

9 Phononen und Zustandsdichte

Ausgabe : Fr, 22.12.2017 **Abgabe : Mo, 8.1.2018** Besprechung : Mo, 8.1.2018

Aufgabe 17 : Mittlere Energie und Zustandssumme

Wie hängt die mittlere Energie eines Systems von seiner Zustandssumme Z ab, wenn Z definiert wird durch

$$Z = \int_x \int_p e^{-E(p,x)/k_B T} dp dx$$

Aufgabe 18 : Einstein-und Debye Modell

Neben dem Debye-Modell liefert das Einstein-Modell eine weitere Beschreibung der Phononendispersion in Festkörpern.

- Machen Sie sich mit beiden Modellen vertraut und beschreiben Sie die Unterschiede.
- Begründen Sie warum beide Modelle denselben Hochtemperaturgrenzwert für die spezifische Wärmekapazität liefern (Dulong-Petitscher Grenzwert).
- Ein Probenhalter bestehend aus Kupfer zur Vermessung der spezifischen Wärme verschiedener Materialien wiege 1 g. Wie gross ist der Hochtemperaturgrenzwert der spezifischen Wärme des Halters?

Aufgabe 19 : Zustandsdichte von Phononen

Betrachten Sie eine eindimensionale lineare Kette von identischen Massepunkten der Länge L . Unter Berücksichtigung der Wechselwirkung nächster Nachbarn (Kraftkonstante C , Punktmasse M , Gitterkonstante a) erhält man die Dispersionsrelation:

$$\omega^2 = (2C/M)(1 - \cos(ka))$$

oder

$$\omega = \sqrt{4C/M} |\sin(ka/2)| = \omega_{max} |\sin(ka/2)|$$

- Berechnen Sie die Zustandsdichtefunktion $g(\omega)$ longitudinaler Phononen.
Hinweis: Im eindimensionalen Fall gilt $g(k) = L/\pi$.
- Skizzieren Sie das Ergebnis und vergleichen Sie die Zustandsdichtefunktion mit der, die sich aus der Debye'schen Kontinuumsnäherung ($\omega = vk$) ergibt.
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Maximalfrequenz ω_{max} des Phononenspektrums der linearen Kette und der Grenzfrequenz ω_D aus der Debye'schen Kontinuumsnäherung? Berücksichtigen Sie dafür, dass die Zahl der Normalschwingungen N in beiden Fällen übereinstimmen muss:

$$N = \int_0^{\omega_{max}} g_{lin}(\omega) d\omega = \int_0^{\omega_D} g_{Debye}(\omega) d\omega$$