

Probeklausur

Ausgabe : Di, 30.1.2018 **keine Abgabe**

Besprechung : Mo, 5.2.2018

Diese Probeklausur soll Ihnen den Umfang und Schwierigkeitsgrad der E6 Klausur verdeutlichen.

Für Studierende E6p (Lehramt und Bachelor plus) sind die Aufgaben A4 sowie B3 optional.

Zugelassene Hilfsmittel : Taschenrechner, Schreibutensilien. Viel Erfolg !

Aufgabenteil A (Anteil 50%)

Aufgabe A1: Festkörper-Bindungen (5 Punkte)

- Skizzieren Sie das Lennard-Jones Potential der van-der-Waals Bindung und bezeichnen Sie quantitativ die Abstandsabhängigkeit des attraktiven und repulsiven Potentialanteils.
- Wie groß sind die typischen Bindungsenergien (Größenordnung) von van-der-Waals gebundenen Kristallen?
- Welche Kristallstruktur wird von solchen Kristallen angenommen?

Aufgabe A2: Beugungsverfahren an Kristallen (5 Punkte)

- Beschreiben Sie die drei wichtigsten Röntgenbeugungsverfahren (Laue-Verfahren, Debye-Scherrer-Verfahren, Drehkristallverfahren) an kristallinen Materialien schematisch und skizzieren sie für jedes der Verfahren ein typisches Messergebnis.
- Welche Informationen über den Kristall liefern die einzelnen Verfahren?

Aufgabe A3: Debye-Modell (5 Punkte)

- Skizzieren Sie die phononische Zustandsdichte in der Debye-Näherung und bezeichnen Sie ihre Frequenzabhängigkeit.
- Durch welche Kristallparameter wird die Debye-Frequenz ω_D eines Kristalls bestimmt?
- Worin gleichen sich die Debye-Zustandsdichte sowie die „reale“ Zustandsdichte eines Kristalls?

Aufgabe A4: Bloch-Wellen (5 Punkte) (*)

- Erklären Sie das Bloch'sche Theorem und konstruieren Sie (Skizze) eine Blochwelle für ein eindimensionales Gitter im Ortsraum.
- Welche Wellenzahlen k der Blochwelle sind mit den festen Randbedingungen des endlichen Kristalls verträglich?

Aufgabe A5: Phononendispersion (4 Punkte)

- Welche experimentellen Streuverfahren eignen sich zur Bestimmung der Phononendispersion eines Kristalls? Beschreiben Sie ein Ihnen bekanntes Verfahren genau.
- Welche Verfahren ermöglichen den Zugang zur gesamten ersten Brillouinzone und warum?

Aufgabenteil B (Anteil 50%)

Aufgabe B1: Ionische Bindung (7 Punkte)

- a) Zeigen Sie, dass für eine eindimensionale Kette aus alternierenden positiven und negativen Ionen die Madelung Konstante $\alpha = 2 \cdot \ln 2$ ist.

Hinweis: Verwenden Sie hierfür die Taylorreihenentwicklung für $\ln(1+x)$:

$$\ln(1+x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} x^k.$$

- b) Berechnen Sie die Bindungsenergie (in eV) pro Ion in einem NaCl Kristall. Nehmen Sie dazu eine Madelung Konstante von $\alpha = 1,75$ und einen repulsiven Exponenten von 8, also $U_{rep} \propto 1/r^8$ und einen Gleichgewichtsabstand von $r_0 = 0,28 \text{ nm}$ an.
- c) Der Abstand zweier nächster Nachbarn von Na und Cl Ionen in einem NaCl Kristall ist $a = 0,24 \text{ nm}$. Wie gross ist der Abstand zweier benachbarter Na Ionen?
- d) Warum sind Ionenkristalle keine elektrischen Leiter?
Warum sind ionische Kristalle im optischen Bereich durchsichtig?

Aufgabe B2: Das freie Elektronengas (7 Punkte)

- a) Berechnen Sie unter der Annahme eines freien Elektronengases (bei $T=0\text{K}$) die Fermi-Energie (in eV), die Fermi-Wellenzahl, die Fermi-Temperatur und die Fermi-Geschwindigkeit für Lithium (Li).

Hinweis: Dichte $\rho_{Li} = 0,534 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, molare Masse $M_{Li} = 6,941 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$.

- b) Ermitteln Sie die Fermi-Energie (in eV) von Zink aus der (temperaturabhängigen) molaren Wärmekapazität seiner Elektronen von $c_{v,mol} = \alpha T$ mit $\alpha = 3,74 \cdot 10^{-4} \frac{\text{J}}{\text{molK}^2}$.

Hinweis: Zink hat die Wertigkeit $Z = 2$ und die Stoffmenge n ergibt sich durch $n = \frac{N}{ZN_A}$.

Aufgabe B3: Phononen (6 Punkte) (*)

Untersuchen Sie die Normalschwingungen einer linearen Kette, in der die Kraftkonstante der Wechselwirkung zwischen nächsten Nachbarn abwechselnd C und $10C$ betragen. Die Massen seien gleich und der Abstand nächster Nachbarn sei $a/2$. Dies stellt ein einfaches Modell für einen Kristall aus zweiatomigen Molekülen wie z.B. H_2 dar.

- a) Bestimmen Sie $\omega(k)$ bei $k = 0$ und $k = \pi/a$.
Hinweis: Verwenden Sie die Ansätze $u_s = u e^{isk_a} e^{-i\omega t}$ und $v_s = v e^{isk_a} e^{-i\omega t}$.
- b) Skizzieren Sie den Verlauf der Dispersionsrelation (Achsenbeschriftung!), tragen Sie die Extremwerte ein und kennzeichnen Sie den optischen sowie den akustischen Zweig.

Aufgabe B4: Beugung (4 Punkte)

Betrachten Sie eine lineare Atomfolge $ABABA...AB$ mit einer Bindungslänge $A - B$ gleich $a/2$.

Die Formfaktoren der Atome A, B seien f_A und f_B .

Der einfallende Röntgenstrahl steht senkrecht auf der Atomkette.

Zeigen Sie, dass die Intensität des gebeugten Strahls

- a) für ungerade Beugungsordnungen n proportional zu $|f_A - f_B|^2$
b) für gerade n proportional zu $|f_A + f_B|^2$ ist.

Hinweis: Berechnen Sie den Strukturfaktor.

Naturkonstanten

Boltzmann-Konstante:	$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} = 8,62 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}}$
Reduziertes Wirkungsquantum:	$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 6,582 \cdot 10^{-16} \text{ eVs}$
Avogadro-Konstante:	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$
Elektronenmasse:	$m_{e^-} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Elementarladung:	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Permittivität des Vakuums:	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$