

Métodos Numéricos en Física. Grado en Físicas
Curso 16/17
Hoja 4. Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias

4.1 Resuélvase la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{dy(x)}{dx} = y(x) - e^x \cos x \sin x$$

mediante los siguientes métodos:

- a) desarrollo en serie de Taylor a primer orden
- b) método de Heun
- c) método de Euler modificado
- d) método de Runge-Kutta de cuarto orden.

a) En todos los casos, calcúlense 10 pares (x, y) en el intervalo $x \in [0, 4]$ con la condición inicial: $y(0) = 0,0$.

b) Compárese en Mathematica cada aproximación con la solución analítica (que se puede calcular en Mathematica). Para ello dibújense en una misma figura los resultados de todos los métodos con la función analítica.

c) Repite los apartados anteriores para 25, 50 y 100 pares de puntos en ese intervalo. ¿Qué conclusiones se pueden extraer de ello?

4.2 La ecuación diferencial para la variación de la carga con el tiempo en un circuito RCL viene dada por la siguiente ecuación:

$$LC \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + RC \frac{dQ(t)}{dt} + Q(t) = 0$$

a) Transforma esa ecuación diferencial de segundo orden en 2 ecuaciones acopladas de primer orden.

b) Resuelve el correspondiente sistema de ecuaciones en el intervalo $t=[0, 0.02]$ s con los siguientes datos:

$$\left. \frac{dQ}{dt} \right|_{t=0} \equiv I(t=0) = 0; \quad Q(t=0) = 40 \mu C$$

$$R = 100 \Omega; \quad C = 2 \times 10^{-6} F; \quad L = 0,5 H$$

Para ello escribe un programa que resuelva el sistema acoplado mediante el algoritmo RK4, obteniendo un fichero para $Q(t)$ y otro para $I(t)$ con 100 puntos en el intervalo considerado.

c) Resuelve también el sistema en Mathematica y representa simultáneamente las curvas correspondientes. ¿Qué tipo de oscilaciones armónicas se observan en el circuito?

d) Haz lo mismo para estos otros valores de la resistencia: $R = 0, 1000$ y 1500Ω . Comenta en cada caso qué tipo de oscilaciones observas para la intensidad y la carga en el circuito¹.

¹Si se define el parámetro

$$\alpha = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}$$

se deben observar las siguientes situaciones: $\alpha > 0$, movimiento armónico subamortiguado; $\alpha = 0$, amortiguamiento crítico y $\alpha < 0$, movimiento armónico sobreamortiguado.