Laboratorul 2

1. (Probabilitatea condiţionată) Dacă $\mathbf{A}$ şi $\mathbf{B}$ sunt două evenimente astfel încât $P(\mathbf{A}) > 0$, atunci probabilitatea condiţionată a evenimentului $\mathbf{B}$ condiţionat de evenimentul $\mathbf{A}$ este

$$P(\mathbf{B}|\mathbf{A}) = \frac{P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B})}{P(\mathbf{A})}.$$

Într-o urnă sunt 5 bile roşii, 3 bile albastre şi 2 bile verzi. Se extrag aleator, pe rând, 3 bile din urnă, fără repunerea bilei extrase înapoi în urnă înaintea următoarei extrageri. Se consideră următoarele evenimente asociate acestui experiment: $\mathbf{A}$:"cel puţin o bilă extrasă este roşie" şi $\mathbf{B}$:"toate bilele extrase au aceeaşi culoare."

i) Folosind funcţia `randsample`, scrieţi o funcţie care simulează de 2000 de ori experimentul de mai sus şi returnează proporţia de simulări în care a avut loc evenimentul $\mathbf{A}$.

ii) Scrieţi o funcţie care simulează de 2000 de ori experimentul de mai sus şi returnează proporţia de simulări în care a avut loc evenimentul $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$.

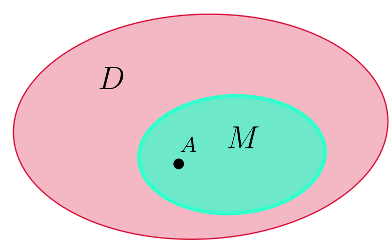
iii) Folosind rezultatele obţinute la **i)** şi **ii)**, estimaţi probabilitatea $P(\mathbf{B}|\mathbf{A})$. Comparaţi această estimare cu valoarea exactă a probabilităţii.

iv) Scrieţi o funcţie care simulează de 2000 de ori experimentul de mai sus şi returnează proporţia de simulări în care a avut loc evenimentul $\mathbf{B}$ şi s-a observat anterior apariţia evenimentului $\mathbf{A}$, relativă la numărul de apariţii ale evenimentului $\mathbf{A}$. Comparaţi valoarea obţinută cu valorile obţinute la **iii)**.

2. (Probabilitatea geometrică) Fie $M \subset D \subset \mathbb{R}^n$, $n \in \{1, 2, 3\}$, mulţimi cu măsuri finite. Alegem aleator un punct $A \in D$ (în acest caz spaţiul de selecţie este D). Probabilitatea geometrică a evenimentului "$A \in M$" este

$$P(\text{“}A \in M\text{”}) := \frac{\text{măsura}(M)}{\text{măsura}(D)}.$$

Măsura este "lungimea" în $\mathbb{R}$, "aria" în $\mathbb{R}^2$, "volumul" în $\mathbb{R}^3$.



i) Să se estimeze, prin simulări, probabilitatea ca un punct ales aleator, folosind funcţia `rand`, în interiorul unui pătrat să se afle în interiorul cercului tangent laturilor pătratului.

ii) Să se estimeze, prin simulări, probabilitatea ca un punct ales aleator, folosind funcţia `rand`, în interiorul unui pătrat să fie mai apropiat de centrul pătratului decât de vârfurile pătratului.

iii) Să se estimeze, prin simulări, probabilitatea ca un punct ales aleator, folosind funcţia `rand`, într-un pătrat să formeze cu vârfurile pătratului două triunghiuri ascuţitunghice şi două triunghiuri obtuzunghice.

Determinaţi pentru fiecare subpunct probabilitatea geometrică corespunzătoare.