10 Wärmeleitfähigkeit und spezifische Wärme

Ausgabe : Di, 9.1.2018 **Abgabe : Mo, 15.1.2018** Besprechung : Mo, 15.1.2018

Aufgabe 20 : Wärmeleitfähigkeit von Graphit

Zwischen ungefähr $2K$ und $20K$ zeigt Graphit in erster Näherung eine quadratische Temperaturabhängigkeit der thermischen Leitfähigkeit (siehe z.B. G.A. Slack, *Phys.Rev.* 127, 694 (1962)). Erklären Sie dies mit dem Debye-Modell. Die innere Energie ist gegeben durch:

$$E = \int_0^{\omega_D} \frac{\hbar\omega^2}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} d\omega.$$

Hinweis: $\int_0^\infty \frac{x^3 e^x}{(e^x-1)^2} dx = const$

Aufgabe 21 : Spezifische Wärme im Debye-Modell

Im Debye-Modell erhält man für die spezifische Wärme pro Mol:

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = \frac{9N_A \cdot k_B}{\omega_D^3} \int_0^{\omega_D} \frac{(\hbar\omega/k_B T)^2 e^{\hbar\omega/k_B T}}{(e^{\hbar\omega/k_B T} - 1)^2} \omega^2 d\omega$$

(Avogadrokonstante N_A, Boltzmannkonstante k_B sowie die Debyesche Grenzfrequenz ω_D). Für die eingeführte Debye-Temperatur Θ_D gilt $k_B \cdot \Theta_D = \hbar\omega_D$. Berechnen Sie das Integral und bestimmen $C_V(T)$,

a) für $T >> \Theta_D$
Hinweis: Entwickeln Sie die Exponentialfunktionen mit Hilfe von $\omega \leq \omega_D$.

b) für $T << \Theta_D$
Hinweis: Für $\omega > \omega_D$ wird die Besetzungswahrscheinlichkeit für Phononen verschwindend klein und die Integration kann ohne große Fehler bis $+\infty$ ausgedehnt werden. Verwenden Sie die Substitution $x = \frac{\hbar\omega}{k_B T}$ sowie das tabellierte Integral $\int_1^\infty \frac{ln^4 y}{(y-1)^2} dy = \frac{4}{15}\pi^4$.