

# Tarea Chica 3: Máquinas de Turing

Profesor Denis Parra  
Manuel Espinoza Quintero

---

La tarea es escribir una máquina de Turing  $M$  que acepte lo siguiente:

$$L = \{d\#n_1\#n_2\#n_3\#\dots\#n_k \mid \text{con } n_i - n_{i+1} = d\}$$

Por lo tanto, un ejemplo de input sería:

00011#10100#10001#01110#01011

La forma en que se escribe el código de la maquina es:

- [1] estado<sub>a</sub>,  $n_1, n_2, \dots, n_k$
- [2] estado<sub>b</sub>,  $n'_1, n'_2, \dots, n'_k, \text{mov}_1, \text{mov}_2, \dots, \text{mov}_k$

Donde estado<sub>a</sub> es el estado actual de la maquina,  $n_1, n_2, \dots, n_k$  son los valores que hay en las  $k$  cintas, en ese orden. La segunda linea se lee si se cumple la primera, y cambia de estado al estado<sub>b</sub> y los valores en las cintas cambian a  $n'_1, n'_2, \dots, n'_k$ . Por último,  $\text{mov}_1, \text{mov}_2, \dots, \text{mov}_k$  son los movimientos de las cintas los cuales pueden ser:  $<$ ,  $>$ ,  $-$ , izquierda, derecha y mantenerse, respectivamente.

## Lógica:

La lógica utilizada es principalmente restar  $d$  al número del input y verificar con el que le sigue, y repetir el proceso hasta acabar con la sucesión. Los pasos que se realizan son descritos en el funcionamiento.

## Conceptos:

$Q$ : Conjunto finito de estados de la maquina para llegar al output.

$q_0$ : estado inicial de la operacion, en este caso qcopy.

$\Gamma$ : es el alfabeto de la máquina en este caso binario

$Q_f \subseteq Q$  y se refiere a los estados finales. En este caso qAccept

## Funcionamiento:

### 1. Qcopy:

Al inicio se establece el estado inicial *“qcopyd”* y el estado final *“qAccept”*. Luego, se inicia copiando el primer numero binario del input (*“d”*) en la segunda cinta. Esto con el objetivo de restar el *“d”* a cada número de la primera cinta. Si en la primera cinta hay un 0, el estado se encarga de eliminarlo y escribir un 0 en la segunda, y lo mismo con el 1. Cada vez que copia un número las dos primeras cintas avanzan un espacio a la izquierda. Al encontrar el primer # cambia de estado, ya que termino de copiar y se pasa al estado *“volver”*.

```
1 name: Máquina M Manuel Espinoza
2 init: qcopyd
3 accept: qAccept
4
5 qcopyd, 0, _, _
6 qcopyd, _, 0, _, >, >, -
7
8 qcopyd, 1, _, _
9 qcopyd, _, 1, _, >, >, -
10
11 qcopyd, #, _, _
12 volver, #, _, _, >, <, -
```

Figure 1: Inicio codigo y copia de "d"

## 2. Volver:

Para restar “d” de los números, es necesario equiparar las dos primeras cintas al igual que cuando hacemos una resta a mano. El estado volver simplemente copia lo mismo que encuentra en las dos primeras cintas y va retrocediendo la primera, hasta que encuentra el # y ahí retrocede una casilla, siempre sin cambiar el valor de “d”. Con los números ya nivelados se procede a realizar la resta, para lo cual se definió un estado “resta”.

```
14 volver, 0, 0, _  
15 volver, 0, 0, _, >, -, -  
16  
17 volver, 0, 1, _  
18 volver, 0, 1, _, >, -, -  
19  
20 volver, 1, 0, _  
21 volver, 1, 0, _, >, -, -  
22  
23 volver, 1, 1, _  
24 volver, 1, 1, _, >, -, -  
25  
26 volver, #, 0, _  
27 resta, #, 0, _, <, -, -  
28  
29 volver, #, 1, _  
30 resta, #, 1, _, <, -, -
```

Figure 2: Retroceso de primera cinta

### 3. Resta:

Para la resta de números binarios se puede asegurar que las siguientes combinaciones siempre son iguales:

- $0 - 0 = 0$
- $1 - 1 = 0$
- $1 - 0 = 1$

En cambio, cuando se tiene el caso  $0 - 1$  se le pide una unidad prestada al número del lado izquierdo. Para ese caso, se definió un estado llamado *"resta1"*, que tiene en consideración esa unidad prestada.

El proceso que realiza la máquina es leer las dos primeras cintas y ver a qué caso corresponde, y escribir el resultado en la tercera cinta, y las mueve todas una posición a la izquierda.

```
32 volver, _, 0, _
33 resta, _, 0, _, <, -, -
34
35 volver, _, 1, _
36 resta, _, 1, _, <, -, -
37
38 resta, 0, 0, _
39 resta, 0, 0, 0, <, <, <
40
41 resta, 1, 1, _
42 resta, 1, 1, 0, <, <, <
43
44 resta, 1, 0, _
45 resta, 1, 0, 1, <, <, <
46
47 resta, 0, 1, _
48 resta1, 0, 1, 1, <, <, <
```

Figure 3: Proceso de resta

#### 4. Resta1:

Cuando la maquina entra en el estado *resta1*, las combinaciones se dan diferentes, si se tiene 1-1, eventualmente va a volver a tener que pedir prestado, por lo tanto, el resultado es 0 y se sigue en el estado *resta1*. Si el caso es 0-1 o 0-0, no se le puede pedir prestado, y se sigue con el siguiente a la izquierda. En estos casos, los resultados van a ser 0 y 1 respectivamente, ya que al número que le restamos le va a llegar un 1 prestado y  $1-1=0$ ,  $1-0=1$ . Por último, el caso que se tenga 1-0 en la columna de la cual se le pide prestado, se asume que el resultado va a ser 0, ya que el 1 se va prestado a la anterior operación, y en este caso se vuelve al estado *resta*. Al encontrar el / se entiende que se termino de restar d al número, por lo que vuelve al estado *volver*, que se encarga de mover la primera cinta para comparar el siguiente numero de la cinta con el resultado obtenido.

```
47 resta, 0, 1, _  
48 resta1, 0, 1, 1, <, <, <  
49  
50 resta1, 1, 0, _  
51 resta, 1, 0, 0, <, <, <  
52  
53 resta1, 1, 1, _  
54 resta1, 1, 1, 0, <, <, <  
55  
56 resta1, 0, 1, _  
57 resta1, 0, 1, 0, <, <, <  
58  
59 resta1, 0, 0, _  
60 resta1, 0, 0, 1, <, <, <  
61  
62 resta, #, _, _  
63 volver, #, _, _, >, -, -
```

Figure 4: Proceso de resta

## 5. Volver y comparar:

El proceso de comparación revisa que tanto en la primera como tercera cinta sea el mismo número, un 0 o un 1, si ese es el caso, pasa al siguiente. Si no coinciden quiere decir que el input es rechazado y la maquina se cae.

```
65 volver, 0, _, _
66 volver, 0, _, _, >, -, -
67
68 volver, 1, _, _
69 volver, 1, _, _, >, -, -
70
71 volver, #, _, _
72 comparar, #, _, _, >, -, >
73
74 comparar, 0, _, 0
75 comparar, 0, _, 0, >, -, >
76
77 comparar, 1, _, 1
78 comparar, 1, _, 1, >, -, >
79
80 comparar, #, _, _
81 moverd, #, _, _, -, >, >
--
```

Figure 5: Retroceso primera cinta y comparación de valores

## 6. Moverd y qAccept:

Para finalizar se mueve la segunda y tercera cinta para equipararlas y volver a realizar el proceso de resta con el siguiente número. Si se cumple que todas las cintas están vacías, significa que finalizaron los números a verificar y se pasa al estado qAccept.

```
82  
83 moverd, #, 0, _  
84 moverd, #, 0, _, -, >, >  
85  
86 moverd, #, 1, _  
87 moverd, #, 1, _, -, >, >  
88  
89 moverd, #, _, _  
90 resta, #, _, _, <, <, >  
91  
92 comparar, _, _, _  
93 qAccept, _, _, _, -, -, -
```

Figure 6: Avance de cintas 2 y 3 y estado final