Blatt 07: Magnetische Systeme und absoluter Nullpunkt

Ausgabe: Freitag, 08.12.17; Abgabe: Montag, 18.12.17, 13:00 Uhr

Aufgabe 1 Magnetische Systeme

Wir betrachten ein magnetisches System, das sich durch die Variablen Temperatur T, Magnetfeld B und Magnetisierung M beschreiben lässt. Wir bezeichnen die innere Energie mit E, die Entropie mit S und die freie Energie mit F.

(1.a) (**1 Punkt**) Überprüfen Sie zunächst die Gültigkeit folgender Relationen

$$\left.\frac{\partial S}{\partial M}\right|_T = -\left.\frac{\partial B}{\partial T}\right|_M, \qquad \left.\frac{\partial S}{\partial B}\right|_T = \left.\frac{\partial M}{\partial T}\right|_B, \qquad \left.\frac{\partial S}{\partial M}\right|_T = \frac{1}{T}\left(\left.\frac{\partial E}{\partial M}\right|_T - B\right).$$

(1.b) (**2 Punkte**) Betrachten Sie in dieser Teilaufgabe die innere Energie $E(T, M)$ und eine Zustandsgleichung $M = M(T, B)$ als gegeben. Beschreiben Sie die Differenz der Wärmekapazitäten $C_M - C_B$ als Funktion von E, M und B.

(1.c) (**1 Punkt**) Vereinfachen Sie das Ergebnis aus der vorherigen Teilaufgabe für den Fall eines idealen Paramagneten. Für diesen soll gelten:

$$\left.\frac{\partial E}{\partial M}\right|_T = 0, \qquad M = \frac{\tilde{C}}{T}B, \qquad \tilde{C}: \text{Curie Konstante.}$$

(1.d) (**1 Punkt**) Beweisen Sie für den allgemeinen Fall:

$$C_M - C_B = T\left.\frac{\partial B}{\partial T}\right|_M \left.\frac{\partial M}{\partial T}\right|_B.$$

Ab jetzt soll folgende Zustandsgleichung gelten (a, b und T_c sind positive Konstanten)

$$B = a(T - T_c)M + bM^3. \tag{1}$$

(1.e) (**1 Punkt**) Berechnen Sie $C_M - C_B$ mit Gleichung (1).

(1.f) (**2 Punkte**) Zeigen Sie, dass C_M nicht von M abhängig ist.

(1.g) (**3 Punkte**) Beschreiben Sie S und F als Funktionen von T, M und C_M.

(1.h) (**2 Punkte**) Zeigen Sie, dass die Zustandsgleichung (1) in einem bestimmten Temperaturbereich für $B \to 0$ neben der trivialen Lösung $M = M_\mathrm{t} = 0$ eine weitere, nicht-triviale Lösung $M = M_\mathrm{nt}$ besitzt. Diskutieren Sie die Stabilität der beiden Lösungen.

(1.i) (**2 Punkte**) Wie verhält sich die magnetische Suszeptibilität χ_T im Limes $B \to 0$ als Funktion der Temperatur?

Aufgabe 2 Absoluter Nullpunkt

Der dritte Hauptsatz impliziert das Verschwinden der Wärmekapazitäten am absoluten Nullpunkt (siehe Vorlesungsskript). Es gilt

$$\lim_{T\to 0} C_P = 0 \tag{2}$$

und wir approximieren die Wärmekapazität C_P (für niedrige Temperaturen) via

$$C_P = T^x \left(a + bT + cT^2\right) \tag{3}$$

mit $x > 0$, $a = a(P)$, $b = b(P)$ und $c = c(P)$. Weiterhin sei $\beta = \frac{1}{V} \left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_P$ der isobare thermische Ausdehungskoeffizient.

(2.a) (**4 Punkte**) Zeigen Sie, dass

$$\frac{V\beta}{C_P}$$

für $T \to 0$ gegen eine endliche Konstante strebt.

(2.b) (**3 Punkte**) Beweisen Sie

$$\lim_{T\to 0} \left.\frac{\partial T}{\partial P}\right|_S = 0$$

und diskutieren Sie die Erreichbarkeit des absoluten Nullpunkts.