

20
MIN

1 Saturne, ses satellites, ses anneaux

Satellites	Durée de révolution			Rayon de l'orbite (milliers de km)
Janus	17 h	58 min		159
Mimas	22 h	37 min		185,8
Encelade	1 j	8 h	53 min	238,3
Tethis	1 j	21 h	18 min	294,9
Dione	2 j	17 h	41 min	377,9

FIG 1 Données relatives aux satellites de Saturne

La planète Saturne est entourée de nombreux satellites et d'anneaux. Les anneaux sont formés de divers éléments (cailloux, poussières et blocs de glace).

Donnée : constante de gravitation universelle $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Pour étudier le mouvement des satellites de Saturne, il convient de se placer dans un référentiel particulier que l'on peut appeler « saturnocentrique » par analogie à « géocentrique ». Comment définir le référentiel « saturnocentrique » ?

2. À partir d'un bilan de forces modélisant les actions mécaniques exercées sur un satellite de Saturne (on néglige l'action des autres astres), démontrer la relation $v^2 = GM_s / r$ qui relie la vitesse v du satellite, le rayon r de son orbite, la masse de Saturne M_s et la constante de gravitation universelle G .

3. La troisième loi de Kepler peut s'énoncer ainsi : « Le carré de la période de révolution d'un satellite autour d'un astre est proportionnel au cube du rayon de sa trajectoire circulaire, soit : $T^2 = k \cdot r^3$ ».

Déterminer, à partir du résultat de la question 2, l'expression de la constante de proportionnalité k en fonction de M_s et G .

4. En utilisant les données relatives à l'un des satellites, déduire la masse de Saturne.

5. On néglige l'action des éléments les uns sur les autres devant l'action de l'astre sur chacun des éléments ; A et B étant deux éléments de deux anneaux différents initialement alignés avec Saturne, cet alignement sera-t-il conservé ? On justifiera la réponse.



FIG 2 La planète Saturne

EXEMPLE DE RÉDACTION

1. Le référentiel « saturnocentrique » a pour origine le centre de Saturne et ses axes sont dirigés vers trois étoiles fixes.

2. On se place dans le référentiel « saturnocentrique » que l'on considère comme galiléen.

La seule action mécanique qui s'exerce sur le satellite est l'action de Saturne que l'on modélise par la force de gravitation \vec{F} .

D'après la seconde loi de Newton, on peut écrire que :

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}$$

En projetant dans le repère de Frenet, on peut écrire que $m \cdot v^2 / r = G \cdot M_s \cdot m / r^2$.

Donc $v^2 = GM_s / r$.

3. La période de révolution T est la durée mise par le satellite pour faire un tour complet sur son orbite, donc on peut écrire que : $T = 2 \cdot \pi \cdot r / v$.

Donc $T^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot r^2 / v^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot (r^3 / G \cdot M_s)$.

Et donc on a bien $T^2 = k \cdot r^3$ avec $k = 4 \cdot \pi^2 / G \cdot M_s$.

4. Comme $T^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot (r^3 / G \cdot M_s)$, on a $M_s = 4 \cdot \pi^2 \cdot r^3 / (G \cdot T^2)$.

On peut par exemple utiliser les données concernant le satellite Janus :

$$r = 159 \times 10^6 \text{ m}$$

$$T = 17 \text{ h } 58 \text{ min} = 64 680 \text{ s}$$

$$M_s = 4 \cdot \pi^2 \cdot (159 \times 10^6)^3 / (6,67 \times 10^{-11} \times 64 680^2) \\ = 5,73 \times 10^{26} \text{ kg.}$$

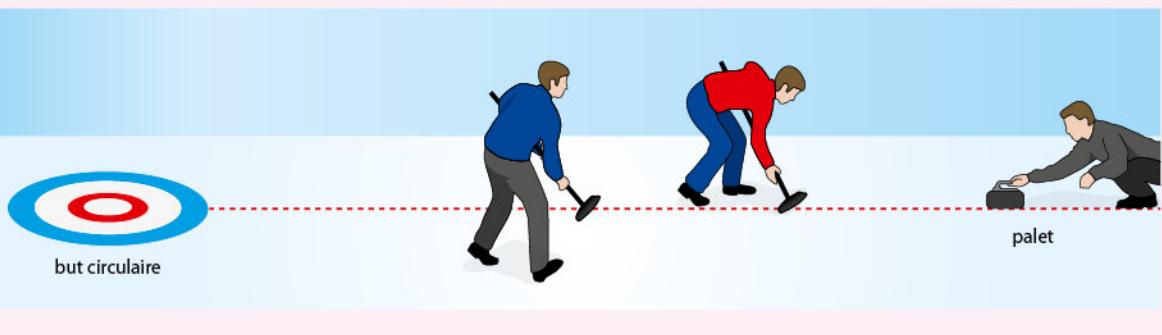
5. $r_A \neq r_B$ donc, comme d'après la troisième loi de Kepler on a $T^2 = k \cdot r^3$, on $T_A \neq T_B$, donc leur période sera différente donc ils ne resteront pas alignés.



2 Le curling

On peut lire dans une revue sportive la définition suivante :

« Curling : jeu écossais qui remonte au XVI^e siècle. On y joue sur patinoire horizontale ; il s'agit d'atteindre un but circulaire (cible dessinée sur le sol) avec un palet de pierre, muni d'une poignée, que l'on fait glisser sur la glace. Le palet "pèse" 20 kg. Le curling se joue entre équipes de quatre. Quand le joueur tire, deux de ses partenaires peuvent balayer la glace devant le palet pour en faciliter le glissement. Chaque joueur lance deux palets. »



Le mouvement du palet sera étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

1. Dans cette question les forces de frottement sont négligées.

Un joueur pousse le palet pendant 3,0 s avec une force \vec{F} constante, suivant une trajectoire rectiligne, le faisant passer de l'immobilité à la vitesse de lancement v_L ($v_L = 2,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). Ensuite le palet poursuit sa trajectoire sur la glace.

a. Montrer que, pendant la phase de lancement, le mouvement du centre de masse M du palet est uniformément accéléré.

b. Exprimer puis calculer son accélération pendant la phase de lancement.

c. Calculer la valeur de la force que le joueur a exercée sur le palet.

d. Quel est le mouvement du centre de masse du palet pour $t > 3,0 \text{ s}$?

2. En réalité il y a des frottements et le palet, lancé avec la vitesse v_L précédente, parcourt une distance $d = 40 \text{ m}$ et atteint le but avec une vitesse que l'on considère comme nulle.

a. Calculer l'intensité de la force de frottement, supposée constante, qui s'exerce sur le palet tout au long du parcours.

b. En déduire la valeur de la force \vec{F}' réellement exercée par le joueur.

Coups de pouce



Le mouvement du centre de masse est uniformément accéléré si l'accélération \vec{a} est constante.



Le poids qui modélise l'action de la Terre sur le palet et la réaction qui modélise l'action du sol sur celui-ci se compensent.



- On montre que seule la force de frottement travaille.
- On applique le théorème de l'énergie cinétique entre l'instant où la vitesse est égale à v_L et l'instant où la vitesse est nulle.



La valeur de l'accélération est la même que dans 1. (même variation de vitesse pendant la même durée).



3 Descente en snowboard

On s'intéresse au mouvement d'une snowboardeuse de masse $m = 60 \text{ kg}$, sur une piste enneigée ABCDE (Fig 1).

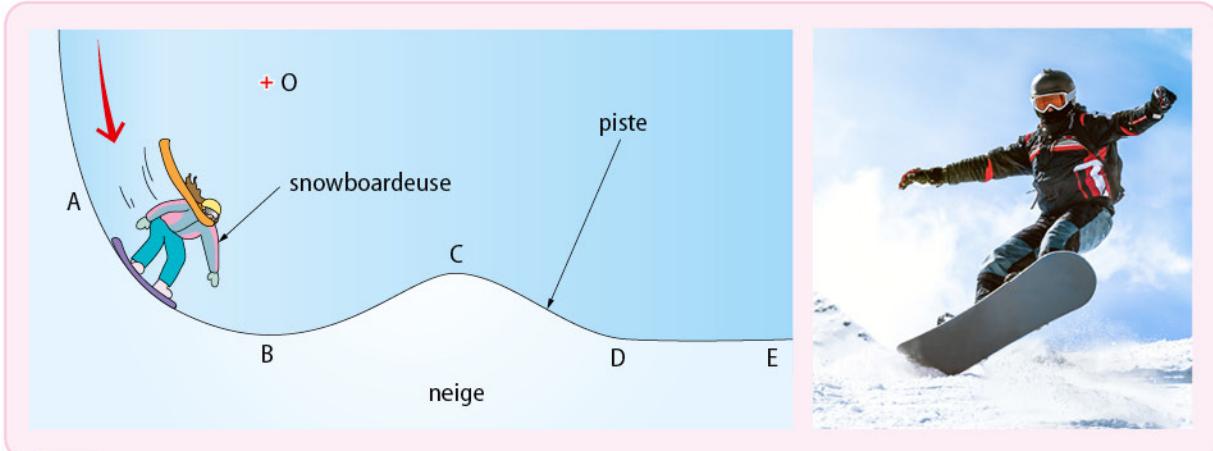


FIG 1 Schéma de la piste

Les parties 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1. Vitesse et accélération

Un film vidéo du mouvement traité par chronophotographie permet de représenter les positions successives toutes les $0,16 \text{ s}$ du centre de masse G de la snowboardeuse glissant sur la partie ABC de la piste (Fig 2).

La trajectoire de G est alors un arc de cercle de centre O.

À la date $t = 0 \text{ s}$, le point G se trouve à la position G_0 , la vitesse initiale est nulle et la snowboardeuse se laisse ensuite glisser (elle est en G_1 à la date t_1 , en G_2 à la date t_2 , etc.).

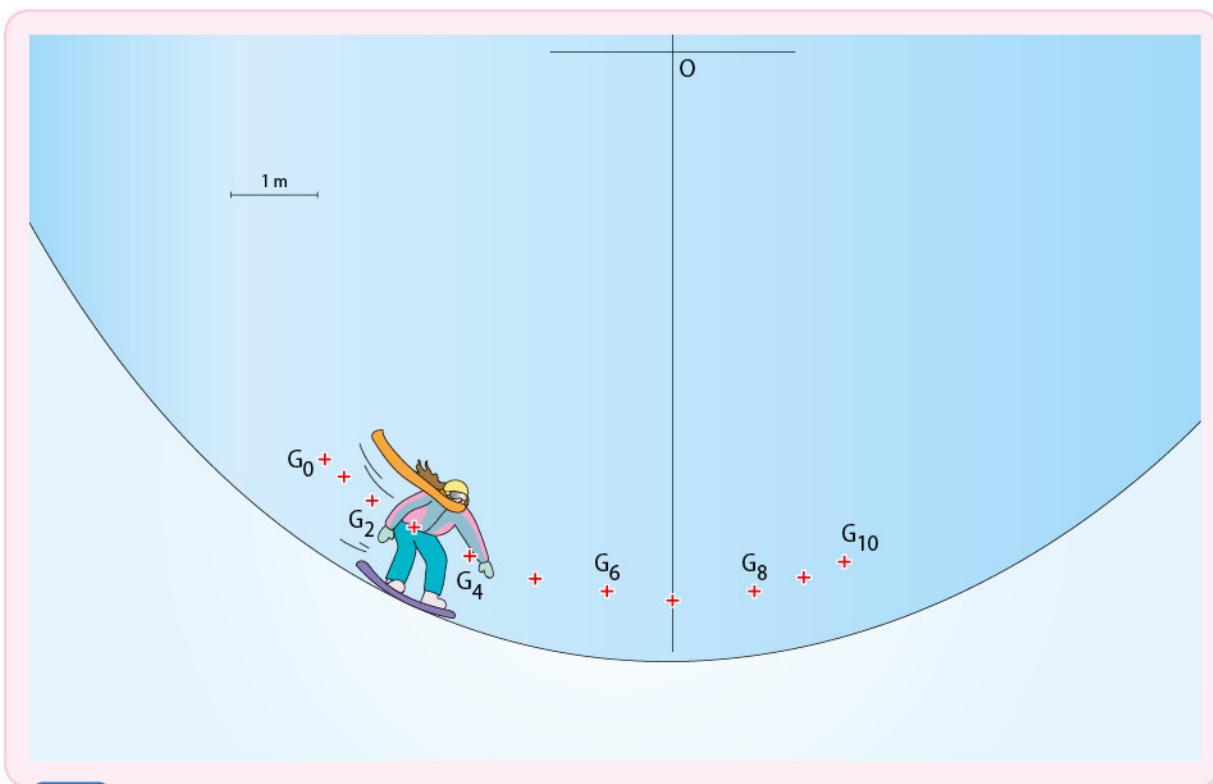


FIG 2 Chronophotographie de la snowboardeuse sur la partie ABC de la piste

- 1. a.** Déterminer les valeurs v_6 , v_7 et v_8 des vecteurs vitesse du centre de masse de la snowboardeuse respectivement aux dates t_6 , t_7 et t_8 .
- b.** Reproduire la **figure 1** et tracer avec une échelle adaptée les vecteurs \vec{v}_6 et \vec{v}_8 .
- 2.** Construire, avec l'origine au point G_7 , le vecteur $\Delta\vec{v} = \vec{v}_8 - \vec{v}_6$ et déterminer, à l'aide de l'échelle choisie précédemment, la valeur Δv du vecteur $\Delta\vec{v}$.
- 3.** En déduire la valeur a_7 du vecteur accélération du centre de masse à l'instant t_7 et construire le vecteur \vec{a}_7 à l'aide d'une échelle adaptée.

2. Forces de frottement

Après avoir franchi la bosse au point C, la snowboardeuse arrive sur la partie horizontale DE, avec une vitesse de $4,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ au point D.

- 1.** Faire le bilan des forces qui modélisent les actions mécaniques qui agissent sur la snowboardeuse, en considérant que l'ensemble des forces de frottement peut être représenté par une force unique \vec{F} colinéaire et de sens opposé au vecteur \vec{v} et de valeur constante.

- 4. a.** En utilisant la construction, déterminer la valeur $a_{N_{mes}}$ de la composante normale du vecteur accélération \vec{a}_7 . Estimer l'incertitude-type associée au résultat.
- b.** Déterminer sa valeur théorique $a_{N_{th}}$ sachant que le rayon de la trajectoire de G est 4,5 m. Comparer le résultat de la mesure $a_{N_{mes}}$ à $a_{N_{th}}$ que l'on considérera comme la valeur de référence en utilisant l'incertitude-type associée au résultat.

3. Étude énergétique

L'enregistrement vidéo du mouvement complet (de A à E) et le traitement informatique des données permettent de tracer les courbes d'évolution des énergies cinétiques E_c , potentielle de pesanteur E_p et mécanique E_m de la snowboardeuse en fonction du temps.

On obtient les courbes **A**, **B** et **C** ci-dessous (**Fig 3**).

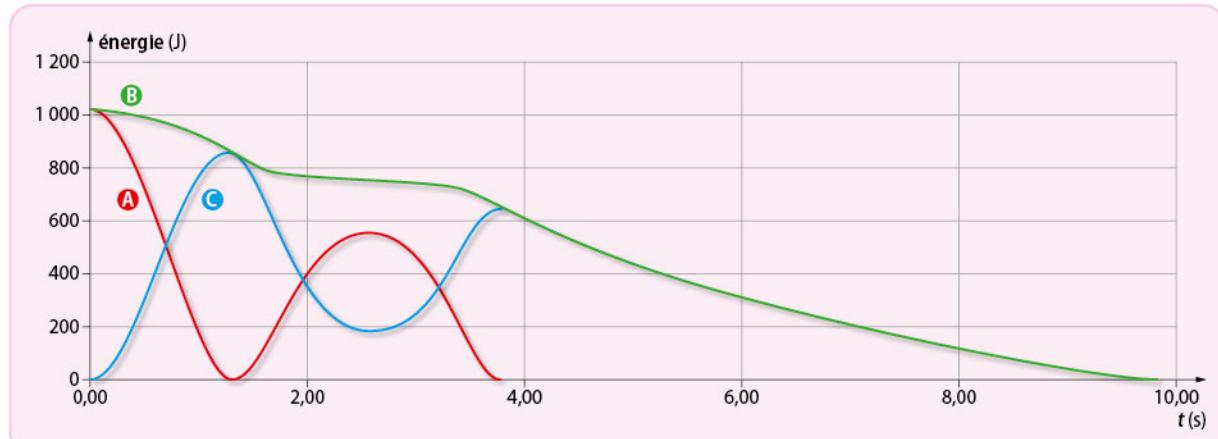


FIG 3 Courbes d'évolution des énergies

Identifier chacune de ces 3 courbes en justifiant la réponse.

50
MIN

4 Lancer de « poids »

En 1990, l'Américain Randy Barnes établit le record du monde du lancer de « poids » : la distance atteinte est $d = 23,12$ m. Le « poids » est constitué par une sphère métallique lisse de masse $m = 7,26$ kg. L'aire de lancement est délimitée par un cercle métallique de diamètre $D = 2,14$ m et par un butoir B. La portée du jet d est mesurée à partir du centre C du cercle (Fig 1).

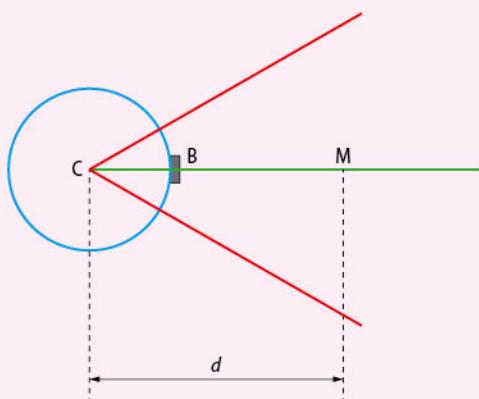


FIG 1 Portée du jet



FIG 2 Position d'un athlète dans l'aire de lancement

À l'issue de la phase d'élan, le « poids » est abandonné en A, à la hauteur OA = $h = 2,00$ m au-dessus du sol horizontal, à la distance BO = 0,35 m en avant du butoir B (Fig 3).

Le bras qui lance fait un angle de 45° avec l'horizontale, valeur préconisée par les entraîneurs et justifiée par la physique, pour une portée maximale. Cet angle $\alpha = 45^\circ$ sera considéré comme étant celui de la direction du vecteur vitesse \vec{v}_0 avec l'horizontale.

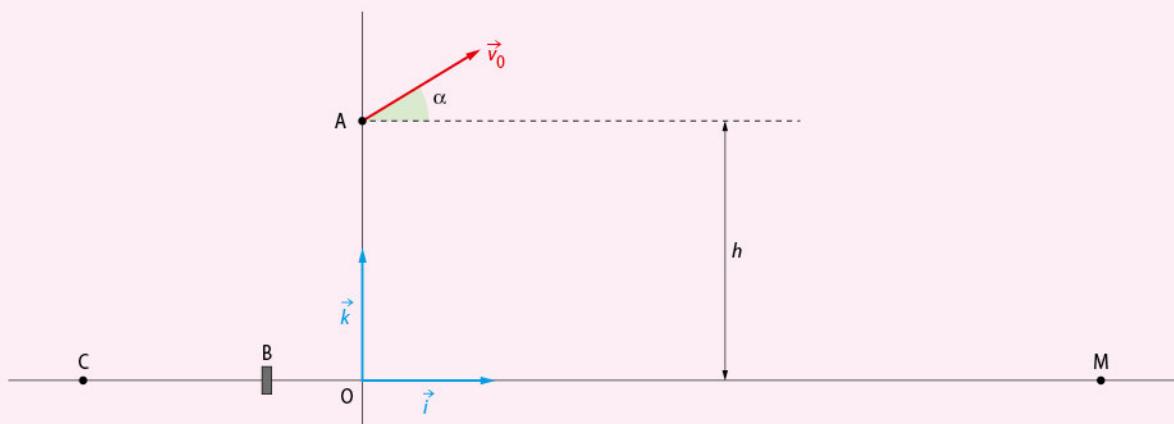


FIG 3 « Poids » abandonné en A à l'issue de la phase d'élan

Donnée : intensité de pesanteur : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Les parties 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1. Choix d'un modèle

La résultante R des forces de frottement due à la résistance de l'air est donnée par l'expression : $R = (1/2) \cdot \rho \cdot C_x \cdot S \cdot v^2$ où ρ est la masse volumique de l'air ($\rho = 1,29 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$), S l'aire de la section équatoriale de la sphère ($S = 1,13 \times 10^{-2} \text{ m}^2$), C_x un coefficient caractéristique de la forme de l'objet ($C_x = 0,50 \text{ SI}$) et v la valeur de la vitesse.

Montrer qu'on peut négliger la résistance de l'air vis-à-vis de la force de pesanteur qui modélise l'action sur la Terre sur le « poids » sachant qu'au cours du mouvement la vitesse est de l'ordre de $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. Étude du mouvement

On admettra dans la suite de l'exercice que les frottements sont négligeables.

1. a. Établir les équations horaires du mouvement du « poids » dès l'instant où ce dernier est abandonné en A.
- b. Dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{k})$, donner l'équation $z(x)$ de la trajectoire.
- c. Quelle est la nature de la trajectoire ?
2. À partir de l'équation cartésienne de la trajectoire et des différents paramètres fournis, vérifier que la vitesse initiale v_0 est voisine de $14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Dans la suite, c'est cette valeur de la vitesse initiale qui sera retenue.

3. a. Déterminer la durée t_M du déplacement du « poids » entre A et M.
- b. En déduire la valeur v_M de la vitesse au moment du contact avec le sol.
4. À l'aide d'un programme, il est possible de tracer la trajectoire du « poids ». Compléter l'extrait du programme suivant en écrivant uniquement les **morceaux de programme manquants**.



```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# fonctions associées aux lois horaires
def x(t,g,v0,alpha) :
    return
# paramètres physiques
g = 9.81 # acceleration de la pesanteur
h = ② # altitude initiale
v0 = ③ # vitesse initiale
# angle en degrés
alpha_deg = 45.0
# Python calcul en radians
alpha = alpha_deg = np . pi / ④
# intervalle temporelle d'étude
t_min = 0.0 # instant initial
t_max = ⑤ # instant final
n_t = 100 # nombre de points
# tableaux
tab_t = np . linspace(t_min,t_max,n_t)
tab_x = x(tab_t,g,v0,alpha)
tab_z = z(tab_t,g,h,v0,alpha)
```

3. Aspect énergétique

1. Déterminer l'énergie cinétique fournie par l'athlète au « poids » au moment du lancer.
2. a. L'origine des énergies potentielles étant fixée au niveau du sol horizontal, déterminer l'expression et la valeur de l'énergie mécanique du « poids » au moment du lancer.

- b. En déduire l'expression et la valeur de sa vitesse au point de chute M.

Le résultat est-il cohérent avec celui trouvé à la question 3 de la partie 2 ?

5 Satellites de Jupiter

Il existe au moins 79 satellites en orbite autour de Jupiter. Les quatre principaux furent découverts par Galilée en 1610 : Io, Europe, Ganymède et Callisto.

DOC Principales caractéristiques orbitales et physiques des satellites de Jupiter

Satellites de Jupiter	Io	Europe	Ganymède	Callisto
Demi-grand axe de l'orbite (km)	422 000	671 000	1 070 000	1 880 000
Période sidérale (jours)	1,769	3,551	7,155	16,69
Excentricité	0	0	0,001	0,01
Inclinaison	0	0	0,2	0,2
Rayon (km)	1 816	1 563	2 638	2 416
Masse ($\times 10^{20}$ kg)	892	487	1 490	1 075
Densité	3,55	3,04	1,93	1,83
Composition superficielle	S, SO ₂	Glace	Glace	Glace sale

On se propose, après l'avoir démontrée, de vérifier la troisième loi de Kepler en considérant ces 4 satellites de Jupiter.

Ces 4 satellites ont, autour de Jupiter, des trajectoires quasi circulaires, chacune de rayon correspondant au demi-grand axe noté dans le tableau.
On considérera dans la suite que ces trajectoires sont circulaires.



DONNÉES

Constante de gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11}$ SI

1. Mouvement des satellites

- Après avoir précisé le référentiel d'étude, et en admettant négligeable toute interaction autre que celle existant entre Jupiter et un des ses satellites, montrer que ceux-ci ont un mouvement uniforme.
- Établir l'expression de la période T de ces satellites en fonction de la constante de gravitation G , de la masse de Jupiter M_J et du rayon r de leurs trajectoires respectives.

2. Troisième loi de Kepler

1. La troisième loi de Kepler exprime que le carré de la période est proportionnel au cube du rayon de l'orbite. Donner l'expression littérale du rapport T^2 / r^3 .

2. Vérifier numériquement que les 4 satellites de Jupiter obéissent à cette loi.

3. Le programme suivant permet de vérifier la troisième loi de Kepler pour le système solaire. Il est adaptable à d'autres systèmes, notamment les systèmes satellitaires.

```
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.stats as stat
# listes des demi-grands axes a en U.A et périodes des
# planètes en années
LIST_a = [0.387,0.723,1.0,1.52,5.20,9.51,19.2,30.0]
LIST_T = [0.240,0.615,1.0,1.88,11.9,29.4,84.0,165.0]
LIST_P = ['Mercure','Venus','Terre','Mars',
          'Jupiter','Saturne','Uranus','Neptune']
# Les valeurs dans listes a au cube et T au carré
for i in range(0, len(LIST_a)):
    LIST_a[i] = (LIST_a[i]*150e9)**3
    LIST_T[i] = (LIST_T[i]**365*24*3600)**2
# régression linéaire afin de vérifier la troisième loi
# de Kepler
regression = stat.linregress(LIST_a,LIST_T)
pente = regression[0]
print('pente --> '+str(pente))
ordorigine = regression[1]
print('ordonnée à l origine --> '+str(ordorigine))
coeffcorel = regression[2]
print('coefficient de corrélation --> '+str(coeffcorel))
#affichage point et droite de regression
a_3_max = LIST_a[len(LIST_a)-1]
T_2_max = pente *a_3_max + ordorigine
plt.grid(True)
plt.xlabel('a au cube (m3)')
plt.ylabel('periode au carré (s2)')
plt.scatter(LIST_a,LIST_T,s = 100,c ='red', marker ='+')
for i in range (0,len(LIST_a)):
    plt.text(LIST_a[i],LIST_T[i], LIST_P[i],fontsize =8)
plt.plot ([0,a_3_max],[ordorigine,T_2_max],c ='blue')
plt.show()
```



Dire combien de lignes de programme il faut réécrire pour adapter le programme aux satellites de Jupiter.

4. Proposer une stratégie permettant de déterminer la masse de Jupiter.

3. Aspect énergétique

Le système formé par Jupiter et un de ses satellites a été considéré comme isolé, l'énergie potentielle de ce système a pour expression :

$$E_p = -GM_J m / r$$

↓ m masse du satellite
↑ M_J masse de Jupiter

1. Établir que l'énergie mécanique du système est constante.
2. Exprimer cette énergie mécanique en fonction de G , M_J , m et r .

6 Particules en mouvement dans un champ

L'exercice a pour but de comparer le mouvement d'une particule chargée traversant un champ électrique et le mouvement d'un projectile lancé horizontalement dans le champ de pesanteur terrestre.

1. Déviation d'un faisceau d'électrons dans un champ électrique uniforme

Le champ électrique \vec{E} est créé par un condensateur plan constitué de deux plaques parallèles et horizontales (P_1 et P_2) reliées à un générateur de tension constante U et séparées d'une distance d , comme l'indique la [figure 1](#).

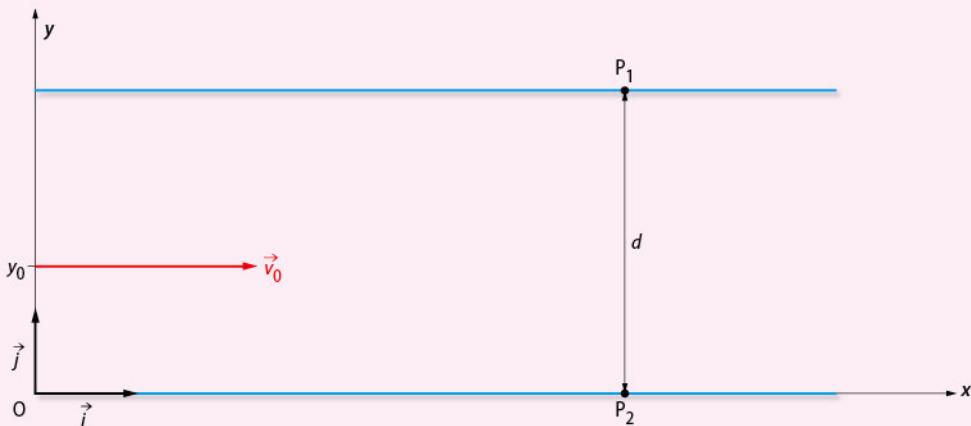


FIG 1 Modélisation du condensateur

Tous les électrons pénètrent dans le champ \vec{E} , supposé uniforme, à l'ordonnée y_0 et sont animés de la vitesse \vec{v}_0 parallèle aux plaques.

1. a. Déterminer la valeur du champ électrique E .
b. En déduire, par un calcul, qu'il est légitime de négliger la force de pesanteur qui modélise l'action de la Terre sur l'électron par rapport à la force électrique qui modélise l'action du champ électrique sur l'électron.
2. Un électron pénètre dans le champ à l'instant initial ($t = 0$). Établir, en citant la loi utilisée, l'expression vectorielle de son accélération \vec{a}_1 en fonction de e , m et \vec{E} .
3. On veut que le faisceau soit dévié vers le bas.
 - a. Reproduire la [figure 1](#) et représenter (sans souci d'échelle) :
 - la force qui modélise l'action qui s'exerce sur la particule à son entrée dans le champ ;
 - le champ électrique.
 - b. Quelle est la plaque qui est chargée positivement ? Justifier la réponse.
4. Équation de la trajectoire.
 - a. Donner les composantes du vecteur accélération dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ indiqué sur la [figure 1](#).
 - b. Établir les équations horaires du mouvement de la particule dans ce repère.
 - c. Montrer que l'équation de la trajectoire est de la forme $y = A_1 \cdot x^2 + B_1$ où A_1 et B_1 sont des constantes.
 - d. Quelle est l'allure de la trajectoire ?
 - e. Vérifier que la constante A_1 est liée à la valeur de l'accélération a_1 par la relation $A_1 = -a_1/(2v_0^2)$.
 - f. Calculer A_1 .

DONNÉES

- Masse de l'électron : $m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
- Champ de pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- Charge de l'électron : $q = -e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- Distance entre les plaques du générateur : $d = 0,040 \text{ m}$
- Tension du générateur : $U = 205 \text{ V}$
- Vitesse de l'électron à l'entrée du dispositif : $v_0 = 1,5 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

2. Mouvement d'une bille lancée horizontalement dans un champ de pesanteur

Une bille homogène de masse M est lancée horizontalement avec une vitesse initiale v_0 .

À l'instant initial, son altitude par rapport au sol est y_0 comme l'indique la figure 2.

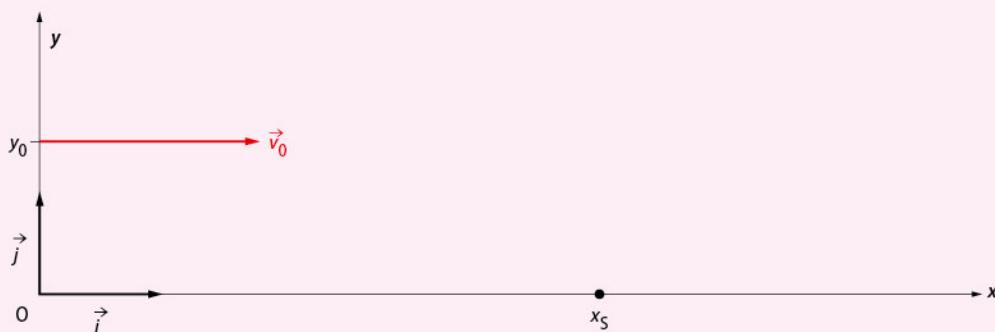


FIG 2 Schématisation du lancer de la bille à l'instant initial

1. Quelles sont les forces qui modélisent les actions dues à l'air sur la bille au cours du mouvement ? Dans la suite du problème, ces forces seront négligées.

2. Donner les caractéristiques du vecteur accélération \vec{a}_2 du mouvement (direction, sens et valeur).

3. a. Montrer que l'équation de la trajectoire est de la forme :

$$y = A_2 \cdot x^2 + B_2$$

où A_2 et B_2 sont des constantes avec $A_2 = -a_2/(2v_0^2)$.

b. Calculer A_2 .

4. La bille touche le sol à l'abscisse $x_s = 7,75$ m. Retrouver, avec cette donnée, la valeur de la constante A_2 .

5. Donner l'allure de l'évolution de l'énergie cinétique de la bille et de son énergie potentielle au cours du temps.

DONNÉES

Champ de pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Vitesse initiale de la bille : $v_0 = 14,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Hauteur de la bille au moment du lancement :

$y_0 = 1,5 \text{ m}$

3. Comparaison des mouvements de ces deux corps

1. Comparer la trajectoire du centre de masse de chacun de ces deux corps.

2. Dans chaque cas, quelle est l'influence de la masse du corps sur :

- la force qui modélise l'action subie par ce corps ?
- l'accélération du mouvement ?

50
MIN

7 Fontaine avec son jet d'eau

L'eau d'une fontaine est fournie par un réservoir situé en hauteur. Ce réservoir, à l'air libre, est constamment alimenté de sorte que son niveau peut être considéré comme constant.

L'eau est conduite au bassin par une canalisation jusqu'à un « jet réducteur » pour être au final recueillie dans un bassin circulaire.

L'ensemble est schématisé sur la **figure 1**.

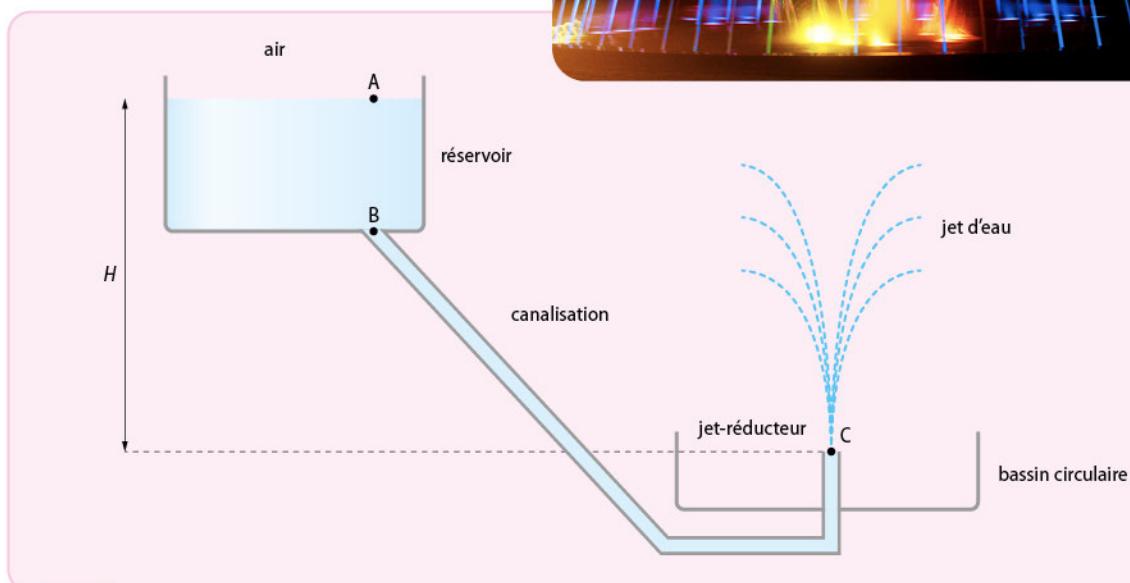


FIG 1 La fontaine avec son jet d'eau, son bassin circulaire et son réservoir

DONNÉES

- Dénivellation entre les points A et C : $H = 15,0 \text{ m}$
- Dimension de la canalisation : section circulaire de rayon $r_1 = 450 \text{ mm}$
- Dimension du « jet-réducteur » : ouverture circulaire de rayon $r_2 = 55,0 \text{ mm}$
- Dimension du bassin : rayon $R = 5,0 \text{ m}$ et volume $V = 40 \text{ m}^3$
- Intensité de pesanteur : $g = 9,80 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$
- Pression atmosphérique : $P_0 = 1,00 \times 10^5 \text{ Pa}$
- Masse volumique de l'eau : $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Masse volumique de l'air : $\rho_{\text{air}} = 1,22 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

LOIS DE MÉCANIQUE DES FLUIDES

- Loi fondamentale de la statique des fluides : $P_B - P_A = \rho \cdot g \cdot (z_A - z_B)$
- Équation de Bernoulli : $1/2 \cdot \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot z + P = \text{constante}$

1. Dégagement d'une pierre obstruant l'ouverture du jet

Une pierre de masse $m = 1,50 \text{ kg}$ obstrue l'ouverture du jet en C, si bien que l'eau ne s'écoule pas.

- Quelle doit être la valeur minimale de la force modélisant l'action mécanique qui doit s'exercer sur la pierre pour qu'elle soit dégagée ?
- En déduire la valeur de la pression P_c correspondant à la sortie du jet.
- En appliquant la loi fondamentale de la statique des fluides, déterminer la hauteur minimale H_{\min} assurant un dégagement de cette pierre. Conclure.

2. Débit volumique du jet et conséquence

L'ouverture étant libérée, l'eau peut donc jaillir par le jet en C, à l'air libre.

- En appliquant l'équation de Bernoulli, établir l'expression de la vitesse v_2 avec laquelle l'eau sort en C. Vérifier qu'elle vaut $v_2 = 17,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- En utilisant la conservation du débit volumique, en déduire l'expression de la vitesse v_1 de l'eau dans la canalisation. En déduire la valeur de v_1 .
- Quel est le débit volumique Q_v du jet ?
- De quelle durée Δt dispose-t-on avant que le bassin ne déborde ? On supposera le bassin initialement vide.

3. Trajectoire du jet d'eau

On considère individuellement chaque goutte d'eau de masse m sortant librement au niveau du jet avec une vitesse $v_0 = 17,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On négligera les frottements.

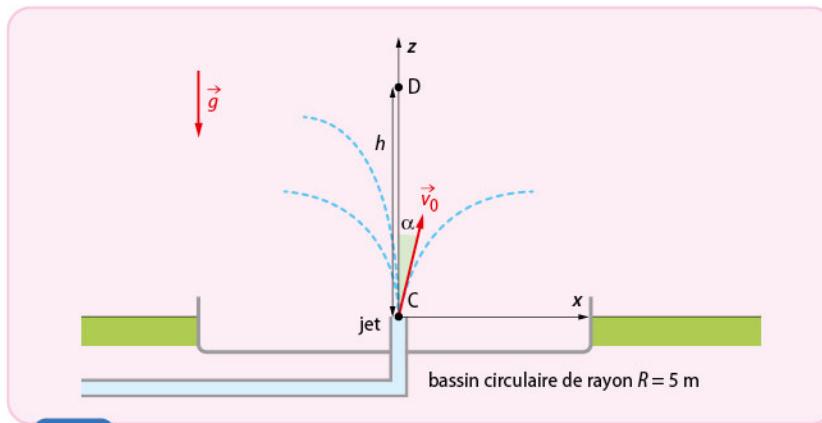


FIG 2 Schématisation pour l'étude du mouvement d'une goutte éjectée

1. Goutte éjectée verticalement

On cherche à déterminer la hauteur maximale atteinte par une goutte éjectée verticalement. On choisira, comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur, la hauteur à la sortie C.

- Établir l'expression de l'énergie mécanique E_{mC} de la goutte d'eau à la sortie du jet en C. De même, établir l'expression de l'énergie mécanique E_{mD} lorsque la goutte atteint le point D de hauteur maximale h .
- En déduire la hauteur maximale h atteinte par la goutte, et donc par le jet d'eau et dire pourquoi en réalité le jet n'atteint pas cette hauteur.

2. Goutte éjectée avec un angle α

On considère maintenant une goutte éjectée avec un angle α toujours à la vitesse $v_0 = 17,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- Montrer que dans le cas de cette étude, on peut négliger la poussée d'Archimède.
- Déterminer les coordonnées de l'accélération de la goutte dans le repère (C, x, z) et en déduire les équations horaires du mouvement de la goutte.
- Déterminer l'équation de la trajectoire de la goutte.
- Déterminer la portée, c'est-à-dire la distance x_m à laquelle la goutte atterrit.
- Pour quel angle α_0 la goutte atterrit-elle le plus loin ? Est-ce acceptable pour le bassin considéré ? On pourra s'aider de la relation : $\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.