

POUR BIEN COMMENCER

Quelques notions déjà vues

PC 2^{de} Effet joule

Un conducteur ohmique (résistance) convertit l'intégralité de l'énergie électrique reçue en énergie thermique : c'est ce qu'on appelle l'effet Joule. Aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance R , la puissance dissipée vaut :

$$D = U \times I$$

avec $U = R \times I$ (loi d'Ohm) donc :

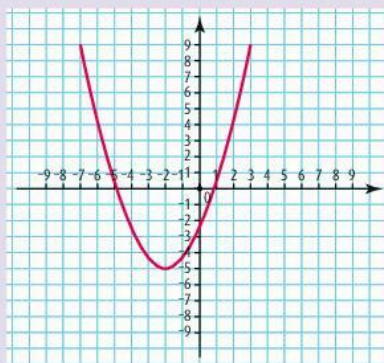
$$D = R \times I^2.$$

Maths 2^{de} Polynôme du 2nd degré

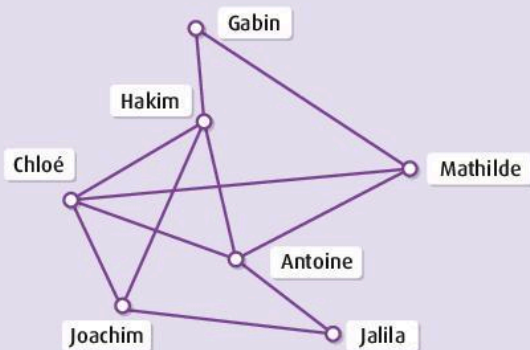
Un polynôme du 2nd degré est une fonction qui s'écrit sous la forme :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Sa représentation graphique est une parabole.



SNT 2^{de} Graphe



Graphe d'un réseau social entre 6 élèves d'un lycée

Un graphe est un modèle permettant de représenter des connections au sein d'un réseau (réseau social, réseau électrique...).

Des nœuds sont connectés entre eux par des arcs.

Se tester avant de démarrer

Savez-vous répondre aux questions suivantes ?

1. Quelle est la tension qui arrive dans les prises électriques de votre habitation ?
2. Le réseau domestique est-il en courant continu ou alternatif ?
3. Quelle est la conséquence d'une augmentation de la résistance sur l'effet Joule ?

Câbles électriques en réparation dans une rue de Vientiane, la capitale du Laos. Le transport d'électricité dans un réseau fait appel à des modèles mathématiques et des traitements numériques permettant de minimiser les pertes et d'optimiser la distribution. Il faut de plus que l'électricité puisse continuer d'être fournie, même en cas de problème local sur une ligne.

OPTIMISATION DU TRANSPORT DE L'ÉLECTRICITÉ



Comment des modèles mathématiques
permettent-ils de minimiser les pertes dans
les réseaux de distribution électrique?

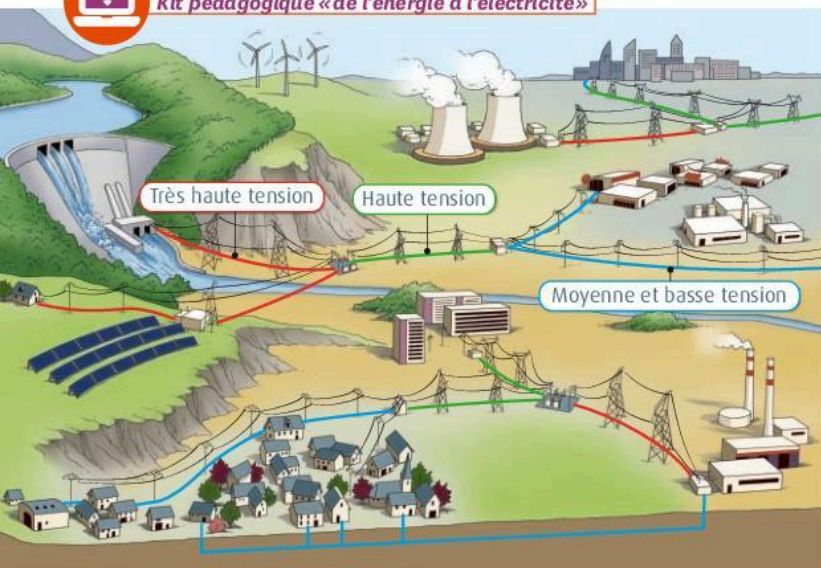
Transporter l'électricité

Les sources de production de l'électricité sont nombreuses et parfois éloignées des zones de consommation. Le transport d'électricité s'effectue par l'intermédiaire de lignes aériennes à haute tension, et de lignes souterraines à moyenne ou basse tension dans les zones densément peuplées.

Pourquoi de la haute tension pour le transport d'électricité ?



Kit pédagogique « de l'énergie à l'électricité »



DOC 1 Connecter producteurs et consommateurs d'électricité.

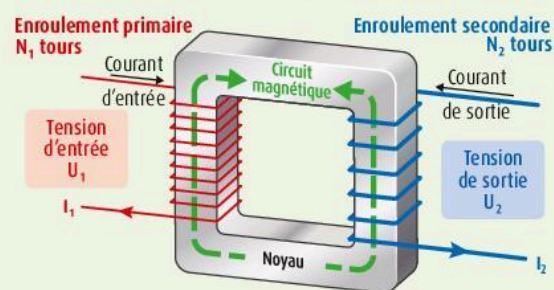
Les lignes à très haute tension relient chaque centrale productrice d'électricité à un premier transformateur qui abaisse la tension (DOC. 2). Les lignes à haute tension transportent l'électricité sur de longues distances jusqu'à un deuxième transformateur qui permet d'alimenter les lignes à moyenne et basse tension du réseau de distribution des consommateurs (entreprises et particuliers).

Pour modifier une tension alternative, on utilise un transformateur. Il repose sur le phénomène d'induction (voir chapitre 5), et a un rendement proche de 1. Il est constitué d'un « circuit magnétique » conduisant les lignes de champ magnétique et de deux enroulements, l'un dit primaire (avec N_1 tours), l'autre dit secondaire (avec N_2 tours).

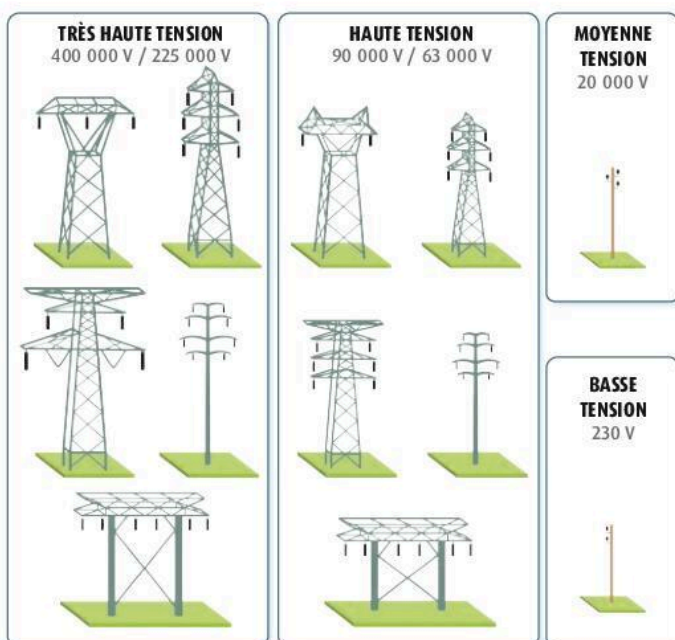
On appelle $n = \frac{N_2}{N_1}$ le rapport du transformateur.

Les tensions sont reliées par $\frac{U_2}{U_1} = n$.

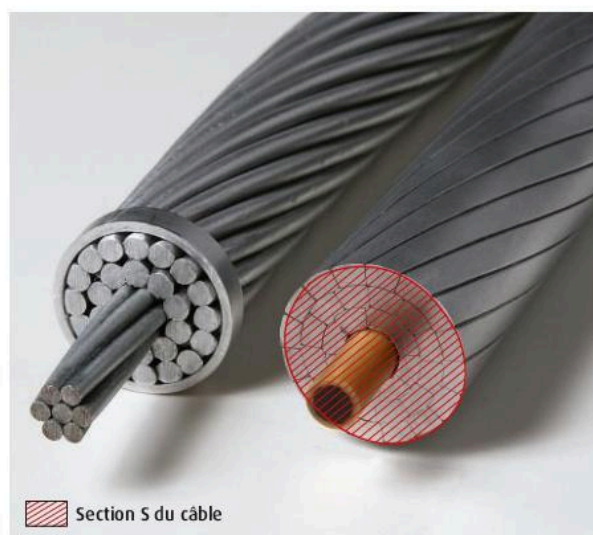
Les courants sont reliés par $\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{n}$.



DOC 2 Élever, abaisser la tension : le transformateur.



DOC 3 Assurer le support des lignes électriques.



DOC 4 Câbles électriques. Conducteur conventionnel sur la gauche et à « âme » en fibre composite à droite. L'âme est le tube au centre qui assure les propriétés mécaniques. L'aluminium autour assure les propriétés électriques du conducteur.

La résistance d'un câble électrique de longueur L (m), de section S (m², voir **DOC. 4**) et de résistivité ρ ($\Omega \cdot \text{m}$) est :

$$R = \frac{\rho \times L}{S}$$

Cette relation est appelée la première loi d'Ohm et a plusieurs conséquences pour le choix d'une ligne :

- la résistance est d'autant plus grande que la longueur est importante, on essaie de réduire la longueur autant que possible;
- la résistance est d'autant plus faible que la section est grande, on augmente la section autant que possible;
- la résistance est d'autant plus faible que le matériau conducteur possède une résistivité la plus faible possible.

Nom du métal	Résistivité à 300 K ($\Omega \cdot \text{m}$)
Argent	$16 \cdot 10^{-9}$
Cuivre	$17 \cdot 10^{-9}$
Aluminium	$28 \cdot 10^{-9}$
Zinc	$61 \cdot 10^{-9}$
Fer	$10 \cdot 10^{-8}$
Plomb	$21 \cdot 10^{-8}$

DOC 5 Pertes ohmiques dans le conducteur.

Dans les lignes à haute tension alternative, à la dissipation ohmique classique se rajoute une dissipation dite « diélectrique » qui provient de la proximité de la terre et de la ligne. Lorsque la ligne est enterrée, cette seconde composante de la dissipation devient très importante. En revanche, dans le cas de haute tension continue, il n'y a pas de dissipation diélectrique. Alors que les lignes aériennes transportent une tension alternative, on utilise alors de la tension continue pour transporter l'électricité dans des câbles sous-marins. C'est le cas dans le projet d'interconnexion électrique entre le Royaume-Uni et la France.



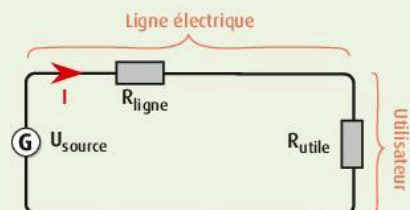
DOC 7 Pertes ohmiques dans le conducteur.

EXPLOITER LES DOCUMENTS

- Dans l'environnement de votre lycée ou de votre domicile, photographiez les lignes électriques en identifiant les basses, moyennes, hautes ou très hautes tensions et les transformateurs qui fournissent la tension standard aux habitations.
- Si un transformateur élève la tension, indiquez ce qu'il se passe pour le courant. Exprimez sous forme littérale la puissance à l'entrée et à la sortie du transformateur. En déduire, le rendement approximatif (**DOC. 2**).
- Expliquez pourquoi il est difficile en pratique de modifier la longueur ou la section des câbles électriques d'un réseau. Indiquez les matériaux les plus adaptés pour les câbles électriques (**DOCS 3 à 5**).
- Expliquez l'intérêt d'un transport électrique sous haute tension. Indiquez l'intérêt et l'inconvénient des stations de conversion pour connecter les réseaux de la France et du Royaume-Uni (**DOCS 6 à 7**).

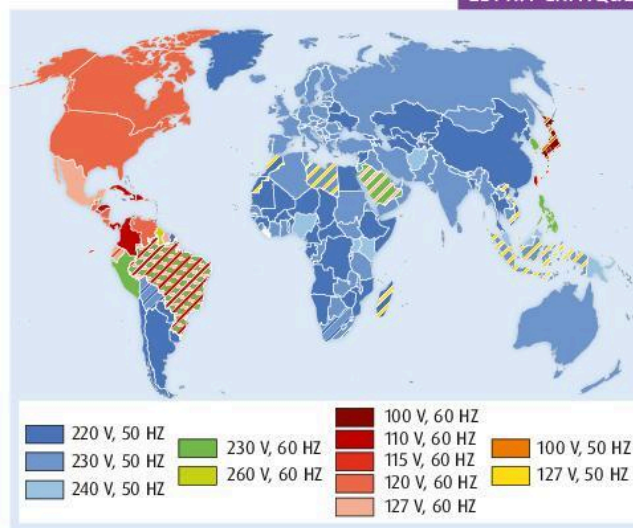
On modélise ici la source d'énergie comme une source de tension U_{source} . La ligne de transmission comme une résistance R_{ligne} et la charge résistive utile par une résistance R_{utile} (résistance du réseau de l'utilisateur).

Les pertes ohmiques dans la ligne de transmission sont dues à l'effet Joule. La puissance dissipée vaut $P_{\text{ligne}} = R_{\text{ligne}} \cdot I^2$. Pour minimiser cette perte, il faut minimiser le courant qui circule. Comme la puissance fournie par la source est $P = U_{\text{source}} \times I$, pour une puissance donnée, plus U_{source} sera élevée, plus le courant I sera faible, donc plus les pertes dans la ligne seront réduites.



DOC 6 Puissance électrique dans une ligne.

ESPRIT CRITIQUE



DOC 8 Électricité domestique à travers le monde.

Tous les pays n'ont pas fait les mêmes choix pour la tension et la fréquence du réseau domestique. Elle varie dans le monde entre 100 V et 240 V et la fréquence entre 50 et 60 Hz.

ESPRIT CRITIQUE

Certains pays choisissent d'avoir une tension dans le réseau domestique de l'ordre de 110 V, tandis que d'autres, comme la France, choisissent 230 V.

→ Quels sont les avantages et les inconvénients associés à ces choix ?

Pistes de travail ► **DOC. 8** et recherche Internet

Optimiser le réseau de distribution

Un réseau de distribution électrique comporte de nombreuses sources et de nombreux destinataires. Un réseau optimal doit satisfaire à plusieurs contraintes : minimiser les pertes ohmiques, réduire le coût de construction et assurer aux destinataires la puissance dont ils ont besoin, même en cas d'anomalie partielle sur le réseau.

Comment optimiser un réseau de distribution électrique pour minimiser les pertes ohmiques ?



Réseau haute et très haute tension français



Salle de dispatching national à Saint-Denis (Île de France)

DOC 1 Dispatching. La demande en électricité varie en permanence au cours d'une journée, selon les horaires de travail, les besoins en chauffage, les grands événements publics, etc. L'électricité produite par les centrales doit s'ajuster en temps réel à la consommation des utilisateurs. Pour cela le réseau s'appuie sur des centres de répartition de l'électricité : les dispatchings.

DOC 2 Minimiser les pertes par effet Joule au sein d'un réseau de distribution.

On peut modéliser un réseau optimal (**DOC 3**) par un graphe :

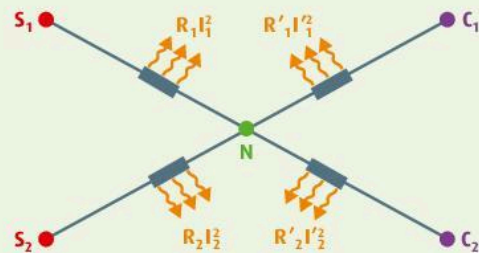
- les arcs entre les sommets représentent les lignes électriques ;
- les sommets représentent :

- les sources distributrices (centrales de production) ;
- les nœuds intermédiaires (jonctions entre les lignes) ;
- les cibles destinataires (les consommateurs).

Pour expliquer comment on optimise la production électrique, on considère une situation simple avec deux centrales et deux consommateurs. Autrement dit on étudie un réseau interconnecté à deux sources S_1 et S_2 , avec 1 nœud intermédiaire N , et 2 cibles destinataires C_1 et C_2 .

On rajoute sur le graphe la résistance de chaque ligne et la dissipation par effet Joule ($R I^2$). On cherche à minimiser la dissipation totale D , sachant que :

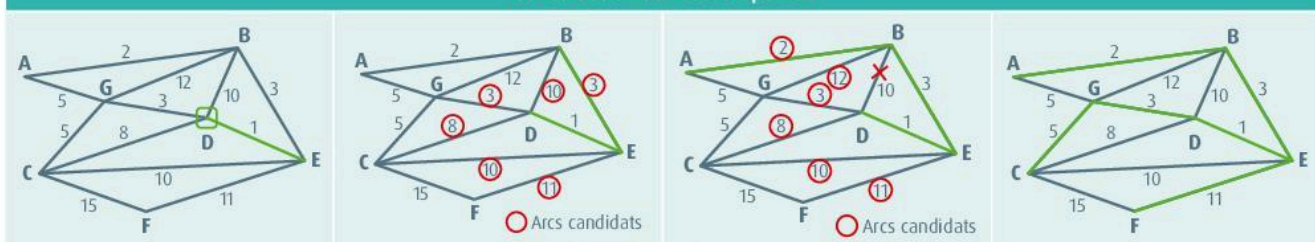
$$D = R_1 \times I_1^2 + R_2 \times I_2^2 + R'_1 \times I'^2_1 + R'_2 \times I'^2_2.$$



Vidéos : construction de l'arbre et algorithme grandeur nature



Construction du réseau optimal



Étapes de construction

① : Je pars d'un sommet au hasard, ici le sommet D. C'est le point de départ du réseau, ou arbre, que je construis. Je choisis l'arc de poids minimal (= de plus petite résistance) qui part du sommet D. Ici, il s'agit de l'arc [DE], premier arc de mon arbre.

② : On regarde tous les arcs qui ont une extrémité dans l'arbre et une extrémité hors de l'arbre. On choisit celui de poids minimal. En cas d'égalité, on choisit une des deux au hasard. Ici, on a choisi [BE]. Il était aussi possible de choisir [DG].

③ : Je continue avec la même règle. L'arête [BD] n'est pas candidate car ses deux extrémités sont dans l'arbre déjà construit. L'arête [BA] est celle à construire.

④ : Ainsi de suite, en appliquant la même règle à chacune des étapes suivantes, j'obtiens l'arbre final dit « de poids minimal » : c'est le réseau pour lequel la résistance (et donc les pertes) sera minimale.

DOC 3 Minimiser les pertes en construisant un réseau optimal. On cherche à minimiser les résistances totales de la ligne lors de la construction. On utilise pour cela un algorithme qui permet de construire un réseau optimal pour lequel la résistance et le coût sont réduits. Sur un graphe, cela consiste à relier les points par le circuit avec le moins de résistance. Les résistances sont représentées par les valeurs chiffrées sur les graphes.

Sous une tension constante, la puissance $P = U \times I$ est directement proportionnelle au courant. Pour simplifier, on raisonne donc avec les intensités parcourant les arcs du réseau. Sur le **DOC. 2** sont indiqués les courants transportés. Différentes contraintes s'appliquent sur le réseau pour minimiser les pertes par effet Joule :

1. Chacune des centrales ne peut délivrer plus qu'un courant donné (parce que la puissance de production est limitée): $I_1 \leq I_{1\max}$, $I_2 \leq I_{2\max}$
2. Le courant utilisé par les consommateurs (et donc la puissance) est imposé, et vaut au total $I_1' + I_2'$. Il faut que les

centrales produisent donc $I_1' + I_2'$. On appelle I_0 le courant total produit par les centrales et donc consommé par les cibles. On a donc $I_0 = I_1 + I_2 = I_1' + I_2'$ (loi des nœuds).

3. Le réseau dissipe de l'énergie. Chacun des arcs dissipe une puissance proportionnelle au carré du courant qui le traverse. D représente la dissipation totale du réseau (voir **DOC. 2**).

On cherche à régler I_1 et I_2 pour satisfaire ces trois contraintes. Les consommateurs imposent I_0 . Si on connaît I_1 alors on connaît I_2 , puisque (contrainte 2) $I_2 = I_0 - I_1$. Il suffit donc de chercher la valeur de I_1 qui minimise la dissipation (contrainte 3).

DOC 4 Minimiser les pertes en jouant sur la valeur d'intensité I_1 .



Tableau pour l'expérimentation



PROTOCOLE

Dans le protocole qui suit, I_1 et I_2 sont notés I_1 et I_2 et les unités sont arbitraires.

- Ouvrir le tableur en lien numérique.
- Dans l'onglet « Recherche manuelle », modifier la valeur de I_1 de façon à obtenir la valeur de dissipation D minimale.
- Dans l'onglet « Recherche automatique », utiliser les 4 jeux de données du tableau pour effectuer une lecture graphique de I_1 optimal. En déduire I_2 optimal.

	Paramètres	Données 1	Données 2	Données 3	Données 4
Consommation totale	I_0	2	3,5	3,5	3,5
Résistance 1	R_1	0,02	0,02	0,02	0,02
Résistance 2	R_2	0,04	0,04	0,04	0,02
Courant max 1	$I_{1\max}$	2	2	3	2
Courant max 2	$I_{2\max}$	3	3	1	1

DOC 5 Expérimentation pour trouver la valeur optimale de I_1 .

EXPLOITER LES DOCUMENTS

1. Expliquez pourquoi les événements publics comme les rencontres sportives impactent la consommation d'électricité (**DOC. 1**).
2. Refaites les étapes du **DOC. 3** en choisissant l'arc [DG] au lieu de l'arc [BE] à l'étape 2. Calculer la résistance totale du réseau que vous avez construit et comparez avec l'arbre final du **DOC. 3**. Commentez.
3. Sous quelle condition peut-on raisonner sur les intensités des arcs du réseau, et non les puissances (**DOC. 4**) ?
4. Comparez les résultats obtenus avec les 4 jeux de données. Identifiez le problème qui se pose avec le 4^e jeu de données (**DOCS 4 et 5**).
5. Expliquez les conséquences de la répartition des sources pour la minimisation des pertes sur le réseau (**DOC. 6**).

Liens vers l'application Balance et démonstrations



PROTOCOLE

- Téléchargez l'application Balance (voir le lien numérique)
- Construisez un réseau qui permette d'ajuster la consommation à la demande et qui soit résilient, c'est-à-dire pour lequel on peut anticiper les catastrophes.
- Notez qu'il existe alors une répartition optimale entre les sources, pour une puissance émise donnée, qui minimise les pertes.



DOC 6 Construction d'un réseau résilient.

Produit par la société publique norvégienne de transport d'électricité StatNett (<https://www.statnett.no/>), ce jeu permet d'optimiser la construction d'un réseau redondant afin que celui-ci continue à fournir de l'énergie même en cas de problème sur une ligne.

ESPRIT CRITIQUE

Le réseau électrique français est un maillage (voir **DOC. 1** p. 165) et non un arbre comme construit dans le **DOC. 2**. Cela signifie qu'un même sommet peut être relié par différents arcs.

→ Quel est l'intérêt d'une telle structure du réseau ?

→ Qu'appelle-t-on un black-out électrique ? En quoi la redondance du réseau peut-elle prévenir ce genre de phénomène ?

Pistes de travail ► **DOC. 6** et recherche Internet

TRANSPORTER L'ÉLECTRICITÉ

1. Transporter l'électricité

- Le transport de l'énergie électrique est assuré par un maillage de lignes électriques sur le territoire. Celles-ci sont à basse tension pour l'acheminement final de l'électricité auprès des consommateurs, et à haute ou très haute tension à proximité des sources d'électricité ou pour le transport à longue distance.
- Les câbles électriques utilisés sont des conducteurs ohmiques qui présentent une résistance R qui se calcule selon la première loi d'Ohm $R = \frac{\rho \cdot L}{S}$, où ρ est la **résistivité** du matériau utilisé, L la longueur du conducteur et S sa section. En se rappelant de la seconde loi d'Ohm qui relie tension et courant dans un conducteur ohmique ($U = R \cdot I$) et de la puissance dissipée par un bipôle $P = U \cdot I$, on retrouve les pertes de puissance par **effet Joule** d'un tel conducteur : $P = R \cdot I^2$. Ces pertes ont lieu sous forme de chaleur dissipée. Afin de les minimiser, on réduit le courant qui circule dans les lignes. C'est la raison de l'utilisation d'une très haute tension pour le transport d'une puissance donnée. > **Unité 1**

2. Optimiser le réseau de distribution

- Le réseau de lignes électriques doit être optimisé afin de minimiser les pertes et de mettre en relation les centrales de production et les utilisateurs. Ce réseau se modélise mathématiquement sous la forme de **graphes** orientés dont les sources sont les centrales électriques, les cibles sont les utilisateurs et les nœuds sont les interconnexions entre les lignes. Dans ce modèle, l'objectif est de minimiser les pertes par effet Joule.
 - Une première solution consiste à relier les sources, les nœuds et les cibles par un **réseau optimal** dans lequel la résistance et les coûts de construction sont réduits. La construction de ce réseau optimal s'appuie sur des algorithmes.
 - Dans un réseau construit de façon optimale, la minimisation des pertes par effet Joule répond à différentes contraintes.
 - Chacune des centrales ne peut délivrer plus qu'un courant donné, car la puissance de production des centrales est limitée.
 - D'après la **loi des nœuds**, l'intensité totale entrant dans un nœud intermédiaire est égale à l'intensité totale qui en sort.
 - L'intensité totale arrivant à chaque cible est imposée par l'intensité utilisée par la cible. En d'autres termes, il faut que l'intensité produite par les sources soit égale à l'intensité utilisée par les cibles du réseau.
- Ce problème d'optimisation complexe est résolu par des méthodes numériques.
- Dans la réalité, le réseau électrique se présente sous forme de maillage et non sous forme de graphes. Cela signifie que les nœuds sont reliés par plusieurs arcs. On dit que le réseau est redondant. L'avantage du maillage est de permettre d'avoir un réseau résilient : la redondance du réseau permet de continuer à fournir de l'électricité aux cibles même en cas de problème sur une ligne électrique. > **Unité 2**

Les mots-clés du chapitre

- **Résistivité** : Grandeur qui représente la tendance d'un matériau à résister au passage d'un courant électrique. Désignée usuellement sous le symbole ρ , elle s'exprime en $\Omega \cdot m$.
- **Effet Joule** : Puissance dissipée sous forme de chaleur par un conducteur ohmique.
- **Graphe** : Modèle mathématique utilisé, entre autres, pour modéliser un réseau de transport électrique.
- **Réseau optimal** : Réseau pour lequel la résistance des lignes et le coût de construction sont réduits.
- **Lois des nœuds** : L'intensité entrant dans un nœud d'un circuit électrique est égale à l'intensité sortant de ce nœud.

Ne pas confondre

- La première loi d'Ohm qui relie résistance d'un conducteur ohmique à sa résistivité

$$R = \frac{\rho \cdot L}{S}$$
- La seconde loi d'Ohm qui relie la tension aux bornes d'un conducteur ohmique au courant qui le traverse

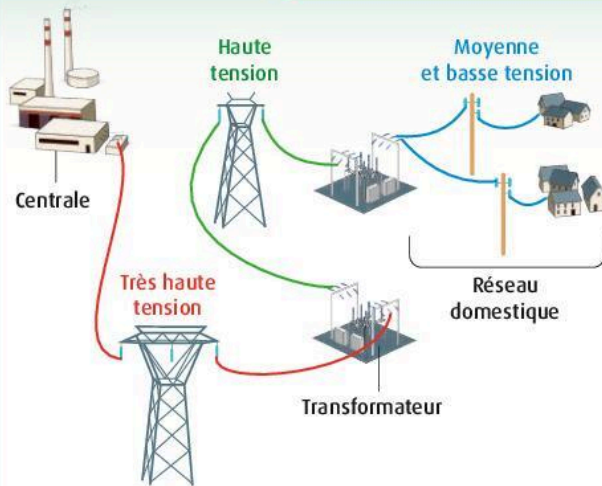
$$U = R \cdot I$$

l'essentiel par l'image

Schéma interactif



La haute tension pour minimiser les pertes



Résistance en ligne



résistivité en $\Omega \cdot m$

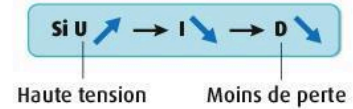
$$R_l = \rho \times \frac{L}{S}$$

résistance en Ω

Perte par effet Joule

$$D = R \times I^2$$

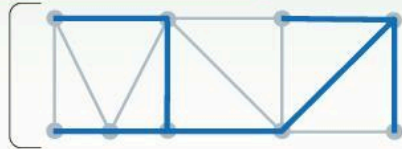
Dissipation

À puissance P constante ($P = U \times I$)

Optimiser le réseau de distribution

1 Construire un réseau optimal

Modélisation mathématique : graphe



Réseau optimal

Résistance minimale

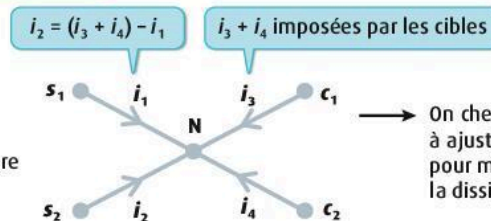
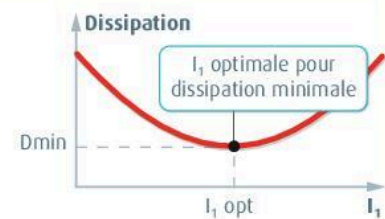
Coût minimal

2 Minimiser les pertes

S = source (centrale)

N = nœud intermédiaire

C = cible (utilisateur)

On cherche à ajuster i_1 pour minimiser la dissipation

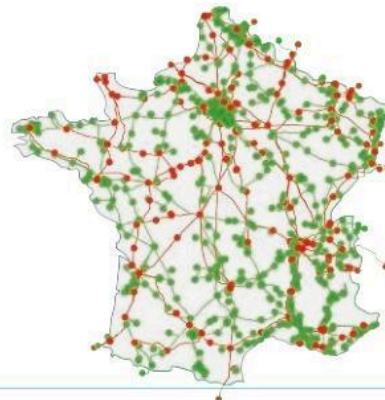
3 Redondance du réseau

Deux nœuds sont reliés par plusieurs arcs

Maillage

Redondance du réseau

Résilience en cas de problème sur une ligne



- 400 kV (Très haute tension)
- 225 kV (Haute tension)

Mémoriser son cours

Exercices
corrigés

Pour mémoriser l'essentiel du cours, posez-vous régulièrement ces questions et vérifiez vos réponses.

1. Quelle est l'expression de la puissance perdue par effet Joule dans un conducteur de résistance R parcouru par un courant I ?
2. Quel est l'intérêt de transporter l'électricité dans des lignes à haute ou très haute tension?
3. Qu'utilise-t-on pour abaisser ou augmenter une tension alternative avec un excellent rendement?
4. Comment est mathématiquement modélisé un réseau de transport électrique? Représentez cette modélisation sous forme d'un schéma.
5. Comment minimise-t-on les pertes dues à l'effet Joule sur un réseau électrique?

Pour s'échauffer

Exercices
interactifs

1 QCM

Pour chaque proposition, identifiez la (ou les) bonne(s) réponse(s).

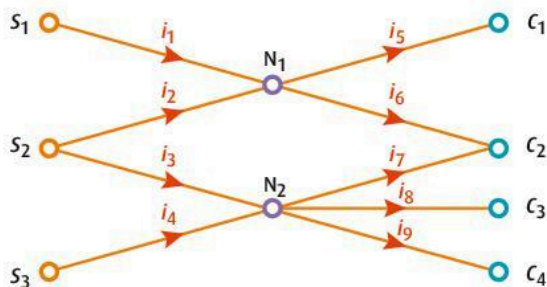
1. Dans un réseau sous une tension constante, au niveau d'un nœud, on peut dire que:

- a. le courant sur chaque ligne doit être égal.
- b. la somme des tensions des lignes incidentes est égale à la somme des tensions des lignes entrantes.
- c. la somme des courants des lignes incidentes est égale à la somme des courants des lignes entrantes.
- d. la somme des puissances des lignes incidentes est égale à la somme des courants des lignes entrantes.

2. Le matériau constitutif d'une ligne électrique est choisi de façon à:

- a. ce que sa résistivité soit la plus faible possible.
- b. ce que sa résistivité soit la plus haute possible.
- c. ce que sa résistance mécanique soit la plus élevée possible.
- d. ce qu'il s'intègre bien dans le paysage.

3. Les contraintes de production dans le doc. 1 s'écrivent:



DOC 1 Réseau électrique comprenant trois sources (à gauche), quatre cibles (à droite) et deux nœuds. Les variables sont des intensités de courant.

- a. $i_1 \leq s_1$
- b. $i_1 \geq s_1$
- c. $i_2 + i_3 \leq s_2$
- d. $i_3 + i_4 \leq s_3$

4. D'après la loi des nœuds, on peut écrire:

- a. $i_1 + i_2 = i_5 + i_6$
- b. $i_1 + i_2 \geq i_5$
- c. $i_3 + i_4 < i_7 + i_8 + i_9$
- d. $i_3 = i_4$

5. Les cibles consomment une intensité de courant telle que:

- a. $c_1 = i_5$
- b. $c_3 = s_2$
- c. $c_2 = i_6 + i_7$
- d. $c_4 = i_4$

6. La résistivité d'un matériau s'exprime en:

- a. Ω
- b. $\Omega \cdot m$
- c. $\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$
- d. $\Omega \cdot m^{-1}$

7. Dans les réseaux simplifiés étudiés, on fait l'hypothèse que:

- a. les courants sont tous identiques.
- b. les tensions sont toutes identiques.
- c. les puissances sont toutes identiques.
- d. les pertes sont toutes identiques.

8. À puissance transportée constante, on préfère:

- a. utiliser de la haute tension, ce qui réduit le courant circulant dans les lignes.
- b. utiliser du haut courant dans les lignes, ce qui réduit la tension.
- c. utiliser des lignes à haute résistance pour réduire le courant.

► CORRECTION p. 319

2 Vrai/faux

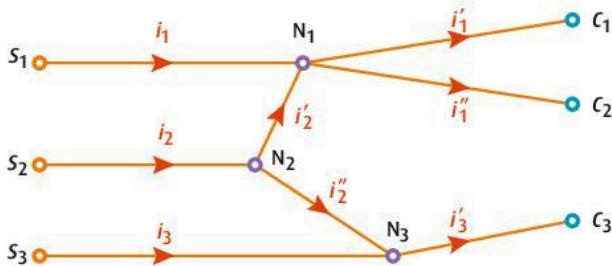
1. Le transport d'électricité a toujours lieu en tension alternative.
2. Dans le monde, le réseau domestique a une tension toujours proche de 230 V.
3. Pour une puissance transportée donnée, il est préférable d'augmenter la tension que d'augmenter le courant utilisé.
4. Comme la loi d'Ohm est linéaire, le problème de minimisation des pertes sur un réseau est lui aussi linéaire.
5. La résistance d'une ligne est d'autant plus faible que sa section est grande.
6. Il existe un unique algorithme simple pour optimiser un réseau.

3 Qui suis-je ?

1. La grandeur qui représente la tendance d'un matériau à résister au passage d'un courant électrique (en $\Omega \cdot m$).
2. La puissance dissipée sous forme de chaleur par un conducteur ohmique.
3. La modélisation mathématique d'un réseau de transport électrique.
4. La loi physique selon laquelle les intensités en entrée d'un nœud valent les intensités en sortie.
5. La caractéristique qui assure la résilience du réseau.

4 Réseau simple

Donner les relations exactes rentrant en jeu dans l'optimisation du réseau ci-dessous.



1. Quel lien y a-t-il entre $i_1, i_2, i_3, i'_1, i'_2$ et i'_3 ?
Entre i_2, i'_2 et i''_2 ?

2. Si $i_2 = 0$:
– simplifier le graphe.
– quelle expression prend alors la dissipation totale sur les lignes de réseau ? On introduira toute grandeur jugée nécessaire.

5 Aluminium ou cuivre ?

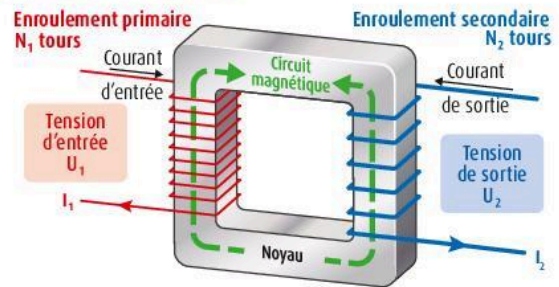
Considérons un câble électrique entre deux pylônes de ligne à haute tension qui mesure 250 m de long. On étudie l'un des conducteurs constituant ce câble, et qui possède une section de 500 mm^2 .

1. Le matériau utilisé est un alliage d'aluminium que l'on assimile à de l'aluminium pur.
a. En utilisant le [DOC. 5](#) p. 157, donnez la résistance du conducteur.
b. Sachant que la densité de l'aluminium est 2,70, donnez la masse du câble électrique.

2. Si l'on avait utilisé un conducteur de cuivre (voir [DOC. 5](#) p. 157) :

- a. quelle serait la section d'un conducteur présentant la même résistance ?
 - b. quelle serait alors sa masse sachant que le cuivre possède une densité de 8,96 ?
 - c. d'un point de vue mécanique (contrainte sur les pylônes), est-il préférable d'utiliser du cuivre ou de l'aluminium ?
3. Sachant qu'en début 2020, l'aluminium est vendu $1,59 \text{ €} \cdot \text{kg}^{-1}$ et le cuivre $5,47 \text{ €} \cdot \text{kg}^{-1}$, quel matériau est-il plus intéressant d'utiliser financièrement ?

6 Transformateur



On rappelle que $n = \frac{N_2}{N_1}$ est le rapport du transformateur.

On a : $\frac{U_2}{U_1} = n$ et $\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{n}$.

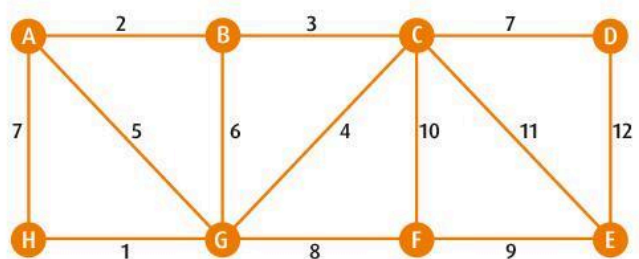
Le transformateur ci-dessus est utilisé pour passer d'une tension de 20 000 V (moyenne tension) à 400 V (basse tension).

1. Si la puissance circulant sur le réseau est de 2 MW, quel courant circule dans les câbles à moyenne tension ? Dans les câbles à basse tension ?
2. Calculez le rapport de transformation n du transformateur.
3. Vérifiez numériquement les relations liant les tensions et les courants au rapport de transformation.
4. Si l'on a 2 000 spires du côté de la moyenne tension dans le transformateur, combien y-a-t-il de spires du côté de la basse tension ?

7 Construire un réseau optimal

Pour minimiser les pertes du réseau, on cherche à minimiser la résistance totale de la ligne

1. Rappelez les paramètres influençant la résistance d'une ligne électrique.
2. On considère le graphe ci-dessous où les sommets représentent à la fois les sources et les cibles du réseau. Recopiez le graphe, puis, en utilisant la méthode du [DOC. 3](#) p. 158, reliez les sommets de ce graphe par le réseau (ou arbre) de résistance minimale.



Tester ses compétences

8 Représenter un modèle, exprimer mathématiquement des contraintes

Modélisation d'un réseau électrique

Considérons un réseau électrique possédant deux sources S_1 et S_2 , deux cibles C_1 et C_2 et un nœud d'interconnexion noté N . Nous appelons R_1 la résistance de la ligne entre S_1 et N , R_2 la résistance entre S_2 et N , R_3 entre N et C_1 , R_4 entre N et C_2 . On appelle i_k le courant parcourant la ligne k de résistance R_k .

QUESTIONS

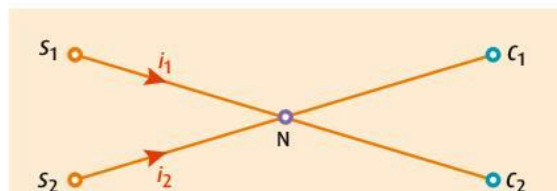
1. Représentez le graphe du réseau.
2. Quelle est la puissance totale dissipée par effet joule D ?
3. Quelle relation lie i_1 , i_2 , i_3 , i_4 ?
4. On suppose que i_3 et i_4 sont connus. On appelle $K = i_3 + i_4$. Donner l'expression de i_2 en fonction de i_1 et K .
5. On appelle p_t la perte totale des branches 3 et 4. Montrez qu'on peut écrire D sous la forme d'un polynôme du second degré :

$$D = (R_1 + R_2) i_1^2 - 2 R_2 K i_1 + R_2 K^2 + p_t$$

9 Utiliser un modèle, exprimer mathématiquement des contraintes

Optimiser un réseau électrique simple

On considère un réseau interconnecté à deux sources S , 1 nœud N et 2 destinations de consommation C_1 et C_2 .



Soit P_1 la puissance fournie par la source 1 et P_2 la puissance fournie par la source 2. On note i_1 le courant circulant entre S_1 et N et i_2 le courant circulant entre S_2 et N . On souhaite modéliser les pertes pour optimiser la répartition de puissance entre S_1 et S_2 . Pour cela, on note R_1 la résistance équivalente de la ligne 1 entre S_1 et N , et R_2 la résistance équivalente de la ligne 2 entre S_2 et N .

DOC1 Modélisation du réseau par un graphe.

On suppose désormais que la source P_1 peut fournir au plus une puissance de 20 MW, la source P_2 au plus une puissance de 30 MW. Pour une puissance totale fournie par les deux sources de 30 MW, nous calculons les pertes avec un coefficient de proportionnalité k_1 et k_2 (voir question 3), respectivement égaux à 0,01 et 0,006 (exprimés en MW^{-1}). Nous obtenons le tableau ci-contre.

DOC2 Calcul des pertes.

P_1	P_2	Q_1	Q_2
0	30	0	5,4
1	29	0,01	5,046
2	28	0,04	4,704
3	27	0,09	4,374
4	26	0,16	4,056
5	25	0,25	3,75
6	24	0,36	3,456
7	23	0,49	3,174
8	22	0,64	2,904
9	21	0,81	2,646
10	20	1	2,4
11	19	1,21	2,166
12	18	1,44	1,944
13	17	1,69	1,734
14	16	1,96	1,536
15	15	2,25	1,35
16	14	2,56	1,176
17	13	2,89	1,014
18	12	3,24	0,864
19	11	3,61	0,726
20	10	4	0,6

QUESTIONS

1. Sans pertes de lignes, quelle puissance est disponible au niveau du nœud N (DOCS 1 et 2) ?
2. Quelle est l'expression de la perte de puissance sur la ligne 1 notée Q_1 ? Même question pour Q_2 sur la ligne 2 (DOC. 1).
3. En supposant que toutes les lignes se trouvent à une tension U constante, donnez le lien entre i_1 , la puissance fournie par la source 1 notée P_1 et la tension U . Montrez qu'on peut écrire $Q_1 = k_1 P_1^2$. Donnez l'expression de k_1 .
4. Donnez la puissance disponible P au nœud N en fonction de P_1 , R_1 , P_2 , k_1 et k_2 .
5. Montrez qu'il existe un couple (P_1, P_2) tel que $P_1 + P_2 = 30$ MW pour lequel les pertes totales sont minimales (DOC. 2).
6. Représentez la courbe de $Q = Q_1 + Q_2$ en fonction de P_1 . Retrouvez graphiquement le résultat de la question 5.

10 Extraire et analyse des informations issues de documents

Le réseau électrique français

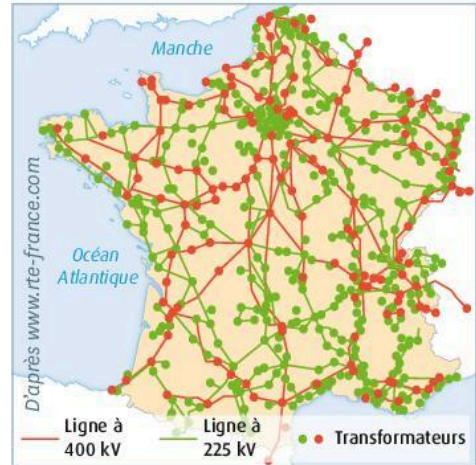
Voici plusieurs cartes de la France métropolitaine, où figurent :

- les centrales nucléaires en activité en 2019 ;
- le réseau des lignes électriques (en rouge à 400 kV, en vert à 225 kV) ;
- la localisation des anciennes zones minières d'uranium ;
- les principaux fleuves et rivières ;
- la population municipale.

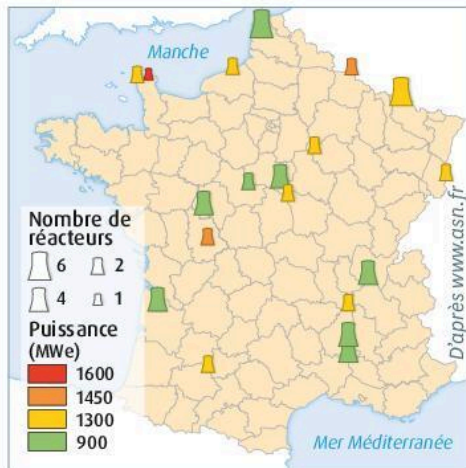
QUESTIONS

Vous argumenterez à partir de ces documents et de vos connaissances sur les questions suivantes.

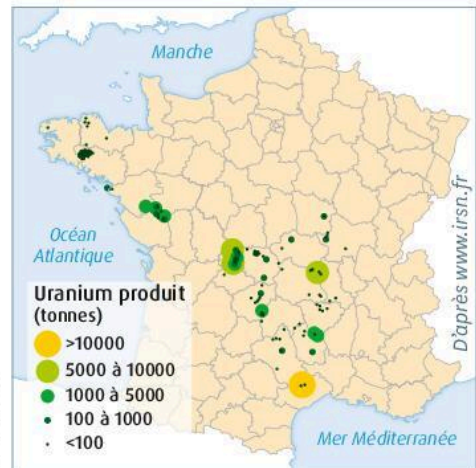
1. Où se répartissent les lignes électriques à 225 kV sur le territoire et pour quelle raison ?
2. Où se répartissent les lignes électriques à 400 kV sur le territoire et pour quelle raison ? Sont-elles réparties comme les précédentes ?
3. La production électrique française est essentiellement nucléaire. La production a-t-elle lieu à proximité des zones de consommation ? Si oui, justifiez. Si non, où se situe-t-elle ?



DOC 1 Le réseau des lignes électriques.



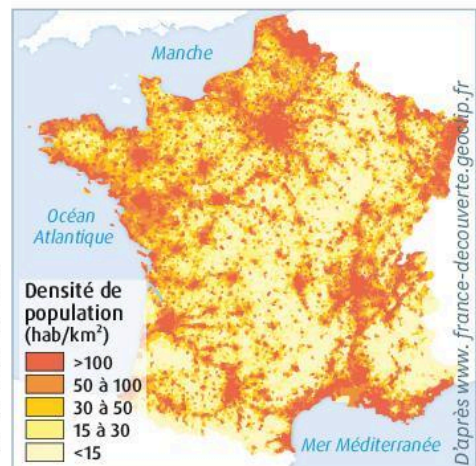
DOC 2 Les centrales nucléaires.



DOC 3 Les sites historiques d'extraction d'uranium.



DOC 4 Principaux fleuves et rivières.



DOC 5 Densité de population par commune. En 2019, la France métropolitaine compte environ 35 000 communes dans lesquelles la densité de population est variable.