitución hacia adelante o hacia atrás. Se debe desarrollar un único programa Fortran con una subrutina para cada posibilidad y que el usuario pueda elegir un tipo u otro dependiendo de la matriz concreta. Calcúlense también los determinantes de las dos matrices de coeficientes.

Resuelve en Mathematica los 2 sistemas y comprueba que los resultados obtenidos en el programa de Fortran son correctos.

a)

$$A = \begin{pmatrix} -0{,}27 & 0 & 0 & 0 \\ 3{,}22 & 0{,}21 & 0 & 0 \\ 0{,}08 & -0{,}32 & 1{,}12 & 0 \\ 0{,}86 & 2{,}23 & 0{,}98 & 1{,}11 \end{pmatrix}; \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1{,}13 \\ 0{,}15 \\ 0{,}89 \\ -0{,}67 \end{pmatrix}$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}835 & -0{,}987 & 3{,}234 & -1{,}652 \\ 0 & -0{,}076 & 0{,}765 & 1{,}278 \\ 0 & 0 & -0{,}786 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1{,}245 \end{pmatrix}; \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0{,}011 \\ 0{,}897 \\ -0{,}976 \\ 1{,}001 \end{pmatrix}$$

Nota: Para leer una matriz en Fortran de un fichero de entrada (o para escribir una matriz en un fichero de salida) se puede utilizar la siguiente estructura implícita:

```
do i=1,n
     read(10,*) (a(i,j),j=1,n)
end do
```

donde 10 es un número arbitrario asignado al fichero de lectura y n es el orden de la matriz. El aspecto del fichero de lectura conteniendo la matriz A debe ser:

```
1.d0 2.d0 3.d0
1.d0 1.d0 1.d0
4.d0 5.d0 -1.d0
```

5.2 Desarróllese un programa Fortran para hacer descomposiciones LU de matrices no singulares mediante el algoritmo Doolittle. En particular, hágase la descomposición LU de la matriz A adjunta. Calcúlese su determinante.

Comprueba en Mathematica que efectivamente $A = L \cdot U$ y que el determinante obtenido es correcto.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 6 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

5.3 Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones, $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$, mediante el método de Gauss-Seidel sin pivotación. Utilicese como condición inicial $\vec{x}^{(0)} = (0{,}01, 0{,}01, 0{,}01, 0{,}01)$ y como criterio de convergencia que $\forall\, i$, $|x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}| < \varepsilon$, con $\varepsilon = 1{,}0 \times 10^{-6}$. ¿En cuántas iteraciones se alcanza la convergencia?

$$A = \begin{pmatrix} 50 & 3 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 31 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 21 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 6 & 11 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 32 \end{pmatrix}; \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Comprueba en Mathematica que el resultado es correcto. ¿Qué sucede si se cambian ligeramente las condiciones iniciales? Haz alguna prueba y comenta los resultados.