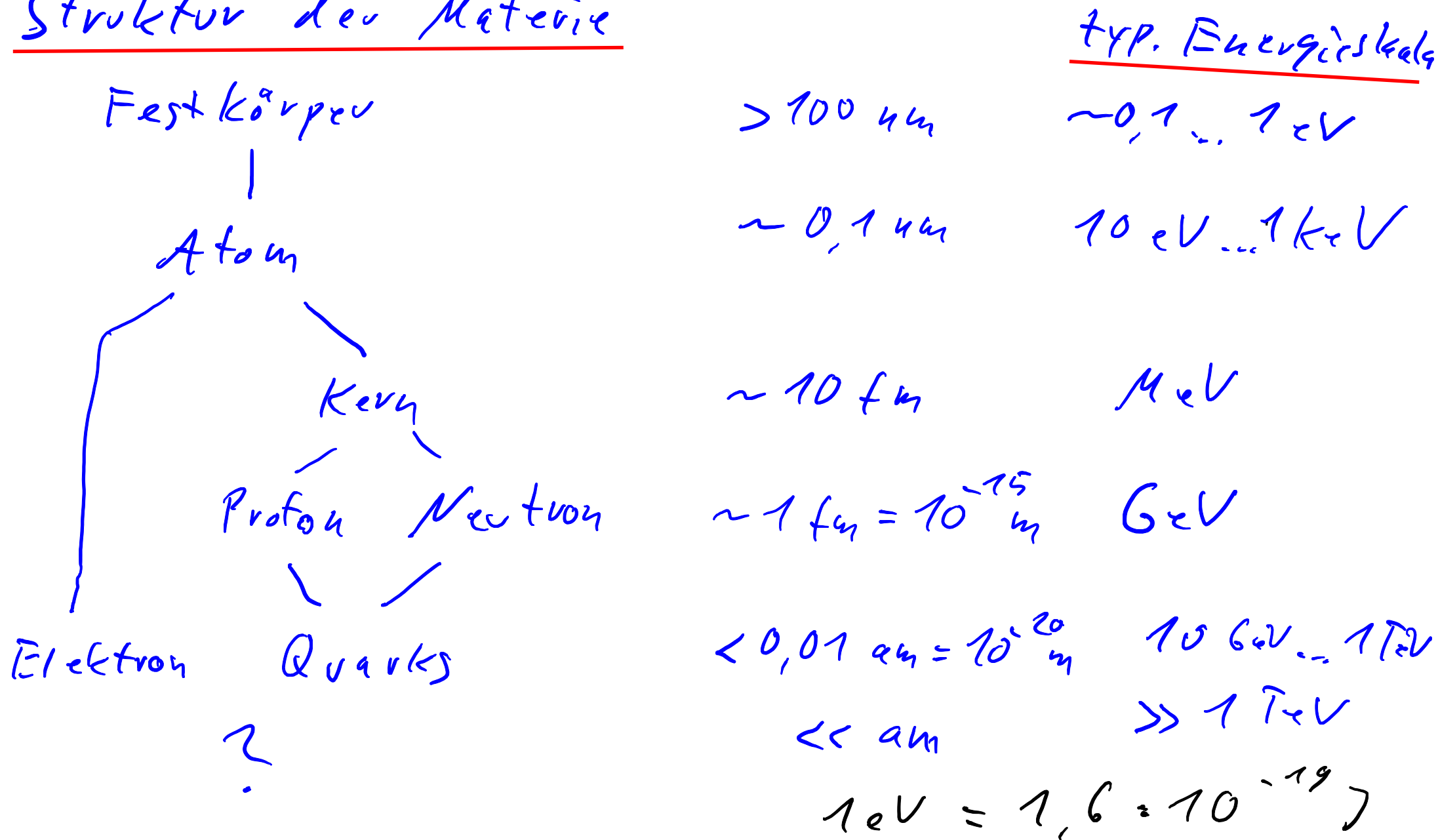


# 1. Einführung / Grundlagen

## Struktur der Materie



- Auflösung  $\leftrightarrow$  Wellenlänge  $\leftrightarrow$  Energie

$$E = h\omega = h \frac{c}{\lambda} \quad \lambda = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{h}{p} \text{ (masselos)}, \quad \lambda = \frac{h}{p} \text{ (massiv)}$$

$\Rightarrow$  Energie als universelle Einheit

- Umrechnung mittels

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{h}{2\pi} = 1,0545717 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ c &= 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ 1 \text{ eV} &= 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ J} \end{aligned} \right\}$$

$$h = 0,658 \text{ eV} \cdot \text{fs}$$

$$hc = 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

$$(hc)^2 = (0,197 \text{ GeV} \cdot \text{fm})^2 = 0,389 \text{ GeV}^2 \cdot 0,1 \text{ fm}^2$$

$$\text{Flächen einheit: barn} \quad 1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ cm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2$$

$$(hc)^2 = 0,389 \text{ GeV}^2 \cdot \text{mb}$$

millibarn

- Länge / Zeit / Ladung / Energie  
hängen von willkürlichen Maßeinheiten ab

⇒ Natürliche Einheiten  $\hbar = 1, c = 1, \epsilon_0 = 1$

$$\text{Länge} \sim \frac{1}{\text{Energie}}, \quad \text{Zeit} \sim \frac{1}{\text{Energie}}, \quad \text{Ladung} \sim 1$$

$$\Rightarrow \alpha_{em} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137} \quad (\text{dimensionlos})$$

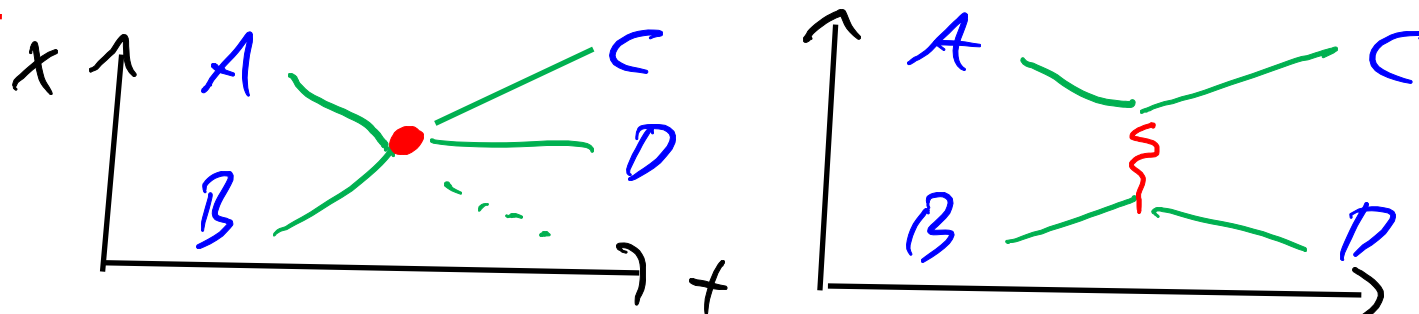
In Ermangelung einer "natürlichen" Einheit für Energie wird in der Kern- und Teilchenphysik

$eV$  als Maßeinheit für Energie gewählt

$$\left( m_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G_N}} = 1,22 \cdot 10^{19} \frac{\text{GeV}}{c^2} \rightarrow \text{natürliche Einheit} \right. \\ \left. G_N = 1 \rightarrow m_{\text{Planck}} = 1 \right)$$

## 1.1 Grundbegriffe von Streuexperimenten

- Streuexperimente zentrale Methode zur Untersuchung von Kernen und Teilchen
- Streuung Teilchen A an Teilchen/Kern B und betrachte die Reaktionsprodukte C, D, ...
- Darstellung:  $A + B \rightarrow C + D + \dots$  Feynman - Diagramm



- Kinematik:

= math. Formel für Berech.

Es gelten Energie-, Impuls-, Durchimpulserhaltung

kinetische Energie  $T_A + T_B \stackrel{!}{=} T_C + T_D + \dots + Q$  (i. d. Energie)

relativistische Energie  $E_A + E_B \stackrel{!}{=} E_C + E_D + \dots$

Impuls  $\vec{p}_A + \vec{p}_B \stackrel{!}{=} \vec{p}_C + \vec{p}_D + \dots$

• Darstellung als Vierervektor  $p = \begin{pmatrix} E/c \\ \vec{p} \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow p_A + p_B \stackrel{!}{=} p_C + p_D + \dots$$

Lorentztransformation des Viererimpulses:

für  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v \end{pmatrix}$ :  $p' = \begin{pmatrix} E'/c \\ p_x' \\ p_y' \\ p_z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & \beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E/c \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$

$$p' = \begin{pmatrix} \gamma(E/c + \beta p_z) \\ p_x \\ p_y \\ \gamma(\beta E/c + p_z) \end{pmatrix}$$

Teilchen in Ruhe:  $E = mc^2$ ,  $p_x = p_y = p_z = p = 0$

$$\Rightarrow E' = \gamma mc^2, \quad p' = p_z' = \beta \gamma mc$$

allgemein:

$$\gamma = \frac{E}{mc^2}, \quad \vec{\beta} \gamma = \frac{\vec{p}}{mc}, \quad \vec{\beta} = \frac{\vec{p}c}{E}$$

Lorentzinvariante des Viererimpulses:

$$p^2 = p \cdot p = \left(\frac{E}{c}\right)^2 - \vec{p}^2 = (\gamma m c)^2 - (\gamma \vec{p} m c)^2 \\ = (\gamma m c)^2 (1 - \vec{p}^2) = m^2 c^2$$

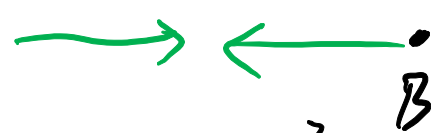
• Streuexperiment:  $A + B \rightarrow C + D + \dots$

→ (Schwerpunktmasse)<sup>2</sup>  $S = (p_A + p_B)^2 / c^2$

• Fixed Target: 

für  $E \gg m_{A,B} c^2$

$$S = (E/c^2 + m_B)^2 - E^2/c^4 \\ = 2 E m_B / c^2$$

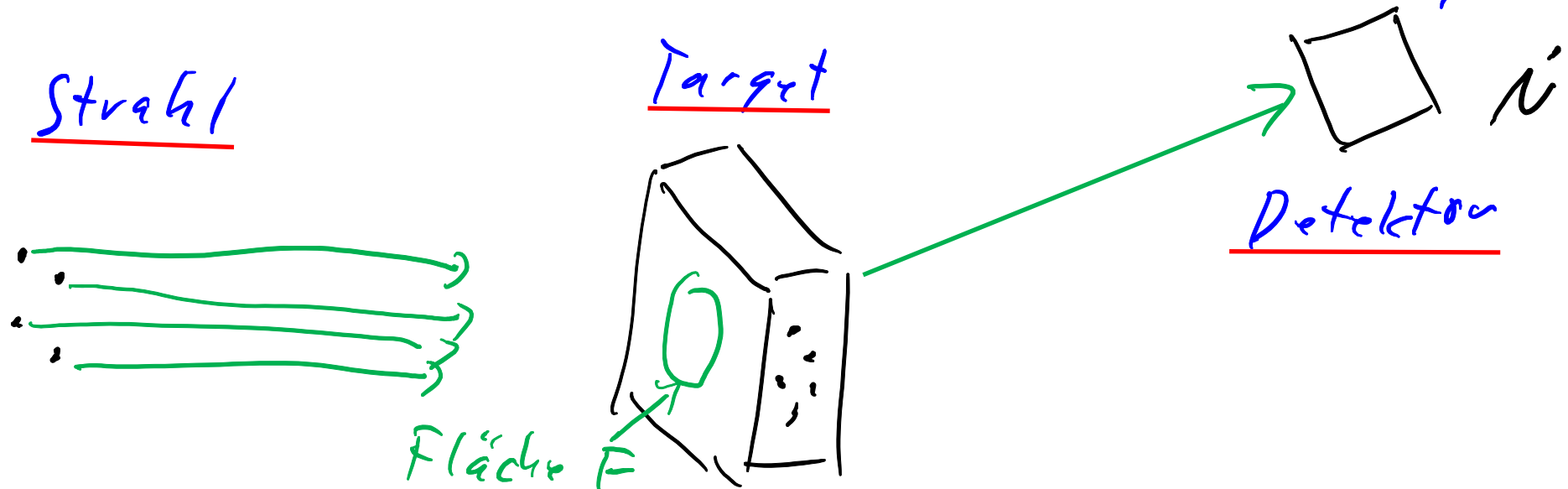
• Collider: 

$$S = \left(\frac{2E}{c^2}\right)^2 - 0 = \frac{4E^2}{c^4}$$

• Mandelstam-Variablen:  $S = (p_A + p_B)^2 / c^2$ ,  $t = (p_A - p_C)^2 / c^2$   
 $u = (p_A - p_D)^2 / c^2$

## 1.2 (differenzieller) Wirkungsquerschnitt

- Wirkungsquerschnitt ("Trefferfläche") hängt ab von Art der Wechselwirkung, Energie der Teilchen, ...



- Strahl: # Teilchen pro Zeiteinheit:  $\dot{N}_s$   
 Strahl querschnitts fläche:  $F$   
 → Flussdichte:  $\phi_s = \frac{\dot{N}_s}{F}$

- Target: # Targetteilchen innerhalb des Strahls:  $N_T$
- Detektor: # gestreute Teilchen pro Zeiteinheit:  $\dot{N}$

$$\dot{N} \sim \phi_S, \dot{N} \sim N_T \Rightarrow \dot{N} = \phi_S \cdot N_T \cdot \sigma$$

$\Rightarrow$  Wirkungsquerschnitt

$$\sigma = \frac{\dot{N}}{\phi_S \cdot N_T}$$

$\rightarrow$  Luminosität:

$$\mathcal{L} = \phi_S \cdot N_T$$

$$\dot{N} = \mathcal{L} \cdot \sigma$$

$\Rightarrow$

$$\Delta N = \sigma \int \mathcal{L} dt$$

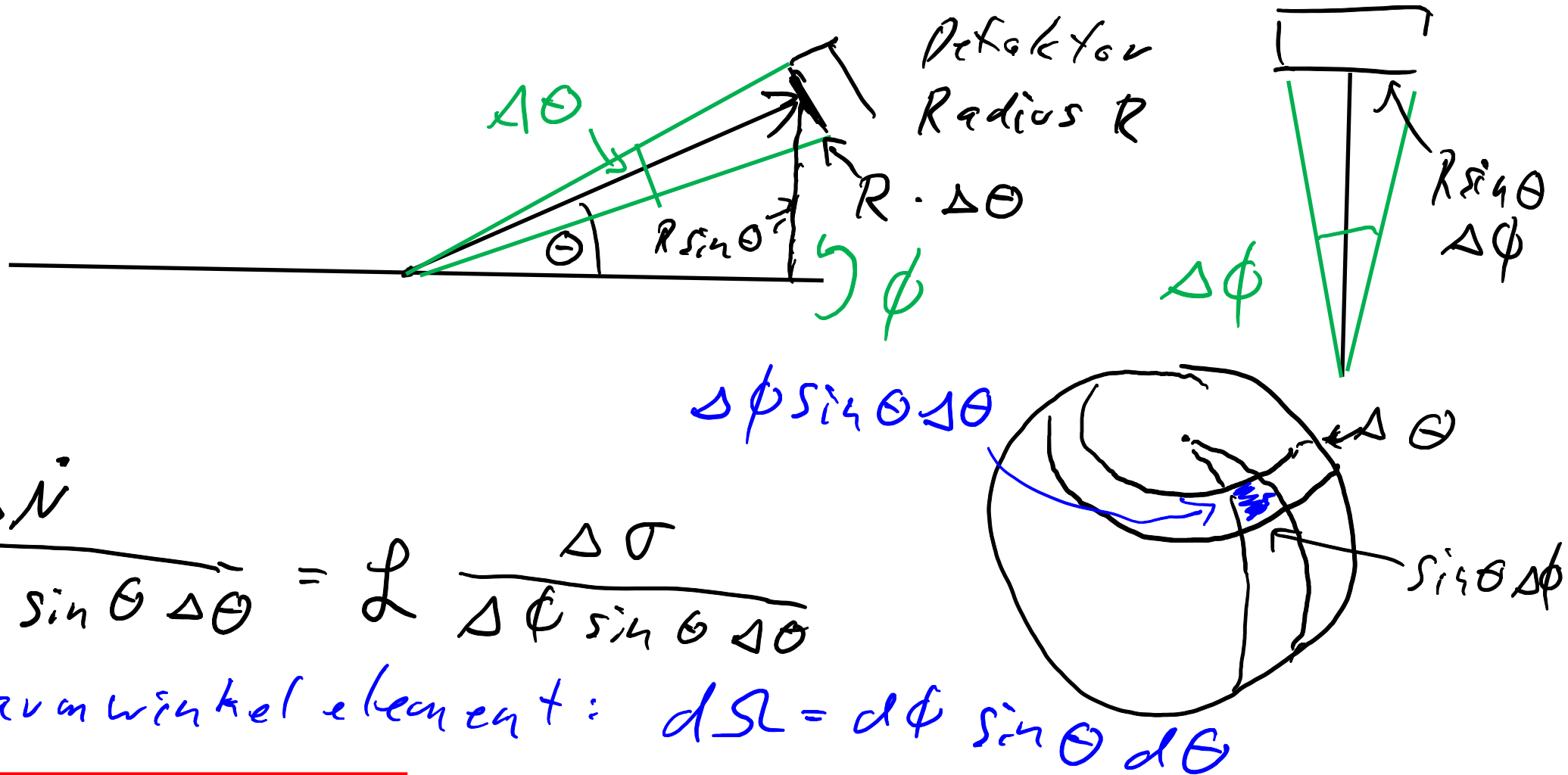
- Luminosität für Collider:  $\beta$ : # Strahlpakete

$$\mathcal{L} = \frac{N_1 N_2}{4\pi \sigma_x \sigma_y} \cdot f \cdot \beta$$

$N_{1,2}$ : # Teilchen pro Paket  
 $4\pi \sigma_x \sigma_y$ : Kollisionsfläche  
 $f$ : Umlauffrequenz



# differentiellen Wirkungsquerschnitt



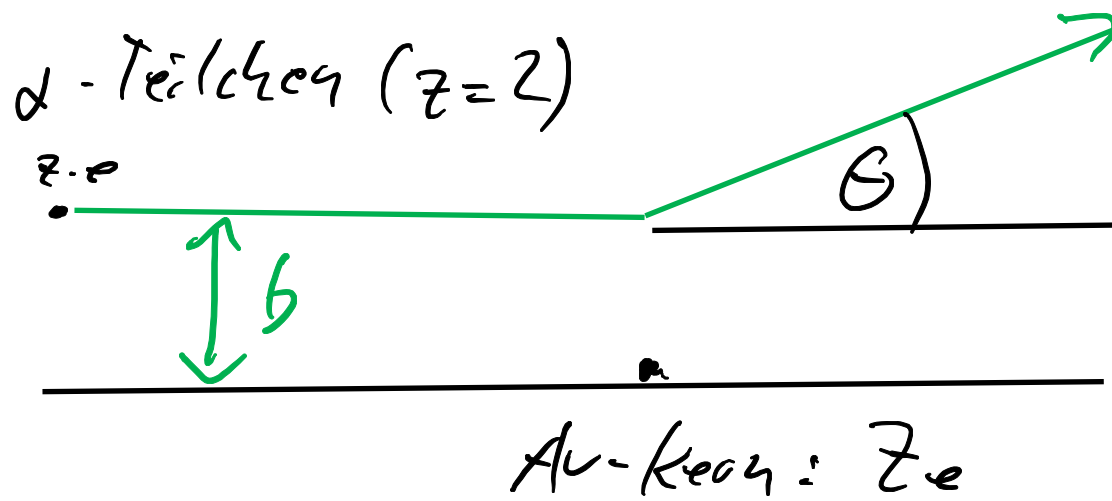
$$\frac{\Delta \dot{N}}{\Delta \phi \sin \Theta \Delta \Theta} = L \frac{\Delta \sigma}{\Delta \phi \sin \Theta \Delta \Theta}$$

Raumwinkel element:  $d\Omega = d\phi \sin \Theta d\Theta$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{L} \frac{d\dot{N}}{d\Omega}$$

differentieller Wirkungsquerschnitt pro Raumwinkel element

# 1.3 Rutherford - Streuung

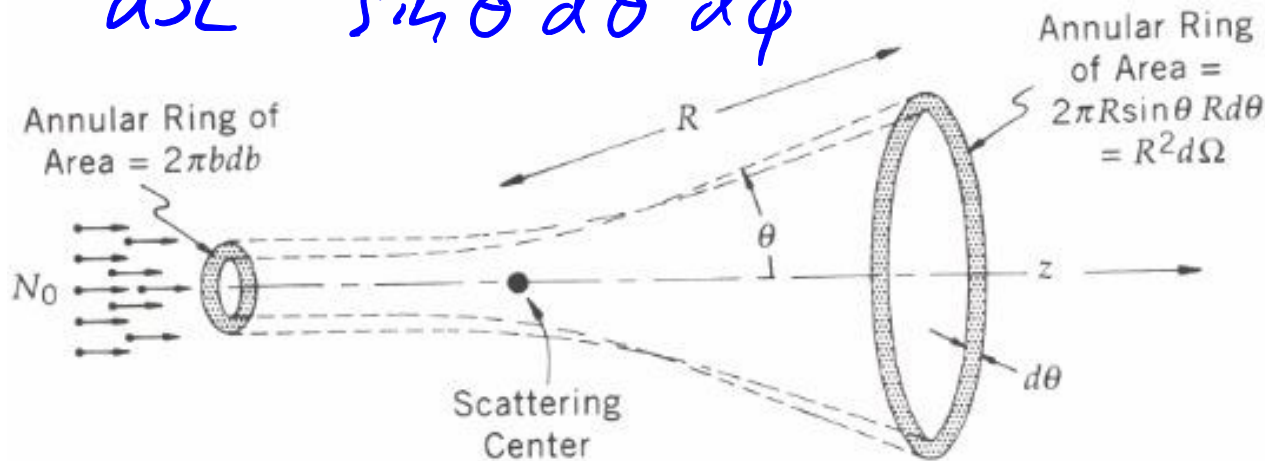


$b$ : Stoßparameter  
(Impact parameter)

klassische Herleitung:

$$b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{z \cdot Z \cdot e^2}{E_{kin}} \frac{1}{2 \tan \frac{\theta}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b db d\phi}{\sin\theta d\theta d\phi} = \frac{b}{\sin\theta} \frac{db}{d\theta}$$



$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} = \left(\frac{z \cdot Z e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4E_{\text{kin}}}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \frac{z^2 Z^2 e^4 (\hbar c)^2}{16 E_{\text{kin}}^2} \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

