Métodos Numéricos. Grado en Físicas
Curso 16/17
Hoja 3. Derivación e integración

3.1 La velocidad adimensionalizada de una partícula sometida a una fuerza de frenado en el intervalo de tiempo [0,1.8] depende del tiempo según la ecuación:

$$v(t) = e^{-t} \cosh\left[(1-t)^2\right]$$

a) Representa gráficamente la dependencia de la velocidad con el tiempo en Mathematica.

b) Calcula su aceleración en $t_1 = 0{,}7555$ utilizando 3 fórmulas de derivación: fórmula no simétrica, fórmula simétrica y extrapolación de Richardson.

c) Constrúyase una tabla con las aproximaciones a la aceleración para diversos valores del paso h: desde $h = 0{,}01$ hasta $h = 0{,}001$ con un salto entre valores de h, $\Delta h = 0{,}001$. Calcula también en la tabla el error relativo en porcentaje al comparar con el resultado analítico de la derivada.

La tabla debe presentar un formato similar al que se adjunta:

h	$v'_{\text{no sim.}}(t_1)$	$v'_{\text{sim.}}(t_1)$	$v'_{\text{Richard.}}(t_1)$	$E_{\text{no sim.}}(\%)$	$E_{\text{sim.}}(\%)$	$E_{\text{Richard.}}(\%)$
0.010	0.285884E+01	0.272281E+01	0.271828E+01	.517E+01	.167E+00	.208E-04
0.009	0.284436E+01	0.272195E+01	0.271828E+01	.464E+01	.135E+00	.137E-04
...	...	...	...	...	...	...
0.001	0.284436E+01	0.272195E+01	0.271828E+01	.434E-02	.225E-03	.145E-07

3.2 Escríbase un programa que calcule la integral definida,

$$\int_a^b f(x)\, dx$$

utilizando los siguientes métodos de integración numérica:

Reglas simples:

- Punto medio.
- Regla del trapecio.
- Regla de Simpson.
- Newton-Cotes cerrado de 5 puntos ($n = 4$) (*Nota*: Es necesario calcular '*en papel o con Mathematica*' los pesos empleados.)
- Gauss-Legendre de 2 puntos.
- Gauss-Legendre de 10 puntos.

Reglas compuestas:

- Regla del trapecio con 31 puntos.
- Regla de Simpson con 50 puntos.

Escribe un sólo programa en el que cada método sea una subrutina independiente.

Aplicación: Calcúlese la integral de la función $v(t)$ del problema 3.1 en el intervalo [0.0,1.8]. Calcula, para cada método, el error relativo cometido con respecto al resultado obtenido con Mathematica.

3.3 La entalpía adimensionalizada de un gas depende de la presión y la temperatura (adimensionales) así:

$$h(T,P) = (T^2 + P^2)\mathrm{e}^{-(T\,P)}$$

Calcúlese su integral en el recinto delimitado por las curvas $P_1(T) = 0$ y $P_2(T) = 1 + T$ en el eje P, y el intervalo $[2{,}0, 3{,}0]$ en el eje T, utilizando una cuadratura de Gauss-Legendre de diez puntos para cada una de las integrales unidimensionales.

Calcula el error relativo comparando el resultado obtenido en Fortran y en Mathematica.