1 Manipuler les nombres réels

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

3 On suppose que $\frac{1}{9}$ est un nombre décimal ; il existe un nombre a de $\mathbb{N}$ et un nombre n de $\mathbb{N}$ tels que $\frac{1}{9}=\frac{a}{10^n}$.

Cette égalité équivaut à $9a=10^n$.

Ainsi, il existe un nombre n de $\mathbb{N}$ tel que 10^n soit un multiple de 9.

Or, 10^n est 1 suivi de n zéros. La somme de ses chiffres est donc 1.

Ainsi, 10^n n'est pas un multiple de 9 ce qui contredit l'hypothèse de départ.

On en conclut que $\frac{1}{9}$ n'est pas un nombre décimal.

4 **a)** $\frac{11}{50}=\frac{11}{2\times5^2}$, donc $\frac{11}{50}\in\mathbb{D}$.

b) $\frac{85}{1500}=\frac{17}{300}=\frac{17}{3\times2^2\times5^2}$

Donc $\frac{85}{1500}\in\mathbb{Q}$.

c) π est un nombre irrationnel donc $\frac{\pi}{2}$ est un nombre irrationnel. Donc $\frac{\pi}{2}\in\mathbb{R}$.

d) $1-\sqrt{4}=1-2=-1$, donc $1-\sqrt{4}\in\mathbb{Z}$.

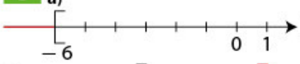
e) $\sqrt{5}$ est un nombre irrationnel donc $-\sqrt{5}$ est aussi irrationnel. On en déduit que $1-\sqrt{5}$ est un nombre irrationnel. Donc $1-\sqrt{5}\in\mathbb{R}$.

7 $t=3\text{ h }45\text{ min}=3{,}75\text{ h}$

$E=0{,}25\times10^{-2}\times3{,}75=0{,}009\,375$

$E\approx0{,}01\text{ kWh}$

8 **a)**



$]-\infty\,;-6[$

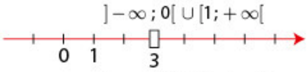
b)

$]3\,;\,7]$

c)

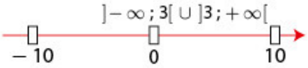
$]-\infty\,;0[\,\cup\,[1;+\infty[$

d)



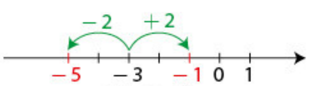
$]-\infty\,;3[\,\cup\,]3;+\infty[$

e)



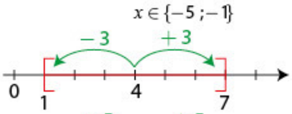
$]-\infty\,;-10[\,\cup\,]-10\,;\,0[\,\cup\,]0\,;\,10[\,\cup\,]10\,;\,+\infty[$

11 **a)**



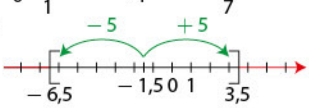
$x\in\{-5\,;-1\}$

b)



$x\in[1;7]$

c)



$x\in]-\infty\,;-6{,}5[\,\cup\,]3{,}5\,;\,+\infty[$

12 **a)** $\frac{-5+6}{2}=\frac{1}{2}$ et $6-\frac{1}{2}=\frac{11}{2}$

donc $\left|x-\frac{1}{2}\right|\leqslant\frac{11}{2}$.

b) $\frac{-5+0}{2}=-\frac{5}{2}$ et $0-\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{5}{2}$

donc $\left|x+\frac{5}{2}\right|>\frac{5}{2}$.

POUR SE TESTER

77 **1.** D **2.** B **3.** C **4.** C **5.** C **6.** C **7.** B

78 **1.** C, D **2.** B, C **3.** B, C **4.** A, B, C, D

79 **1. Vrai.** En effet, $\frac{63}{25}=\frac{252}{100}=2{,}52$.

2. Faux. En effet, l'amplitude de cet encadrement est : $3{,}62-3{,}60=2\times10^{-2}$.

3. Faux.

En effet, E est l'ensemble $]-\infty\,;4]\cup[4\,;\,+\infty[$.

4. Vrai.

En effet, $-3-2=-5$ et $-3+2=-1$.

S'ENTRAÎNER

86 $\sqrt{43}$ est la solution positive de l'équation $x^2-43=0$.

```
x ← 6
Tant que x² − 43 < 0
   x ← x + 0,00001
Fin Tant que
Afficher x − 0,00001 et x
```

89 **a)** Les 16 premiers chiffres de la partie décimale de π et du nombre rationnel p sont identiques.

b) p et π ont le même arrondi à 10^{-16}, à savoir 3,141 592 653 589 793.

93 **1. a)** $\sqrt{2}=\frac{p}{q}$ donc $(\sqrt{2})^2=\left(\frac{p}{q}\right)^2$ soit $2=\frac{p^2}{q^2}$.

Ainsi, $p^2=2q^2$.

b) p^2 est un nombre pair.

2. a)

p	0	1	2	3	4
p^2	0	1	4	9	6

p	5	6	7	8	9
p^2	5	6	9	4	1

b) p^2 étant pair, les derniers chiffres possibles pour p sont 0, 2, 4, 6 et 8.

3.

q	0	1	2	3	4
$2q^2$	0	2	8	8	2

q	5	6	7	8	9
$2q^2$	0	2	8	8	2

4. a) Par lecture des tableaux précédents, on constate que le chiffre des unités de p^2 et $2q^2$ ne peut être que 0.

On en déduit que le dernier chiffre de p est 0 et les derniers chiffres possibles pour q sont 0 ou 5.

5. b) Si le dernier chiffre de p est 0 et le dernier chiffre de q est 0 ou 5, alors p et q sont divisibles tous les deux par 5 donc, $\frac{p}{q}$ n'est pas irréductible.

D'où contradiction avec l'hypothèse de départ.

On en déduit que $\sqrt{2}$ est irrationnel.

98 **a)** $A\times B=2\times6\times10^3\times10^{-5}$

$A\times B=12\times10^{-2}=0{,}12$

Donc $A\times B\in\mathbb{D}$.

b) $\frac{A}{C}=-\frac{2}{11}\times\frac{10^3}{10^{-2}}=-\frac{2}{11}\times10^5$

$\frac{A}{C}=-\frac{200\,000}{11}$. Donc $\frac{A}{C}\in\mathbb{Q}$.

c) $\frac{A\times B}{C}=\frac{12\times10^{-2}}{-11\times10^{-2}}=-\frac{12}{11}$

Donc $\frac{A\times B}{C}\in\mathbb{Q}$.

106 **a)** • Il n'existe pas de nombre entier entre $\frac{99}{101}$ et $\frac{100}{101}$ car $0<\frac{99}{101}<1$ et $0<\frac{100}{101}<1$

• $\frac{99}{101}<0{,}99<\frac{100}{101}$: 0,99 est un nombre décimal non entier.

• $\frac{99}{101}<\frac{95\pi}{303}<\frac{100}{101}$: $\frac{95\pi}{303}$ est un nombre irrationnel.

b) • $-\sqrt{17}<-4<-\sqrt{15}$: -4 est un nombre entier relatif.

• $-\sqrt{17}<-3{,}9<-\sqrt{15}$: $-3{,}9$ est un nombre décimal, non entier.

• $-\sqrt{17}<-\sqrt{15{,}8}<-\sqrt{15}$: $-\sqrt{15{,}8}$ est un nombre irrationnel.

115 **a)**

On cherche les points M d'abscisse x tels que $AM\leqslant BM$. Ainsi, $x\in[2\,;+\infty[$.

b)

On cherche les points M d'abscisse x tels que $AM\leqslant BM$. Ainsi, $x\in]-\infty\,;-5{,}5]$.

118 **a) Vrai.** En effet, $a=\frac{p}{q}$ et $b=\frac{p'}{q'}$ avec p, p' entiers relatifs et q, q' entiers naturels non nuls.

$a+b=\frac{pq'+p'q}{qq'}$ donc $a+b\in\mathbb{Q}$.

b) Vrai. En effet, avec $a=-1{,}1$ et $b=-0{,}9$, $a+b=-2$ et $a+b\in\mathbb{Z}$.

QCM BILAN

133 **1.** D. En effet, $\frac{2-5\times8}{5+5\times2}=-\frac{38}{15}$; ce nombre est un rationnel non décimal.

2. B. En effet,

$(\sqrt{3}-\sqrt{7})(\sqrt{3}+\sqrt{7})=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{7})^2=3-7=-4.$

3. D. En effet, $\frac{223}{71}\approx3{,}140\,8$.

4. A. En effet, $2\pi x+5\pi=0$ équivaut à $x=-\frac{5}{2}$.

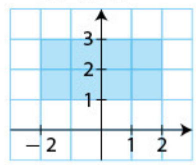
5. C. En effet, $I\cap J=[-1\,;0[$ et $(I\cap J)\cap K=]-0{,}5\,;0[$.

6. C. En effet, $I\cap K=[-15\,;2]$ et $(I\cap K)\cup J=[-0{,}5\,;\,+\infty[$.

7. B. En effet, $|x-1|\geqslant3$ équivaut à $x\leqslant1-3$ ou $x\geqslant1+3$

c'est-à-dire $x\in]-\infty\,;-2]$ ou $x\in[4\,;+\infty[$.

8. D. En effet, voici l'ensemble représenté.

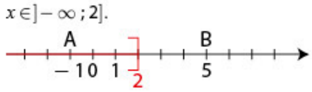


9. D. En effet, $1000a=238{,}238\,238\ldots$ et $1000a-238=a$.

Ainsi $999a=238$ et $a=\frac{238}{999}$.

10. D. En effet, on cherche les points M d'abscisse x tels que $MA\leqslant MB$.

Ainsi, $x\in]-\infty\,;2]$.



2 Utiliser le calcul littéral

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

3 **a)** $A = \dfrac{5^8 \times 5^{-6}}{5^3 \times 5^{-10}} = \dfrac{5^2}{5^{-7}} = 5^9$

b) $B = (2\times 5)^2 \times (5^2)^{-3} \times (2^2 \times 5)^4$

$B = 2^2 \times 5^2 \times 5^{-6} \times 2^8 \times 5^4 = 2^{10}$

c) $C = 75 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2} = 75 \times 2^2 = 300 = 3 \times 10^2$

d)

$D = 10^3 \times 5^{-6} \times 2^{-15} = 10^3 \times (5\times 2)^{-6} \times 2^{-9}$

$D = 10^{-3} \times 0{,}001\,953\,125$

$D = 10^{-3} \times 10^{-3} \times 1{,}953\,125$

$D = 1{,}953125 \times 10^{-6}$

4 **a)** $A = \sqrt{4} \times \sqrt{10} \times \dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\dfrac{4\times 10 \times 14}{5}}$

$= \sqrt{4\times 2 \times 14} = \sqrt{112}$

b) $B = \sqrt{162} = \sqrt{2\times 81} = \sqrt{2}\sqrt{81} = 9\sqrt{2}$

$C = \sqrt{1\,250} = \sqrt{2\times 625} = 25\sqrt{2}$

8 **a)** • $6y = 1 + 4x$, c'est-à-dire $y = \dfrac{1+4x}{6}$.

On peut aussi écrire $y = \dfrac{1}{6} + \dfrac{2}{3}x$.

• $4x = 6y - 1$, c'est-à-dire $x = \dfrac{6y-1}{4}$.

On peut aussi écrire $x = \dfrac{3}{2}y - \dfrac{1}{4}$.

b) $V = c^2 h$ c'est-à-dire $c^2 = \dfrac{V}{h}$ soit $c = \sqrt{\dfrac{V}{h}}$ car V et h sont positifs $(h \neq 0)$.

9 **a)** $V = x^2 + 6x + 9 - 4x^2 - 4x - 1$

$V = -3x^2 + 2x + 8$

b) $V = [(x+3)+(2x+1)][(x+3)-(2x+1)]$

$V = (3x+4)(-x+2)$

c) $C = 25x^2 + 10x + 1 - 4x^2 - 4x - 1$

$C = 21x^2 + 6x$

d) $C = 3x(7x+2)$

12 **a)** L'aire C correspond à l'aire du disque de rayon $r+3$, c'est-à-dire $\pi(r+3)^2$, à laquelle on enlève l'aire du disque de rayon r. On retrouve donc bien la formule donnée.

b) $C = \pi[(r+3)^2 - r^2]$

$C = \pi(r+3+r)(r+3-r)$

$C = 3\pi(2r+3)$

Pour $r = 1{,}5$, $C = 3\pi(2\times 1{,}5 + 3)$

$C = 3\pi \times 6 = 18\pi$

13 **1.** $R = \dfrac{5x-2}{3} - \dfrac{6}{x} = \dfrac{x(5x-2)}{3x} - \dfrac{18}{3x}$

$R = \dfrac{5x^2 - 2x - 18}{3x}$

2. a) $2k+2$ est le nombre pair qui suit $2k$.

b) $\dfrac{1}{2k} - \dfrac{1}{2k+2} = \dfrac{2k+2}{2k(2k+2)} - \dfrac{2k}{2k(2k+2)}$

$\dfrac{1}{2k} - \dfrac{1}{2k+2} = \dfrac{2k+2-2k}{2k(2k+2)} = \dfrac{2}{2k(2k+2)}$

Donc cette différence est bien le double de l'inverse du produit de $2k$ et $2k+2$.

POUR SE TESTER

78 **1.** D **2.** C **3.** C **4.** B **5.** C

79 **1.** C, D **2.** A, D **3.** A, B **4.** C, D **5.** A, C, D

80 **1. Faux.** En effet, si l'on triple les dimensions L et ℓ d'un rectangle, alors son aire $\mathscr{A}$ devient :

$\mathscr{A}' = (3L)\times(3\ell) = 9L \times \ell = 9\,\mathscr{A}$

2. Faux.

En effet, $2^0 + 2^0 = 1 + 1 = 2$ et $2^{0+0} = 2^0 = 1$.

3. Vrai. En effet,

$9^{5-n} \times 3^{2n-6} = 9^5 \times 9^{-n} \times (3^2)^n \times 3^{-6}$

$9^{5-n} \times 3^{2n-6} = 9^5 \times 9^{-n} \times 9^n \times 3^{-6} = 81$

4. Faux. En effet, pour $x = 0$,

$(3x-2)^2 = 4$ et $(2x-3)^2 = 9$.

5. Vrai. En effet,

$\dfrac{4x+10}{2x} = \dfrac{2(2x+5)}{2x} = \dfrac{2x+5}{x}$ et $2 + \dfrac{5}{x} = \dfrac{2x+5}{x}$.

S'ENTRAÎNER

86 **a)**

$n \leftarrow 0$
$Ep \leftarrow 0{,}2$
Tant que $Ep \leqslant 3{,}81 \times 10^{11}$
  $n \leftarrow n+1$
  $Ep \leftarrow Ep \times 2$
Fin Tant que

b)

```python
def Plis(hauteur):
    n=0
    Ep=0.2
    while Ep<=hauteur:
        n=n+1
        Ep=Ep*2
    return n
```

Cette fonction renvoie $n = 41$.

89 **1. b)** On conjecture que le triangle AEF est rectangle en E lorsque $x = 16$.

2. a) • D'après le théorème de Pythagore, dans le triangle ABF rectangle en B :

$AF^2 = BA^2 + BF^2 = 20^2 + 16{,}8^2 = 682{,}24$

• D'après le théorème de Pythagore, dans le triangle ECF rectangle en C :

$EF^2 = CE^2 + CF^2 = x^2 + 3{,}2^2 = x^2 + 10{,}24$

b) D'après le théorème de Pythagore, dans le triangle ADE rectangle en D :

$EA^2 = DE^2 + DA^2 = (20-x)^2 + 20^2$

c) Si $x = 16$,

alors $EF^2 = 16^2 + 10{,}24 = 266{,}24$

et $EA^2 = (20-16)^2 + 20^2 = 416$.

On constate que $AF^2 = EF^2 + AE^2$, donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AEF est rectangle en E.

Remarque : ce triangle est aussi rectangle en E lorsque $x = 4$.

94 **a)** $(a+b)^2 - (a-b)^2$ est égal à

$a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)$

c'est-à-dire $a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2$

Ainsi, $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

b) $(a+b)^2 = (a-b)^2$

équivaut à $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 0$

c'est-à-dire $4ab = 0$.

Autrement dit, $(a+b)^2 = (a-b)^2$ si, et seulement si, $a = 0$ ou $b = 0$.

106 **a)** Pour $x = -10$:

• algorithme 1 :

$A = -32$, $B = 12$ et $y = 880$;

• algorithme 2 :

$C = -80$, $D = -11$ et $y = 880$.

b) Pour tout nombre réel x,

• algorithme 1 : $y = (3x-2)^2 - (2-x)^2$;

• algorithme 2 : $y = 8x(x-1)$.

Or, pour tout nombre réel x,

$(3x-2)^2 - (2-x)^2$ est égal à

$9x^2 - 12x + 4 - 4 + 4x - x^2$

$(3x-2)^2 - (2-x)^2 = 8x^2 - 8x = 8x(x-1)$

Donc la conjecture est vraie.

110 **a) Faux.** En effet, si l'écartement x est triplé, alors l'énergie est :

$0{,}5k \times (3x)^2 = 0{,}5k \times 9x^2 = 9E$ et donc l'énergie est multipliée par 9.

b) **Faux.** En effet, si la raideur k est divisée par 2 et que l'écartement x est doublé, alors l'énergie est :

$0{,}5\dfrac{k}{2}(2x)^2 = 0{,}5k \times 4x^2 = 2E$ et elle est doublée.

c) **Vrai.** En effet, à l'écartement x fixe, l'énergie est bien proportionnelle à la raideur et un coefficient de proportionnalité est la valeur fixe $0{,}5x^2$.

114 **a)** • On note I le milieu du segment [CD].

• D'après le théorème de Pythagore, dans le triangle OIC rectangle en I :

$OC^2 = IO^2 + IC^2 = h^2 + (0{,}5x)^2$

soit $r^2 = h^2 + 0{,}25x^2$.

• D'après le théorème de Pythagore, dans le triangle OIB rectangle en I :

$OB^2 = IO^2 + IB^2 = h^2 + (1{,}5x)^2$

soit $R^2 = h^2 + 2{,}25x^2$.

b) L'aire de la couronne colorée est :

$\mathscr{A} = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(h^2 + 2{,}25x^2) - \pi(h^2 + 0{,}25x^2)$

$\mathscr{A} = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(h^2 + 2{,}25x^2) - \pi(h^2 + 0{,}25x^2)$

$\mathscr{A} = 2\pi x^2$

c) $x = \sqrt{\dfrac{\mathscr{A}}{4\pi}}$.

Pour $\mathscr{A} = 24{,}5\pi$, on obtient

$x = \sqrt{12{,}25} = 3{,}5$.

117 **a) Faux.** En effet, pour $x = 1$:

$(2x-3)^2 = (-1)^2 = 1$

et $4x^2 + 9 = 4 + 9 = 13$.

b) Vrai. En effet, pour $x = 0$:

$(2x-3)^2 = (-3)^2 = 9$

et $4x^2 + 9 = 0 + 9 = 9$.

c) Vrai. En effet, pour tout nombre réel x,

$\sqrt{x^4} = |x^2|$. Or, pour tout nombre réel x, $x^2 \geqslant 0$, donc $|x^2| = x^2$. Ainsi, pour tout nombre réel x, $\sqrt{x^4} = x^2$.

d) Vrai. En effet, pour $n = m = 1$,

$3^1 - 2^1 = 1$ et $6^{1-1} = 6^0 = 1$.

QCM BILAN

132 **1.** B. En effet, $4^{2+6n} = 4^2 \times (4^6)^n$

$4^{2+6n} = 16 \times (2^{12})^n$

2. A. En effet,

$12^{100} \times 1{,}5^{50} \times 6^{-149} = 2^{100} \times 6^{100} \times \dfrac{6^{50}}{4^{50}} \times 6^{-149}$

$12^{100} \times 1{,}5^{50} \times 6^{-149} = 2^{100} \times \dfrac{1}{2^{100}} \times 6 = 6$

3. C. En effet, $0{,}8^7 = 0{,}209\,715\,2$ donc $0{,}8^7 \geqslant 0{,}209$ et l'algorithme affiche $n = 8$.

4. C. En effet, $\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} = \sqrt{7 - 4\sqrt{7} + 4}$ c'est-à-dire :

$\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} = \sqrt{(\sqrt{7})^2 - 2\times 2\sqrt{7} + 2^2}$

$\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} = \sqrt{(\sqrt{7} - 2)^2}$

Or, $\sqrt{7} - 2 > 0$ donc $\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} = \sqrt{7} - 2$.

Remarque : on peut aussi développer $(\sqrt{7} - 2)^2$.

5. B. En effet, le carré de l'hypoténuse du triangle rectangle est $12 + 18$ soit 30, c'est l'aire du carré hachuré en rouge.

De plus, l'aire du triangle rectangle est :

$\dfrac{1}{2}\sqrt{12} \times \sqrt{18} = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} = 3\sqrt{6}$

Donc l'aire du domaine hachuré est $30 + 3\sqrt{6}$.

6. D. En effet, $V' = \dfrac{1}{3}\pi(\sqrt{2}r)^2 \times 0{,}5h$ soit

$V' = \dfrac{1}{3}\pi \times 2r^2 \times 0{,}5h = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = V$.

7. C. En effet, pour tout nombre réel x,

$(2x-3)^2 - 4(x+1)^2$ est égal à :

$4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 8x - 4$

$(2x-3)^2 - 4(x+1)^2 = 4x + 5$

8. D. En effet, pour tout nombre réel x,

$A=(6x-3)(2x+1)-(10x-5)^2$

$A=3(2x-1)(2x+1)-[5(2x-1)]^2$

$A=3(2x-1)(2x+1)-25(2x-1)^2$

$A=(2x-1)[3(2x+1)-25(2x-1)]$

$A=(2x-1)(6x+3-50x+25)$

$A=(2x-1)(-44x+28)$

9. D. En effet, pour tout nombre réel x,

$\frac{x^2}{4}+\frac{25}{9}-\frac{5x}{3}=\left(\frac{x}{2}\right)^2-2\times\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}x+\left(\frac{5}{3}\right)^2$

$\frac{x^2}{4}+\frac{25}{9}-\frac{5x}{3}=\left(\frac{x}{2}-\frac{5}{3}\right)^2=\left(\frac{1}{2}x-\frac{5}{3}\right)^2$

10. B. En effet, pour tout nombre réel $x>0$,

$\frac{5}{(x+1)^2}-\frac{3}{x^2}=\frac{5x^2-3(x+1)^2}{x^2(x+1)^2}=\frac{5x^2-3x-6x-3}{x^2(x^2+2x+1)}$

$\frac{5}{(x+1)^2}-\frac{3}{x^2}=\frac{5x^2-3x^2-6x-3}{x^2(x^2+2x+1)}$

$\frac{5}{(x+1)^2}-\frac{3}{x^2}=\frac{2x^2-6x-3}{x^4+2x^3+x^2}$

3 Divisibilité. Nombres premiers

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

3 1, 3, 5, 7, 9, 15, 21, 35, 45, 63, 105, 315

6 **a)** n est pair signifie qu'il existe un nombre k de $\mathbb{Z}$ tel que $n=2k$.

$B=2k(2\times 2k-3)=2k(4k-3)=2K$

avec $K=k(4k-3)$.

$K\in\mathbb{Z}$ donc B est un nombre pair.

b) n est impair signifie qu'il existe un nombre k de $\mathbb{Z}$ tel que $n=2k+1$.

$B=(2k+1)[2(2k+1)-3]=(2k+1)(4k-1)$

$B=8k^2-2k+4k-1=2(4k^2+k)-1=2K-1$

avec $K=4k^2+k$.

$K\in\mathbb{Z}$ donc B est un nombre impair.

10 **a)** $63\times 23=9\times 7\times 23=3^2\times 7\times 23$

b) $21^2\times 35^4=3^2\times 7^2\times 7^4\times 5^4=3^2\times 5^4\times 7^6$

11 $5\,096=2^3\times 7^2\times 13$

et $4\,004=2^2\times 7\times 11\times 13$.

Donc $M=\frac{2^3\times 7^2\times 13}{2^2\times 7\times 11\times 13}=\frac{2\times 7}{11}=\frac{14}{11}$.

M est un nombre rationnel non décimal parce que le dénominateur 11 n'est pas de la forme $2^m\times 5^p$.

POUR SE TESTER

79 **1.** D **2.** C **3.** A **4.** C **5.** B **6.** C

80 **1.** A, D **2.** A, D **3.** A, D **4.** B, C, D **5.** A, C, D

81 **1. Vrai.** En effet, $132=2^2\times 3\times 11$.

2. Faux. En effet, A admet 18 diviseurs :
1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 12, 14, 18, 21, 28, 36, 42, 63, 84, 126, 252

3. Vrai. En effet, $3^3\times 5^3\times 11=3\times 11\times A$ et $3^3\times 5^3\times 11=5\times 11\times B$.

4. Faux. En effet, $A=\frac{5^3\times 7^2}{5^2\times 7\times 11\times 13}=\frac{5\times 7}{11}$ soit $A=\frac{35}{11}$. Or, le dénominateur, 11, n'est pas de la forme $2^m\times 5^p$, donc A n'est pas un nombre décimal.

S'ENTRAÎNER

88 Ce programme affiche en plus les diviseurs d'un nombre non premier.

Pour $n=1001$, on obtient :

```
>>> Premier(1001)
d = 7
d = 11
d = 13
d = 77
d = 91
d = 143
"Ce nombre n'est pas premier"
```

91 Les nombres premiers sont 11 587, 10 331, 16 661.

97 **a)** Le nombre impair suivant $2n-1$ est $2n+1$.

b) $A=2n-1+2n+1+(2n-1)(2n+1)$

$A=4n+4n^2-1$

$A=4n^2+4n-1$

c)

n	1	2	3	4	5	6
A	7	23	47	79	119	167

L'affirmation de Marcel Pagnol est fausse parce que pour $n=5$,

$A=119=7\times 17$ et A n'est pas premier.

106 Les diviseurs de 56 sont :

-56, -28, -14, -8, -7, -4, -2, -1, 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56

Ainsi : $56=-56\times(-1)$ ou $56=-28\times(-2)$

ou $56=-14\times(-4)$ ou $56=-8\times(-7)$

ou $56=-1\times(-56)$ ou $56=-2\times(-28)$

ou $56=-4\times(-14)$ ou $56=-7\times(-8)$

ou $56=1\times 56$ ou $56=2\times 28$ ou $56=4\times 14$

ou $56=7\times 8$ ou $56=56\times 1$ ou $56=28\times 2$

ou $56=14\times 4$ ou $56=8\times 7$.

Il y a 16 couples $(a\,;b)$, avec a et b nombres de $\mathbb{Z}$, qui conviennent.

114 **a)** $324=2^2\times 3^4=(2\times 3^2)^2=18^2$

Donc 324 est le carré de 18.

b) $216=2^3\times 3^3=(2\times 3)^3=6^3$

Donc 216 est le cube de 6.

126 $\frac{168}{315}=\frac{8}{15}$

Une fraction égale à $\frac{168}{315}$ est de la forme $\frac{8k}{15k}$ avec $k\in\mathbb{Z}$.

La somme du numérateur et du dénominateur est $8k+15k=23k$.

$23k=8\,303$ lorsque $k=\frac{8\,303}{23}=361$.

La fraction égale à $\frac{168}{315}$ dont la somme des numérateur et dénominateur est 8 303 est $\frac{8\times 361}{15\times 361}$ c'est-à-dire $\frac{2\,888}{5\,415}$.

129 La réciproque est « Si a divise 23, alors pour tout nombre n de $\mathbb{Z}$, a divise $5n+4$ et $2n-3$. » Cette réciproque est fausse. En effet, on suppose que a divise 23, alors, pour $n=2$, 23 ne divise pas 14 (et ne divise pas 1).

QCM BILAN

145 **1.** C. En effet, 441 a 9 diviseurs : 1, 3, 7, 9, 21, 49, 63, 147, 441.

Et 48 a 10 diviseurs : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.

2. D. En effet, pour tout nombre k de $\mathbb{Z}$,

$(2k+1)^2-(2k-1)^2$ est égal à

$(2k+1+2k-1)(2k+1-2k+1)$

$(2k+1)^2-(2k-1)^2=4k\times 2=8k$

3. A. En effet, pour tout nombre k de $\mathbb{Z}$,

$M=(2k-2)^2+(2k)^2+(2k+2)^2$

$M=4k^2-8k+4+4k^2+4k^2+8k+4$

$M=12k^2+8=4(3k^2+2)$

4. C. En effet, pour un nombre n à quatre chiffres m (milliers, non nul), c (centaines), d (dizaines), u (unités) :

$n=1000\,m+100\,c+10\,d+u$

$n=25(40\,m+4\,c)+10\,d+u$

n est divisible par 25 si, et seulement si, le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 25. Ainsi, n est divisible par 25 si, et seulement si, il se termine par 00, 25, 50, 75.

Remarque : on procèderait de même pour un nombre à 5 chiffres, 6 chiffres, …

5. B. En effet, il y a 25 nombres premiers compris entre 1 et 100, donc la probabilité de choisir au hasard un nombre premier entre 1 et 100 est $\frac{25}{100}$, c'est-à-dire $\frac{1}{4}$.

6. C. En effet, $2^{12}\times 3^6=(2^4\times 3^2)^3$.

7. D. En effet, le plus grand diviseur commun à :

- 12 et 124 est 4 ;
- 28 et 94 est 2 ;
- 35 et 60 est 5 ;
- 48 et 72 est 24.

8. D. En effet, $286=2\times 11\times 13$ et $6\,873=3\times 29\times 79$ donc 286 et 6 873 n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

9. B. En effet, $1\text{ h }12\text{ min}=72\text{ min}$ et on cherche le plus petit multiple commun à 72 et 54.

$72=2^3\times 3^2$ et $54=2\times 3^3$, donc ce plus petit multiple commun est $2^3\times 3^3$ soit 216.

Les bus reviennent en même temps à la station 216 min plus tard, c'est-à-dire 3 h 36 min plus tard, soit à 9 h 36.

10. D. En effet, les diviseurs de 496 sont :

1, 2, 4, 8, 16, 35, 62, 124, 248, 496

Somme : $992=2\times 496$.

4 Équations et inéquations

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

3 $5(x-2)(2x+4)-(x^2-4)=0$

équivaut à $(x-2)[5(2x+4)-(x+2)]=0$

c'est-à-dire $(x-2)(9x+18)=0$,

soit $x=2$ ou $x=-2$.

$\mathcal{S}=\{-2\,;\,2\}$.

6 $x+2=0$ équivaut à $x=-2$.

On résout l'équation dans $\mathbb{R}-\{-2\}$.

Pour $x\neq -2$, $\frac{2x-1}{x+2}=5$

équivaut à $2x-1=5(x+2)$,

c'est-à-dire $2x-1=5x+10$, soit $-3x-11=0$.

Ainsi, $x=-\frac{11}{3}$ et $\mathcal{S}=\left\{-\frac{11}{3}\right\}$

10 **a)** Pour tout nombre réel x,

$A-B=x^2-2x+1=(x-1)^2$.

$(x-1)^2\geqslant 0$ donc $A\geqslant B$.

b) Pour tout nombre entier naturel n, les puissances de 3 et 5 sont strictement positives donc $C>0$ et $D>0$.

$\frac{C}{D}=\frac{5^{n+1}}{3^{n+2}}\times\frac{3^{n+1}}{5^n}=\frac{5}{3}$.

Or, $\frac{5}{3}>1$ donc $C>D$.

11 $-x-2=0$ équivaut à $x=-2$ donc on résout l'inéquation dans $\mathbb{R}-\{-2\}$.

De plus $3x+1=0$ équivaut à $x=-\frac{1}{3}$.

x	$-\infty$	-2		$-\frac{1}{3}$	$+\infty$
$3x+1$	$-$		$-$	0	$+$
$-x-2$	$+$	0	$-$		$-$
$\frac{3x+1}{-x-2}$	$-$	‖	$+$	0	$-$

$\mathcal{S}=\left]-\infty\,;-2\right[\cup\left[-\frac{1}{3}\,;+\infty\right[$.

15 $\frac{4}{x}$ n'existe que si $x \neq 0$. On résout l'inéquation dans $\mathbb{R}^*$.
Pour $x \neq 0$, l'inéquation est équivalente à $x - \frac{4}{x} \leqslant 0$, soit $\frac{x^2-4}{x} \leqslant 0$,
c'est-à-dire $\frac{(x-2)(x+2)}{x} \leqslant 0$.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{(x-2)(x+2)}{x}$		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	

$\mathcal{S} =]-\infty\,; -2] \cup]0\,; 2]$.

17 On note x la longueur AE avec $0 \leqslant x \leqslant 8$.
$\mathcal{A} = \frac{3}{2}x$ et $\mathcal{A}' = \frac{1}{2} \times 6(8-x) = 3(8-x)$.
$\mathcal{A} \leqslant \mathcal{A}'$ équivaut à $\frac{3}{2}x \leqslant 3(8-x)$, c'est-à-dire $\frac{3}{2}x + 3x \leqslant 24$, soit $\frac{9}{2}x \leqslant 24$.
Ainsi $x \leqslant \frac{16}{3}$.
$\mathcal{A} \leqslant \mathcal{A}'$ lorsque E occupe une position sur [AB] telle que $\text{AE} \leqslant \frac{16}{3}$.

POUR SE TESTER

74 **1.** C **2.** D **3.** B **4.** D

75 **1.** B, C, D **2.** A, C, D **3.** C **4.** A, B

76 **1. Faux.** En effet, résoudre l'équation $x^2 - 2x - 3 = 0$ nécessite des transformations d'écritures tandis que la forme factorisée permet de résoudre simplement une équation produit nul.
2. Vrai. En effet, $\text{E}(x) = 0$ équivaut à $(x-3)(x+1) = 0$, soit $x = 3$ ou $x = -1$.
3. Vrai. En effet, $\text{E}(x) = -4$ équivaut à $(x-1)^2 - 4 = -4$, soit $(x-1)^2 = 0$, c'est-à-dire $x = 1$.
4. Faux. En effet, $\text{E}(x) = -3$ équivaut à $x^2 - 2x - 3 = -3$, soit $x(x-2) = 0$.
Ainsi, l'équation admet deux solutions 0 et 2.

S'ENTRAÎNER

82 **a)** Case rouge : $212{,}44 + 0{,}061x$.
Case bleue : $a = b$. Case verte : $a < b$.
Case noire : Le fournisseur B est plus avantageux.
b) On résout l'inéquation :
$268{,}36 + 0{,}059x < 212{,}44 + 0{,}061x$,
c'est-à-dire $55{,}92 < 0{,}002x$ soit $x > 27\,960$.
Le fournisseur A est plus avantageux à partir de 27 960 kWh consommés.

84 **1. b)** On conjecture que lorsque a varie, la valeur maximum de l'aire du rectangle CEFG est égale à 4.
2. On note x la longueur EB avec $0 \leqslant x \leqslant 4$.
L'aire de CEFG est $\mathcal{A} = (4-x) \times x$.
La conjecture se traduit par $\mathcal{A} \leqslant 4$.
$(4-x) \times x \leqslant 4$ équivaut à $-x^2 + 4x - 4 \leqslant 0$, c'est-à-dire $(x-2)^2 \geqslant 0$. Cette inégalité est vraie pour tout nombre réel x de $[0\,; 4]$ donc la conjecture est démontrée.

87 **b)** On conjecture que lorsque x varie, le rectangle ABCD d'aire 36 et de périmètre minimum est un carré de côté 6.
c) On note x et y les dimensions (avec $x \geqslant 0$ et $y \geqslant 0$) d'un rectangle d'aire $\mathcal{A} = 36$ et on note $\mathcal{P}$ le périmètre de ce rectangle.
L'identité $(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$, valable pour tous nombres réels x et y, conduit à
$(2x+2y)^2 - (2x-2y)^2 = 16xy$,
c'est-à-dire $0{,}8^7 = 0{,}209\,715\,2$ donc la valeur minimum de $\mathcal{P}^2$ est $16\mathcal{A} = 576$. Ainsi, la valeur minimum de $\mathcal{P}$ est égale à $\sqrt{576} = 24$ et elle est atteinte pour $(2x-2y)^2 = 0$, c'est-à-dire $x = y$.
Comme $\mathcal{A} = 36$, il vient $x = 6$.
Les rectangles d'aire 36 et de périmètre minimum sont les carrés de côté 6.

95 **a)** Les dénominateurs $2x-1$ et $x+1$ s'annulent respectivement pour $x = \frac{1}{2}$ et $x = -1$.
On résout donc l'équation dans $\mathbb{R} - \left\{-1\,; \frac{1}{2}\right\}$.
b) Pour $x \neq \frac{1}{2}$ et $x \neq -1$, l'équation (**E**) équivaut à $(2x+1)(x+1) = (2x-1)(x+3)$: on utilise l'égalité des produits en croix.
c) L'équation (**E**) est équivalente à
$(2x+1)(x+1) - (x+3)(2x-1) = 0$,
soit $2x^2 + 3x + 1 - (2x^2 + 5x - 3) = 0$,
c'est-à-dire $-2x + 4 = 0$, ce qui équivaut à $x = 2$.
$\mathcal{S} = \{2\}$.

101 **a)**

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$(x-1)(x-3)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-2)(x-4)$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)(x-4)}$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	

b) $\mathcal{S} = [1\,; 2[\cup [3\,; 4[$

109 On note $n-2$, $n-1$, n, $n+1$ et $n+2$ les cinq nombres entiers naturels consécutifs cherchés avec $n \geqslant 2$.
Le problème posé se traduit par l'équation :
$(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 = (n+1)^2 + (n+2)^2$, qui est équivalente à $n^2 - 12n = 0$, soit $n(n-12) = 0$, c'est-à-dire $n = 0$ ou $n = 12$.
Comme $n \geqslant 2$, les cinq nombres entiers naturels sont 10, 11, 12, 13 et 14 et il n'y a que ces cinq possibilités.

112 **a)** L'implication est vraie car :
$$0^3 - 9 \times 0 = 0 \text{ et } 3^3 - 9 \times 3 = 0$$
Réciproque : si $x^3 - 9x = 0$, alors $x = 0$ ou $x = 3$.
Cette implication est fausse.
Contre-exemple : -3 est aussi solution de l'équation $x^3 - 9x = 0$.
b) L'implication est fausse.
Contre-exemple : $x = -4$.
Réciproque : si $x \geqslant 1$, alors $x^2 \geqslant 1$.
Cette implication est vraie. Il suffit de multiplier chaque membre de l'inégalité $x \geqslant 1$ par x qui est positif, on obtient $x^2 \geqslant x$ et donc $x^2 \geqslant 1$.
c) L'implication est fausse.
Contre-exemple : $x = 0{,}5$.
Réciproque : si $\frac{x-1}{-x+6} \geqslant 0$, alors $x \in [0\,; 8]$.
Cette implication est vraie car l'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{x-1}{-x+6} \geqslant 0$ est $[1\,; 6[$ et l'intervalle $[1\,; 6[$ est inclus dans l'intervalle $[0\,; 8[$.

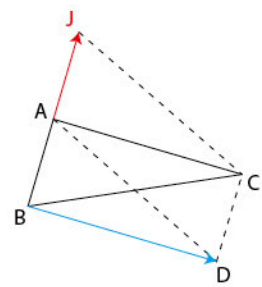
QCM BILAN

127 **1.** C. En effet, l'équation $x(x-3) = x(4x-1)$ est équivalente à $x(-3x-2) = 0$, soit $x = 0$ ou $x = -\frac{2}{3}$.
2. B. En effet, l'inéquation $(x-4)^2 \leqslant (2x+1)^2$ est équivalente à $(x-4)^2 - (2x+1)^2 \leqslant 0$, c'est-à-dire à $(3x-3)(-x-5) \leqslant 0$.
À l'aide d'un tableau de signes, on obtient $\mathcal{S} =]-\infty\,; -5] \cup [1\,; +\infty[$.
3. C. En effet, on résout l'équation dans $\mathbb{R} - \{3\}$ et l'équation $x + \frac{3x-8}{x-3} = 0$ est équivalente à $\frac{x^2-8}{x-3} = 0$, soit $x^2 = 8$, ce qui équivaut à $x = -2\sqrt{2}$ ou $x = 2\sqrt{2}$.
4. A. En effet, pour tout nombre réel x :
$$(x-3)^2 - 4 = x^2 - 6x + 5$$
5. B. En effet, l'inéquation $\frac{1}{x-2} < \frac{1}{2x-1}$ est équivalente à $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{2x-1} < 0$, soit $\frac{x+1}{(x-2)(2x-1)} < 0$.
6. B. En effet, l'équation :
$(x-3)(x+5) + x^2 - 6x + 9 = 0$ est équivalente à $(x-3)(2x+2) = 0$, soit $x = 3$ ou $x = -1$.
7. A. En effet, un carré est toujours strictement positif ou nul.
$(x-7)^2 = 0$ équivaut à $x = 7$.
8. D. En effet, l'équation $(x+1)^2 - 8 = k$ est équivalente à $(x+1)^2 = 8 + k$.
$k > -8$ équivaut à $8 + k > 0$ donc l'équation admet exactement deux solutions.
9. C. En effet, $3 \leqslant x \leqslant 8$ et $-5 \leqslant -y \leqslant -1$, donc $3 - 5 \leqslant x - y \leqslant 8 - 1$,
c'est-à-dire $-2 \leqslant x - y \leqslant 7$.
10. C. En effet, pour $x \neq -1$,
$\frac{x^2-4}{-3x-3} = \frac{(x-2)(x+2)}{-3x-3}$ et le tableau de signes de $\frac{(x-2)(x+2)}{-3x-3}$ correspond à celui de $\text{A}(x)$.

5 Vecteurs et opérations

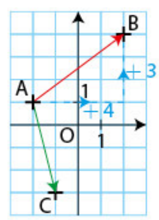
EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

3 **a)** On trace un triangle ABC puis on construit le point D tel que BDCA soit un parallélogramme.
Ainsi, $\overrightarrow{\text{BD}} = \overrightarrow{\text{AC}}$.



b) Le vecteur opposé à $\overrightarrow{\text{AB}}$ est $\overrightarrow{\text{BA}}$. On construit le point J tel que $\overrightarrow{\text{AJ}} = \overrightarrow{\text{BA}}$.
c) BDCA est un parallélogramme donc $\overrightarrow{\text{DC}} = \overrightarrow{\text{BA}}$.
Or $\overrightarrow{\text{BA}} = \overrightarrow{\text{AJ}}$ donc $\overrightarrow{\text{DC}} = \overrightarrow{\text{AJ}}$ et DCJA est un parallélogramme.

4 **a)** $\overrightarrow{\text{AB}}(4\,; 3)$
b) Voir ci-joint.
c) ABCD est un parallélogramme si, et seulement si, $\overrightarrow{\text{AC}} = \overrightarrow{\text{BD}}$.
On note $\text{D}(x\,; y)$,
alors $\overrightarrow{\text{BD}}(x-2\,; y-4)$
et $\overrightarrow{\text{AC}} = \overrightarrow{\text{BD}}$ équivaut à $x - 2 = 1$ et $y - 4 = -4$, soit $x = 3$ et $y = 0$.
Les coordonnées de D sont $(3\,; 0)$.



7 **1. a)** $\text{KA} = \sqrt{(6-5)^2 + (6{,}8-4)^2}$
$\text{KA} = \sqrt{1^2 + 2{,}8^2}$
$\text{KA} = \sqrt{8{,}84}$

b) Γ est le cercle de centre K, de rayon 3 et $KA\neq3$ donc le point A n'appartient pas au cercle Γ.

2. • $KB=\sqrt{0^2+3^2}=3$ donc $B\in\Gamma$.

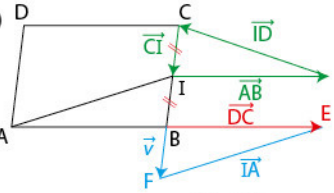
• $KC=\sqrt{2^2+5}=\sqrt{9}=3$ donc $C\in\Gamma$.

• $KD=\sqrt{(-7)^2+0^2}=7$ donc $D\notin\Gamma$.

3. $KE=\sqrt{0^2+(-3)^2}=3$ donc $E\in\Gamma$.

$BE=\sqrt{0^2+6^2}=6=2\times3$ donc $[BE]$ est un diamètre de G.

8 **1. a)**



On construit le point E tel que $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{DC}$ puis le point F tel que $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{IA}$.

Alors $\vec v=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{EF}$, donc d'après la relation de Chasles $\vec v=\overrightarrow{BF}$.

b) Il semble sur la figure que $\vec v=\overrightarrow{IB}$.

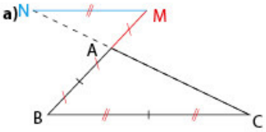
En effet, $\vec v=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{IA}$, or ABDC est un parallélogramme donc $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$, alors $\vec v=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}$ et d'après la relation de Chasles, $\vec v=\overrightarrow{IB}$.

2. Voir la figure précédente. Il semble que $\vec w=\vec 0$.

En effet, $\overrightarrow{ID}+\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{CD}$

et donc $\vec w=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB}=\vec 0$.

11 **a)**



b) D'après la relation de Chasles :

$\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AN}=-\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$

$\overrightarrow{AN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

c) Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires donc les points A, C, N sont alignés.

12 **a)** $\overrightarrow{AB}\ (2-(-2)\,;4-2)$, soit $(4\,;2)$.

$\overrightarrow{OD}$ a pour coordonnées $\left(7\,;\frac{7}{2}\right)$.

Le déterminant du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et du vecteur $\overrightarrow{OD}$ est : $4\times\frac{7}{2}-7\times2=14-14=0$.

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OD}$ sont colinéaires et les droites (AB) et (OD) sont parallèles.

b) $\overrightarrow{MN}$ a pour coordonnées $(1-3\,;0-1)$, soit $(-2\,;-1)$.

Le déterminant du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et du vecteur $\overrightarrow{MN}$ est : $4\times(-1)-(-2)\times2=-4+4=0$.

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires et les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

POUR SE TESTER

65 **1.** B **2.** C **3.** A **4.** C **5.** C

66 **1.** A, C **2.** B, C **3.** A, C **4.** C, D

67 **1. Vrai.** En effet, $\overrightarrow{AB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DC}$ donc $2\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{DC}$ et $2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{CD}=\vec 0$.

2. Faux. En effet, $\overrightarrow{AB}(5\,;2)$ et $\overrightarrow{CD}(15\,;7)$.
Or, $5\times7-15\times2\neq0$.

3. Faux. En effet, $\left\|\frac{1}{2}\vec u\right\|=\left|\frac{1}{2}\right|\times\|\vec u\|=\frac{1}{2}\|\vec u\|$

et $\left\|-\frac{1}{2}\vec u\right\|=\left|-\frac{1}{2}\right|\times\|\vec u\|=\frac{1}{2}\|\vec u\|$.

4. Vrai. En effet, $\overrightarrow{BC}=-5\overrightarrow{CA}$ donc $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=5\overrightarrow{AC}$ soit $-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=5\overrightarrow{AC}$ c'est-à-dire $\overrightarrow{AB}=-4\overrightarrow{AC}$.

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

S'ENTRAÎNER

73 **a)** L'algorithme calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}(a\,;b)$ et $\overrightarrow{CD}(c\,;d)$.

Le déterminant de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ est égal à $ad-bc$.
On complète l'algorithme ainsi :

Si $ad=cb$ alors
  Afficher " $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires"
  sinon
  Afficher " $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires"
Fin Si

Cet algorithme teste si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires ou non.

b) $a=-8$, $b=-2$, $c=4$, $d=1$

$ad=-8$ et $bc=-8$ donc $ad=bc$ et les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

76 **a)** $\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DQ}$

$\overrightarrow{MQ}=k\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}-k\overrightarrow{AD}$

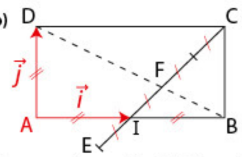
$\overrightarrow{MQ}=k\overrightarrow{BA}+(1-k)\overrightarrow{AD}$

b) $\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CP}=-k\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}+k\overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{NP}=(1-k)\overrightarrow{BC}+k\overrightarrow{CD}$

c) ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$. Alors $\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{NP}$ et on retrouve le fait que MNPQ est un parallélogramme.

79 **1. a) b)**



c) On conjecture que les points B, D, F sont alignés.

2. a) On pose $\vec i=\overrightarrow{AI}$ et $\vec j=\overrightarrow{AD}$, $(A\,;\vec i,\vec j)$ est un repère orthonormé du plan.

b) $A(0\,;0)$, $B(2\,;0)$, $C(2\,;1)$, $D(0\,;1)$, $I(1\,;0)$

$\overrightarrow{IE}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{IC}$, $\overrightarrow{IC}(1\,;1)$ donc $\overrightarrow{IE}=\left(-\frac{1}{3}\,;-\frac{1}{3}\right)$ et $E\left(\frac{2}{3}\,;-\frac{1}{3}\right)$.

$\overrightarrow{IF}=-\overrightarrow{IE}$ donc $\overrightarrow{IF}\left(\frac{1}{3}\,;\frac{1}{3}\right)$ et $F\left(\frac{4}{3}\,;-\frac{1}{3}\right)$.

c) On a alors :

$\overrightarrow{BD}(-2\,;1)$ et $\overrightarrow{BF}\left(-\frac{2}{3}\,;\frac{1}{3}\right)$ donc $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$.

$\overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires donc les points B, D, F sont alignés.

85 **a)** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$

b) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$

c) $\vec u=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{EB}$

$\vec u=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AA}=\vec 0$

91 **a)** $A(0\,;0)$, $B(1\,;0)$, $C(1\,;1)$, $D(0\,;1)$, $E\left(\frac{3}{2}\,;0\right)$, $F\left(\frac{3}{2}\,;2\right)$, $G(1\,;2)$, $I\left(0\,;\frac{1}{2}\right)$ et $J\left(1\,;\frac{3}{2}\right)$.

b) $IJ=\sqrt{1^2+\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{2}$

$JF=\sqrt{\left(\frac{3}{2}-1\right)^2+\left(2-\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{1}{2}}$

$JF=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$IF=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(2-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{9}{4}}=\sqrt{\frac{9}{2}}$

$IF=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

c) On remarque que $IJ+JF=IF$ donc le point J appartient au segment $[IJ]$.
Les points I, J, F sont alignés.

100 **a)** $\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{AC}$, c'est-à-dire

$\overrightarrow{AJ}-\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$, soit $\overrightarrow{BJ}=k\overrightarrow{AC}$.

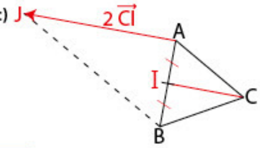
$\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BJ}$ sont colinéaires donc les droites (AC) et (BJ) sont parallèles.
Ainsi, J appartient à la droite passant par B et parallèle à la droite (AC).

b) $\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{AC}$, donc

$\overrightarrow{AJ}=2\overrightarrow{AI}+k(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IC})=(2+k)\overrightarrow{AI}+k\overrightarrow{IC}$

Pour $k=-2$, $\overrightarrow{AJ}=-2\overrightarrow{IC}$, $\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{IC}$ sont colinéaires donc les droites (AJ) et (IC) sont parallèles.

c)



102 **a) Vrai.** En effet, M est l'extrémité du représentant du vecteur $\vec u$ ayant pour origine le point A.

b) Faux. En effet, par exemple pour $k=-2$,
$\|-2\vec u\|=|-2|\times\|\vec u\|=2\|\vec u\|$,

donc $\|-2\vec u\|\neq-2\|\vec u\|$.

c) Vrai. En effet,

$\|-2\vec v\|=|-2|\|\vec v\|=2\|\vec v\|=-(-2)\|\vec v\|$.

d) Vrai. En effet, il s'agit de l'inégalité triangulaire sur les distances.

QCM BILAN

116 **1.** A. En effet,

$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE}=-\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ soit :

$\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BC}$.

$\overrightarrow{DF}=-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}$

Donc $\overrightarrow{DF}=-2\overrightarrow{DE}$.

$\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont colinéaires donc D, E, F sont alignés.

2. B. En effet, on note $N(x\,;y)$ alors $\overrightarrow{AN}(x-3\,;y)$ et $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}\left(-\frac{4}{3}\,;\frac{4}{3}\right)$, $\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ donc $x-3=-\frac{4}{3}$ et $y=\frac{4}{3}$, soit $N\left(\frac{5}{3}\,;\frac{4}{3}\right)$.

$\overrightarrow{OM}(5\,;4)$ donc $\overrightarrow{OM}=3\overrightarrow{ON}$.

$\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{ON}$ sont colinéaires donc O, M, N sont alignés.

3. D. En effet, le déterminant du vecteur $\vec u$ et du vecteur $\vec v$ est égal à :

$$9-\lambda^2=(3-\lambda)(3+\lambda).$$

$\vec u$ et $\vec v$ sont colinéaires si, et seulement si $(3-\lambda)(3+\lambda)=0$, c'est-à-dire $\lambda=3$ ou $\lambda=-3$.

4. C. En effet, $\overrightarrow{AB}(5\,;1)$ et $\overrightarrow{CD}(4\,;y-2)$.

Le déterminant de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{CD}$ est égal à :

$$5(y-2)-4=5y-14.$$

(AB) et (CD) sont parallèles si, et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, c'est-à-dire $5y-14=0$, soit $y=\dfrac{14}{5}$.

5. C. En effet, on note $K(0\,;y)$, alors $\overrightarrow{MK}(4\,;y)$. $\overrightarrow{MN}(7\,;2)$, le déterminant de $\overrightarrow{MK}$ et de $\overrightarrow{MN}$ est égal à $8-7y$. $\overrightarrow{MK}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires donc $8-7y=0$ et $K\left(0\,;\dfrac{8}{7}\right)$.

6. B. En effet, $\|\vec{u}\|^2=9+\lambda^2$ et $\|\vec{v}\|^2=4\lambda^2$.

$\|\vec{u}\|=\|\vec{v}\|$ équivaut à $9+\lambda^2=4\lambda^2$, soit $\lambda^2=3$, c'est-à-dire $\lambda=-\sqrt{3}$ ou $\lambda=\sqrt{3}$.

7. A. En effet, on note $A(2\,;y)$, alors $OA^2=4+y^2$.

A appartient à $\mathscr{C}$ donc $4+y^2=16$ soit $y^2=12$.

8. D. En effet,

$CA^2=(-7)^2+(-4)^2=49+16=65$

$CB^2=1^2+(-8)^2=1+64=65$.

Alors $CA=CB$ et C appartient à la médiatrice de [AB].

Le milieu de [AB] a pour coordonnées $(-1\,;-2)$ et le milieu de [AC] a pour coordonnées $\left(-\dfrac{3}{2}\,;2\right)$

9. B. En effet, $\overrightarrow{AB}(6\,;0{,}5)$ et $\overrightarrow{DC}(6\,;0{,}5)$, $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme.

$\overrightarrow{BC}(4\,;-4{,}5)$,

alors

$AB^2=6^2+0{,}5^2=36+0{,}25$

$AB^2=36{,}25$

et $BC^2=4^2+(-4{,}5)^2=16+20{,}25$

$BC^2=36{,}25$.

Donc $AB=BC$ et ABCD est un losange.

10. B. En effet, $OI_1=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$ donc O appartient à $\mathscr{C}_1$.

$OI_2=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$ donc O appartient à $\mathscr{C}_2$.

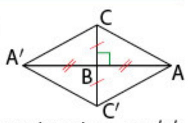
$I_1I_2=\sqrt{5^2+1^2}=\sqrt{26}$, $\sqrt{26}<\sqrt{5}+5$

c'est-à-dire $I_1I_2<\sqrt{5}+5$ (somme des rayons de $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$), ainsi $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ ont deux points communs

6 Configurations du plan

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

3 **a) b)** Par construction, B est le milieu de [AA′] et [CC′].

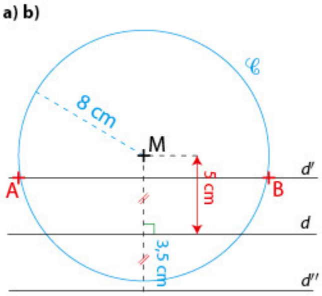


Ainsi, les diagonales de ACA′C′ se coupent en leur milieu, donc ACA′C′ est un parallélogramme.

De plus, ses diagonales sont perpendiculaires, donc ACA′C′ est un losange.

c) Lorsque $BA=BC$, les diagonales ont la même longueur, donc le losange ACA′C′ est un carré.

4 **a) b)**



Le cercle $\mathscr{C}$ de centre M et de rayon 8 cm est l'ensemble des points à 8 cm de M. Les droites d' et d'' parallèles à d et à 3,5 cm de d sont l'ensemble des points à 3,5 cm de d.

d' coupe $\mathscr{C}$ en deux points A et B.

7 **a)** Dans le triangle MPN rectangle en M :

$\cos(\widehat{MPN})=\dfrac{PM}{PN}$ c'est-à-dire $\cos(28°)=\dfrac{PM}{12}$.

Ainsi $PM=12\cos(28°)$ et $PM\approx10{,}6$ cm.

b) Dans le triangle PNR rectangle en R :

$$\cos(\widehat{PNR})=\dfrac{RN}{PN}=\dfrac{11{,}6}{12}.$$

Avec la calculatrice, $\widehat{PNR}\approx15°$.

8 $\cos^2(\widehat{ABC})+\sin^2(\widehat{ABC})=1$

$\sin^2(\widehat{ABC})=1-\cos^2(\widehat{ABC})=1-0{,}4^2=0{,}84$.

Ainsi, $\sin(\widehat{ABC})=\sqrt{0{,}84}$ soit $\sin(\widehat{ABC})\approx0{,}9$.

POUR SE TESTER

55 **1.** C **2.** B **3.** C **4.** A

56 **1.** A, B, D **2.** A, B, C, D **3.** A

57 **1. Faux.** En effet, dans le triangle SIA rectangle en I, $\tan(\widehat{ISA})=\dfrac{IA}{IS}$.

2. Vrai. En effet, dans le triangle SIA rectangle en I, $\sin(\widehat{ISA})=\dfrac{IA}{SA}$ c'est-à-dire $\sin(32°)=\dfrac{IA}{12}$. Ainsi $IA=12\sin(32°)$ et $IA\approx6{,}36$ cm.

3. Vrai. En effet, d'après le théorème de Pythagore dans le triangle IAB rectangle en I, $AB^2=IA^2+IB^2$ soit $AB^2=2IA^2$.

Ainsi, l'aire AB^2 du carré de base vaut environ $2\times6{,}36^2$ soit 80,9 cm², environ 81 cm².

4. Faux. En effet, dans le triangle SIA rectangle en I, $\cos(\widehat{ISA})=\dfrac{SI}{SA}$ soit $\cos(32°)=\dfrac{SI}{12}$.

Ainsi, $SI=12\cos(32°)$ et $SI\approx10{,}18$ cm.

Le volume V de la pyramide est :

$V\approx\dfrac{1}{3}\times81\text{ cm}^2\times10{,}18\text{ cm}$

soit $V\approx275\text{ cm}^3$.

S'ENTRAÎNER

64 **a)** $\sin(\widehat{BAC})=\dfrac{BC}{AB}$

c'est-à-dire $0{,}56=\dfrac{80}{AB}$

soit $AB=\dfrac{80}{0{,}56}$. Ainsi, $AB\approx142{,}9$ cm.

b) La variable renvoyée par la fonction représente la longueur de l'hypoténuse.

c) Voici l'affichage obtenu.

```
>>> H(0.56,80)
142.85714285714283
```

67 **1.** Il semble que $\widehat{ABE}=\widehat{BCI}$.

2. a) ABI et BIC sont deux triangles isocèles en I. En effet, I est le centre du rectangle ABCD et $IA=IB=IC=ID$.

b) Dans le triangle isocèle BIC, $\widehat{BCI}=\widehat{IBC}$.

$\widehat{IBC}+\widehat{ABI}=90°$ et $\widehat{ABI}+\widehat{ABE}=90°$ donc $\widehat{IBC}=\widehat{ABE}$ et par conséquent $\widehat{ABE}=\widehat{BCI}$.

72 d est une tangente à un cercle $\mathscr{C}$ de centre O.

On suppose que d coupe $\mathscr{C}$ en deux points A et B distincts.

En particulier, la droite (OA) est perpendiculaire à d en A, donc la distance de O à d est OA.

B est un point de d distinct de A, donc $OA<OB$.

Or, ceci est en contradiction avec le fait que A et B appartiennent à $\mathscr{C}$ c'est-à-dire que $OA=OB$.

Donc A et B sont confondus et d coupe $\mathscr{C}$ en un seul point.

75 Par la symétrie de centre I, l'image du cercle $\mathscr{C}$ est $\mathscr{C}'$, l'image de Δ est Δ et l'image de d est d.

A appartient à $\mathscr{C}$ et à d, donc son image par la symétrie de centre I appartient donc à $\mathscr{C}'$ et à d, c'est donc A′.

De façon analogue, l'image de B est B′.

Donc les segments [AA′] et [BB′] se coupent en leur milieu I et le quadrilatère ABA′B′ est un parallélogramme.

82 **a)** $G(0\,;0)$, $I(1\,;0)$, $C(0\,;1)$, $B(0\,;-1)$, $F(2\,;0)$, $E(2\,;-1)$, $A(-1\,;-1)$, $D(-1\,;1)$, $H(2\,;1)$, $L(0\,;2)$, $K(2\,;2)$, $J\left(0\,;\dfrac{3}{2}\right)$, $M\left(-\dfrac{1}{2}\,;0\right)$, $N\left(1\,;-\dfrac{1}{2}\right)$.

b) $MN^2=\left(1+\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{5}{2}$

$MJ^2=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{5}{2}$

$JN^2=1^2+\left(-\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}\right)^2=5$

$MN^2+MJ^2=\dfrac{5}{2}+\dfrac{5}{2}=5=JN^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle JMN est rectangle en M.

De plus $MN=MJ$, donc JMN est un triangle rectangle isocèle en M.

c) Aire de JMN : $\dfrac{1}{2}\times MN\times MJ=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5}{2}=\dfrac{5}{4}$.

Périmètre de JMN :

$\sqrt{\dfrac{5}{2}}+\sqrt{\dfrac{5}{2}}+\sqrt{5}=2\sqrt{\dfrac{5}{2}}+\sqrt{5}$.

86 Dans le triangle ATU rectangle en T :

$$\tan(\widehat{TAU})=\dfrac{UT}{AT}=\dfrac{8}{13}$$

Dans le triangle FEU rectangle en E :

$$\tan(\widehat{FUE})=\dfrac{FE}{EU}=\dfrac{5}{8}$$

Or, à la calculatrice, on obtient :

$\widehat{TAU}\approx31{,}6°$ et $\widehat{FUE}\approx32°$

Donc $\widehat{TAU}\neq\widehat{FUE}$ donc les points A, U, F ne sont pas alignés.

Donc le trajet $F-U-A$ n'est pas le plus court, c'est en fait le trajet en ligne droite $F-A$.

88 **1. a)** La contraposée est :

« Si $AB^2+AC^2\neq BC^2$, alors le triangle ABC n'est pas rectangle en A. »

b) Cette contraposée peut être utilisée pour démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle.

2. a) La contraposée est : « Si $\dfrac{AM}{AB}\neq\dfrac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles. »

b) Cette contraposée peut être utilisée pour démontrer que deux droites ne sont pas parallèles.

QCM BILAN

101 **1.** B. En effet, dans le rectangle MNPQ, les diagonales ont même longueur, donc en particulier $JN=JP$. De plus, O est le milieu de [PN] donc (JO) est la médiatrice du côté [PN].

2. D. En effet, les diagonales [AB] et [PN] se coupent en leur milieu O donc ANBP est un parallélogramme.

3. C. En effet, dans le triangle MNP rectangle en N,

$\tan(\widehat{MPN})=\dfrac{MN}{PN}=\dfrac{2}{5}$.

Avec la calculatrice, $\widehat{MPN}\approx22°$.

4. C. En effet, 64° et 26° sont les mesures de deux angles complémentaires. Dans le triangle rectangle ci-contre :

$\cos(26°) = \cos(\widehat{EFG}) = \dfrac{EF}{FG}$

et $\sin(64°) = \sin(\widehat{EGF}) = \dfrac{EF}{FG}$.

Donc $\cos(26°) = \sin(64°)$.

5. D. En effet, $\sin^2(\widehat{EFG}) = 1 - \cos^2(\widehat{EFG})$

soit $\sin^2(\widehat{EFG}) = 1 - 0{,}3^2 = 0{,}91$.

Donc $\sin(\widehat{EFG}) = \sqrt{0{,}91}$.

6. A. En effet, $\tan(\widehat{EFG}) = \dfrac{EG}{EF} = \dfrac{\frac{EG}{FG}}{\frac{EF}{FG}}$

donc $\tan(\widehat{EFG}) = \dfrac{\sin(\widehat{EFG})}{\cos(\widehat{EFG})} = \dfrac{\sqrt{0{,}91}}{0{,}3}$

soit $\tan(\widehat{EFG}) = \dfrac{\sqrt{0{,}01 \times 91}}{3 \times 0{,}1} = \dfrac{0{,}1\sqrt{91}}{3 \times 0{,}1} = \dfrac{\sqrt{91}}{3}$.

7. B. En effet, $\cos(\widehat{EFG}) = \dfrac{EF}{FG}$ c'est-à-dire $0{,}3 = \dfrac{EF}{a}$ soit $EF = 0{,}3a$.

8. B. En effet, $\dfrac{AM}{AC} = \dfrac{3{,}6}{4{,}8} = 0{,}75$

et $\dfrac{AN}{AB} = \dfrac{3}{4} = 0{,}75$.

De plus, les points A, M, C d'une part et les points A, N, B sont alignés dans le même ordre, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles. Ainsi, les droites (MN) et (AB) sont perpendiculaires et le triangle AMN est rectangle en N.

9. C. En effet, $\widehat{HNM}$ est le complémentaire de l'angle $\widehat{ANH}$. Or, il en est de même de $\widehat{MAN}$, donc $\widehat{HNM} = \widehat{MAN}$.

Dans le triangle AMN rectangle en N,

$\cos(\widehat{MAN}) = \dfrac{AN}{AM} = \dfrac{3}{3{,}6}$ et avec la calculatrice $\widehat{MAN} \approx 33{,}6°$. Donc $\widehat{HNM} \approx 33{,}6°$.

10. B. En effet, puisque le triangle AMN est rectangle en N (voir réponse à la question 8), d'après le théorème de Pythagore :

$AM^2 = AN^2 + MN^2$ donc $MN^2 = AM^2 - AN^2$

soit $MN^2 = 3{,}6^2 - 3^2 = 3{,}96$ et $MN \approx 2$ cm.

7 Équations de droites

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

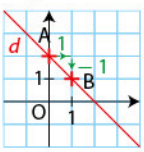
3 a) $\vec{u}(-3\,;2)$ est un vecteur directeur de la droite d_1.

$\vec{u_1}\left(1\,;-\dfrac{2}{3}\right)$ est un autre vecteur directeur de la droite d_1 et la pente de d_1 est donc $-\dfrac{2}{3}$.

b) $\vec{u}(1\,;3)$ est un vecteur directeur de d_2.

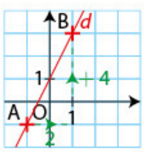
La pente de d_2 est 3.

5 a)



$\vec{u}(1\,;-1)$ est un vecteur directeur de d.
La pente de d est -1.

b)



$\vec{u}(2\,;4)$ ou $\vec{u_1}(1\,;2)$ est un vecteur directeur de d.
La pente de d est 2.

8 $\vec{u}(3\,;7)$ est un vecteur directeur de d donc une équation cartésienne de d est de la forme $7x - 3y + c = 0$.

Or, $A(-2\,;-4)$ appartient à d, donc $7(-1) - 3(-4) + c = 0$ soit $c = 2$.

Une équation cartésienne de d est $7x - 3y + 2 = 0$.

11 L'équation réduite de d est de la forme $y = \dfrac{3}{2}x + p$.

Or, $A(-2\,;-4)$ appartient à d, donc $-4 = \dfrac{3}{2}(-2) + p$ soit $p = -1$.

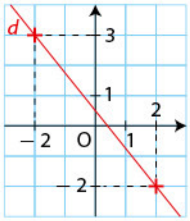
L'équation réduite de d est $y = \dfrac{3}{2}x - 1$.

16 Un vecteur directeur de la droite (AB) est $\overrightarrow{AB}(4\,;3)$, donc une équation cartésienne de la droite (AB) est $3x - 4y + c = 0$.

Or, $B(1\,;1)$ appartient à la droite (AB), donc $3 \times 1 - 4 \times 1 + c = 0$ soit $c = 1$.

Une équation de la droite (AB) est $3x - 4y + 1 = 0$.

19



25 a) Les pentes de d_1 et d_2 sont respectivement $m_1 = \dfrac{3}{4}$ et $m_2 = \dfrac{4}{3}$.

$m_1 \neq m_2$ donc d_1 et d_2 sont sécantes.

b) Des vecteurs directeurs de d_3 et d_4 sont respectivement $\vec{u_3}(-6\,;3)$ et $\vec{u_4}(-8\,;-4)$.

Le déterminant du vecteur $\vec{u_3}$ et du vecteur $\vec{u_4}$ est non nul : $-6(-4) - (-8) \times 3 = 48$, donc les droites d_3 et d_4 sont sécantes.

c) Des vecteurs directeurs de d_5 et d_6 sont respectivement $\vec{u_5}\left(-\dfrac{1}{2}\,;\dfrac{2}{3}\right)$ et $\vec{u_6}(-6\,;8)$.

Le déterminant du vecteur $\vec{u_5}$ et du vecteur $\vec{u_6}$ est nul : $-\dfrac{1}{2} \times 8 - (-6) \times \dfrac{2}{3} = 0$, donc les droites d_5 et d_6 sont parallèles.

26 Le couple de coordonnées $(x\,;y)$ du point d'intersection de d_1 et d_2 est solution du système $(S)\begin{cases} 2x - 2y = 0 \\ -4x + 9y + 15 = 0 \end{cases}$.

D'après la 1re équation, $y = x$.

En substituant y par x dans la 2e équation, on obtient $-4x + 9x + 15 = 0$ c'est-à-dire $x = -3$.

On remplace x par -3 dans l'équation $y = x$ et on obtient $y = -3$.

Le point d'intersection de d_1 et d_2 est donc le point $M(-3\,;-3)$.

POUR SE TESTER

108 1. D 2. C 3. B 4. C 5. B

109 1. A, B, D 2. A, B, D 3. A 4. B

110 1. **Vrai**. En effet, $3 \times 10 - 2 \times 9 - 12 = 0$.

2. **Faux**. En effet, (10 ; 9) n'est pas solution de la 2e équation de (S) : $2 \times 10 - 7 \times 9 + 26 = -17$.

3. **Faux**. En effet, $3(-7) - 2(-2) = -17$ et $-17 \neq 0$.

4. **Vrai**. En effet, pour $x = 8$, la 1re équation permet d'obtenir $y = 6$. On constate que le couple (8 ; 6) est solution de la 2e équation : $2 \times 8 - 7 \times 6 + 26 = 0$. Or, (S) a un seul couple solution, c'est donc le couple (8 ; 6).

5. **Vrai**. En effet, ces droites sont sécantes au point M(8 ; 6) dont les coordonnées sont la solution de (S).

S'ENTRAÎNER

117 a) Case rouge : A[0]×B[1] − B[0]×A[1]

Case verte : "Les vecteurs ne sont pas colinéaires"

b)
```
def Colineaire(A,B):
    d=A[0]*B[1]-B[0]*A[1]
    if d==0:
        a="Les vecteurs sont colinéaires"
    else:
        a="Les vecteurs ne sont pas colinéaires"
    return a
```

On obtient successivement les affichages :
- "Les vecteurs ne sont pas colinéaires"
- "Les vecteurs sont colinéaires"

120 a) $(S)\begin{cases} 2x - 3y + 5 = 0 \\ -5x + 7{,}5y = 12{,}5 \end{cases}$

b) $ab' - a'b = 2 \times 7{,}5 - (-5)(-3)$

$ab' - a'b = 15 - 15 = 0$

Donc le système a une infinité de couples solutions ou aucun couple solution.

c) On vérifie que les couples $\left(\dfrac{3}{2}y - \dfrac{5}{2}\,;y\right)$ sont solutions de (S) pour tout nombre réel y.

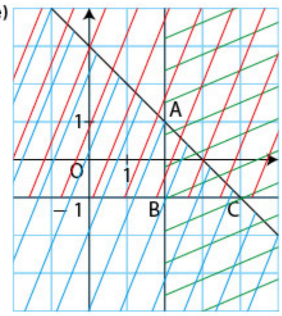
- $2\left(\dfrac{3}{2}y - \dfrac{5}{2}\right) - 3y + 5 = 3y - 5 - 3y + 5 = 0$
- $-5\left(\dfrac{3}{2}y - \dfrac{5}{2}\right) + 7{,}5y = 12{,}5$

123 Des vecteurs directeurs de d et d' sont respectivement $\vec{u}(-b\,;a)$ et $\vec{u'}(-b'\,;a')$.

d et d' sont parallèles si, et seulement si, $\vec{u}$ et $\vec{u'}$ sont colinéaires, c'est-à-dire :

$-b \times a' - (-b') \times a = 0$ soit $ab' = a'b$.

129 a) b) c) e)



d) $0 + 0 - 3 = -3$ et $-3 < 0$ donc les coordonnées de l'origine O du repère vérifient $x + y - 3 < 0$.

f) L'ensemble des points dont les coordonnées vérifient ces trois inéquations est l'intérieur du domaine délimité par le triangle ABC avec A(2 ; 1), B(2 ; −1) et C(4 ; −1).

136 a) On note x le nombre de lots A et y le nombre de lots B. Pour épuiser le stock de torchons, il faut que $9x + 2y = 3\,200$. Pour épuiser le stock de serviettes, il faut que $6x + 12y = 4\,800$. Le couple $(x\,;y)$ doit être solution du système :

$$\begin{cases} 9x + 2y = 3\,200 \\ 6x + 12y = 4\,800 \end{cases}$$

En multipliant la première équation par 6, on obtient $54x + 12y = 19\,200$. En soustrayant alors la deuxième équation, on obtient $48x = 14\,400$, soit $x = 300$.

En substituant x par 300 dans la première équation, on obtient $9 \times 300 + 2y = 3\,200$, soit $y = 250$. Il faut donc vendre 300 lots A et 250 lots B.

b) 300 × 20 € + 250 × 15 € = 9 750 €

Le chiffre d'affaires total est 9 750 €.

138 **a)** • L'implication est vraie.
En effet, l'équation $y=3x+0{,}5$ équivaut à l'équation $6x-2y+1=0$.

• Réciproque : si $(a\,;b)$ vérifie l'équation $6x-2y+1=0$, alors $A(a\,;b)$ appartient à la droite d'équation $y=3x+0{,}5$.
Cette réciproque est vraie. En effet, si $6a-2b+1=0$, alors $b=\dfrac{6a+1}{2}=3a+0{,}5$
donc $A(a\,;b)$ appartient à la droite d'équation $y=3x+0{,}5$.

b) • L'implication est vraie. En effet, si un point $M(a\,;b)$ appartient à la droite d'équation $x+y=0$, alors $2(a+b)=0$, et donc $2a+2b=0$, ce qui signifie que le point $N(2a\,;2b)$ appartient aussi à la droite.

• Réciproque : si $N(2a\,;2b)$ appartient à la droite d'équation $x+y=0$, alors $M(a\,;b)$ appartient aussi à cette droite.
Cette réciproque est vraie. En effet, si $2a+2b=0$, alors $a+b=0$ et le point $M(a\,;b)$ appartient à la droite d'équation $x+y=0$.

c) • L'implication est vraie. En effet, si un point $M(a\,;b)$ appartient à la droite d'équation $x-y+2=0$, alors $(x+1)-(y+1)+2=0$, ce qui signifie que le point $N(a+1\,;b+1)$ appartient aussi à la droite.

• Réciproque : si $N(a+1\,;b+1)$ appartient à la droite d'équation $x-y+2=0$, alors le point $M(a\,;b)$ appartient à cette droite.
Cette réciproque est vraie. En effet, si $a+1-(b+1)+2=0$ alors $a-b+2=0$ et le point $M(a\,;b)$ appartient à la droite d'équation $x-y+2=0$.

d) • L'implication est vraie. En effet, quels que soient a et b non nuls, le couple $(0\,;0)$ vérifie l'équation $ax+by=0$.

• Réciproque : si une droite d passe par l'origine d'un repère orthonormé, alors d admet une équation de la forme $ax+by=0$ avec $a\neq 0$ ou $b\neq 0$.
Cette réciproque est vraie. En effet, une équation de d est la forme $ax+by+c=0$ avec $a\neq 0$ ou $b\neq 0$.
Si d passe par l'origine du repère, alors $a\times 0+b\times 0+c=0$ c'est-à-dire $c=0$ et donc d admet une équation de la forme $ax+by=0$.

QCM BILAN

148 **1.** D. En effet, $\overrightarrow{AC}\left(-\dfrac{1}{2}\,;-3\right)$ est un vecteur directeur de la droite (AC) ; elle admet une équation de la forme $-3x+\dfrac{1}{2}y+c=0$. Or, $A(1\,;2)$ appartient à (AC) donc $-3+1+c=0$ soit $c=2$.

Une équation de (AC) est donc $-3x+\dfrac{1}{2}y+2=0$ c'est-à-dire $y=6x-4$.

2. A. En effet, $\overrightarrow{AB}(2\,;5)$ et $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$, donc $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (AB).

3. D. En effet, $\overrightarrow{AD}\left(\dfrac{3}{2}\,;2\right)$ et $2\overrightarrow{AD}(3\,;4)$ sont des vecteurs directeurs de (AD). Or, $2\vec{u}-\vec{v}(3\,;4)$ donc $2\vec{u}-\vec{v}$ est un vecteur directeur de (AD).

4. D. En effet, $\overrightarrow{EF}(4\,;-8)$ donc une équation de (EF) est de la forme $-8x-4y+c=0$.
Or, $E(1\,;7)$ appartient à (EF) donc $-8-28+c=0$ soit $c=36$.
Une équation de (EF) est $-8x-4y+36=0$ c'est-à-dire $2x+y-9=0$.
Or, $D\in(EF)$ car $2\times\dfrac{5}{2}+4-9=0$.

5. B. En effet $\overrightarrow{BC}\left(-\dfrac{5}{2}\,;-8\right)$ donc une équation de (BC) est de la forme :
$$-8x+\frac{5}{2}y+c=0.$$
Or, $B(3\,;7)$ appartient à (BC)
donc $-24+\dfrac{35}{2}+c=0$ soit $c=\dfrac{13}{2}$.
Une équation de (BC) est :
$$-8x+\frac{5}{2}y+\frac{13}{2}=0.$$
$D\left(\dfrac{5}{2}\,;4\right)$ n'appartient pas à (BC)
car $-8\times\dfrac{5}{2}+\dfrac{5}{2}\times 4+\dfrac{13}{2}=-\dfrac{7}{2}$ et $-\dfrac{7}{2}\neq 0$.

6. B. En effet, $A(1\,;2)$ et $E(1\,;7)$ donc la droite (AE) a pour équation $x=1$ et est parallèle à l'axe des ordonnées.

7. B. En effet, $\overrightarrow{AC}\left(-\dfrac{1}{2}\,;-3\right)$ et $\overrightarrow{BD}\left(-\dfrac{1}{2}\,;-3\right)$
donc les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

8. A. En effet, $\overrightarrow{AB}(2\,;5)$ et $\overrightarrow{CD}(2\,;5)$ donc $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ et ABDC est un parallélogramme.

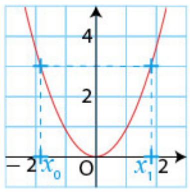
9. A. En effet, (AE) est parallèle à l'axe des ordonnées et (EB) est parallèle à l'axe des abscisses, donc ces droites sont perpendiculaires.

10. C. En effet,
$$HD=\sqrt{\left(4-\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}-4\right)^2}=\sqrt{\frac{29}{2}}$$
$$\text{et } HC=\sqrt{\left(4-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}+1\right)^2}=\sqrt{\frac{29}{2}}$$
$HD=HC$ donc H appartient à la médiatrice de $[CD]$.

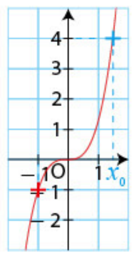
8 Fonctions de référence

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

3 **a)** On lit graphiquement ci-contre que l'équation $x^2=3$ a deux solutions :
$x_0\approx -1{,}8$ et $x_1\approx 1{,}8$.
b) $x^2=3$ si, et seulement si, $x=-\sqrt{3}$ ou $x=\sqrt{3}$.



6 On lit ci-contre que les solutions de l'inéquation :
a) $x^3>4$ sont les nombres de l'intervalle $]x_0\,;+\infty[$ avec $x_0\approx 1{,}6$;
b) $x^3\leqslant -1$ sont les nombres de l'intervalle $]-\infty\,;-1]$.



POUR SE TESTER

71 **1.** B **2.** C **3.** D **4.** B **5.** B **6.** C

72 **1.** B, D **2.** C, D **3.** C **4.** A, C, D

73 **1. Vrai**. En effet, $2{,}5^2=6{,}25$, qui est supérieur à 5.
2. Vrai. En effet, $(-3{,}5)^2=12{,}25$ et $(-1{,}5)^2=2{,}25$ et $12{,}25>2{,}25$.
3. Vrai.
4. Faux. Le carré d'un nombre réel est toujours positif, donc l'équation $x^2=-4$ n'a pas de solution.
5. Vrai. Les solutions de l'équation $x^2=5$ sont $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$.
6. Faux. En effet, pour $x=0$, $0\in[-1\,;1]$ mais $0^2<1$.
7. Faux. En effet, pour $x=0$, $0\geqslant -2$ et $0^2<4$.

S'ENTRAÎNER

79 **a)** Arrondis au centième lorsque besoin.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5
y	0	0,71	1	1,22	1,41	1,58

La valeur de x à la fin de l'algorithme est 2,5.
b) Pour un nombre réel strictement positif a donné, la valeur de x obtenue à la fin est le plus petit nombre décimal, avec pour unique chiffre après la virgule 0 ou 5, tel que $\sqrt{x}>a$.

84 **1. b)** Il semble que si $k\neq 0$, il y a deux points d'intersection et si $k=0$, il y a un unique point d'intersection.
2. a) Pour tout nombre réel x,
$$x^2-kx=x(x-k).$$
b) $x^2=kx$ équivaut à $x^2-kx=0$
soit $x(x-k)=0$.
Ainsi, si $k\neq 0$, il y a deux solutions, 0 et k, et donc deux points d'intersection, mais si $k=0$, alors 0 est l'unique solution et il n'y a qu'un point d'intersection.

87 **a)** On doit résoudre l'équation $V=5$, qui équivaut à $\dfrac{4}{3}\pi r^3=5$, c'est-à-dire à $r^3=5\times\dfrac{3}{4\pi}$
soit $r^3=\dfrac{15}{4\pi}$.
b) $\dfrac{15}{4\pi}\approx 1{,}194$.
c) On lit que $1<r<1{,}1$.
d) On lit que $1{,}06<r<1{,}07$.

93 **1.** $2 \curvearrowright 2^2=4 \curvearrowright \dfrac{1}{4}$
2. a) Pour un nombre $x\neq 0$ saisi en entrée, le programme de calcul renvoie $\dfrac{1}{x^2}$. On cherche donc un nombre $x\neq 0$ tel que $\dfrac{1}{x^2}=x$, c'est-à-dire $x^3=1$ (avec l'égalité des produits en croix).
b) L'équation $x^3=1$ a pour unique solution $x=1$.
Donc Ambre doit saisir le nombre 1 en entrée.

96 **a)** Il semble que la courbe $\mathscr{C}$ est au-dessous de $\mathscr{C}'$ sur l'intervalle $]0\,;1]$ et au-dessus sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$.
b) D'après l'écran de calcul formel, pour tout $x>0$,
$$x^3-\sqrt{x}=\frac{x(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)}{x^3+\sqrt{x}}.$$
Sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$, $x\geqslant 0$,
$x^4+x^3+x^2+x+1\geqslant 0$ et $x^3+\sqrt{x}>0$.
Donc $x^3-\sqrt{x}$ est du signe de $x-1$, c'est-à-dire $x^3-\sqrt{x}\geqslant 0$ si $x\geqslant 1$ et $x^3-\sqrt{x}\leqslant 0$ si $0<x\leqslant 1$.
c) Le signe de la différence $x^3-\sqrt{x}$ donne la position relative des courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$. Ainsi, $\mathscr{C}$ est bien au-dessous de $\mathscr{C}'$ sur l'intervalle $]0\,;1]$ et au-dessus sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$.

98 **1. a) Vrai**. En effet, $x^2=5$ équivaut à $x=\sqrt{5}$ ou $x=-\sqrt{5}$.
b) Faux. En effet, pour $x=1$, $x^2=1$ et $1\neq 5$.
2. a) Vrai. En effet, pour $x=1$, $\sqrt{x}=1$ et $1\geqslant 0$.
b) Faux. En effet, pour $x=0$, $\sqrt{x}=0$ et 0 n'est pas strictement positif.

3. a) Faux. En effet, ce nombre devrait vérifier $0\times x = 1$.

b) Faux. En effet, pour $x=1$, $\frac{1}{x}=1$ et $1\neq 0$.

QCM BILAN

108 **1.** C. En effet, $x^2=2$ équivaut à $x=\sqrt{2}$ ou $x=-\sqrt{2}$.

2. C. En effet, lorsque $k>0$, $x^2=k$ équivaut à $x=\sqrt{k}$ ou $x=-\sqrt{k}$.

3. D. En effet, en résolvant graphiquement cette équation, on obtient :

$$]-\infty\,;-3]\cup[3\,;+\infty[.$$

4. A. En effet, $x^3=-1$ équivaut à $x=-1$.

5. B. En effet, on remarque $(\sqrt{3})^3=3\sqrt{3}$ puis on résout l'inéquation graphiquement.

6. B. En effet, $\frac{1}{\pi}$ est positif et $\frac{1}{-\pi}$ négatif.

7. C. En effet, $\frac{1}{x}=k$ (avec $k\neq 0$) équivaut à $1=xk$ soit $x=\frac{1}{k}$.

8. C. En effet, on peut vérifier ce résultat graphiquement.

9. D. En effet,

$$\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

10. C. En effet, on peut vérifier ce résultat graphiquement.

9 Fonctions : courbes représentatives

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

3 **a)** L'ordonnée de M est :

$$f(1)=\sqrt{1}-1^2+2=2.$$

b) $f(2)=\sqrt{2}-2^2+2=\sqrt{2}-2$ et $\sqrt{2}-2\neq -0{,}5$ donc le point N n'appartient pas à la courbe.

4 **a)** Les solutions sont les nombres -1 et 2.

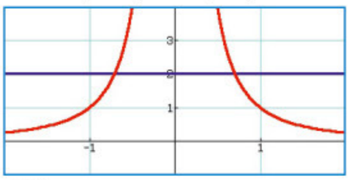
b) Les solutions sont les nombres $-\frac{1}{2}$ et 1.

c) La solution est le nombre 0.

d) Les solutions sont les nombres x_0 et x_1 tels que $x_0\approx -0{,}2$ et $x_1\approx 0{,}3$.

7 **a)** L'équation a deux solutions :

$$x_0\approx -0{,}7 \quad\text{et}\quad x_1\approx 0{,}7$$

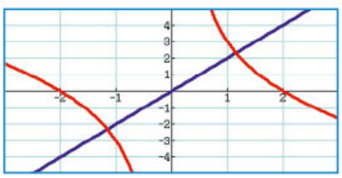


b) $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{1}{\frac{2}{4}}=\frac{4}{2}=2$

On vérifie de même que $f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=2$.

8 **a)** L'équation a deux solutions :

$$x_0\approx -1{,}1 \quad\text{et}\quad x_1\approx 1{,}1.$$



b) Pour tout nombre réel $x\neq 0$, $2x=\frac{4}{x}-x$ équivaut à $3x=\frac{4}{x}$ c'est-à-dire $3x^2=4$ (égalité des produits en croix) soit $x^2=\frac{4}{3}$.

Ainsi, $x=\sqrt{\frac{4}{3}}$ et $x=-\sqrt{\frac{4}{3}}$ sont les deux solutions de cette équation.

11 **a)** Les solutions sont les nombres de l'intervalle $[-2\,;1]$.

b) Les solutions sont les nombres de l'ensemble $[-3\,;-2[\cup]1\,;3]$.

12 **a)** Pour tout nombre réel x, $-x\in\mathbb{R}$ et $f(-x)=-(-x)^2+2=-x^2+2$.

b) Pour tout nombre réel x, $f(-x)=f(x)$.
Donc la fonction *f* est paire.

c) La courbe représentative de *f* est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

POUR SE TESTER

55 **1.** B **2.** B **3.** C **4.** A **5.** C

56 **1.** C, D **2.** A, C, D **3.** C

57 **1. Faux**. En effet,

$$f(50)=\frac{1}{2}(3\times 50+1)^2=11400{,}5.$$

Or, $11400{,}5\neq 11401$, donc $M\notin\mathscr{C}$.

2. Vrai. En effet, pour tout nombre réel x de $[-4\,;4]$, $-x$ appartient à $[-4\,;4]$ et $g(-x)=-(-x)^3+3(-x)=x^3-3x=-g(x)$.
Donc *g* est impaire.

3. Faux. En effet, on peut avoir $h(-1)=2$ et $h(1)=3$.

S'ENTRAÎNER

63 **a)**

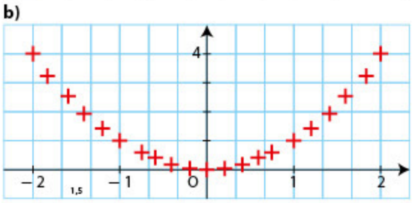
k	0	1	2	3	4	5
x	-2	$-1{,}8$	$-1{,}6$	$-1{,}4$	$-1{,}2$	-1
y	4	3,24	2,56	1,96	1,44	1

k	6	7	8	9	10
x	$-0{,}8$	$-0{,}6$	$-0{,}4$	$-0{,}2$	0
y	0,64	0,36	0,16	0,04	0

k	11	12	13	14	15
x	0,2	0,4	0,6	0,8	1
y	0,04	0,16	0,36	0,64	1

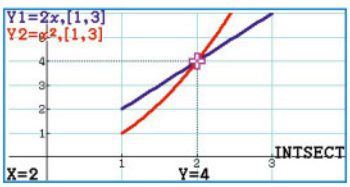
k	16	17	18	19	20
x	1,2	1,4	1,6	1,8	2
y	1,44	1,96	2,56	3,24	4

b)



c) Les points placés appartiennent à la courbe d'équation $y=x^2$.

66 **a)**



Il semble que la solution de l'équation $f(x)=g(x)$ est $x=2$.

b) $x^2=2x$ équivaut à $x^2-2x=0$ c'est-à-dire $x(x-2)=0$ soit $x=0$ ou $x=2$. Or, $0\notin[1\,;3]$ et $2\in[1\,;3]$, donc la solution de l'équation $f(x)=g(x)$ est 2.

70 **a)** $N(-x\,;y)$

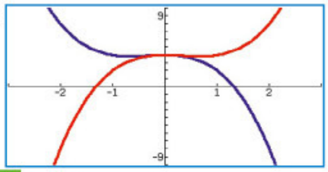
b) $N(-x\,;y)\in\mathscr{C}$ équivaut à :

$$y=(-x)^3-(-x)^2+4$$

c'est-à-dire $y=-x^3-x^2+4$.

c) Ainsi $M(x\,;y)$ appartient à la courbe d'équation $y=-x^3-x^2+4$.

d)



72 **1. d)** On conjecture que cela se produit pour $x\approx 0{,}6$.

2. a) $A(x\,;x^2)$ et $D\left(x\,;\frac{4}{27x}\right)$.

b) Aire de AOC : $\frac{1}{2}\times 2\times x^2=x^2$

Aire de DOC : $\frac{1}{2}\times 2\times\frac{4}{27x}=\frac{4}{27x}$

$x^2=2\times\frac{4}{27x}$ c'est-à-dire $x^2=\frac{8}{27x}$ équivaut à $x^3=\frac{8}{27}$ soit $x^3=\left(\frac{2}{3}\right)^3$.

Ainsi, $x=\frac{2}{3}$. Donc l'aire de AOC est le double de l'aire de DOC lorsque $x=\frac{2}{3}$.

75 **1. a)** Aucune solution

b) Trois solutions

c) Une solution

2. a) $m<-3$ ou $m>2$

b) $m=-3$ ou $m=2$

c) $m\in]-3\,;-1[\cup]1\,;2[$

d) $m\in[-1\,;0[\cup\{1\}$

e) $m\in[0\,;1[$

79 **1.** On conjecture que cela se produit lorsque le point M a pour abscisse environ 2,1.

2. L'aire du triangle MOP est $\frac{1}{2}\times x\times x^2$ c'est-à-dire $\frac{1}{3}x^3$.

Ainsi l'aire de MOP est égale à 5 si, et seulement si, $\frac{1}{2}x^3=5$, soit $x^3=10$.
Le logiciel de calcul formel permet d'affirmer que la solution de cette équation est environ 2,154.

85 **1.** *k* n'est ni paire ni impaire.
ℓ est impaire et *m* est paire.

2. a) *f* est paire, si, et seulement si, pour tout nombre réel x, $f(-x)=f(x)$ c'est-à-dire $-ax+b=ax+b$ soit $2ax=0$.
Ainsi, $a=0$.
Les seules fonctions affines paires sont les fonctions constantes.

b) *f* est impaire si, et seulement si, pour tout nombre réel x, $f(-x)=-f(x)$ c'est-à-dire $-ax+b=-ax-b$ soit $2b=0$.
Ainsi, $b=0$.
Les seules fonctions affines impaires sont les fonctions linéaires.

c) Une fonction affine $x\mapsto ax+b$ n'est ni paire ni impaire si, et seulement si, $a\neq 0$ **et** $b\neq 0$.

87 • Négation de P : *f* n'est pas paire c'est-à-dire, il existe un nombre réel x, tel que $f(-x)\neq f(x)$.
• Négation de Q : 2 n'admet aucun antécédent par *f*.

QCM BILAN

98 **1.** D. En effet, pour $x=1$, $y=7\times 1^2=7$.
2. D. En effet, pour tout nombre réel x,
$f(-x)=(-x)^4-(-x)^2=x^4-x^2=f(x)$.
f est paire donc sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
3. B. En effet, pour tout nombre réel x, $h(x)=-f(x)$.
Alors $h(-x)=-f(-x)$; or f est impaire donc $h(-x)=-(-f(x))=f(x)$. Par définition de h, $f(x)=-h(x)$ donc $h(-x)=-h(x)$.
4. C. En effet, on vérifie que $1{,}46^2+1>1{,}46^3$, alors que $1{,}47^2+1<1{,}47^3$.
5. B. En effet, h est paire donc si $h(4)=3$, alors $h(-4)=h(4)=3$.
6. A. En effet, graphiquement on ne peut avoir une telle précision de lecture.
7. C. En effet, la droite d'équation $y=m$ avec $m\in[3\,;3{,}5[$ coupe $\mathscr{C}_f$ en quatre points.
8. A. En effet, si l'on translate d'une unité vers le bas la courbe $\mathscr{C}_g$, alors elle ne coupe pas la courbe $\mathscr{C}_f$.
9. A. En effet, sur l'intervalle $[1\,;3]$, $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de $\mathscr{C}_g$ donc $f(x)-g(x)\geqslant 0$.
10. C. En effet, on peut tracer la courbe symétrique de $\mathscr{C}_f$ par rapport à $\mathscr{C}_g$. On constate alors que des points de même abscisse de la courbe ont des ordonnées différentes.

10 Variations et extremums

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

3 **a)** La fonction f est décroissante sur l'intervalle $[-2\,;-1]$, croissante sur l'intervalle $[-1\,;2]$ et décroissante sur l'intervalle $[2\,;3]$.

b)

x	-2		-1		2		3
$f(x)$	2	↘	-1	↗	1	↘	0

4 **a)** -5 et -4 appartiennent à l'intervalle $[-7\,;-3]$ et g est croissante sur cet intervalle.
$-5<-4$ donc $g(-5)<g(-4)$.
b) -1 et 0 appartiennent à l'intervalle $[-3\,;11]$ et g est décroissante sur cet intervalle.
$-1<0$ donc $g(-1)>g(0)$.
c) Assia a raison car $g(-7)=1$, $g(11)=-3$ et $1>-3$.
d) -4 appartient à l'intervalle $[-7\,;-3]$ et 5 appartient à l'intervalle $[-3\,;11]$.
Malo ne peut donc pas comparer $g(-4)$ et $g(5)$.

7 **a)** Le coefficient directeur de d est -4.
Donc $\dfrac{f(1)-f(0)}{1-0}=-4$ et $f(1)-f(0)=-4$.
b) De même $\dfrac{f(4)-f(-2)}{4-(-2)}=-4$.
Ainsi, $f(4)-f(-2)=-4\times 6=-24$.

9 **a)** Sur l'intervalle $[-1\,;3]$:
- le maximum de f est 3 ; il est atteint en $x=1$.
- le minimum de f est -1 ; il est atteint en $x=0$.

b) Sur l'intervalle $[0\,;1]$:
- le maximum de f est 3 ; il est atteint en $x=1$.
- le minimum de f est -1 ; il est atteint en $x=0$.

12 **a)** a et 3 sont des nombres positifs.
Or, deux nombres réels positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrés.
Donc si $a\geqslant 3$, alors $a^2\geqslant 3^2$ soit $a^2\geqslant 9$.
b) b et $-\sqrt{5}$ sont des nombres négatifs.
Or, deux nombres réels négatifs et leurs carrés sont rangés dans des ordres contraires.
Donc si $b\leqslant-\sqrt{5}$, alors $b^2\geqslant(-\sqrt{5})^2$ soit $b^2\geqslant 5$.

14 **a)** a et 4 sont des nombres strictement positifs. Ils sont donc rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.
Donc si $a\geqslant 4$, alors $\dfrac{1}{a}\leqslant\dfrac{1}{4}$, c'est-à-dire $\dfrac{1}{a}\leqslant 0{,}25$.
D'autre part $a>0$, donc $0<\dfrac{1}{a}\leqslant 0{,}25$.
b) b et -5 sont des nombres strictement négatifs. Ils sont donc rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.
Donc si $b\leqslant-5$, alors $\dfrac{1}{b}\geqslant\dfrac{1}{-5}$, c'est-à-dire $\dfrac{1}{b}\geqslant-0{,}2$.
D'autre part $b<0$, donc $-0{,}2\leqslant\dfrac{1}{b}<0$.

POUR SE TESTER

59 **1.** B **2.** A **3.** D **4.** D **5.** A

60 **1.** B **2.** A, D **3.** A, B, D **4.** D **5.** A, B, C

61 **1. Vrai**. En effet, $-3<0$ et $f(-3)>f(0)$.
2. Vrai. En effet, 2, x, 7 et 10 appartiennent à l'intervalle $[0\,;+\infty[$ et la fonction inverse est décroissante sur cet intervalle.
$2<x<7<10$ donc $\dfrac{1}{2}>\dfrac{1}{x}>\dfrac{1}{7}>\dfrac{1}{10}$.
Ainsi $0{,}1<\dfrac{1}{x}<0{,}5$.
3. Faux. En effet, sur l'intervalle $[-1\,;2]$, le minimum de la fonction carré est 0 et le maximum est 4.
Donc si $-1\leqslant x\leqslant 2$, alors $0\leqslant x^2\leqslant 4$.
4. Vrai. En effet,

x	$-\infty$		$-2{,}5$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-2{,}5\,;+\infty[$, $f(x)\geqslant 0$.
5. Faux. En effet, il se peut que la fonction soit, par exemple, décroissante sur l'intervalle $[0\,;0{,}5]$ puis croissante sur l'intervalle $[0{,}5\,;1]$.

S'ENTRAÎNER

70 **a)**

i		5	6	7	8	9	10	11
x	4	5	6	7	8	9	10	11
c		0,64	0,61	0,6	0,61	0,62	0,65	0,67
m	0,71	0,64	0,61	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6

b) La valeur obtenue à la fin de l'algorithme est 0,6.
Elle indique que le coût unitaire minimum de production d'une tonne de peinture est de 600 €.

73 **a)** $\mathscr{A}(x)=x^2+(6-x)^2$
$\mathscr{A}(x)=x^2+36-12x+x^2$
$\mathscr{A}(x)=2x^2-12x+36$
b) Avec la calculatrice, on conjecture que la fonction $\mathscr{A}$ admet sur l'intervalle $[0\,;6]$ un minimum égal à 18 et atteint en $x=3$.
c) Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;6]$,
$\mathscr{A}(x)-\mathscr{A}(3)=2x^2-12x+36-18$
$\mathscr{A}(x)-\mathscr{A}(3)=2x^2-12x+18$
$\mathscr{A}(x)-\mathscr{A}(3)=2(x^2-6x+9)$
$\mathscr{A}(x)-\mathscr{A}(3)=2(x-3)^2$
Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;6]$,
$(x-3)^2\geqslant 0$ donc $2(x-3)^2\geqslant 0$.
Ainsi $\mathscr{A}(x)-\mathscr{A}(3)\geqslant 0$ et $\mathscr{A}(x)\geqslant\mathscr{A}(3)$.
La fonction $\mathscr{A}$ admet donc sur l'intervalle $[0\,;6]$ un minimum égal à $\mathscr{A}(3)=18$ et atteint en $x=3$.
Lorsque M est le milieu du segment [AB], la somme des aires est minimum et est égale à 18 cm^2.

78 En tabulant la fonction f avec la calculatrice, sur l'intervalle $[0\,;1]$ et un pas de 0,1, on constate que $f(0)=1$ et $f(0{,}1)=0{,}985$.
La fonction f n'est donc pas croissante sur l'intervalle $[0\,;10]$.

82 Les fonctions f et g sont définies sur l'intervalle $[0\,;4]$.

x	0		4
$f(x)$	0	↗	12

x	0		4
$g(x)$	12	↘	0

88 **a)** $f(x)-f(3)=x+\dfrac{9}{x}-6$
$f(x)-f(3)=\dfrac{x^2+9-6x}{x}=\dfrac{(x-3)^2}{x}$
b) Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\,;10]$, $(x-3)^2\geqslant 0$ et $x>0$ donc $\dfrac{(x-3)^2}{x}\geqslant 0$. Ainsi $f(x)-f(3)\geqslant 0$.
Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\,;10]$, $f(x)\geqslant f(3)$.
La fonction f admet donc un minimum égal à $f(3)=6$, atteint en $x=3$.

94 **a)** La fonction V est définie sur l'intervalle $[0\,;6]$.
b) On note $\mathscr{A}$ l'aire de ABCD et $\mathscr{A}'$ l'aire de EFG.
$V(x)=\dfrac{1}{3}\times\mathscr{A}\times AM+\dfrac{1}{3}\times\mathscr{A}'\times EM$
$V(x)=\dfrac{1}{3}\times 3\times 4\times x+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3\times 4}{2}\times(6-x)$
$V(x)=4x+2(6-x)$
$V(x)=4x+12-2x=2x+12$
c) $2>0$, la fonction V est donc croissante sur l'intervalle $[0\,;6]$.
d) $V(x)=\dfrac{1}{2}\times 4\times 3\times 6$
quand $2x+12=36$ donc quand $x=12$.
Or $12\notin[0\,;6]$, on ne peut donc pas trouver une telle valeur de x.

97 **a) Vrai**. En effet, f est croissante sur l'intervalle $[0\,;2]$, 1 et 2 appartiennent à l'intervalle $[0\,;2]$:
$1\leqslant 2$ donc $f(1)\leqslant f(2)$.
b) Faux. En effet, la fonction f de tableau de variations ci-dessous vérifie $f(0)<f(2)$ et n'est pas croissante sur l'intervalle $[0\,;2]$

x	0		0,5		2
$f(x)$	1	↘	0	↗	3

c) Faux. En effet, pour que 4 soit le maximum de f sur $\mathbb{R}$, 4 doit être l'image d'un nombre réel par f.
d) Vrai. En effet, f est croissante sur $[0\,;1]$ et la fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$.

QCM BILAN

113 **1.** C. En effet, $x_0\approx 2{,}5$ $m\approx-2{,}8$, $M\approx 1{,}9$.

x	-3		0		x_0		4
$f(x)-g(x)$	m	↗	0	↗	M	↘	0

2. D. En effet, la fonction f admet un minimum égal à -1 sur l'intervalle $[-1\,;2]$.
3. B. En effet, $\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=\dfrac{1-3}{1}=-2$.
Donc $f(x)=-2x+b$
Or $f(1)=3$ donc $-2\times 1+b=3$ et $b=5$
Ainsi $f(x)=-2x+5$ et $f(3)=-1$.
4. D. En effet,

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		↘	1	↗	

f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;1]$ donc sur $[-1\,;0]$.

5. D. En effet, $6x-4=0$ équivaut à $x=\dfrac{2}{3}$.

C'est la seule fonction à s'annuler en $x=\dfrac{2}{3}$.

6. B. En effet, $f(x)-f(5)\leqslant 0$ donc $f(x)\leqslant f(5)$, ce qui prouve que f admet $f(5)$ pour maximum sur $\mathbb{R}$.

7. C. En effet, la droite (EF) est la courbe représentative de la fonction affine f telle que $f(0)=3$ et $f(3)=-2$.

$$a=\frac{f(3)-f(0)}{3-0}=\frac{-2-3}{3}=-\frac{5}{3}$$

Donc la fonction f est définie par

$$f(x)=-\frac{5}{3}x+b.$$

Or, $f(0)=3$ donc $b=3$.

Ainsi, $f(x)=-\dfrac{5}{3}x+3$

$$-\frac{5}{3}\times\frac{1}{2}+3=-\frac{5}{6}+\frac{18}{6}=\frac{13}{6}$$

Les points E, F, C sont donc alignés.

8. D. En effet,

x	1	2
$\dfrac{1}{x}$	1 $\searrow$	0,5

9. C. En effet, les fonctions affines $x\mapsto 5-2x$ et $x\mapsto\dfrac{6}{11}-\dfrac{1}{11}x$, ainsi que la fonction inverse sont décroissantes sur l'intervalle $[1\,;4]$.

10. B. En effet, la fonction carré est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;0]$.

Si $x<-2<0$ alors $x^2>(-2)^2>0$ et $x^2>4$.

Information chiffrée

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

3 On calcule 72 % de 83 %.

$$\frac{72}{100}\times\frac{83}{100}=0{,}72\times 0{,}83=0{,}597\,6$$

Environ 59,8 % des clients ont acheté un sapin Nordmann.

4 • Société S_1 : $16\,540\times\left(1-\dfrac{15}{100}\right)=14\,059$

En mars, le chiffre d'affaires de la société S_1 est 14 059 €.

• Société S2 : $\dfrac{21864-18\,220}{18\,220}=0{,}2$

Entre janvier et mars, le chiffre d'affaires de la société S_2 a augmenté de 20 %.

• Société S_3 : $\dfrac{16\,192-17\,600}{17\,600}=-0{,}08$

Entre janvier et mars, le chiffre d'affaires de la société S_3 a baissé de 8 %.

Voici le tableau complété.

	janvier	mars	Taux d'évolution
S_1	16 540	**14 059**	– 15 %
S_2	18 220	21 864	**20 %**
S_3	17 600	16 192	**– 8 %**

7 Le taux d'évolution global t % vérifie :

$$1+\frac{t}{100}=\left(1+\frac{12}{100}\right)\times\left(1-\frac{15}{100}\right)$$

Ainsi $1+\dfrac{t}{100}=1{,}12\times 0{,}85=0{,}952$

soit $\dfrac{t}{100}=-0{,}048$.

Le nombre de paniers a diminué de 4,8 % entre le 1er juin et le 31 juillet 2019.

9 Le taux d'évolution global t' % vérifie :

$$1+\frac{t'}{100}=\frac{1}{1-\dfrac{20}{100}}=\frac{1}{0{,}8}=1{,}25$$

Ainsi $\dfrac{t'}{100}=0{,}25$.

En 2019, la production de sel doit augmenter de 25 % pour retrouver sa valeur initiale.

POUR SE TESTER

61 **1.** C **2.** B **3.** D **4.** A **5.** D

62 **1.** A, B, C, D **2.** B, C **3.** A, C, D **4.** B, C, D

63 **1. Faux**. En effet,

$$\frac{V_1-V_0}{V_0}=\frac{41{,}9-44{,}9}{44{,}9}=-\frac{3}{44{,}9}$$

$$\frac{V_1-V_0}{V_0}\approx-0{,}067$$

Les dépenses ont baissé d'environ 6,7 % et non de 6,5 %.

2. Vrai. En effet, $\mathrm{CM}=\dfrac{43{,}7}{41{,}9}$ soit $\mathrm{CM}\approx 1{,}04$.

3. Faux. En effet, le taux d'évolution entre 2015 et 2017 est :

$$\frac{V_2-V_0}{V_0}=\frac{43{,}7-44{,}9}{44{,}9}=-\frac{1{,}2}{44{,}9}$$

soit $\dfrac{V_2-V_0}{V_0}\approx-0{,}027$.

Or, $-0{,}027\neq-0{,}024$.

4. Vrai. En effet, le taux d'évolution pour passer de 43,7 à 44,9 (en milliards d'euros) est

$$\frac{V_3-V_2}{V_2}=\frac{44{,}9-43{,}7}{43{,}7}=\frac{1{,}2}{43{,}7}$$

soit $\dfrac{V_3-V_2}{V_2}\approx 0{,}027$.

Ceci correspond bien à une augmentation d'environ 2,7 %.

S'ENTRAÎNER

69 **a)** • Ligne 2, on complète par la surface initiale des forêts : 4000 (en millions d'hectares).

• Ligne 4, on calcule la somme de la nouvelle surface des forêts et des 7,2 millions d'hectares nouveaux reboisés.

$$1-\frac{0{,}4}{100}=0{,}996$$

On complète cette ligne par : 0.996*X+7.2.

b) Pour $n=10$, la fonction renvoie environ 3 913,6.
En 2025, la surface des forêts sur Terre sera environ 3 914 millions d'hectares.

• Pour $n=100$, la fonction renvoie environ 3 273,5.
En 2115, la surface des forêts sur Terre sera environ 3 274 millions d'hectares.

• Pour $n=500$, la fonction renvoie environ 2 096,5.
En 2515, la surface des forêts sur Terre sera environ 2 097 millions d'hectares.

72 **b)** On peut saisir la formule =(C2-$B2)/$B2

	A	B	C	D	E
1	**Semaine**	1	2	3	4
2	**Nombre de visiteurs**	940	972	985	1 014
3	**Taux d'évolution**		3,40 %	4,79 %	7,87 %

83 **a)** $\dfrac{V_1-V_0}{V_0}=\dfrac{56\,875-22\,750}{22\,750}=1{,}5$

Entre 2015 et 2018, le nombre de clients a augmenté de 150 %.

b) $\mathrm{CM}=1+\dfrac{150}{100}=2{,}5$

Entre 2015 et 2018, le nombre de clients a été multiplié par 2,5.

97 **b)** Le taux de TVA est de 20 % :

$$1+\frac{20}{100}=1{,}2$$

On peut saisir la formule =B2*1,2 en cellule B3 avant de la recopier vers la droite.

c) On peut saisir la formule =(E2-B2)/B2 en cellule G2 avant de la recopier en cellule G3.

Voici une copie de la feuille de calcul.

	A	B	C	D	E	F	G
1		T1	T2	T3	T4		
2	**Prix HT** (en €)	73,32	75,78	79,16	77,49		5,69%
3	**Prix TTC** (en €)	87,98	90,94	94,99	92,99		5,69%

On constate que le taux d'évolution global est le même pour le prix HT et pour le prix TTC.

d) Le taux d'évolution global t' % vérifie :

$$1+\frac{t'}{100}\approx\frac{1}{1+\dfrac{5{,}69}{100}}$$

c'est-à-dire $1+\dfrac{t'}{100}\approx\dfrac{1}{1{,}0569}$

soit $1+\dfrac{t'}{100}\approx 0{,}946$. Ainsi $\dfrac{t'}{100}\approx-0{,}054$.

Le prix HT (comme le prix TTC) de ce casque doit diminuer d'environ 5,4 % en 2019 pour retrouver le niveau du 1er trimestre 2018.

99 **a) Faux**. En effet, $1+\dfrac{300}{100}=1+3=4$ donc le coefficient multiplicateur est 4, et non 3.

b) Faux. En effet, si un objet coûte 100 €, son nouveau prix est $100\text{ €}\times 1{,}1^2$, c'est-à-dire 121 €, ce qui correspond à une augmentation de 21 %, et non de 20 %.

c) Vrai. En effet, $\left(1+\dfrac{2}{100}\right)^2=1{,}02^2=1{,}040\,4$.

Or, $1{,}040\,4-1=0{,}040\,4$, ce qui correspond bien à une augmentation de 4,04 %.

d) Vrai. En effet,

$$\left(1+\frac{4}{100}\right)\times\left(1-\frac{4}{100}\right)=1^2-0{,}04^2=1-0{,}0016.$$

Cela correspond bien à une baisse de 0,16 %.

QCM BILAN

116 **1.** D. En effet, le pourcentage actuel de billes rouges dans le sac est $\dfrac{49}{49+1}$ c'est-à-dire $\dfrac{49}{50}$.

Si on enlève 40 boules rouges, il devient :

$$\frac{49-40}{50-40}=\frac{9}{10}=0{,}9.$$

2. A. En effet, $n=\dfrac{50}{100}\times m$

donc $m=n\times\dfrac{100}{50}=2n$

3. C. En effet,

$$\frac{V_1-V_0}{V_0}=\frac{70-80}{80}=-\frac{10}{80}=-0{,}125$$

Sa cote de popularité a baissé de 12,5 %.

4. A. En effet, les indices sont proportionnels aux salaires, donc, si S_1 désigne le salaire (en euro) au bout de 10 ans et S_2 le salaire (en euro) au bout de 20 ans, on a les égalités : $\dfrac{2\,067}{100}=\dfrac{S_1}{111{,}56}=\dfrac{S_2}{133{,}77}$

$$\frac{2\,067}{100}=\frac{S_1}{111{,}56}$$

c'est-à-dire $S_1=\dfrac{111{,}56\times 2\,067}{100}$.

Ainsi $S_1\approx 2\,306$.

5. D. En effet, les deux pourcentages sont relatifs au même ensemble de référence : les élèves de la classe.

De plus, un élève ne peut étudier qu'une seule LV1, donc les deux parties n'ont aucun élément commun.

On peut ajouter les pourcentages :

40 % + 21 % = 61 %.

6. C. En effet, $\dfrac{12}{25-5}=\dfrac{12}{20}=0{,}6$.

7. B. En effet, on calcule la quantité de sucre pour 8 L de boisson, puis pour 100 L.

$q = 5 \times \dfrac{30}{100} + 3 \times \dfrac{20}{100} = 5 \times 0{,}3 + 3 \times 0{,}2$

$q = 1{,}5 + 0{,}6 = 2{,}1$

La quantité de sucre pour 8 L de boisson est 2,1 L.

$\dfrac{2{,}1 \times 100}{8} = 26{,}25$

La quantité de sucre pour 100 L de boisson est 26,25 L, donc il y a 26,25 % de sucre dans le mélange.

8. D. En effet, si on désigne par S le salaire moyen et par n l'effectif de cette entreprise, la masse salariale initiale, qui est le produit du salaire moyen par l'effectif de cette entreprise, est n S.

Elle devient $n \times \left(1 - \dfrac{18}{100}\right) \times S \times \left(1 + \dfrac{5}{100}\right)$,

c'est-à-dire $n \times 0{,}82 \times S \times 1{,}05$

soit $n \times S \times 0{,}861$.

Elle a donc été multipliée par 0,861.

9. C. En effet, si on désigne par L et ℓ les dimensions de l'écran du premier smartphone, exprimées dans la même unité, l'aire de l'écran est Lℓ.

L'aire de l'écran du nouveau smartphone est

$L \times \left(1 + \dfrac{10}{100}\right) \times \ell \times \left(1 + \dfrac{10}{100}\right)$,

c'est-à-dire $L \times \ell \times 1{,}1^2$ soit $L \times \ell \times 1{,}21$.

Elle a été multipliée par 1,21.

$1{,}21 - 1 = 0{,}21$ donc elle a été augmentée de 21 %.

10. D. En effet, $\dfrac{V_1}{V_0} = \dfrac{19{,}91}{23{,}32}$

soit $\dfrac{V_1}{V_0} \approx 0{,}8538$ et $1 - 0{,}8538 = 0{,}1462$.

La part des salaires des coachs a baissé d'environ 14,62 %.

Si on désigne par t % $(0 < t < 100)$ le taux moyen annuel cherché, il vérifie :

$\left(1 - \dfrac{t}{100}\right) \times \left(1 - \dfrac{t}{100}\right) \approx 0{,}8538$

soit $1 - \dfrac{t}{100} \approx \sqrt{0{,}8538}$ (car $1 - \dfrac{t}{100}$ est un nombre positif).

Ainsi $1 - \dfrac{t}{100} \approx 0{,}924$ soit $\dfrac{t}{100} \approx 0{,}076$.

Le taux moyen cherché est donc environ 7,6 %.

12 Statistique descriptive

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

3 **a)** $m = \dfrac{3 \times 3 + 7 \times 6 + 4 \times 7 + 6 \times 8{,}5}{3 + 7 + 4 + 6} = 6{,}5$

Le prix moyen de mugs dans ce magasin est 6,50 €.

b) Grâce à la linéarité de la moyenne, le prix moyen des mugs après cette réduction s'obtient en effectuant une baisse de 10 % du prix moyen initial : $0{,}9 \times 6{,}5 = 5{,}85$.

Le prix moyen de mugs après réduction est 5,85 €.

4 **a)** L'effectif total de la série est 20, donc la médiane est la demi-somme des 10e et 11e valeurs. Donc $\text{Me} = \dfrac{6\,€ + 7\,€}{2} = 6{,}50\,€$. Ainsi, au moins 50 % des mugs ont un prix inférieur ou égal à 6,50 € et au moins 50 % des mugs ont un prix supérieur ou égal à 6,50 €.

b) L'effectif total est maintenant égal à 25. La médiane de la nouvelle série est la valeur de rang 13, soit 7 €. Ainsi, au moins 50 % des mugs ont un prix inférieur ou égal à 7 € et au moins 50 % des mugs ont un prix supérieur ou égal à 7 €.

7 **a)** $\dfrac{1}{4} \times 30 = 7{,}5$ donc le 1er quartile est la 8e valeur de la série. Ainsi $Q_1 = 19$.

$\dfrac{3}{4} \times 30 = 22{,}5$ donc le 3e quartile est la 23e valeur de la série. Ainsi $Q_3 = 20$.

b) Au moins 25 % des sachets contiennent un nombre de vis inférieur ou égal à 19. Au moins 75 % des sachets contiennent un nombre de vis inférieur ou égal à 20.

8 **a)** La moyenne m de cette série est égale à 1 678 €.

x_i	1 100	1 200	1 500	1 800	2 200	2 800
$x_i - m$	– 578	– 478	– 178	122	522	1 122
$(x_i - m)^2$	334 084	228 484	31 684	14 884	272 484	1 258 884

$V = \dfrac{6 \times 334\,084 + 10 \times 228\,484 + \ldots + 4 \times 1\,258\,884}{6 + 10 + 9 + 14 + 7 + 4}$

donc $V = 234\,516$ et $s \approx 484{,}7$ €.

b) On détermine les bornes de l'intervalle : $m - 2s \approx 709{,}46$ € et $m + 2s \approx 2\,646{,}54$ €.

$6 + 10 + 9 + 14 + 7 = 46$ donc 46 employés ont un salaire dans l'intervalle $[m - 2s\,;\, m + 2s]$.

POUR SE TESTER

47 **1.** B **2.** A **3.** D **4.** A

48 **1.** B, D **2.** C, D **3.** A, B, C, D

49 **1. Vrai**. En effet, la moyenne de la série 1 est $m_1 \approx 6{,}9$ et celle de la série 2 est $m_2 \approx 2{,}9$.

2. Vrai. En effet, l'écart-type de la série 1 est $s_1 \approx 0{,}9$ et celui de la série 2 est $s_2 \approx 1{,}7$.

3. Vrai. En effet, pour la série 1, $m_1 \approx 6{,}9$ et $\text{Me}_1 = 7$.

4. Vrai. En effet, pour la série 2, $m_2 \approx 2{,}9$ et $\text{Me}_2 = 3$.

S'ENTRAÎNER

55 **a)** La fonction H calcule le quotient de la somme des termes par le nombre de termes de la liste, soit la moyenne des termes de la liste.

b)

```
>>> L=[2,1,6,3]
>>> H(L)
3.0
>>> M=[8,6,5,8,9,3,10,5,7,1,7,9,4,5,6]
>>> H(M)
6.2
```

58 **1.**

	A	B	C	D
1	**Face x**	**Effectif n**	**Produit nx**	**$n(x-m)^2$**
2	1	3	3	14,52
3	2	0	0	0
4	3	3	9	0,12
5	4	1	4	0,64
6	5	2	10	6,48
7	6	1	6	7,84
8	**Total**	10	32	29,6
9				
10	**Moyenne m**	3,2		
11	**Variance V**	2,96		
12	**Ecart-type s**	1,7204651		

2. a) Si l'on ajoute un 3, l'écart-type de la série diminue ($s \approx 1{,}641$).

b) Si l'on ajoute un 6, l'écart-type de la série augmente ($s \approx 1{,}827$).

61 **1. a)** $(x_i - m)^2 = x_i^2 - 2x_i m + m^2$

b) $A = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} n_i (x_i - m)^2 = \sum_{i=1}^{n} (n_i x_i^2 - 2n_i x_i m + n_i m^2)$

$A = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} n_i x_i^2 - 2m \sum_{i=1}^{n} n_i x_i + m^2 \sum_{i=1}^{n} n_i$

$A = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} n_i x_i^2 - 2m \sum_{i=1}^{n} n_i x_i + \text{N}m^2$

c) $\dfrac{1}{\text{N}} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} n_i (x_i - m)^2$ est égal à

$\dfrac{1}{\text{N}} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} n_i x_i^2 - 2m \times \dfrac{1}{\text{N}} \sum_{i=1}^{n} n_i x_i + m^2$

2. a) $m = \dfrac{1}{\text{N}} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} n_i x_i$ et $V = \dfrac{1}{\text{N}} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} n_i (x_i - m)^2$

b) $V = \dfrac{1}{\text{N}} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} n_i x_i^2 - 2m^2 + m^2$

$V = \dfrac{1}{\text{N}} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} n_i x_i^2 - m^2$

3. $m = 18{,}35$ et $\text{N} = 20$

$V = \dfrac{1}{20}(2 \times 14^2 + \ldots + 5 \times 21^2) - 18{,}35^2$

donc $V = 4{,}3275$.

Remarque : on peut noter que, pour calculer V avec la formule de König-Huygens, on effectue une seule soustraction, alors qu'avec la formule donnée en cours, on en effectue N.

Cela avait son importance à une époque où les calculatrices électroniques n'avaient pas été inventées.

69 **a)** La fonction SommeDes renvoie une liste de n sommes de deux entiers aléatoirement choisis entre 1 et 6. Elle simule n lancers de deux dés équilibrés à 6 faces et renvoie la liste des sommes obtenues.

b) Dans la console, on saisit B=SommeDes(100).

c) On peut utiliser la fonction Proportion écrite en langage Python à l'exercice **67** et saisir dans la console Proportion(B)*100.

72 **a)** Joueur 1 :

$\text{Me} = 9{,}5\,;\; Q_1 = 8{,}5\,;\; Q_3 = 10$

Joueur 2 :

$\text{Me} = 9\,;\; Q_1 = 9\,;\; Q_3 = 9{,}5$

b) L'écart interquartile de la série du joueur 2 est plus petit que celui de la série du joueur 1.

Les résultats du joueur 2 sont plus réguliers que ceux du joueur 1.

75 **1. a)** Proposition vraie.

b) Proposition vraie.

c) Proposition vraie.

2. C implique A : proposition fausse.

D implique A : proposition fausse.

D implique B : proposition vraie.

QCM BILAN

88 **1.** B. En effet, l'effectif total est impair, $\text{N} = 33 = 2 \times 16 + 1$.

Donc Me est la 17e valeur, à savoir $\text{Me} = 12$.

2. B. En effet, la médiane est toujours dans l'intervalle $[Q_1\,;\,Q_3]$.

3. D. En effet, la moyenne m est $m \approx 12{,}1$ donc $m > \text{Me}$.

4. C. En effet, Q_3 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75 % des valeurs lui sont inférieures ou égales. Donc strictement moins de 75 % des valeurs de la série sont strictement inférieures à Q_3.

5. B. En effet, $Q_1 = 10$ et $Q_3 = 14$ donc $Q_3 - Q_1 = 4$.

6. C. En effet, les valeurs de la série L sont obtenues en multipliant par 100 celles de la série K, donc $m_2 = 100m_1$.

7. D. En effet, lorsqu'on multiplie les x_i par 100, la variance devient

$\dfrac{1}{\text{N}} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} n_i (100x_i)^2 - (100m)^2$

c'est-à-dire $10\,000 \left[\dfrac{1}{\text{N}} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} n_i x_i^2 - m^2\right]$.

Autrement dit, la variance est multipliée par 100^2 et l'écart-type par $\sqrt{100^2}$ c'est-à-dire 100. Donc $s_2 = 100s_1$.

8. B. En effet, Q_1 et Q_3 sont multipliés par 2, il en est donc de même de $Q_3 - Q_1$.

9. B. En effet, cela se produit par exemple lorsqu'on obtient la même face lors de tous les lancers de dé.

10. C. En effet, cela se produit par exemple lorsqu'on lance 30 fois un dé et que l'on obtient 10 fois la face 2, 10 fois la face 3, 10 fois la face 4.

13 Probabilités

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

3 E = {Rouge ; Bleu ; Jaune}.

Issue	Rouge	Bleu	Jaune
Probabilité	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$

4 Il s'agit du modèle 2, dans lequel les fréquences observées par simulation se rapprochent des probabilités.

7 L'expérience aléatoire peut être modélisée par la loi de probabilité ci-dessous.

Issue	Pile	Face
Probabilité	0,12	0,88

8 $P(V) = 0{,}1 + 0{,}15 = 0{,}25$
$P(W) = 0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}05 + 0{,}2 = 0{,}45$

11 Les diviseurs de 6 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6.
Donc la probabilité de tirer un jeton qui est un diviseur de 6 est égale à $\frac{4}{10}$ soit 0,4.

12 On note J l'événement « L'adhérent choisi est une personne jeune » et F l'événement « L'adhérent choisi est une femme ».
$P(J \cup F) = P(J) + P(F) - P(J \cap F)$
$P(J \cup F) = 0{,}7 + 0{,}5 - 0{,}25$
$P(J \cup F) = 0{,}95.$
La probabilité que l'adhérent choisi soit une femme ou une personne jeune est égale à 0,95.

POUR SE TESTER

43 **1.** C **2.** A **3.** A **4.** B **5.** D

44 **1.** B **2.** A, C **3.** B, C

45 **1. Faux.** En effet,
$0{,}15 + 0{,}22 + 0{,}14 + 0{,}37 + 0{,}33 = 1{,}21$
et $1{,}21 \neq 1$.
2. Faux. En effet, les trois issues (Rouge, Bleue, Verte) ne sont pas équiprobables :

$$P(R) = \frac{1}{3}, \quad P(B) = \frac{1}{6}, \quad P(V) = \frac{1}{2}.$$

3. Vrai. En effet, en notant R pour rouge, B pour bleue et V pour verte,
$p = P(R\,;R) + P(B\,;B) + P(V\,;V)$
$p = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$
4. Faux. En effet,
$p' = P(R\,;R) + P(R\,;B) + P(R\,;V) + P(B\,;R) + P(V\,;R)$
$p' = \frac{5}{9}$

S'ENTRAÎNER

51 **1. a)** Lorsque $n = 7$, l'algorithme donne 1 ;
lorsque $n = 18$, l'algorithme donne 1 ;
lorsque $n = 21$, l'algorithme donne 0 ;
lorsque $n = 17$, l'algorithme donne 1.
b) Les issues sont 0 et 1.
$P(\{0\}) = \frac{18}{34} = \frac{9}{17}$ et $P(\{1\}) = \frac{8}{17}$.
2. On obtient, par exemple :
0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1.
La fréquence de sortie du 0 est $\frac{9}{20}$ soit 0,45 et celle de sortie du 1 est $\frac{11}{20}$ soit 0,55.

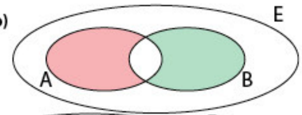
54 **a)** En cellule B2 et C2, on saisit :
=SI(ALEA.ENTRE.BORNES(1;15)<=5;1;0).
En cellule G2, on saisit :
=NB.SI(D$2:D$3001;F2)/3000.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Nombre d'épreuves	1ʳᵉ tirage	2ᵉ tirage	Total		Nombre de jetons rouges	Fréquence
2	1	0	0	0		0	0,45
3	2	0	0	0		1	0,44
4	3	0	0	0		2	0,11
5	4	0	0	0		Total	1
6	5	0	0	0			
7	6	0	0	0			
8	7	0	1	1			
9	8	1	1	2			
10	9	0	1	1			
11	10	1	1	2			

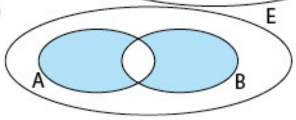
b) On modélise cette expérience aléatoire par la loi de probabilités :

x_i	0	1	2
p_i	0,45	0,45	0,1

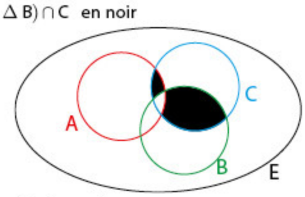
57 **a) b)**



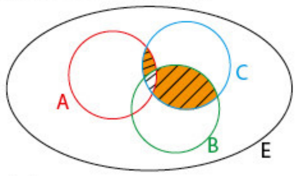
c)



On constate que $A \,\Delta\, B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.
d) $(A \,\Delta\, B) \cap C$ en noir

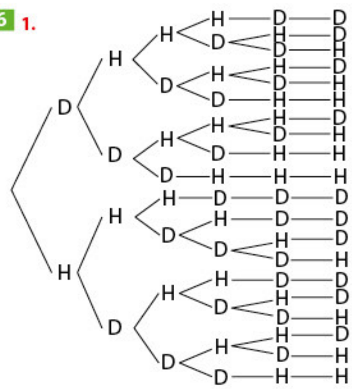


$(A \cap C) \,\Delta\, (B \cap C)$ en orange



On constate que
$(A \,\Delta\, B) \cap C = (A \cap C) \,\Delta\, (B \cap C)$.

66 **1.**



Il y a 20 chemins possibles.
2. a) • Probabilité qu'il passe par le point M :

$$p = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

• Probabilité qu'il passe par le point N :

$$p' = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

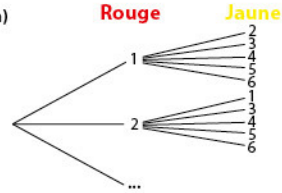
b) Probabilité qu'il passe par les deux points M et N :

$$p'' = \frac{3}{20}$$

c) Probabilité qu'il passe par l'un au moins de ces deux points :

$$p''' = p + p' - p'' = \frac{1}{2} + \frac{3}{10} - \frac{3}{20} = \frac{13}{20}$$

72 **a)**



En poursuivant cet arbre, on constate qu'il y a 6×5 dispositions, c'est-à-dire 30.
b) $P(A) = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$; $P(B) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$;
$P(C) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$.

75 **a)** $A \subset B$ signifie que toutes les issues de A sont aussi des issues de B.
On note C l'ensemble formé par les issues de B qui ne sont pas dans A (C peut être vide lorsque $A = B$).

A et C sont incompatibles,
donc $P(B) = P(A) + P(C)$. Or, $P(C) \geqslant 0$,
donc $P(B) \geqslant P(A)$.
b) La réciproque est fausse.
Par exemple, pour $E = \{1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;6\}$ univers d'une expérience aléatoire associé à une loi d'équiprobabilité (lancer d'un dé équilibré à six faces).
Si $A = \{1\,;2\}$, alors $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
et si $B = \{3\,;4\,;5\}$, alors $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
$P(B) \geqslant P(A)$ mais A n'est pas inclus dans B.

QCM BILAN

86 **1.** A. En effet,
$P(\bar{A} \cup B) = P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A} \cap B)$
$P(\bar{A} \cup B) = (1 - 0{,}35) + 0{,}42 - 0{,}15 = 0{,}92$
2. B. En effet, $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B})$.
Or, $P(A \cup B) = P(A) + P(\bar{A} \cap B) = 0{,}35 + 0{,}15$
soit $P(A \cup B) = 0{,}5$.
Donc $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$
3. D. En effet, $P(A \cup \bar{B}) = 1 - P(\bar{A} \cap B)$
soit $P(A \cup \bar{B}) = 1 - 0{,}15 = 0{,}85$.
4. B. En effet, on peut compter les issues de A avec un arbre.
Il y a par exemple (Roi de cœur ; As de trèfle) ... mais aussi (As de trèfle ; Roi de cœur). Il y en a 32 au total.
5. A. En effet, on peut compter les issues de B. Elles sont de la forme (Dame de carreau ; Autre carte (sauf Dame de carreau)) ou (Autre carte (sauf Dame de carreau) ; Dame de carreau) ou (Dame de carreau ; Dame de carreau).
Il y en a $31 + 31 + 1 = 63$ au total.
6. A. En effet, A et B n'ont pas d'issues en commun.
7. D. En effet, on obtient 4 avec les tirages $(1\,;4)$, $(4\,;1)$, $(2\,;2)$.
8. B. En effet, $E = \{0\,;1\,;2\,;4\,;8\,;16\}$.
9. B. En effet, A est réalisé avec les tirages $(0\,;0)$, $(0\,;1)$, $(0\,;2)$, $(0\,;4)$, $(1\,;0)$, $(2\,;0)$, $(4\,;0)$ et il y a 16 tirages en tout donc $P(A) = \frac{7}{16}$.
10. C. En effet,
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$P(A \cup B) = \frac{7}{16} + \frac{2}{16} - 0 = \frac{9}{16}$

14 Échantillonnage

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

3 **a)** La probabilité de gagner est $\frac{4}{10}$, donc 0,4.

b)

```python
from random import *

def Tirage():
    if random()<=0.4:
        p=1
    else:
        p=0
    return p
```

c) On peut par exemple obtenir : 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1.

4 La fréquence observée est $f=\frac{47}{250}$. L'estimation ainsi obtenue est 51,95 %.

POUR SE TESTER

35 **1.** C **2.** D **3.** A **4.** B

36 **1.** B **2.** C **3.** C **4.** A, B, D

37 **1. Vrai**. En effet, la syntaxe est correcte et l'indentation aussi.
2. Faux. En effet, l'effectif total de l'échantillon est n. k compte le nombre de succès dans l'échantillon simulé.
3. Faux. En effet, p est la proportion dans la population totale, que l'on utilise pour simuler l'échantillon.
4. Vrai. En effet, la probabilité que la condition random()<=p soit vérifiée est bien p.
5. Vrai. En effet, cette fonction renvoie la fréquence dans l'échantillon, qui peut être différente de la proportion dans la population totale.

S'ENTRAÎNER

42 **a)** Aux lignes 5 et 8, on remplace 1 000 par 2 000, car il s'agit d'échantillons de 2 000 répétitions.

Aux lignes 6 et 9, on remplace 0,1 par 0,4 car la probabilité de tirer un jeton bleu est $\frac{10}{25}$, c'est-à-dire 0,4.
b) Voici des résultats possibles :

0,001 5	0,006	0,001 5	0,005	0,004 5
0,008 5	0,017	0,003	0,000 5	0,022 5
0,006 5	0,003	0,019	0,002	0,018 5
0,012 5	0,001 5	0,009	0,007	0,001
0,001	0,008 5	0,001	0,006 5	0,012
0,005 5	0,005	0,007 5	0,001	0,006
0,003	0,038 5	0,007 5	0,006 5	0,006
0,02	0,0165	0,021	0,0085	0,0095

c) $\frac{1}{\sqrt{n}}=\frac{1}{\sqrt{2\,000}}$ donc $\frac{1}{\sqrt{n}}\approx 0{,}022$.

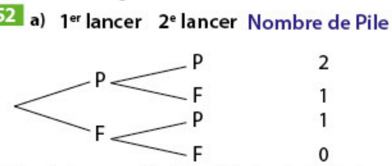
On constate que 39 écarts sont inférieurs à 0,022, soit une proportion égale à $\frac{39}{40}=0{,}975$.

45 **a)** Dans les cellules B2 et B404, il faut remplacer 0,6 par 0,35, la probabilité de piocher une bille blanche.
b) Voici des résultats possibles pour les premiers échantillons simulés.

	A	B	C	D	E	F
1	Échantillon	1	2	3	4	5
402	Nombres de billes blanches	142	151	134	126	138
403	Fréquence	0,355	0,378	0,335	0,315	0,345
404	Écart à 0,35	0,005	0,028	0,015	0,035	0,005

c) $\frac{1}{\sqrt{400}}=0{,}05$. Avec la feuille de calcul ci-dessus, on a trouvé 98 % d'échantillons où l'écart avec 0,35 est inférieur ou égal à 0,05.

52 **a)**



b) On est dans une situation d'équiprobabilité, donc la probabilité d'obtenir deux fois Pile est $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire 0,25.

c)

```python
from random import*

def Echantillon():
    k=0
    for i in range(200):
        if random()<=0.25:
            k=k+1
    return k
```

66 **a)** Une estimation de la probabilité de gagner dans ce cas est $\frac{882}{2\,000}$, soit 0,441.
b) Une estimation de la probabilité de gagner dans ce cas est $\frac{911}{2\,000}$, soit 0,455 5.
c) Les deux estimations sont proches de $\frac{4}{9}$.

On peut donc conjecturer que la probabilité de gagner est la même dans les deux cas.

68 **a) Vrai.** En effet, on peut obtenir 12 fois Pile.
b) Faux. En effet, il est possible d'obtenir Face.
c) Faux. En effet, du fait des fluctuations d'échantillonnage on n'obtient pas forcément autant de Pile que de Face.
d) Vrai. En effet, il est possible d'obtenir 8 fois Pile et 4 fois Face.

QCM BILAN

75 **1.** A. En effet, il y a 12 figures sur les 32 cartes, donc la probabilité d'obtenir une figure est égale à $\frac{12}{32}$, c'est-à-dire $\frac{3}{8}$.
2. C. En effet, la moitié des cartes sont rouges donc $P(R)=P(\overline{R})$.
3. B. En effet, $F\cap R$ signifie « Obtenir une figure rouge », or il y a 6 figures rouges sur les 32 cartes, donc la probabilité de cet événement est $\frac{6}{32}$, c'est-à-dire $\frac{3}{16}$. Et puisque $P(F)=\frac{3}{8}$, cette probabilité est bien égale à $\frac{1}{2}P(F)$.
4. A. En effet, il faut écrire dans le cadre la probabilité d'obtenir une figure rouge, qui d'après la question précédente est $\frac{3}{16}$, c'est-à-dire 0,187 5.
5. A. En effet, la fonction range(n) indique qu'on répète n fois la boucle.
6. B. En effet, les autres propositions ne sont pas correctes car la fonction Echantillon doit avoir exactement un argument.
7. C. En effet, la valeur de p affichée en sortie est un nombre entier compris entre 0 et 1 000.
8. C. En effet, les propositions A et B ne font pas appel à la variable n, et avec la proposition D la valeur f de la fréquence ne sera pas renvoyée, car l'instruction de sortie reste return p.
9. C. En effet, il s'agit d'une propriété qui a été vue dans les exercices corrigés 42 et 45.
10. B. En effet, la probabilité d'obtenir une figure rouge est 0,1875 et $0{,}187\,5\times 1\,000=187{,}5$. On peut donc s'attendre à obtenir une valeur proche de celle-ci.

Index

Crédits photographiques

Couverture Oxford Scientific / Photolibrary **16h** Maksim Kabakou/stock.adobe.com ; **16m** Shutterstock/Petr Vaclavek ; **16b** Jean-François Colonna ; **17h** Shutterstock/Kasefoto ethilch ; **17m** collection particulière ; **17b** Getty Images/Maskot ; **18g** BnF ; **18d** ESA-CBES-Ariane Space ; **19** Shutterstock/ThomasDeco ; **24** Nasa ; **36** Getty Images/Hero Images ; **40h** Shutterstock/Paul Fleet ; **40b** ag visuell/stock.adobe.com ; **41h** Shutterstock/Daniel Jedzura ; **41b** Shutterstock/Vadim Sadovski ; **42g** Aisa/Leemage ; **42d** Getty Images/iStockphoto ; **43h** Michaelhesse, Klassische Architektur in Frankreich, WBG-Darmstadt 2004 ; **43b** Stéphane Compoint/OnlyFrance ; **50** Shutterstock/Dima Zel ; **56h** Shutterstock/HelloRF Zcool ; **56b** Claude Carre/Biosphoto ; **59** viperagp/stock.adobe.com ; **62** Shutterstock/Jan Martin Will ; **64h** Shutterstock/mangpor2004 ; **64b** Shutterstock/elena moiseeva ; **65h** Shutterstock/Maridav ; **65b** Shutterstock/basel101658 ; **66g** ullsteinbild/akg-images ; **66d** Shutterstock/ supercaps ; **67h** Yôko Ogawa, *La Formule préférée du professeur*, collection «Babelio», Actes Sud ; **67b** Óscardíez Martínez/Biosphoto ; **75** Pierre-Eliede Pibrac/VU'distribution ; **80** Maxim Loskutnikov/stock.adobe.com ; **84** Shutterstock/Natursports ; **85** Patrick Allard/Rea ; **86h** Shutterstock/sezer66 ; **86m** Bridgman Images ; **86b** Montigny-le-Bretonneux, service archéologiquedépartementaldes Yvelines. CHE.55119.1. Philippe Fuzeau/RMN-GP ; **87** aquaphoto/stock.adobe.com ; **88g** The University of St. Andrews, Scotland, UK/Bridgeman Images ; **88d** NASA ; **89h** Mel Longhurst/Andia ; **89b** Shutterstock/Marko Poplasen ; **110** Frédéric Prochasson/stock.adobe.com ; **111h** musée Noria, Saint-Jean-du-Bruel ; **111b** mevans/Getty Images ; **112hd** © 2019 Ubisoft Entertainment. All Rights Reserved. The Grow Home logo, Ubisoft and the Ubisoft logo are registered or unregistered trademarks of Ubisoft Entertainment in the U.S. and/or other countries ; **112m** © ETH Zurich ; **112b** © Esther Stocker. ; **112hg** Rue des Archives/PVDE ; **112md** adoc-photos ; **112b** Shutterstock/Rawpixel.com ; **112b** Shutterstock/Anrir ; **114g** *Navires en perdition dans un tempête*, Peter Monamy (1670/1689-1749). Londres, Tate Collection photo, Tate Photography/RMN-GP ; **114d** NASA/JPL/Caltech ; **115** yanlev/stock.adobe.com ; **138h** Photo12/Alamy ; **138b** StockRocket/stock.adobe.com ; **139h** Shutterstock ; **139b** Xuejun li/stock.adobe.com ; **140g** Science Photo Library/akg-images ; **104d** ESA ; **141h** Shutterstock/Kritsana Maimeetook ; **141b** Getty Images/iStockphoto ; **155h** roman_slavik/Getty Images/iStockphoto ; **155b** fightbegin/Getty Images/iStockphoto ; **158h** collection particulière ; **158b** *L'Insoumise*, réalisation William Wyler 1938, avec Richard Cromwell et George Brent, collection Christophel © Warner bros ; **160h** Markus Varesvuo/NaturePL ; **160b** Lamy/Pressesports ; **161h** Jacek Chabraszewski/Getty Images/iStockphoto ; **161b** Jacques Loic/Photononstop ; **162g** Shutterstock/catwalker ; **162d** © bull ; **163** Maica/Getty Images/iStockphoto ; **181** majonit/stock.adobe.com ; **184h** Xavier FAIN/CNRS Photothèque ; **185h** Witthaya/stock.adobe.com ; **185b** Brian KinneyR /stock.adobe.com ; **186h** http://pism-docs.org ; **186m** Planet Pix/Zuma/ Visual Press Agency ; **186b** *Mathematical Model 012 Surface of revolution with constant negative curvature* ©hiroshi Sugimoto 2015, photo Andrew Pattman, Château La Coste ; **187hg** Codex 72 ,Collezione galileiana,biblioteca Nazionale Centrale, Florence ; **187hd** et **m** Alamy/Photo12 ; **187b** P. Masclet/Airbus SAS 2013 ; **188g** Alamy/Photo12 ; **188d** T. Linack/stock.adobe.com ; **189h** Thanasis Zovoilis/Getty Images ; **189b** Getty Images/iStockphoto ; **197** Shutterstock/Nice to meet you ; **202h** DR ; **202b** Alamy/Photo12 ; **203** Shutterstock/Ellahanochi ; **204** Ballet Magnifique/DR ; **206h** Car Culture/Getty Images ; **206b** NASA/ESA ; **207h** sculpies/stock.adobe.com ; **207b** Courtesygenuineideas.com ; **208g** plainpicture/Marcusbastel ; **208d** Mark Evans/Getty Images/iStockphoto ; **209h** sahachat/stock.adobe.com ; **209b** Zollverein-Kubus, Mauritius/hemis.fr ; **223** Shutterstock/Volodymyrgoinyk ; **230h** LaFerrari Aperta © Ferrari ; **230b** Luc Seba/Cocktail Santé ; **231h** Michel Clementz/photopqr/L'Independant/Maxppp ; **231b** Xiongmao/stock.adobe.com ; **232g** SPL/akg-images ; **232d** ©Maridav/stock.adobe.com ; **233h** Antongvozdikov/stock.adobe.com ; **233b** Jim Abernethy/Nationalgeographic/getty Image ; **249** vbphoto/stock.adobe.com ; **251** Jacques Loic/Photononstop ; **252** merla/stock.adobe.com; **254h** Timde Waele/Getty Images ; **254 md** Shutterstock/manfredxy ; **254bd** Arnaud Rinuccini ; **255h** Getty Images/iStockphoto ; **255b** Photo12/Alamy ; **256h** Jasonbutcher/Getty Images ; **256mg** Shutterstock/Alliance ; **256b** © Gerhard Richter ; **257hd** Jean-Baptiste Paulin Guérin (1783-1855) *Pierre-Simon, marquis de Laplace* (1745-1827), Versailles, photo RMN-Grand Palais (Château de Versailles)/Franck Raux ; **257mg** BnF; **257b** Shutterstock/Production Perig ; **258g** Keystone France ; **258d** david Niviere/dNphotography ; **259h** Getty Images/iStockphoto ; **259b** Thomas Pajot/stock.adobe.com ; **262** Animaflora PicsStock/stock.adobe.com ; **263h** Photononstop/François ledivenah ; **263b** juliasudnitskaya/stock.adobe.com ; **264** aquaticimages/stock.adobe.com ; **266** MyWorld/stock.adobe.com ; **267** hervé Lenain/Biosphoto ; **271** Andy/stock.adobe.com ; **272h** Samuelegallini/stock.adobe.com ; **272b** Samuelegallini/stock.adobe.com ; **273** Shutterstock/Bannafarsai_Stock ; **275** Getty Images/iStockphoto ; **276** Aurelien Faidy/Divergence ; **278h** michaeljung/stock.adobe.com ; **278b** photlook/stock.adobe.com ; **279b** Robert Kneschke/stock.adobe.com ; **279h** Thananit/Getty Images ; **280g** Welcome Library ; **280d** Getty Images/iStockphoto ; **281h** A1shot_pjh/AFP ; **281b** Sam Edwards/Caiaimages/Photononstop ; **286** Frédéricgeorgel/stock.adobe.com ; **287** hoffmann Photography/Age Fotostock ; **288** Panoramic ; **294** Pictures news/stock.adobe.com ; **296** alexandra_siu/stock.adobe.com ; **300h** Africa Studio/stock.adobe.com ; **300b** ncikname/stock.adobe.com ; **301h** Daniellebonardelle/stock.adobe.com ; **301b** Olgagalushko/stock.adobe.com ; **302g** ©Bridgeman Images/Leemage ; **302d** picture alliance/Getty Image ; **303** Getty Images/E+ ; **313g** Xuejun li/stock.adobe.com ; **313d** dule964/stock.adobe.com ; **317** Getty Images/E+ ; **320** Photo12/Alamy ; **321** collection christophel ; **324h** Tran-Photography/stock.adobe.com ; **324b** Dmitri Stalnuhhin/stock.adobe.com ; **325h** mandritoiu/stock.adobe.com ; **325b** FatCamera/Getty Images ; **326g** imageBROKER/Arco Images/Wegner Petra/Biosphoto ; **326d** luigipinna/stock.adobe.com ; **327h** Shutterstock/Foodpictures ; **327b** ©HELVETIA games Shop ; **330** Shutterstock/Michael Conrad ; **331** Shutterstock/ShutterDivision ; **333** Hervé degueltzl/Photononstop ; **335** Shutterstock/danymages ; **336** Dmitri Stalnuhhin/stock.adobe.com ; **338h** elen31/stock.adobe.com ; **338b** Shutterstock/Vlad61 ; **339** Zuurbiero/stock.adobe.com ; **340** Shutterstock/MyraMyra ; **341** Trademarkpoker/DR ; **342** Shutterstock/Tero Vesalainen ; **344h** Dave Chidley/Toronto Star ; **344b** grand-illusions.com/DR ; **345h** réseau Sentinelles, INSERM/UPMC,http://www.sentiweb.fr ; **345b** Shutterstock/DeymosHR

Crédits pages *Bienvenue au lycée* (pages 12 et 13) :
Rédaction : Séverine Maestri, Michel Muller. **Coordination :** Emmanuel Percq. **Édition :** Isabelle Dussouet.

Édition : Malvina Juhel
Coordination éditoriale : Romain Houette
Mise en page : DESK (www.desk53.com.fr)
Conception graphique : Marc Henry
Couverture : Jean-Marc Denglos
Schémas : DESK
Iconographie : Sophie Suberbère
Photogravure : DESK

MIXTE
Papier issu de sources responsables
FSC® C022030

Nathan est un éditeur qui s'engage pour la préservation de son environnement et qui utilise du papier fabriqué à partir de bois provenant de forêts gérées de manière responsable.