

# 4. Teilchen - Materie - Wechselwirkung

## • Dosimetrie:

• Aktivität: 1 Becquerel = 1 Bq = 1 Zerfall/s

• Energiedosis D:  $D := \frac{dW}{\rho dV}$   $W$ : im Material absorbierte Energie  
 $\rho$ : Dichte

$$1 \text{ Gray} = 1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg} = 6,24 \cdot 10^{12} \text{ MeV/kg}$$

(alt: 1 rad = 0,01 Gy)

• Äquivalenzdosis  $D_w = W_R \cdot D$

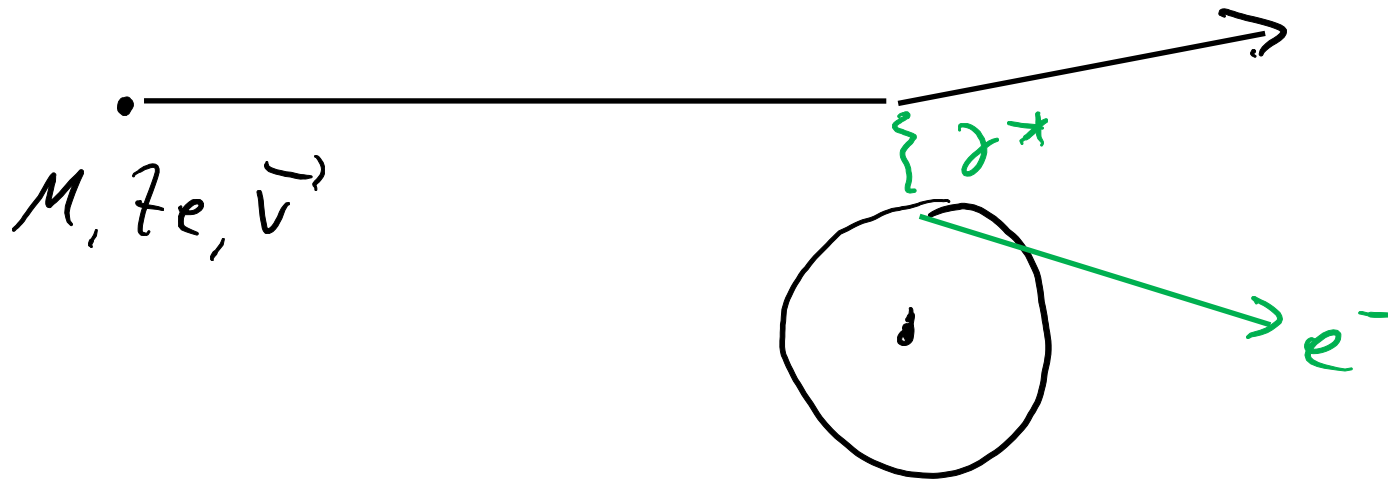
$$1 \text{ Sievert} = 1 \text{ Sv}, \quad \text{Sv} = W_R \cdot \text{Gy} \quad (\text{alt: } 1 \text{ rem} = 0,01 \text{ Sv})$$

Strahlungsart	Röntgen $\gamma$ , $e, \mu$	Neutronen 270 keV 0,1...2 MeV >20 MeV	$\alpha, \text{Stell.}$ frequ.
empirischer Gewichtungsfaktor $W_R$	1	5 ... 20 ... 5	20

natürliche Strahlung: 0,4 - 4 mSv/a, im Mittel 2,1 mSv/a in Deutschland  
 künstliche Strahlungsquellen: medizinische Anwendung ~ 2 mSv/a  
 alle anderen < 0,01 mSv/a

## 4.1 Wechselwirkung (schwerer) geladener Teilchen mit Materie

- Art der Wechselwirkung: elektromagn.  $\rightarrow$  Photoabsorption

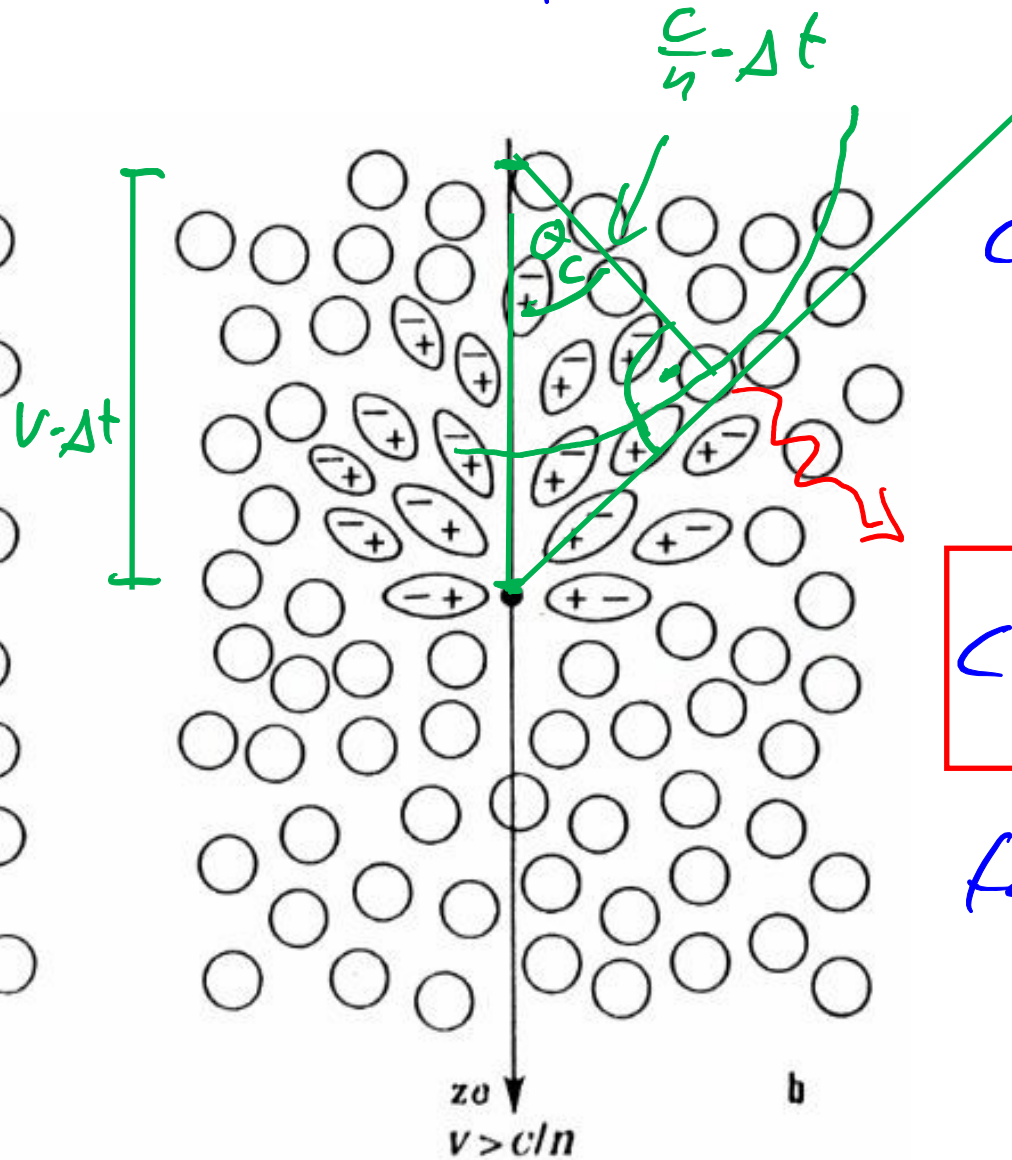
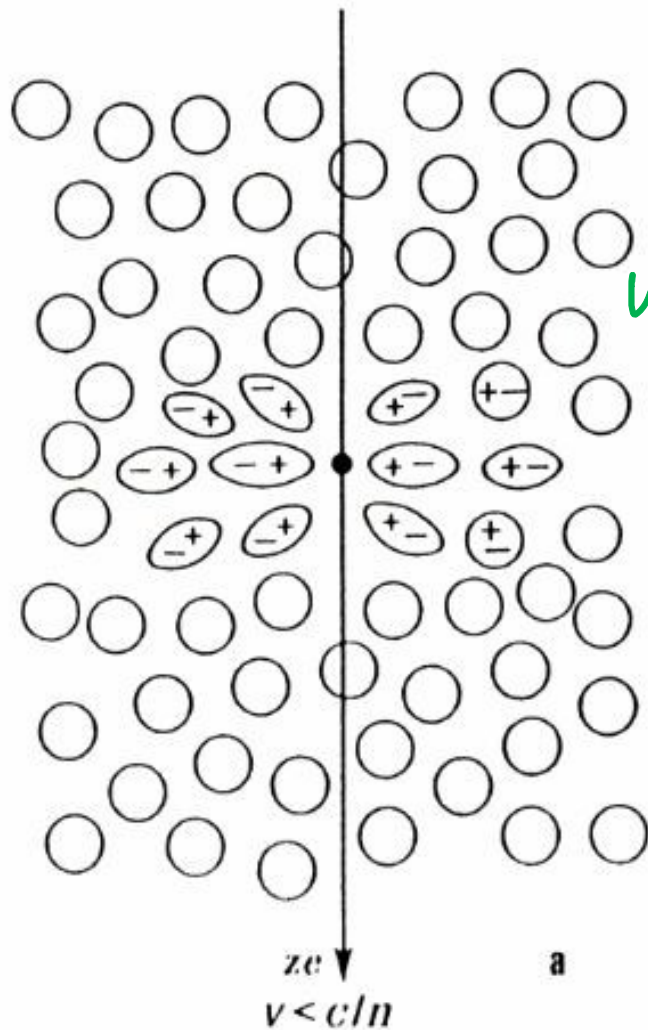


Zunehmende  
Häufigkeit

elastischer Stoß mit Atom (Coulomb-Streuung)  
 Anregung des Atoms (i. A. Hölle, selten Kern)  
 Ionisation des Atoms  $\rightarrow$  Bethe-Bloch-Formel  
 Polarisation des Mediums  $\rightarrow$  Čerenkov-Effekt  
 Ablenkung im Coulombfeld des Kerns  $\rightarrow$  Bremsstrahlung  
 weitere (Übergangsstrahlung, elastische und inelast. Kernstöße)

# Polarisation im Medium

a)  $v < \frac{c}{n} \rightarrow$  kein Effekt    b)  $v > \frac{c}{n} \rightarrow$  Čerenkov-Effekt



$$\cos \theta_c = \frac{\frac{c}{n} \cdot \Delta t}{v \cdot \Delta t} = \frac{1}{\beta \cdot n}$$

$$\cos \theta_c = \frac{1}{\beta \cdot n}$$

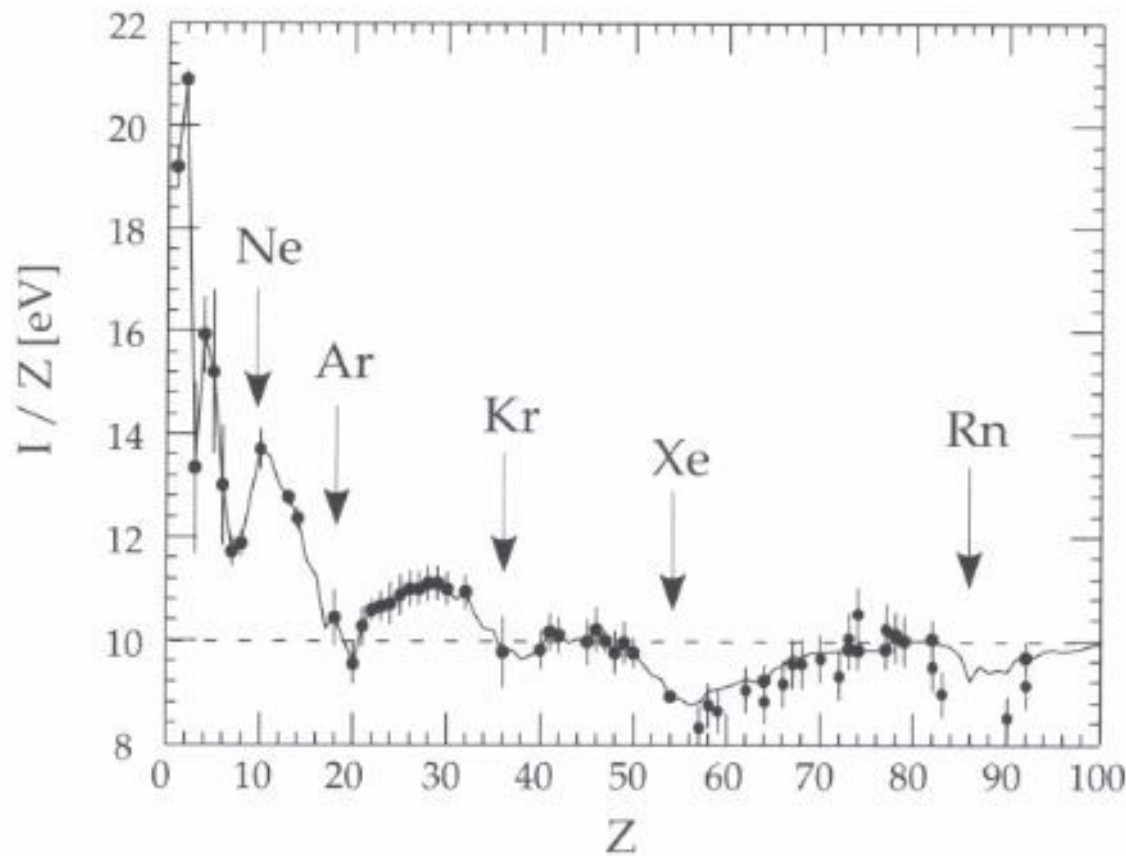
falls  $\beta \cdot n > 1$

4

Energieverlust des Teilchens beim Durchqueren von Materie

- max. kinetische Energie  $T_{\max}$  von Hüllenelektronen nach \* Stoß mit Teilchen der Masse  $M$ , Geschwindigkeit  $\beta = v/c$

$$T_{\max} = \frac{2m_0 c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2\gamma \frac{m_e}{M} + \left(\frac{m_e}{M}\right)^2} \quad M \gg m_e \quad \approx 2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2$$



- Mindestenergie für \* Ionisation  
Ionisationspotential  $I$

für  $Z > 15$  ist  $I \approx Z \cdot 10.2$

für  $Z < 15$ :  $\frac{I}{Z} \approx \left(12 + \frac{Z}{2}\right) \text{ eV}$

5

- mittlerer Energieverlust folgt aus differentiellen  $\propto \frac{d\sigma}{dE}$

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle \sim - \int_I^{I_{\max}} E \cdot \frac{d\sigma}{dE} dE$$

→ Bethe-Bloch-Formel

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = k \cdot Z^2 \cdot \rho \frac{Z}{A} \cdot \frac{1}{\beta^2} \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 I_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right]$$

$$k = \frac{4\pi N_A \alpha^2 (e d)^2}{m_e c^2}$$

Teilchenladung

Dichtekorrekturen  $\delta \sim \log \beta\gamma$

Merkmale Eigenschaften

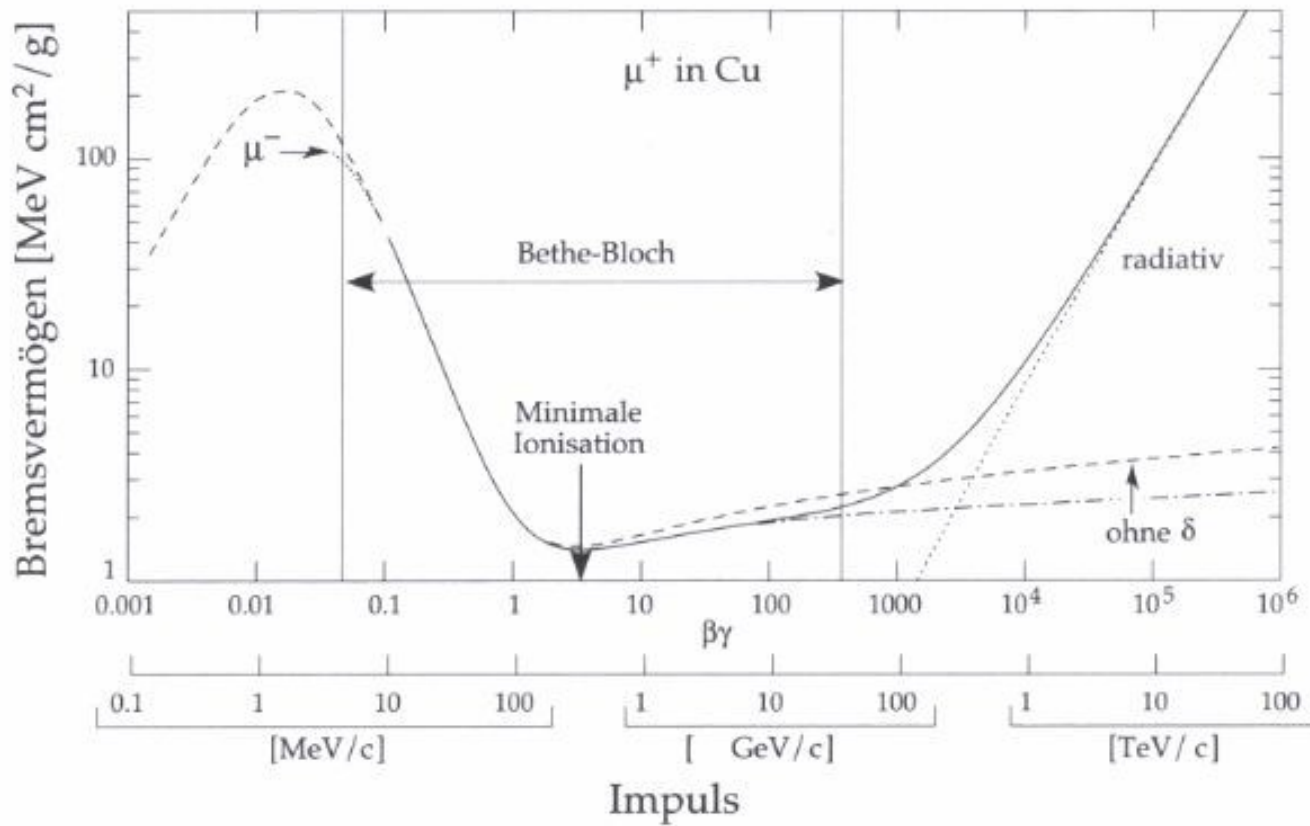
$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle \sim \frac{1}{\beta^2} \text{ für } \beta = 0,1 \dots 0,9$$

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle \approx \text{const für } \beta\gamma = 500 \dots 1000$$

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle \rightarrow \text{minimal für } \beta\gamma \approx 4$$

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{\text{Plateau}} \sim \ln \frac{1}{\beta}$$

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle \sim \ln \beta^2 \gamma^2 \text{ für } \beta\gamma = 5 \dots 10$$



$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = \left\langle \frac{dE}{\rho dx} \right\rangle$$

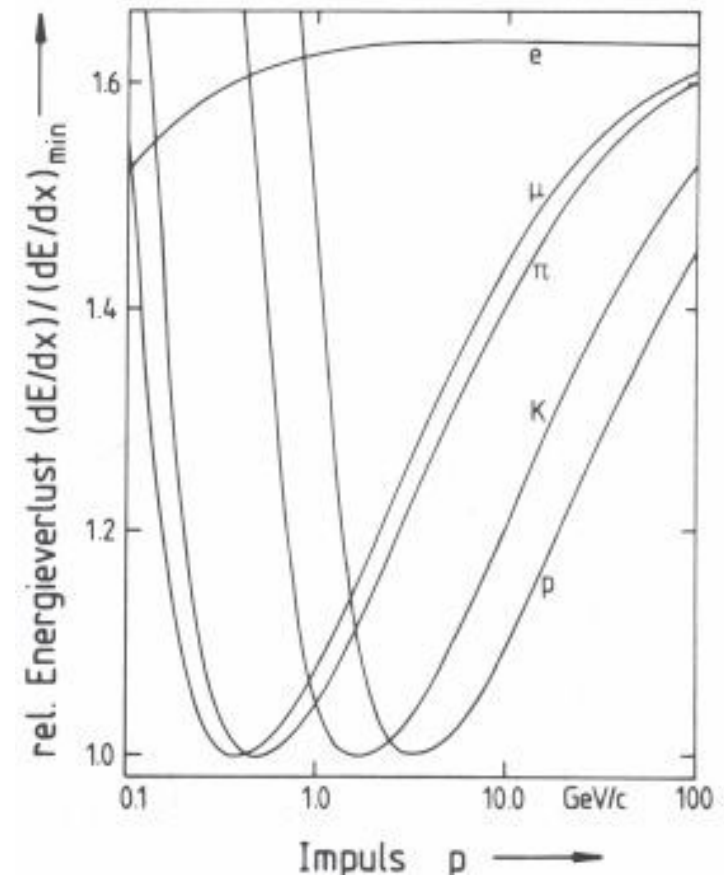
übliche Einheit  
 $\text{MeV} \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$

$$\beta\gamma = \frac{p}{mc}$$

→ Bethe-Bloch-Kurve verschiebt sich  
 in  $1/p$  horizontal für Teilchen  
 unterschiedlicher Masse

Unterscheidung von Teilchen

durch  $\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle$ -Messung

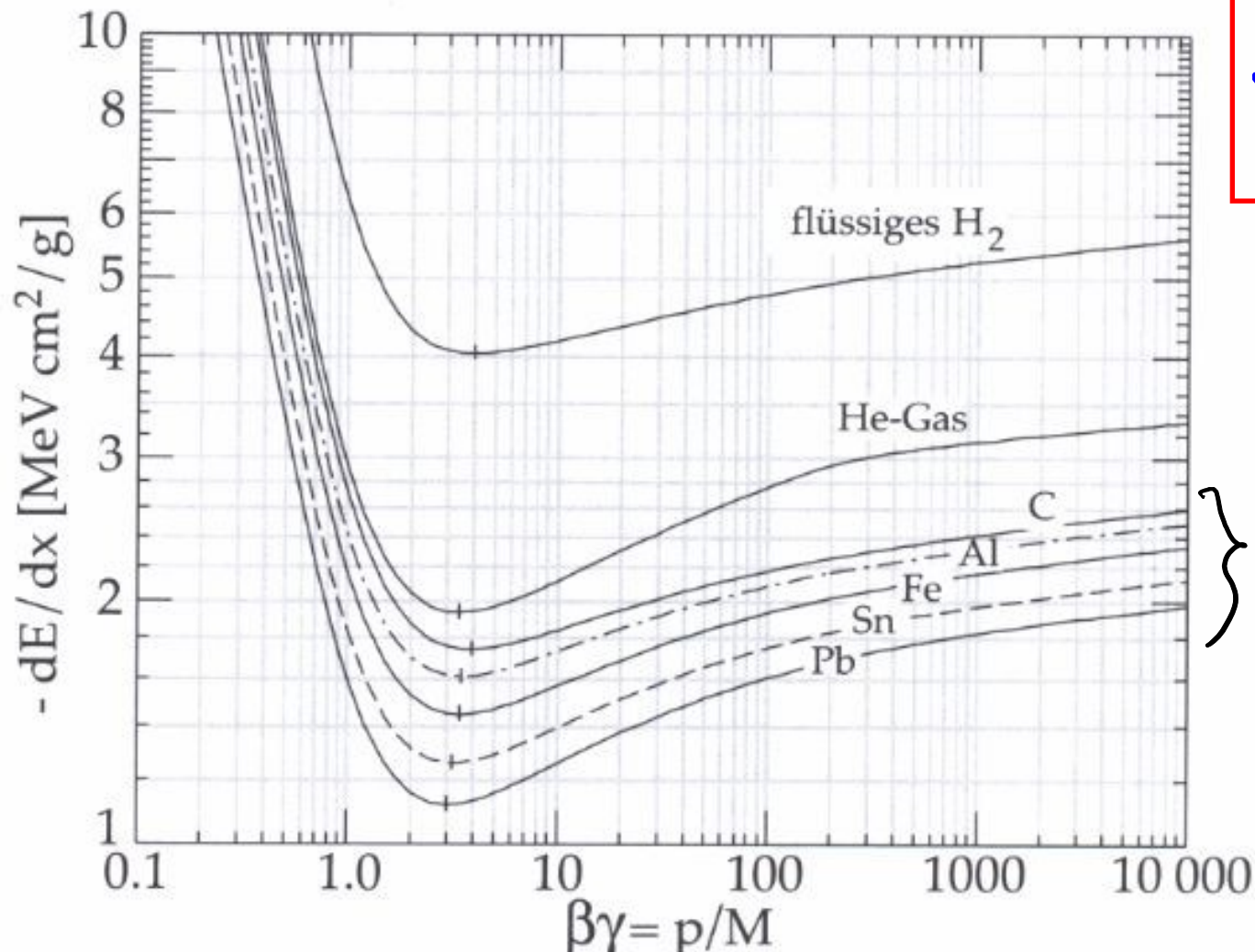




7

Bremsvermögen  $\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = \left\langle \frac{dE}{\rho dx} \right\rangle$

ist für fast alle Medien und  $\beta$  ungefähr konstant



$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle \approx 2 \frac{\text{MeV cm}^2}{g}$$

} typ.  $2 \frac{\text{MeV cm}^2}{g}$   
in relativistischen  
Bereich

## Reichweite und Bragg-Peak

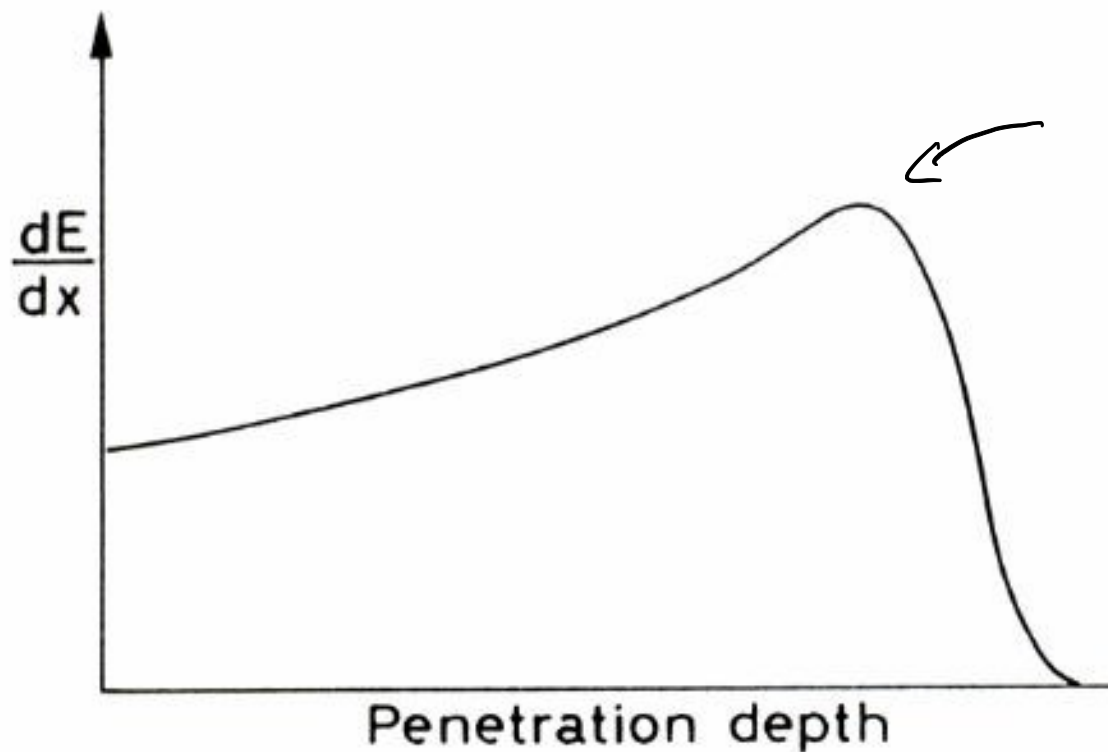
$$\text{Reichweite } R(T_0) = \int^R dx = \int_0^{T_0} \left( \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle \right)^{-1} dE$$

$$\text{mit } T \approx \frac{1}{2} \ln v^2 \sim \beta^2$$

$$\Rightarrow \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle \sim \frac{1}{\beta^2} \sim \frac{1}{T} \Rightarrow R \sim \int_0^{T_0} T dT \sim T_0^2$$

$$dx = \frac{dE}{\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle}$$

genauer aus Daten:  $R \sim T_0^{1,75}$



### Bragg-Peak

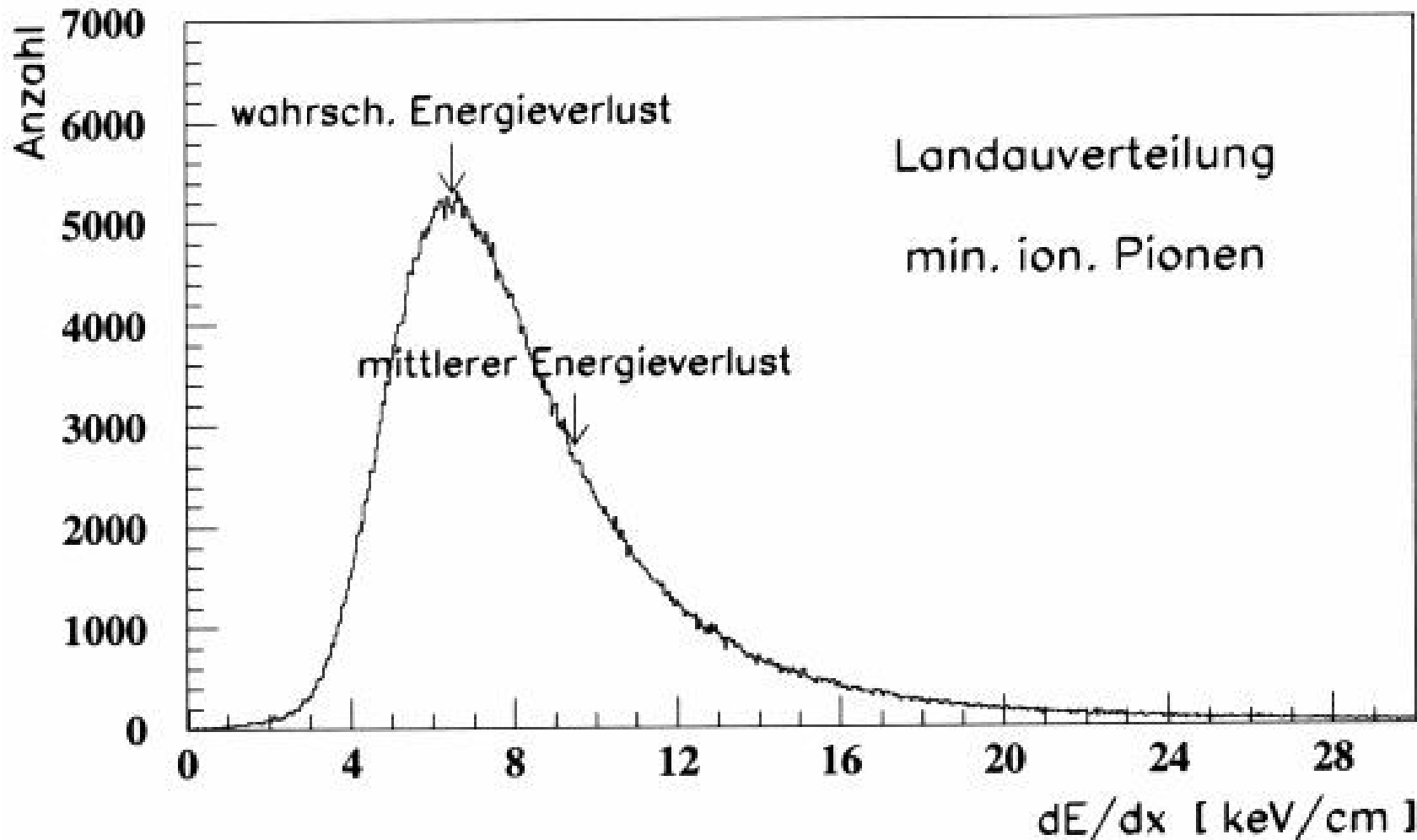
da  $\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle \sim \frac{Z^2}{\beta^2}$  steigt  
 Energieverlust pro  
 Wegstrecke für  
 abnehmendes  $\beta$  und  
 höhere Teilchenladung  $Z$



# Landau-Verteilung

\*

- Bethe-Bloch beschreibt nur mittleren Energieverlust  $\langle \frac{dE}{dx} \rangle$
  - momentane Energieverlust fluktuiert um Mittelwert
- Landau-Verteilung



mittlerer  
Energieverlust  
ist größer als  
wahrscheinlich-  
ster Energie-  
verlust

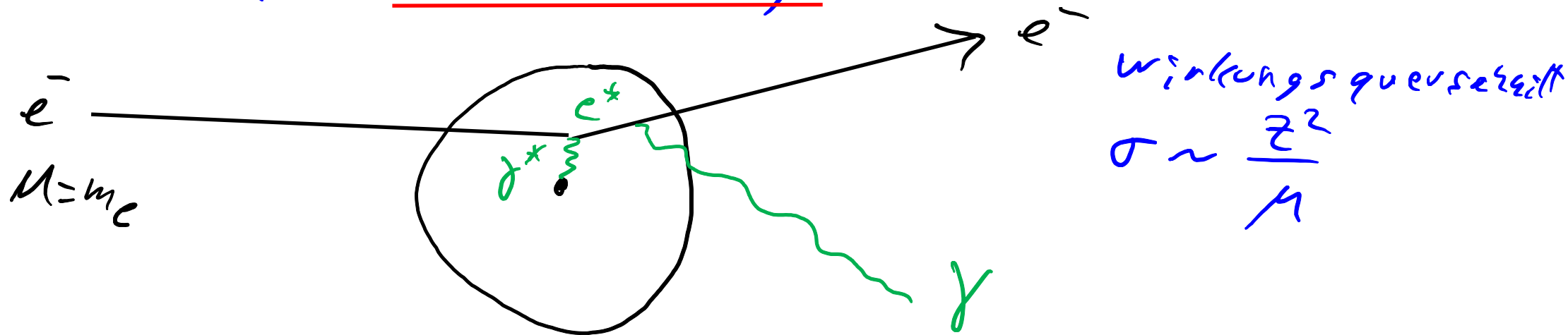
Auslöser:  
δ-Elektronen

## 4.2 Energieverlust von Elektronen/Positronen

Ionisation wie Bethe-Bloch-Formel mit Korrekturen wegen

- Masse der Stoppartner gleich groß
- Ununterscheidbarkeit zwischen Stoppartnern
- Anihilationsprozess bei Positronen:  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$

zusätzlich: Bremstrahlung



mittlerer Energieverlust

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_B = \frac{E}{X_0} \quad \text{mit} \quad \underline{\text{Strahlungslänge}}$$

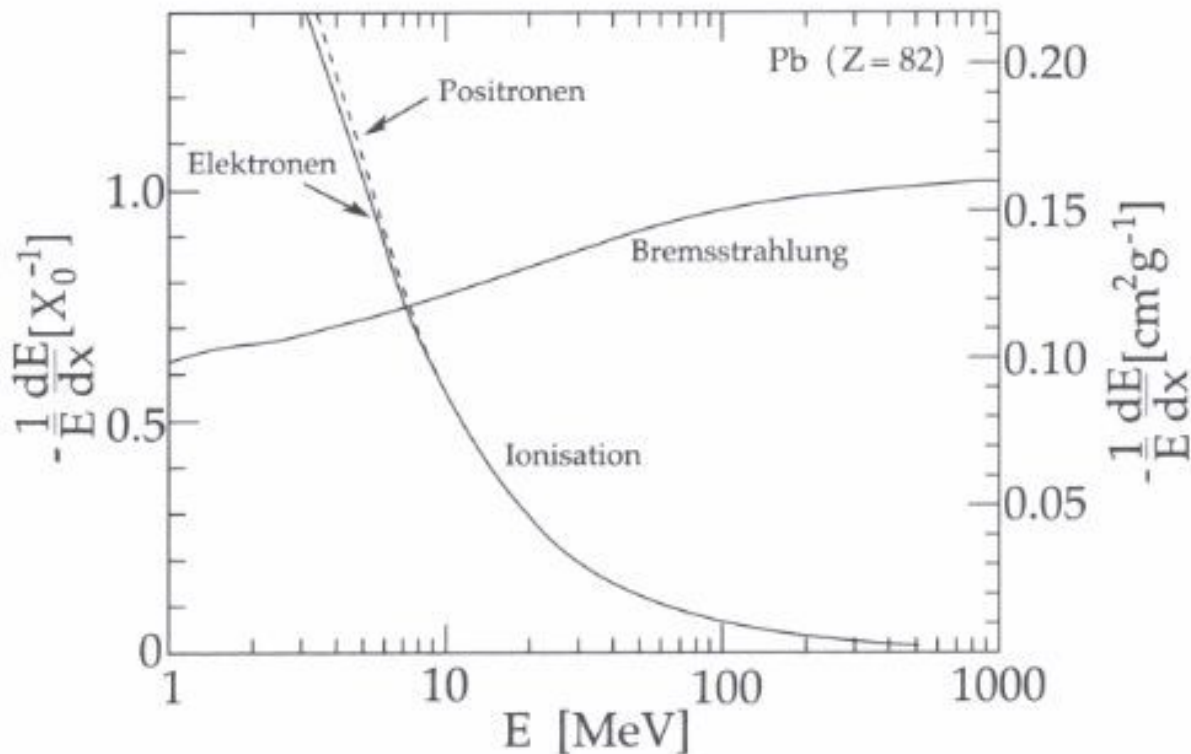
$$X_0 = \left( \frac{4d^2(\hbar c)^2}{m_e^2 c^4} \int \frac{N_A Z^2}{A} \frac{183}{Z^{1/3}} \right)^{-1}$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0}$$

$$E(x) = E_0 \cdot e^{-x/X_0}$$

Teilchenenergie nimmt exponentiell ab

## Bremsstrahlung vs. Ionisation



Beispiele für Strahlungslänge

Luft:  $X_0 = 30050 \text{ cm}$

$\text{H}_2\text{O (fl.)}$   $36,1 \text{ cm}$

Al ( $Z=13$ )  $8,9 \text{ cm}$

Fe ( $Z=26$ )  $1,76 \text{ cm}$

Pb ( $Z=82$ )  $0,56 \text{ cm}$

Kritische Energie  $E_c$

"Bremsstrahlung"  
= "ionisation"

$$E_c \approx \frac{580 \text{ MeV}}{Z} \cdot \left(\frac{m_e}{\mu}\right)^2$$

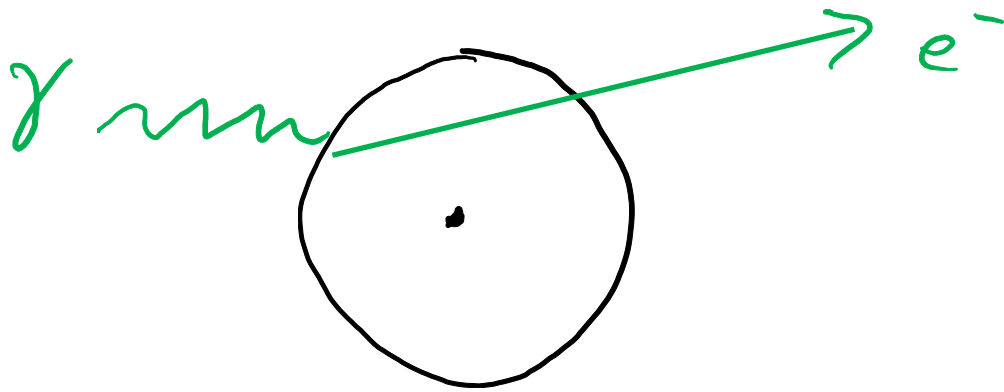
Bethe-Heitler-Formel

## 4.3 Photon-Materie-Wechselwirkung

Bei Photonen Intensität  $I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu x}$

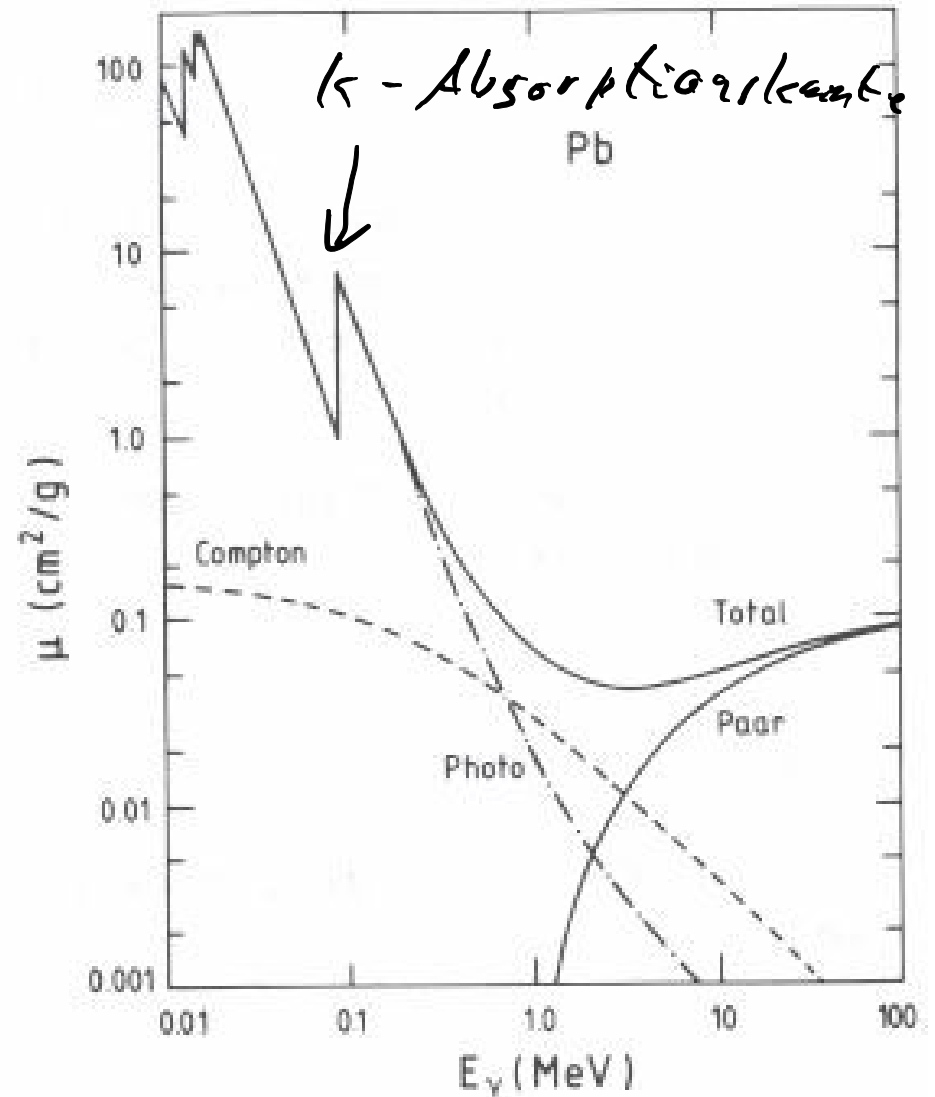
mit Massenabsorptionskoeffizient  $\mu = \sigma \cdot \rho \frac{M_A}{A}$   
und Photon-Absorptionswirkungsquerschnitt  $\sigma$

- Photoeffekt (Photoionisation)

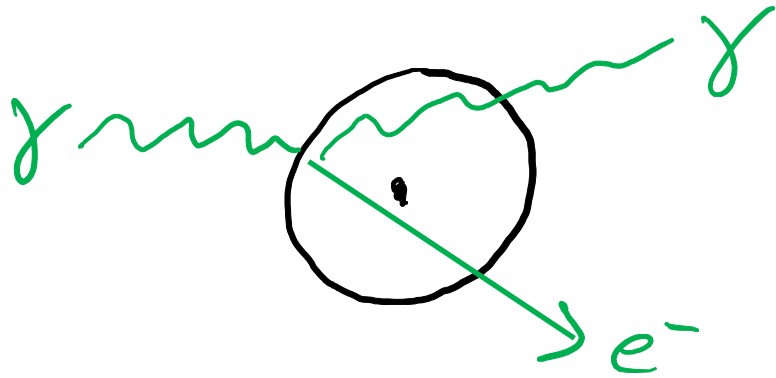


$$\sigma_{ph} \sim \frac{Z^5}{E_\gamma^{7/2}} \rightarrow \frac{Z^5}{E_\gamma}$$

$$\text{für } E_\gamma < m_e c^2 \quad \cdot \quad E_\gamma > m_e c^2$$



# Comptoreffekt

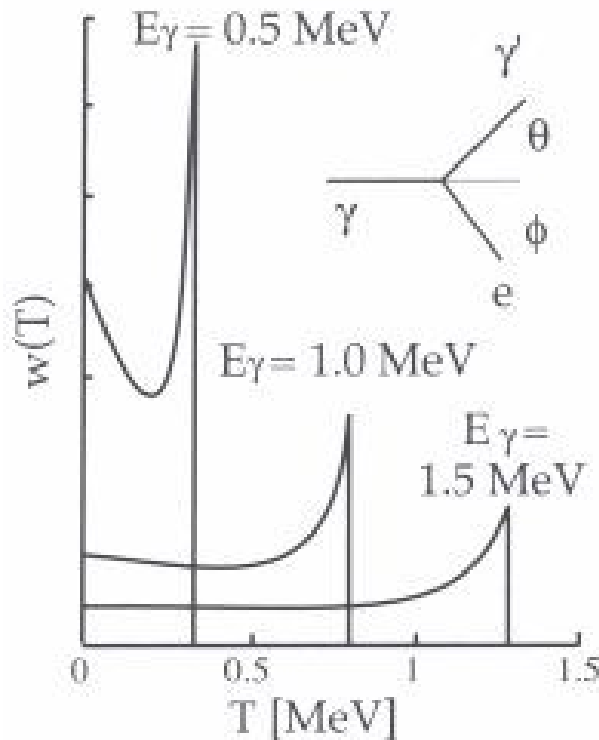


$$\sigma_c \sim Z \cdot E_\gamma \rightarrow \frac{Z}{E_\gamma}$$

für  $E_\gamma \ll m_e c^2$        $E_\gamma > m_e c^2$

( $E_\gamma < 10 \text{ keV}$ : Rayleigh - Streuung,  
d.h. kohärente Streuung an ganzen  
Atom)

Wahrschein-  
lichkeit  $w(T)$   
für  $e^-$  mit  
kin. Energie  $T$

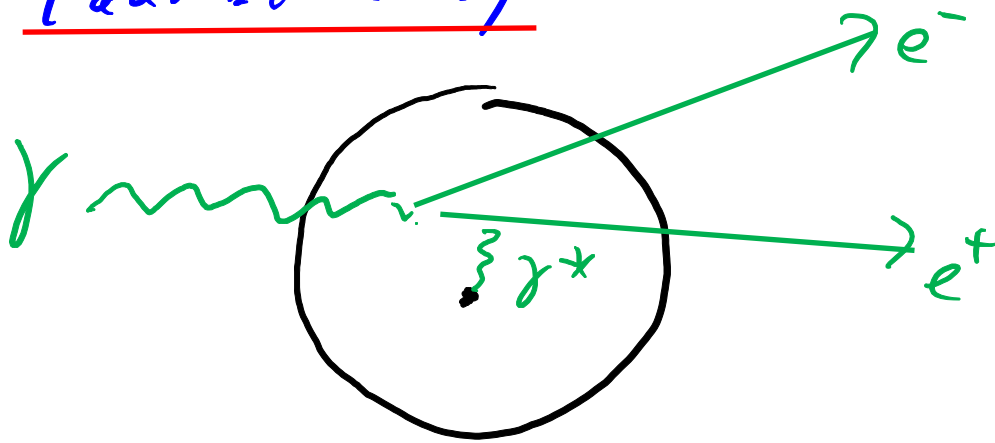


## Comptonkante

Rückwärtstreuung  
des Photons

→  $E_\gamma$  - Bestimmung aus  
Messung der Position  
der Comptonkante

# Paarbildung



braucht Kern zur  
Erhaltung von Energie  
und Impuls

ohne Kern:

$$p_\gamma = p_{e^-} + p_{e^+}$$

$$p_\gamma^2 = m_\gamma^2 = 0$$

$$(p_{e^-} + p_{e^+})^2 = m_e^2 + m_e^2 + 2p_{e^-}p_{e^+} > 0$$

$$\sigma_p \sim Z^2 \approx \text{const}(E_\gamma)$$

$$\rightarrow \mu_p = \sigma_p \cdot \rho \frac{NA}{A} \approx \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{X_0}$$

(vgl. Bremsstrahlung)

$\rightarrow$  Paarbildungswahrscheinlichkeit

$$P(x = X_0) = 1 - \exp\left(-\frac{7}{9}\right) \approx 54\%$$