7 Équations de droites

Avant

En 1637, dans *La Géométrie*, le philosophe mathématicien français René Descartes propose une méthode algébrique pour résoudre des problèmes de géométrie. Il s'agit de trouver autant d'équations qu'il y a d'inconnues au problème, puis de résoudre le système ainsi obtenu.

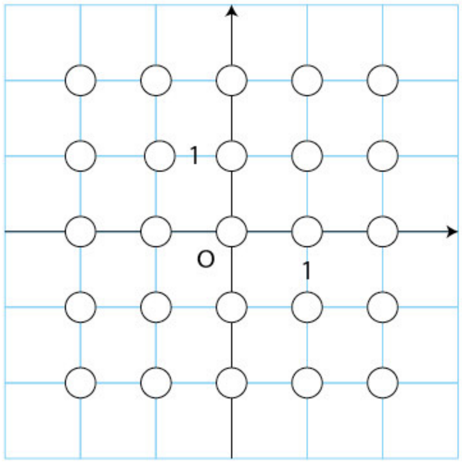
À présent

Courant 2019, le CNRS à Saclay a reçu le plus puissant supercalculateur de France. Il a une puissance de 14 pétaflops (14×10^{15} opérations par seconde). De tels supercalculateurs sont utiles pour la météo, la recherche médicale, le nucléaire, l'intelligence artificielle, etc. Ils sont capables de résoudre des systèmes d'équations à plusieurs milliards d'inconnues.

Les capacités travaillées dans ce chapitre	Exercices
• Utiliser des vecteurs directeurs d'une droite.	28 à 43
• Déterminer une équation de droite.	6 à 14, 16 à 18, 56 à 69
• Utiliser une équation de droite.	44 à 53
• Déterminer la pente ou un vecteur directeur.	1 à 5, 54, 55
• Tracer une droite connaissant une équation cartésienne ou réduite.	15, 19 à 22, 70 à 77
• Déterminer si deux droites sont parallèles ou sécantes.	23, 25, 78 à 86
• Déterminer le point d'intersection de deux droites sécantes.	24, 26, 27, 94, 95
• Résoudre un système de deux équations à deux inconnues.	87 à 93, 96 à 107

1 Équations cartésiennes d'une droite

Dans un repère orthonormé d'origine O, on a placé un cercle blanc sur chaque point à coordonnées entières $(x\,;y)$ avec $-2 \leqslant x \leqslant 2$ et $-2 \leqslant y \leqslant 2$.



1 **a)** Réaliser cette figure et pour chacun de ces 25 points :

- calculer $x+y$;
- colorier le point en rouge si le résultat est 0, en bleu si le résultat est strictement négatif et en vert sinon.

b) Que remarque-t-on pour les points coloriés en rouge ?

2 Dans le repère précédent, on considère maintenant tous les points $M(x\,;y)$ avec x et y nombres réels.

a) Tracer en rouge l'ensemble E des points $M(x\,;y)$ tels que $x+y=0$. Expliquer.

On dit que $x+y=0$ est une **équation cartésienne** de cet ensemble E.

b) Parmi ces égalités, quelles sont celles qui sont d'autres équations cartésiennes de E ?

- $x-y=0$
- $-2x-2y=0$
- $-3x+3y=0$
- $y=-x$

c) Tracer dans ce repère l'ensemble d'équation cartésienne $2x-y+1=0$.

2 Système de deux équations à deux inconnues

Jade doit construire un rectangle tel que :
(1) son demi-périmètre mesure 6 cm ;
(2) si au quintuple de sa largeur on soustrait le triple de sa longueur, on trouve 2 cm.
On note x la largeur et y la longueur, en cm, de ce rectangle, avec $x \geqslant 0$ et $y \geqslant 0$.

1 **a)** Traduire chacune des conditions **(1)** et **(2)** par une équation d'inconnues x et y.

b) Expliquer pourquoi les dimensions du rectangle de Jade sont solutions de ce système d'équations :

$$\begin{cases} y = 6 - x \\ y = \dfrac{5}{3}x - \dfrac{2}{3} \end{cases}$$

c) Déterminer alors x et y puis indiquer à Jade les dimensions du rectangle qu'elle doit construire.

2 **a)** Dans un repère orthonormé, représenter graphiquement chaque équation du système ci-dessus, en tenant compte du fait que $x \geqslant 0$ et $y \geqslant 0$.

b) Retrouver graphiquement les dimensions du rectangle de Jade.

1 Droites et vecteurs directeurs

A Vecteurs directeurs d'une droite

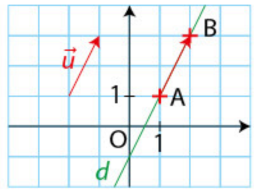
Définition

Dire qu'un vecteur non nul $\vec{u}$ est **un vecteur directeur** d'une droite d signifie qu'il existe deux points A et B distincts de la droite d tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.

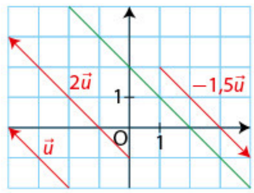
Remarque : cela signifie que la direction de la droite d est celle du vecteur $\vec{u}$.

Exemple

Dans le repère orthonormé ci-contre, le vecteur $\vec{u}(1\,;2)$ est un vecteur directeur de la droite d.
En effet, les points $A(1\,;1)$ et $B(2\,;3)$ appartiennent à la droite d et les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $(2-1\,;\,3-2)$, c'est-à-dire $(1\,;2)$.

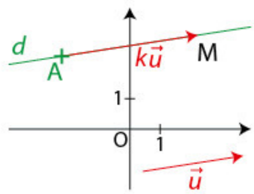


Conséquence : une droite a **une infinité** de vecteurs directeurs : si $\vec{u}$ est l'un d'eux, alors tous les autres sont de la forme $k\vec{u}$ avec k nombre réel non nul.



Définition

A est un point et $\vec{u}$ est un vecteur non nul.
La droite qui passe par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ est l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{\mathbf{AM}} = \boldsymbol{k\vec{u}}$ avec k nombre réel.



B Droites parallèles et droites sécantes

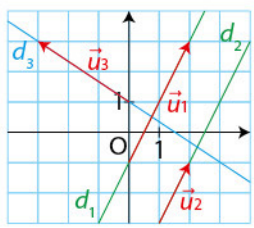
Propriétés

d_1 et d_2 sont deux droites de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$.
(1) d_1 et d_2 sont **parallèles** si, et seulement si, les vecteurs $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ sont **colinéaires**.
(2) d_1 et d_2 sont **sécantes** si, et seulement si, les vecteurs $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ **ne sont pas colinéaires**.

En effet, ce sont des conséquences directes de la 1re propriété énoncée au paragraphe **B** p. 120 du chapitre 5.

Exemple

Dans le repère orthonormé ci-contre, les vecteurs $\vec{u}_1(2\,;4)$ et $\vec{u}_2(1\,;2)$ sont colinéaires $(2\times 2 - 1\times 4 = 0)$ et les droites d_1 et d_2 sont donc parallèles.
Les vecteurs $\vec{u}_1(2\,;4)$ et $\vec{u}_3(-3\,;2)$ ne sont pas colinéaires $(2\times 2-(-3)\times 4 \neq 0)$ et les droites d_1 et d_3 sont donc sécantes.



2 Équations cartésiennes de droites

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

A Droite définie par un point et un vecteur directeur

Propriétés - Définition

(1) Toute droite d a une équation de la forme $\boldsymbol{ax+by+c=0}$ et le vecteur $\vec{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{-b\,;a})$ est un **vecteur directeur** de la droite.
On dit que $ax+by+c=0$ est **une équation cartésienne** de la droite d.
(2) a, b, c désignent trois nombres réels avec $\boldsymbol{a \neq 0}$ **ou** $\boldsymbol{b \neq 0}$.
L'ensemble des points M dont les coordonnées $(x\,;y)$ vérifient l'équation $ax+by+c=0$ est une droite.

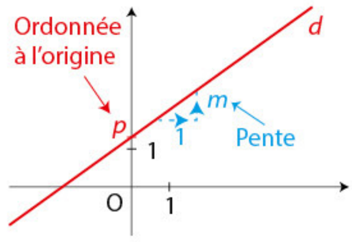
Démonstrations

(1) d est une droite qui passe par un point $\mathrm{A}(x_0\,;y_0)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(p\,;q)$ avec p ou q non nuls. Un point $\mathrm{M}(x\,;y)$ appartient à d si, seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AM}}(x-x_0\,;y-y_0)$ et $\vec{u}$ sont colinéaires, c'est-à-dire $(x-x_0)q-p(y-y_0)=0$, soit $qx-py-qx_0+py_0=0$. Ainsi une équation de d est de la forme $ax+by+c=0$ avec $a=q$, $b=-p$, $c=-qx_0+py_0$ et les coordonnées de $\vec{u}$ sont $(-b\,;a)$.

(2) • Si $b\neq 0$, alors $ax+by+c=0$ équivaut à $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$, c'est-à-dire $y=mx+p$ en posant $m=-\frac{a}{b}$ et $p=-\frac{c}{b}$.
L'ensemble des points M est donc la droite représentative de la fonction affine $x\mapsto mx+p$.
• Si $b=0$, alors $ax+by+c=0$ équivaut à $x=-\frac{c}{a}$ (car $a\neq 0$). L'ensemble cherché est donc celui des points M dont l'abscisse est égale à $-\frac{c}{a}$; c'est une droite parallèle à l'axe des ordonnées.

Remarque : puisqu'une droite admet une infinité de vecteurs directeurs, elle admet aussi une infinité d'équations cartésiennes.

B Pente et équation réduite



Propriétés - Définition

Toute droite d **non parallèle à l'axe des ordonnées** admet une unique équation de la forme $y=mx+p$ où m et p sont des nombres réels. Cette équation est **l'équation réduite** de la droite d.

Remarques : • $\vec{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{1\,;m})$ est un vecteur directeur de d.
• Toute droite **parallèle à l'axe des ordonnées** a une unique équation de la forme $\boldsymbol{x=c}$. Elle n'a ni pente, ni ordonnée à l'origine.

Propriété

d est une droite qui passe par deux points $\mathrm{A}(x_\mathrm{A}\,;y_\mathrm{A})$ et $\mathrm{B}(x_\mathrm{B}\,;y_\mathrm{B})$ avec $\boldsymbol{x_\mathrm{A}\neq x_\mathrm{B}}$.
La **pente** (ou coefficient directeur) de d est $\boldsymbol{m=\dfrac{y_\mathrm{B}-y_\mathrm{A}}{x_\mathrm{B}-x_\mathrm{A}}}$.

En effet, $y_\mathrm{A}=mx_\mathrm{A}+p$ et $y_\mathrm{B}=mx_\mathrm{B}+p$, donc $y_\mathrm{B}-y_\mathrm{A}=m(x_\mathrm{B}-x_\mathrm{A})$.

Cours

3 Systèmes d'équations linéaires

A Systèmes d'équations et solutions

Définitions

Un **système de deux équations linéaires à deux inconnues** est la donnée de deux équations d'inconnues x et y de la forme ci-contre.
Une **solution** de ce système est un couple $(x\,;y)$ qui vérifie **simultanément** ces deux équations. **Résoudre** ce système, c'est trouver tous ses couples solutions.

$$\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$$

Exemple

$$(\mathbf{S})\begin{cases} x+y-4=0 \\ 2x-y-5=0 \end{cases}$$

- Le couple $(1\,;3)$ n'est pas solution du système (**S**) ci-contre. En effet :
$x+y-4=1+3-4=0$ donc le couple $(1\,;3)$ vérifie la 1re équation ;
$2x-y-5=2\times1-3-5=-6$ donc le couple $(1\,;3)$ ne vérifie pas la 2e équation.
- Le couple $(3\,;1)$ est une solution du système (**S**). En effet :
$x+y-4=3+1-4=0$ donc le couple $(3\,;1)$ vérifie la 1re équation ;
$2x-y-5=2\times3-1-5=0$ donc le couple $(3\,;1)$ vérifie la 2e équation.

B Nombre de couples solutions et interprétation graphique

On suppose que $(a\,;b)\neq(0\,;0)$ et $(a'\,;b')\neq(0\,;0)$ et on s'intéresse au système (**S**) $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$

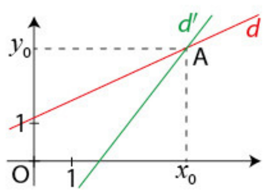
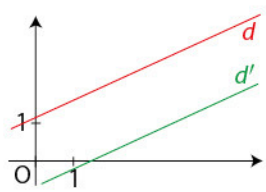
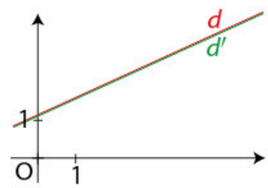
Dans un repère orthonormé, $ax+by+c=0$ est une **équation cartésienne** d'une droite d et $a'x+b'y+c'=0$ est une **équation cartésienne** d'une droite d'.

Résoudre ce système, c'est donc déterminer les coordonnées des points d'intersection éventuels de ces deux droites.

$\vec{u}(-b\,;a)$ et $\vec{v}(-b'\,;a')$ sont les vecteurs directeurs respectifs de d et d'.

Le déterminant du vecteur $\vec{u}$ et du vecteur $\vec{v}$ est $(-b)a'-(-b')a=ab'-a'b$.

Il y a trois cas possibles pour l'ensemble $\mathscr{S}$ des couples solutions du système (**S**). Les voici.

$ab'-a'b\neq0$	$ab'-a'b=0$	
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.	$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.	
		
d et d' sont sécantes en un point $A(x_0\,;y_0)$.	d et d' sont strictement parallèles.	d et d' sont confondues.
Le système (**S**) **a un seul couple solution** : $(x_0\,;y_0)$. $\mathscr{S}=\{(x_0;y_0)\}$	Le système (**S**) **n'a pas de couple solution**. $\mathscr{S}=\varnothing$	Le système (**S**) **a une infinité de couples solutions**. $\mathscr{S}=\left\{\left(x\,;-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}\right)\right\}$ (avec $x\in\mathbb{R}$)

EXERCICES RÉSOLUS

1 Utiliser une équation de droite

→ Cours 2

Déterminer un vecteur directeur et la pente de chaque droite dont une équation est donnée dans un repère orthonormé.

a) $d_1 : 3x - 4y + 1 = 0$ **b)** $d_2 : y = 2x - 5$

Solution

a) L'équation est de la forme $ax + by + c = 0$ avec $a = 3$ et $b = -4$. Donc un vecteur directeur de d_1 est $\vec{u}_1(4\ ;\ 3)$.
Un autre vecteur directeur de d_1 est $\frac{1}{4}\vec{u}_1\left(1\ ;\ \frac{3}{4}\right)$, donc la pente de d_1 est $\frac{3}{4}$.

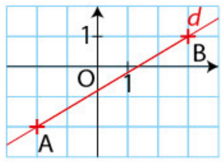
b) L'équation est de la forme $y = mx + p$ avec $m = 2$.
Donc la pente de d_2 est 2 et un vecteur directeur est $\vec{u}_2(1\ ;\ 2)$.

Pour déterminer la pente de d_1, on choisit le vecteur directeur dont l'abscisse est 1, la pente est son ordonnée.

2 Lire graphiquement les coordonnées d'un vecteur directeur

→ Cours 2. B

d est la droite tracée dans le repère orthonormé ci-contre.
Déterminer graphiquement un vecteur directeur et la pente de d.



Solution

On utilise deux points à coordonnées entières de la droite d :

$$A(-2\ ;-2) \text{ et } B(3\ ;1)$$

$\overrightarrow{AB}(3+2\ ;1+2)$, c'est-à-dire $\overrightarrow{AB}(5\ ;3)$ est un vecteur directeur de d.

Un autre vecteur directeur de d est donc $\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$; il a pour coordonnées $\left(1\ ;\ \frac{3}{5}\right)$.

Par conséquent, la pente de la droite d est $m = \frac{3}{5}$.

On peut aussi utiliser la formule $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, ce qui donne $m = \frac{1-(-2)}{3-(-2)} = \frac{3}{5}$.

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

Sur le modèle de l'exercice résolu 1

3 Déterminer un vecteur directeur et la pente de chaque droite dont une équation cartésienne est donnée dans un repère orthonormé.

a) $d_1 : 2x + 3y + 7 = 0$ **b)** $d_2 : y = 3x + 4$

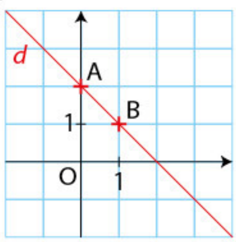
4 Déterminer un vecteur directeur et la pente de chaque droite dont une équation cartésienne est donnée dans un repère orthonormé.

a) $d_1 : -6x + 2y + 5 = 0$ **b)** $d_2 : y = \frac{1}{2}x - 1$

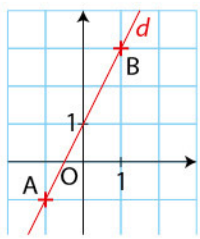
Sur le modèle de l'exercice résolu 2

5 Déterminer graphiquement un vecteur directeur et la pente de chaque droite d tracée dans un repère orthonormé.

a)



b)



EXERCICES RÉSOLUS

6 Déterminer une équation cartésienne de droite

→ Cours 2. A

Dans un repère orthonormé, déterminer une équation cartésienne de la droite d de vecteur directeur $\vec{u}(4\,;-1)$ et qui passe par le point $A(11\,;-2)$.

Solution

Une équation cartésienne de d est $ax+by+c=0$ où $(-b\,;a)$ sont les coordonnées d'un vecteur directeur.
Ici, $-b=4$, donc $b=-4$, et $a=-1$.
Une équation cartésienne est donc de la forme :

$$-x-4y+c=0$$

Le point $A(11\,;-2)$ appartient à la droite d donc $-11-4\times(-2)+c=0$, ce qui donne $c=3$.
Une équation cartésienne de la droite d est donc :

$$-x-4y+3=0$$

On peut aussi utiliser le vecteur directeur $\frac{1}{4}\vec{u}\left(1\,;-\frac{1}{4}\right)$ et écrire l'équation réduite de la droite d, à savoir :

$$y=-\frac{1}{4}x+p$$

On détermine p avec les coordonnées du point A.

7 Déterminer l'équation réduite d'une droite

→ Cours 2. B

Dans un repère orthonormé, déterminer l'équation réduite de la droite d de pente $m=-3$ et qui passe par $A(2\,;-1)$.

Solution

La pente est -3 donc l'équation réduite de d est de la forme $y=-3x+p$.
Le point $A(2\,;-1)$ appartient à la droite d donc $-1=-3\times2+p$, ce qui donne $p=5$.
L'équation réduite de d est donc $y=-3x+5$.

On peut aussi utiliser le vecteur directeur $\vec{u}(1\,;-3)$ de d, et écrire une équation cartésienne de d : $-3x-y+c=0$.
On détermine c avec les coordonnées du point A, puis on exprime y en fonction de x.

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

Sur le modèle de l'exercice résolu 6

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

8 Déterminer une équation cartésienne de la droite d de vecteur directeur $\vec{u}(3\,;7)$ et qui passe par le point $A(-2\,;-4)$.

9 Déterminer une équation cartésienne de la droite d de vecteur directeur $\vec{u}(5\,;-8)$ et qui passe par le point $A(-6\,;14)$.

10 Déterminer une équation cartésienne de la droite d de vecteur directeur $\vec{u}(13\,;6)$ et qui passe par le point $A(-9\,;-12)$.

Sur le modèle de l'exercice résolu 7

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

11 Déterminer l'équation réduite de la droite d de pente $m=\frac{3}{2}$ et qui passe par le point $A(-2\,;-4)$.

12 Déterminer l'équation réduite de la droite d :
- de pente $m=-6$;
- qui passe par le point $A(3\,;1)$.

13 Déterminer l'équation réduite de la droite d :
- de pente $m=-0{,}4$;
- qui passe par le point $A(-8\,;1)$.

EXERCICES RÉSOLUS

14 Déterminer une équation de droite à partir de deux points

→ Cours 2. A

Dans un repère orthonormé, déterminer une équation de la droite (AB) avec A(5 ; 1) et B(7 ; − 2).

Solution

Un vecteur directeur de la droite (AB) est le vecteur $\overrightarrow{AB}$ de coordonnées $(7-5\,;-2-1)$, c'est-à-dire $(2\,;-3)$.
Une équation de (AB) est donc de la forme $-3x-2y+c=0$.
A(5 ; 1) appartient à la droite d donc $-3\times5-2\times1+c=0$, ce qui donne $c=17$.
Une équation cartésienne de la droite (AB) est donc :
$-3x-2y+17=0$, c'est-à-dire $3x+2y-17=0$.

On aurait pu aussi calculer la pente de la droite (AB) puis trouver son équation réduite.

On peut aussi utiliser les coordonnées du point B pour trouver la valeur de c.

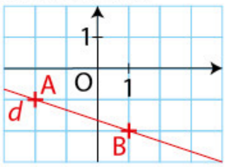
15 Tracer une droite d'équation cartésienne donnée

→ Cours 2. A

Dans un repère orthonormé, tracer la droite d d'équation cartésienne $x+3y+5=0$.

Solution

Si $x=-2$, alors $-2+3y+5=0$, ce qui donne $y=-1$.
Donc la droite d passe par le point A(−2 ; − 1).
Si $x=1$, alors $1+3y+5=0$, ce qui donne $y=-2$.
Donc la droite d passe par le point B(1 ; − 2).
Voici le tracé de la droite d.



Chaque valeur de x (ou y) choisie donne une valeur de y (ou x) et donc les coordonnées d'un point de la droite.

On peut aussi utiliser l'équation réduite de d :
$$y=-\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}$$
On trace d avec la pente et les coordonnées du point A.

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

Sur le modèle de l'exercice résolu 14

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

16 Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) avec A(−3 ; − 2) et B(1 ; 1).

17 Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) avec A(4,5 ; 2,5) et B(1,5 ; 0,5).

18 Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) avec $A\left(\frac{4}{5}\,;-\frac{6}{5}\right)$ et $B\left(-\frac{6}{5}\,;\frac{19}{5}\right)$.

Sur le modèle de l'exercice résolu 15

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

19 Tracer la droite d d'équation cartésienne :
$$5x+4y-2=0$$

20 Tracer la droite d d'équation cartésienne :
$$2x-9y-19=0$$

21 Tracer la droite d d'équation réduite :
$$y=-4x-2$$

22 Tracer la droite d'équation donnée.
a) $y=3$ **b)** $x=-2$ **c)** $x+y=0$

EXERCICES RÉSOLUS

23 Étudier le parallélisme de deux droites

→ Cours 1. B et 2

Dans un repère orthonormé, déterminer si les deux droites sont parallèles ou sécantes.

a) $d_1 : y = 3x - 1$ et $d_2 : y = 3x + 5$ **b)** $d_3 : x + y - 5 = 0$ et $d_4 : 2x - y + 1 = 0$

Solution

a) Les droites d_1 et d_2 ont la même pente.
Elles sont donc parallèles.
Le point $A(0\,;-1)$ appartient à d_1.
Or $3 \times 0 + 5 = 5$ et $5 \neq -1$ donc le point A n'appartient pas à d_2.
Donc les droites d_1 et d_2 sont strictement parallèles.

b) Un vecteur directeur de d_3 est $\vec{u}_3(-1\,;1)$ et un vecteur directeur de d_4 est $\vec{u}_4(1\,;2)$.
Le déterminant du vecteur $\vec{u}_3$ et du vecteur $\vec{u}_4$ est non nul $(-1 \times 2 - 1 \times 1 = -3)$, donc les vecteurs $\vec{u}_3$ et $\vec{u}_4$ ne sont pas colinéaires. Ainsi, les droites d_3 et d_4 sont sécantes.

Deux droites parallèles sont soit strictement parallèles (pas de point commun) soit confondues.

24 Déterminer le point d'intersection de deux droites sécantes

→ Cours 3

Dans un repère orthonormé, déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites sécantes d_3 et d_4 de l'exercice résolu 23.

Solution

Le couple de coordonnées $(x\,;y)$ du point d'intersection de d_3 et d_4 est solution du système (**S**) $\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$

De la première équation, on déduit que $y = -x + 5$.
En substituant y par $-x + 5$ dans la deuxième équation, on obtient $2x - (-x + 5) + 1 = 0$, c'est-à-dire $3x - 4 = 0$ soit $x = \frac{4}{3}$.
On remplace x par $\frac{4}{3}$ dans l'équation $y = -x + 5$. Ainsi $y = -\frac{4}{3} + 5 = \frac{11}{3}$.
d_3 et d_4 sont sécantes donc le système (**S**) a un unique couple solution : $\left(\frac{4}{3}\,;\frac{11}{3}\right)$.
C'est le couple de coordonnées du point d'intersection de d_3 et d_4.

On a résolu le système (**S**) par la méthode de **substitution**.
On peut aussi résoudre un système par la méthode des **combinaisons** (voir exercice 101 p. 175).

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

Sur le modèle de l'exercice résolu 23

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

25 Dans chaque cas, déterminer si les deux droites sont parallèles ou sécantes.

a) $d_1 : y = \frac{3}{4}x + 5$ et $d_2 : y = \frac{4}{3}x + 5$

b) $d_3 : 3x + 6y + 9 = 0$ et $d_4 : -4x + 8y - 1 = 0$

c) $d_5 : \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y + \frac{3}{5} = 0$ et $d_6 : 8x + 6y + 7 = 0$

Sur le modèle de l'exercice résolu 24

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

26 Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites sécantes :

$d_1 : 2x - 2y = 0$ et $d_2 : -4x + 9y + 15 = 0$

27 Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites sécantes :

$d_1 : x + 6y + 17 = 0$ et $d_2 : -7x + 4y - 27 = 0$

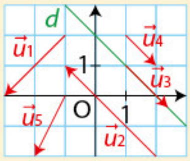
Pour les exercices 28 à 86, le plan est muni d'un repère orthonormé.

Vecteurs directeurs

→ Cours 1

Questions Flash

28 Dans le repère ci-contre, quels sont les vecteurs directeurs de la droite d ?

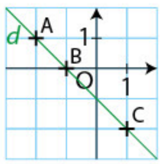


29 d est une droite de vecteur directeur $\vec{u}(3\,;-2)$. Dans chaque cas, dire si le vecteur est aussi un vecteur directeur de la droite d.

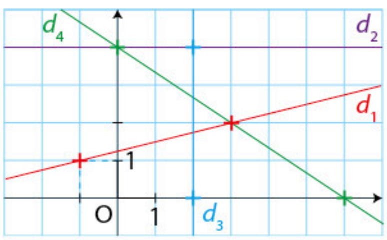
a) $\vec{u}_1(-3\,;2)$ **b)** $\vec{u}_2(6\,;4)$
c) $\vec{u}_3(-10\,;5)$ **d)** $\vec{u}_4(12\,;-8)$

30 Erika affirme : « Si $\vec{u}$ est un vecteur directeur d'une droite d, alors $-\vec{u}$ et $2\vec{u}$ le sont aussi. » A-t-elle raison ?

31 Dans le repère ci-contre, la droite d passe par les points A, B et C. Écrire les coordonnées de trois vecteurs directeurs de d.



32 Déterminer un vecteur directeur de chacune des droites ci-dessous.



33 Dans chaque cas, calculer les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite (AB).

a) A(7 ; 5) et B(2 ; 8) **b)** A(−4 ; 3) et B(5 ; −4)
c) A(2,5 ; −0,5) et B(3,2 ; −1,8)

34 A(9 ; 1), B(−9 ; 4), C(1 ; 0) et D(7 ; −1) sont quatre points.

a) Le vecteur $\overrightarrow{CD}$ est-il un vecteur directeur de la droite (AB) ?

b) Le vecteur $\overrightarrow{AD}$ est-il un vecteur directeur de la droite (BC) ?

35 Dans chaque cas, dire si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont des vecteurs directeurs d'une même droite.

a) $\vec{u}(12\,;-16)$ et $\vec{v}(-30\,;40)$
b) $\vec{u}(7\,;6)$ et $\vec{v}(6\,;5)$
c) $\vec{u}(3{,}5\,;2)$ et $\vec{v}(-10{,}5\,;-6)$
d) $\vec{u}\left(\frac{1}{4}\,;\frac{5}{6}\right)$ et $\vec{v}\left(-\frac{1}{6}\,;\frac{5}{9}\right)$

36 La droite d passe par les points A(8 ; 7) et B(4 ; −4).
Dans chaque cas, dire si le vecteur $\overrightarrow{CD}$ est un vecteur directeur de la droite d.

a) C(29 ; 3) et D(21 ; −19)
b) C(−15 ; −3) et D(−11 ; 9)
c) C(−7,8 ; −5,45) et D(−8 ; −6)
d) C(147 ; 35) et D(99 ; 167)

37 d est une droite de vecteur directeur $\vec{u}(3\,;-1{,}5)$.

a) Donner un vecteur directeur $\vec{v}$ d'abscisse 4 de la droite d.

b) Le vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ est-il un vecteur directeur de d ? Justifier.

38 d est une droite de vecteur directeur $\vec{u}(-1\,;5)$.
Dans chaque cas, dire si la droite est parallèle à d.

a) d_1 a pour vecteur directeur $\vec{u}_1(5\,;1)$.
b) d_2 a pour vecteur directeur $\vec{u}_2(2\,;-10)$.
c) d_3 a pour vecteur directeur $\vec{u}_3(-0{,}5\,;2{,}5)$.
d) d_4 a pour vecteur directeur $\vec{u}_4(0\,;5)$.

39 Repérer, parmi les droites décrites ci-dessous, celles qui sont parallèles.

- d_1 a pour vecteur directeur $\vec{u}_1(-3\,;4)$.
- d_2 a pour vecteur directeur $\vec{u}_2(5\,;2)$.
- d_3 a pour vecteur directeur $\vec{u}_3(-2\,;-0{,}4)$.
- d_4 a pour vecteur directeur $\vec{u}_4\left(\frac{3}{4}\,;-1\right)$.

40 d est une droite de vecteur directeur $\vec{u}(1\,;-1)$.
b, k, m désignent des nombres réels.

a) Déterminer la valeur de b telle qu'une droite de vecteur directeur $\vec{v}(-2\,;b)$ soit parallèle à d.

b) Déterminer les valeurs de k telles qu'une droite de vecteur directeur $\vec{w}(k\,;-5)$ soit sécante à d.

c) Existe-t-il une valeur de m telle qu'une droite de vecteur directeur $\vec{z}(0\,;m)$ soit parallèle à d ?

41 $\vec{i}(1\,;0)$ et $\vec{j}(0\,;1)$ sont deux vecteurs.
x désigne un nombre réel.
Pour quelles valeurs de x les vecteurs $\vec{i}+\vec{j}$ et $\vec{i}+x\vec{j}$ sont-ils colinéaires ?

42 x désigne un nombre réel.
Déterminer la valeur de x telle que les droites d_1 et d_2 de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}_1(x\,;2)$ et $\vec{u}_2(-x\,;2)$ sont parallèles.

43 t désigne un nombre réel.
Déterminer les valeurs de t telles que les droites d_1 et d_2 de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}_1(t\,;9)$ et $\vec{u}_2(4\,;t)$ sont parallèles.

Équations cartésiennes de droites

→ Cours 2

Questions Flash

44 Edwyn affirme : « $x^2 + y^2 = 0$ est une équation cartésienne de droite. » A-t-il raison ?

45 Dire, parmi les points ci-dessous, lesquels appartiennent à la droite d'équation $y - 2 = 0$.
- A(2 ; 0) • B(3 ; – 2) • C(1 ; 2) • D(2 ; 2)

46 Dire, parmi les points ci-dessous, lesquels appartiennent à la droite d'équation $x + y = 0$.
- A(1 ; 1) • B(3,7 ; – 3,7) • C(0 ; 0) • D(1,5 ; – 0,5)

47 « $x + y - 2 = 0$ et $3x + 3y + 6 = 0$ sont des équations cartésiennes d'une même droite. » Que peut-on penser de cette affirmation ?

48 « $7x + 3y - 5 = 0$ et $-7x - 3y + 5 = 0$ sont des équations cartésiennes d'une même droite. » Que peut-on penser de cette affirmation ?

49 Parmi les équations ci-dessous, dire lesquelles sont des équations de droites.

(E$_1$) : $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} - 1 = 0$ (E$_2$) : $-2x + y + 2 = 0$
(E$_3$) : $y + 3 = 0$ (E$_4$) : $-y + 5x - 8 = 0$
(E$_5$) : $-3x + 15 = 0$ (E$_6$) : $x^2 + y = 0$
(E$_7$) : $1{,}5x + 2{,}5y - 0{,}5 = 0$ (E$_8$) : $x = 2 - 3y$

50 Une droite d a pour équation cartésienne :
$$2x - 3y + 1 = 0$$
Pour chaque point, dire s'il appartient ou non à la droite d.
- A(4 ; 3) • B(–2 ; – 1) • $C\left(-4\,;-\dfrac{7}{3}\right)$

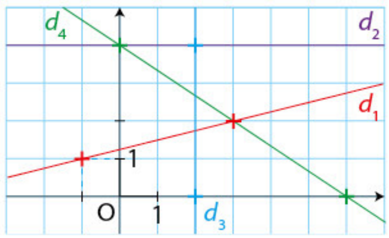
51 Dans chaque cas, vérifier que le point A(–3 ; 5) appartient à la droite d'équation donnée.
$d_1 : 2x + y + 1 = 0$ $d_2 : 5x + 3y = 0$
$d_3 : -6x - 4y + 2 = 0$ $d_4 : \dfrac{1}{3}x - y + 6 = 0$

52 Dans chaque cas, dire si le point B(2 ; 0,5) appartient ou non à la droite d'équation donnée.
$d_1 : x + 2y - 3 = 0$ $d_2 : 2x - 6y + 1 = 0$
$d_3 : -\dfrac{3}{2}x - 2y + 4 = 0$ $d_4 : 0{,}5x - 4y + 2 = 0$

53 Dans chaque cas, déterminer un vecteur directeur et les coordonnées d'un point de la droite d'équation donnée.
$d_1 : 3x - 5y + 2 = 0$ $d_2 : -x + 4y + 3 = 0$
$d_3 : -2x + 1 = 0$ $d_4 : \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}y - 2 = 0$
$d_5 : y = 6x - 2$ $d_6 : y = \dfrac{9}{4}x - \dfrac{3}{4}$

54 Dans chaque cas, déterminer la pente et les coordonnées d'un point de la droite d'équation donnée.
$d_1 : y = 2x + 5$ $d_2 : y = 4x + 7$
$d_3 : 5x + y - 2 = 0$ $d_4 : 9x + 2y - 4 = 0$

55 Déterminer, si possible, la pente de chaque droite tracée dans le repère ci-dessous.



56 Anthony affirme : « Une équation de la droite d de vecteur directeur $\vec{u}(1\,;0)$ et qui passe par l'origine du repère est $x = 0$. » A-t-il raison ?

57 Dans chaque cas, déterminer une équation cartésienne de la droite d de vecteur directeur $\vec{u}$ et qui passe par l'origine du repère.
a) $\vec{u}(2\,;-5)$ **b)** $\vec{u}(4\,;3)$ **c)** $\vec{u}(-5\,;1)$

58 Déterminer une équation cartésienne de la droite de vecteur directeur $\vec{u}(0\,;5)$ et qui passe par le point A(2 ; 3).

59 d est la droite de vecteur directeur $\vec{u}(1\,;3)$ et qui passe par le point A(–2 ; 4).
a) Déterminer une équation cartésienne de d.
b) Le point B(5 ; 5) appartient-il à d ?

60 d est la droite de vecteur directeur $\vec{u}(-3\,;5)$ et qui passe par le point $A(5\,;0)$.

a) Déterminer une équation cartésienne de d.

b) Déterminer les coordonnées du point d'abscisse -7 de la droite d.

61 d est la droite de vecteur directeur $\vec{u}(8\,;-11)$ et qui passe par le point $A(-2\,;3)$.

a) Déterminer une équation cartésienne de d.

b) Déterminer les coordonnées du point d'ordonnée 0 de la droite d.

62 **a)** Déterminer une équation cartésienne de la droite qui passe par les points $A(2\,;4)$ et $B(-1\,;3)$.

b) Le point $C(10\,;7)$ appartient-il à la droite (AB) ?

63 **a)** Déterminer une équation cartésienne de la droite qui passe par les points $A\left(\frac{6}{5}\,;\frac{1}{5}\right)$ et $B\left(\frac{4}{5}\,;\frac{3}{5}\right)$.

b) Déterminer les coordonnées du point d'abscisse nulle de la droite (AB).

64 d est la droite de pente $m=2$ et qui passe par le point $A(3\,;1)$.

a) Déterminer l'équation réduite de la droite d.

b) Donner un vecteur directeur de la droite d.

65 d est la droite de pente $m=\frac{1}{2}$ et qui passe par le point $A(4\,;-3)$.

a) Déterminer une équation cartésienne de d.

b) Déterminer le point de d dont l'abscisse est égale à l'ordonnée.

66 d est la droite de pente $m=-\frac{6}{5}$ qui passe par le point $A(2\,;1)$.

a) Déterminer l'équation réduite de la droite d.

b) Déterminer l'ordonnée du point d'abscisse -10 de la droite d.

67 d est la droite d'équation $3x+y-1=0$.
Parmi les équations réduites ci-dessous, dire laquelle est celle de la droite d.

(1) $y=3x-1$ **(2)** $y=-2x$ **(3)** $y=-3x+1$

68 Dans chaque cas, donner l'équation réduite de la droite dont une équation cartésienne est donnée.

a) $-6x+2y-8=0$ **b)** $3x+2y+4=0$

c) $-12x-3y+9=0$ **d)** $-5x+4y-7=0$

e) $3x+\frac{1}{2}y-1=0$ **f)** $\frac{4}{3}y-\frac{1}{6}x+2=0$

69 **Algo** d est la droite d'équation cartésienne :

$$2x-3y+1=0$$

Voici un programme écrit en langage Python.

```python
for i in range(0,101):
    for j in range(0,101):
        if 2*i-3*j+1==0:
            print("(",i,j,")")
```

a) Expliquer le rôle de ce programme.

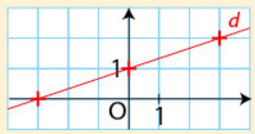
b) Saisir ce programme et l'exécuter.

Tracés de droites

→ Cours 2

Questions flash

70 Allan a tracé la droite d'équation cartésienne $x+3y-1=0$. Est-ce correct ?



71 « Pour tracer la droite d'équation $y=5x-1$, j'utilise les points $A(0\,;1)$ et $B\left(\frac{1}{5}\,;0\right)$. »
Que peut-on en penser ?

72 Dans chaque cas, tracer la droite d dont une équation cartésienne est donnée.

a) $2x-5y+2=0$ **b)** $3y+4=0$

73 Dans chaque cas, tracer la droite d dont une équation cartésienne est donnée.

a) $-x+3y+1=0$ **b)** $-x+3=0$

74 d est la droite d'équation $2x+3y-1=0$.

a) Tracer la droite d.

b) Le point $A(5;-3)$ semble-t-il appartenir à la droite d ? Vérifier la réponse précédente par le calcul.

75 Dans chaque cas, tracer la droite d dont l'équation réduite est donnée.

a) $y=-2x+3$ **b)** $y=x+5$

76 Dans chaque cas, tracer la droite d dont l'équation réduite est donnée.

a) $y=\frac{1}{2}x-4$ **b)** $y=-\frac{4}{3}x+1$

77 d est la droite d'équation $y=-5x+7$.

a) Tracer la droite d.

b) Le point $C(3\,;-7)$ appartient-il à la droite d ?

Droites parallèles et sécantes

→ Cours 1. B et 2

Questions flash

78 d est la droite d'équation $y = -5x + 3$.
Donner les équations réduites de deux droites parallèles à d.

79 Éric affirme : « Les droites d'équations $x + y - 1 = 0$ et $2x + 2y + 7 = 0$ sont parallèles. » A-t-il raison ?

80 « $3x + 6y - 9 = 0$ et $0{,}5x - y - 1{,}5 = 0$ sont des équations de droites parallèles. »
Déterminer un vecteur directeur de chaque droite et dire si cette affirmation est exacte.

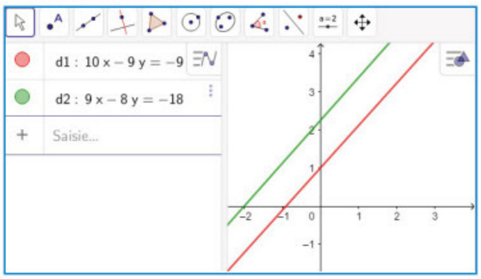
Pour les exercices 81 à 83, utiliser un déterminant pour étudier la position relative des deux droites.

81 $d_1 : \frac{8}{3}x - 2y + 1 = 0$ $\quad d_2 : 4x - 3y = 0$

82 $d_1 : 2x + 3y - 5 = 0$ $\quad d_2 : 5x - 7y + 1 = 0$

83 $d_1 : 3x - 9y + 4 = 0$ $\quad d_2 : 4x - 12y + \frac{16}{3} = 0$

84 Cléa a tracé deux droites d_1 et d_2 à l'aide d'un logiciel de géométrie.



Cléa pense que ces droites sont parallèles.
A-t-elle raison ?

85 d est la droite d'équation cartésienne :

$$x + y + 2 = 0$$

Donner une équation cartésienne de chaque droite.
a) d_1 est parallèle à d et passe par l'origine du repère.
b) d_2 est parallèle à d et passe par le point $A(3\,;-4)$.

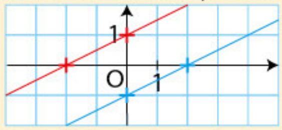
86 Déterminer une équation cartésienne de la droite d qui passe par le point $A(1\,;-4)$ et qui est parallèle à la droite d' : $\frac{1}{3}x - y - 1 = 0$.

Systèmes d'équations

→ Cours 3

Questions flash

87 On a représenté graphiquement dans un repère orthonormé les deux équations d'un système. Que peut-on dire de ce système ?



88 Résoudre mentalement chaque système.

a) $\begin{cases} x = 0 \\ 2x - 3y + 6 = 0 \end{cases}$ $\quad$ **b)** $\begin{cases} y = 2 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$

89 Expliquer oralement pourquoi le système ci-dessous n'a pas de solution.

$$\begin{cases} x - 6y = 0 \\ 2x - 12y = 1 \end{cases}$$

90 Jadwiga : « Le couple $(2\,;-1)$ est solution du système ci-dessous. » A-t-elle raison ?

$$\begin{cases} 3x + y - 5 = 0 \\ x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

91 Dans chaque cas, déterminer mentalement si le système a un seul couple solution ou non.

a) $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases}$ $\quad$ **b)** $\begin{cases} 3x + y + 2 = 0 \\ -6x - 2y - 4 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -3x + y + 13 = 0 \\ -x - 4y - 13 = 0 \end{cases}$ $\quad$ **d)** $\begin{cases} x - 2y + 8 = 0 \\ -3x + 6y - 6 = 0 \end{cases}$

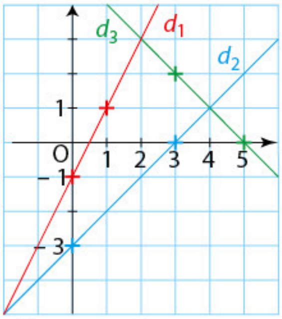
92 (**S**) est le système $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -3x + 4 \end{cases}$

a) Dans un repère orthonormé, représenter graphiquement ce système.
b) Lire graphiquement le couple solution du système.
c) Vérifier par le calcul que le couple trouvé est bien solution du système (**S**).

93 (**S**) est le système $\begin{cases} -2x + y + 9 = 0 \\ -x - 2y + 7 = 0 \end{cases}$

a) Dans un repère orthonormé, représenter graphiquement ce système.
b) Lire graphiquement le couple solution du système.
c) Vérifier par le calcul que le couple trouvé est bien solution du système (**S**).

94 Dans ce repère orthonormé, les droites d_1, d_2, d_3 ont pour équations respectives $2x - y - 1 = 0$, $-x + y + 3 = 0$, et $x + y - 5 = 0$.



1. Lire graphiquement la solution de chaque système.

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 5 \\ -x + y = -3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -x + y = -3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

2. Vérifier par le calcul.

95 Dans un repère orthonormé, $d_1 : y = 3x + 2$ et $d_2 : y = 2x - 5$ sont deux droites.

a) Pourquoi ces droites sont-elles sécantes ?

b) Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection en résolvant un système.

96 (**S**) est le système $\begin{cases} -6x + y + 17 = 0 \\ 7x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$

On se propose de résoudre (**S**) par substitution.

a) Exprimer y en fonction de x avec la 1re équation.

b) Remplacer y par cette expression dans la 2e équation et terminer la résolution de (**S**).

Pour les exercices 97 à 99, résoudre le système par substitution, puis vérifier avec la calculatrice (voir p. XIII).

97 a) $\begin{cases} x - 3y = -17 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2a + 3b = -2 \\ 4a + b = 6 \end{cases}$

98 a) $\begin{cases} 3x - y = 9 \\ x - 4y = 14 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6x + y = 0 \\ 4x - 3y = -11 \end{cases}$

99 a) $\begin{cases} 5p - q = -3 \\ 2p - 3q = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 0{,}2x + 0{,}3y = -1 \\ -x + 9y = 5 \end{cases}$

100 f est la fonction affine $x \mapsto ax + b$ telle que :

$$f(4) = 7 \text{ et } f(-2) = -11$$

On se propose de déterminer les nombres a et b.

a) Quelles données de l'énoncé permettent de savoir que $4a + b = 7$ et $-2a + b = -11$?

b) Résoudre le système constitué des deux équations ci-dessus.

c) En déduire l'expression de $f(x)$.

101 (**S**) est le système $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x + 6y = 1 \end{cases}$

On se propose de résoudre (**S**) par combinaisons.

a) Multiplier par -3 chaque membre de la première équation.

b) Additionner membre à membre l'équation obtenue et la deuxième équation.

c) Résoudre l'équation obtenue, puis terminer la résolution de (**S**).

Pour les exercices 102 et 103, résoudre le système par combinaisons, puis vérifier avec la calculatrice (voir p. XIII).

102 a) $\begin{cases} 4x + 5y = 9 \\ 3x - 5y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 4y = -6 \\ 2x + 6y = 9 \end{cases}$

103 a) $\begin{cases} 2x + 8y = 6 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3a + 2b = -8 \\ 4a + 5b = 1 \end{cases}$

104 (**S**) est le système $\begin{cases} 12x + 16y = 8 \textbf{ (1)} \\ 15x + 20y = 5 \textbf{ (2)} \end{cases}$

a) Pourquoi (**S**) n'a-t-il pas un seul couple solution ?

b) Diviser chaque membre de **(1)** par 4 et chaque membre de **(2)** par 5. (**S**) se présente sous la forme :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ ax + by = c' \end{cases} \text{ avec } a \neq 0 \text{ ou } b \neq 0.$$

c) Observer les équations obtenues et en déduire que l'ensemble des solutions de (**S**) est $\varnothing$.

105 (**S**) est le système $\begin{cases} 7x - 3y = 5 \textbf{ (1)} \\ 28x - 12y = 20 \textbf{ (2)} \end{cases}$

a) Pourquoi (**S**) n'a-t-il pas un seul couple solution ?

b) Multiplier par 4 chaque membre de **(1)**.

En déduire le nombre de solutions de (**S**).

Expliquer pourquoi les solutions de (**S**) sont tous les couples $\left(x \,;\, \frac{7}{3}x - \frac{5}{3}\right)$ où x décrit $\mathbb{R}$.

Pour les exercices 106 et 107, expliquer pourquoi le système n'a pas de couple solution ou bien en a une infinité. Dans ce dernier cas, les écrire tous.

106 a) $\begin{cases} -\frac{3}{2}x + \frac{1}{4}y = 1 \\ 12x - 2y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{5}{6}y = \frac{3}{4} \\ -4x + 10y = -9 \end{cases}$

107 a) $\begin{cases} 5x - 3y = 0{,}5 \\ -10x + 6y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 12x + 8y = 1 \end{cases}$

QCM interactifs

Pour se tester

108 Dans chaque cas, donner la réponse exacte sans justifier.

Dans un repère orthonormé, d est la droite d'équation $-7x-2y-10=0$.

		A	B	C	D
1	La droite d passe par le point de coordonnées …	$(5\,;0)$	$(0\,;5)$	$\left(0\,;-\frac{10}{7}\right)$	$\left(-\frac{10}{7}\,;0\right)$
2	Les coordonnées d'un vecteur directeur de d sont …	$(-7\,;-2)$	$(-2\,;-7)$	$(2\,;-7)$	$(2\,;7)$
3	La pente de d est …	$\frac{7}{2}$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{2}{7}$	$-\frac{2}{7}$
4	L'équation réduite de d est …	$y=\frac{-2}{7}x-\frac{10}{7}$	$y=-\frac{7}{2}x-10$	$y=-\frac{7}{2}x-5$	$2y=-7x-10$
5	Une autre équation cartésienne de d est …	$7x+2y-10=0$	$14x+4y+20=0$	$-2x-7y-10=0$	$-7x-2y=0$

109 Dans chaque cas, donner la (ou les) réponse(s) exacte(s) sans justifier.

Dans un repère orthonormé, $d_1 : -3x-5y+36=0$ et $d_2 : 6x+10y-20=0$ sont deux droites.

(**S**) est le système $\begin{cases}-3x-5y+36=0\\6x+10y-20=0\end{cases}$

		A	B	C	D
1	Un point de d_1 est …	$A\left(0\,;\frac{36}{5}\right)$	$B\left(5\,;\frac{21}{5}\right)$	$C(-7\,;11)$	$D(-3\,;9)$
2	Un vecteur directeur de d_2 est …	$\vec{u}_1(1\,;-0{,}6)$	$\vec{u}_2(5\,;-3)$	$\vec{u}_3(100\,;-6)$	$\vec{u}_4(15\,;-9)$
3	Le système (**S**) …	n'a aucun couple solution	a un seul couple solution	a deux couples solutions	a une infinité de couples solutions
4	Les droites d_1 et d_2 sont …	confondues	strictement parallèles	sécantes	perpendiculaires

110 Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse en justifiant.

(**S**) est le système $\begin{cases}3x-2y-12=0\\2x-7y+26=0\end{cases}$

Affirmations :

1. Le couple $(10\,;9)$ vérifie la première équation.
2. Le couple $(10\,;9)$ est solution du système.
3. Le système (**S**) a une infinité de couples solutions.
4. Un couple $(8\,;n)$, où n est un nombre entier, est l'unique solution du système.
5. Dans un repère orthonormé, les droites d'équations $3x-2y-12=0$ et $2x-7y+26=0$ sont sécantes.

Vérifiez vos réponses : p. 346

111 Déterminer une équation d'une droite à partir d'un point et d'un vecteur directeur

Dans un repère orthonormé, d est la droite de vecteur directeur $\vec{u}(-5\,;2)$ et qui passe par le point $A(-1\,;1)$.
On se propose d'écrire une équation cartésienne $ax+by+c=0$ de la droite d.

a) En utilisant les coordonnées du vecteur directeur, donner les valeurs de a et b.

b) Dans $ax+by+c=0$, remplacer a et b par les valeurs trouvées, puis x et y par les coordonnées du point A. En déduire la valeur de c.

c) En déduire une équation cartésienne de d.

AIDE
a) Les coordonnées d'un vecteur directeur sont $(-b\,;a)$.

112 Déterminer une équation cartésienne d'une droite qui passe par deux points

Dans un repère orthonormé, on se propose de déterminer une équation cartésienne de la droite qui passe par les points $A(-2\,;-2)$ et $B(1\,;2)$.

a) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$; il s'agit d'un vecteur directeur de la droite (AB).

b) En déduire une équation cartésienne de la droite (AB).

AIDE
b) Une fois le vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$ déterminé, on procède comme à l'exercice **111**.

113 Déterminer l'équation réduite d'une droite

$A(-2\,;4)$ et $B(4\,;5)$ sont deux points dans un repère orthonormé.

a) Calculer la pente m de la droite (AB).

b) Utiliser les coordonnées du point A pour déterminer l'ordonnée à l'origine p de (AB).

c) Conclure en donnant l'équation réduite de (AB).

AIDE
a) On utilise la formule $m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$.

114 Tracer une droite

Dans un repère orthonormé, d est la droite d'équation $3x+2y-12=0$.

a) Déterminer les coordonnées de deux points de d en remplaçant :
- x par 0 ;
- y par 0.

b) Tracer la droite d.

AIDE
Pour tracer cette droite, on utilise les coordonnées de deux points de cette droite.

115 Déterminer le point d'intersection de deux droites sécantes

Dans un repère orthonormé, $d_1 : 3x+4y+24=0$ et $d_2 : 5x-2y+14=0$ sont deux droites.

a) Déterminer un vecteur directeur $\vec{u}_1$ de d_1 et un vecteur directeur $\vec{u}_2$ de d_2.

b) Calculer le déterminant du vecteur $\vec{u}_1$ et du vecteur $\vec{u}_2$.
Que peut-on en déduire pour les droites d_1 et d_2 ?

c) Résoudre le système $\begin{cases}3x+4y+24=0\\5x-2y+14=0\end{cases}$ en commençant par additionner la première équation et le double de la deuxième.
Conclure.

AIDE
c) En effectuant cette opération, on élimine l'inconnue y.

EXERCICE RÉSOLU

116 Étudier l'alignement de trois points

Voici un algorithme, où les coordonnées de trois points sont représentées par les listes A, B, C.

$x \leftarrow$ B[0] – A[0]
$y \leftarrow$ B[1] – A[1]
$x' \leftarrow$ C[0] – A[0]
$y' \leftarrow$ C[1] – A[1]
$d \leftarrow xy' - x'y$
Si $d = 0$ alors
 Afficher "Les trois points sont alignés"
 sinon
 Afficher "Les trois points ne sont pas alignés"
Fin Si

a) Appliquer cet algorithme aux points de coordonnées $(19\,;1)$, $(27\,;-15)$ et $(25\,;-11)$ dans un repère orthonormé.

b) Que représente le nombre d ?

c) Quel est le rôle de cet algorithme ?

d) Coder cet algorithme à l'aide d'une fonction écrite en langage Python.
Saisir ce programme et l'exécuter pour déterminer si les points de coordonnées $(65\,;160)$, $(285\,;138)$ et $(-56\,;170)$ sont alignés dans un repère orthonormé.

Solution

a) Ainsi, A = [19, 1], B = [27, – 15], C = [25, – 11].
On obtient $x = 8$, $y = -16$, $x' = 6$, $y' = -12$, puis $d = 0$. L'algorithme affiche donc "Les trois points sont alignés".

b) Le nombre d est le déterminant du vecteur de coordonnées $(x\,;y)$ et du vecteur de coordonnées $(x'\,;y')$.

c) Cet algorithme sert à reconnaître l'alignement ou non des points dont les coordonnées sont données par les listes A, B, C.

d) La fonction Python ci-contre renvoie dans ce cas 'Les trois points ne sont pas alignés'.

```python
def Alignement(A,B,C):
    x1=B[0]-A[0]
    y1=B[1]-A[1]
    x2=C[0]-A[0]
    y2=C[1]-A[1]
    d= x1*y2-x2*y1
    if d==0:
        a="Les trois points sont alignés"
    else:
        a="Les trois points ne sont pas alignés"
    return a
```

```python
>>> A=[65,160]
>>> B=[285,138]
>>> C=[-56,170]
>>> Alignement(A,B,C)
'Les trois points ne sont pas alignés'
```

À VOTRE TOUR

117 Voici un algorithme incomplet où les coordonnées de deux vecteurs sont représentées par les listes A et B.

$d \leftarrow$
Si $d = 0$ alors
 Afficher "Les vecteurs sont colinéaires"
 sinon
 Afficher " "
Fin Si

a) Compléter cet algorithme.

b) Coder cet algorithme à l'aide d'une fonction écrite en langage Python. Saisir et tester ce programme avec les vecteurs de coordonnées :

- $(5\,;8)$ et $(4\,;2{,}5)$
- $(73\,;24)$ et $(146\,;48)$

118 Voici un algorithme, où les coordonnées de deux points d'abscisses différentes sont représentées par les listes A et B.

$y \leftarrow$ B[1] – A[1]
$x \leftarrow$ B[0] – A[0]
$m \leftarrow y/x$
$p \leftarrow$ A[1] – $m *$ A[0]
Afficher m, p

a) Appliquer cet algorithme aux points de coordonnées $(6\,;3)$ et $(2\,;-9)$, en détaillant les étapes.

b) Quel est le rôle de cet algorithme ?

c) Proposer une modification de l'affectation de p qui donne le même résultat.

d) Que se passe-t-il si l'on échange l'ordre de saisie des listes A et B ? Expliquer.

EXERCICE RÉSOLU

119 Résoudre des systèmes

Adil a utilisé un logiciel de calcul formel. Voici l'affichage obtenu.

a) Quel problème Adil a-t-il résolu avec ce logiciel ?

b) Expliquer pourquoi ce problème a une seule solution.

c) Vérifier par le calcul le résultat affiché par le logiciel.

d) Rédiger une phrase donnant la solution du problème d'Adil.

1	Résoudre({x+3y+2=0,x+y-7=0})
	→ $\left\{\left\{x = \frac{23}{2}, y = -\frac{9}{2}\right\}\right\}$

Solution

a) Adil a résolu le système :

$$\begin{cases} x + 3y + 2 = 0 \\ x + y - 7 = 0 \end{cases}$$

avec ce logiciel de calcul formel.

b) $ab' - a'b = 1 \times 1 - 1 \times 3 = -2$

Ce nombre est différent de 0 donc le système admet un unique couple solution.

c) On remplace x par $\frac{23}{2}$ et y par $-\frac{9}{2}$ dans chaque équation du système :

$$\frac{23}{2} + 3\left(-\frac{9}{2}\right) + 2 = \frac{23}{2} - \frac{27}{2} + 2 = -\frac{4}{2} + 2 = 0$$

$$\frac{23}{2} - \frac{9}{2} - 7 = \frac{14}{2} - 7 = 0$$

Donc les deux équations sont vérifiées pour $x = \frac{23}{2}$ et $y = -\frac{9}{2}$.

d) Le système $\begin{cases} x + 3y + 2 = 0 \\ x + y - 7 = 0 \end{cases}$ a pour unique solution le couple $\left(\frac{23}{2} ; -\frac{9}{2}\right)$.

Pour un système :

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

on dit que le nombre $ab' - a'b$ est le déterminant du système.

Penser à indiquer dans la conclusion que la solution du système est un couple (le logiciel n'utilise pas la même notation).

À VOTRE TOUR

120 **a)** Écrire le système résolu ci-dessous par un logiciel de calcul formel.

1	Résoudre({2 x − 3 y + 5 = 0, −5 x + 7.5 y = 12.5})
	→ $\left\{\left\{x = \frac{3}{2} y - \frac{5}{2}, y = y\right\}\right\}$

b) Expliquer pourquoi ce système n'a pas un seul couple solution.

c) Vérifier par le calcul que tous les couples $\left(\frac{3}{2}y - \frac{5}{2} ; y\right)$, où y décrit $\mathbb{R}$, sont solutions du système.

121 **a)** Écrire le système résolu ci-dessous par un logiciel de calcul formel.

1	Résoudre({1.5 x − 4 y = 2.5, 24 y − 9 x = 15})
	→ {}

b) Expliquer pourquoi ce système n'a pas un seul couple solution.

c) Résoudre algébriquement ce système.

d) Expliquer l'affichage obtenu avec le logiciel.

Démontrer et raisonner

122 Reconnaître une équation de droite

Méthode
Pour savoir si une équation de la forme $ax+by+c=0$ est bien celle d'une droite, il faut s'assurer que les nombres a et b ne sont pas nuls en même temps.

k désigne un nombre réel. Dans un repère orthonormé, on considère l'ensemble $\mathscr{E}$ des points $\mathrm{M}(x\,;y)$ tels que $(k+1)x+(k^2-1)y-3=0$.

a) Décrire l'ensemble $\mathscr{E}$ pour $k=2$.

b) Adèle affirme : « Si $k=1$, l'ensemble $\mathscr{E}$ n'est pas une droite. » A-t-elle raison ?

c) Charles affirme : « Pour toute valeur de k, l'ensemble $\mathscr{E}$ est une droite. » A-t-il raison ?

123 Reconnaître des droites parallèles

Méthode
Pour reconnaître deux droites parallèles, on détermine un vecteur directeur de chacune et on observe si le déterminant de ces vecteurs est nul.

Dans un repère orthonormé, d et d' sont les droites d'équations respectives :

$$ax+by+c=0 \text{ et } a'x+b'y+c'=0$$

avec $a\neq 0$ ou $b\neq 0$, $a'\neq 0$ ou $b'\neq 0$.

Démontrer que d et d' sont parallèles si, et seulement si, $ab'=a'b$.

Utiliser des équations de droites

124 $\mathrm{A}(-4\,;8)$ et $\mathrm{B}(-9\,;6)$ sont deux points dans un repère orthonormé.

a) Déterminer une équation de la droite (AB).

b) Justifier que les points A, B et $\mathrm{C}(20\,;3)$ ne sont pas alignés.

c) Donner l'ordonnée du point d'abscisse 20 qui appartient à la droite (AB).

125 $\mathrm{A}(5\,;6)$ et $\mathrm{B}(-4\,;-2)$ sont deux points dans un repère orthonormé.

a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

b) Déterminer l'abscisse du point C d'ordonnée 2 de la droite (AB).

126 d_0 est la droite d'équation $3x-y-2=0$ dans un repère orthonormé.
Dans chaque cas, déterminer une équation de la droite.

a) d_1 est parallèle à d_0 et passe par le point $\mathrm{S}(-1\,;0)$.

b) d_2 est parallèle à d_0 et a pour ordonnée à l'origine 4.

c) d_3 a pour vecteur directeur $\vec{u}(1\,;2)$ et coupe d_0 au point $\mathrm{T}(7\,;19)$.

d) d_4 est parallèle à l'axe des abscisses et coupe d_0 sur l'axe des ordonnées.

e) d_5 ne coupe pas d_0 et passe par l'origine du repère.

127 y désigne un nombre réel.
$\mathrm{A}(1\,;-5)$, $\mathrm{B}(4\,;-7)$, $\mathrm{C}(4\,;-4)$ et $\mathrm{D}(0\,;y)$ sont quatre points dans un repère orthonormé.

a) Réaliser une figure.

b) Un trapèze est un quadrilatère non croisé qui a deux côtés opposés parallèles.
Déterminer la valeur de y pour que ABCD soit un trapèze.

128 Le plan est muni d'un repère orthonormé.

a) d_1 est la droite d'équation $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{5}=1$.
Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite d_1 avec les axes du repère.

b) a et b désignent deux nombres réels non nuls.
Démontrer que la droite qui passe par les points $\mathrm{A}(a\,;0)$ et $\mathrm{B}(0\,;b)$ a pour équation $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$.

c) d_3 est la droite qui passe par les points $\mathrm{A}(3\,;0)$ et $\mathrm{B}(0\,;-7)$.
Déterminer une équation de d_3 puis son équation réduite.

129 Le plan est muni d'un repère orthonormé.

a) Tracer les droites d_1, d_2 et d_3 d'équations respectives $x=2$, $y=-1$ et $x+y-3=0$.

b) Hachurer en vert l'ensemble des points $\mathrm{M}(x\,;y)$ tels que $x>2$.

c) Hachurer en rouge l'ensemble des points $\mathrm{M}(x\,;y)$ tels que $y>-1$.

d) Les coordonnées de l'origine du repère vérifient-elles l'inéquation $x+y-3<0$?

e) On admet que l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;y)$ tels que $x+y-3<0$ est un demi-plan de frontière la droite d'équation $x+y-3=0$.
Hachurer en bleu l'ensemble des points $\mathrm{M}(x\,;y)$ tels que $x+y-3<0$.

f) Quel est l'ensemble des points du plan dont les coordonnées vérifient à la fois les inéquations $x>2$, $y>-1$ et $x+y-3<0$?

Résoudre un système d'équations

130 À l'entrée d'un zoo, un groupe de 4 enfants et un adulte paie 22 €.
Un autre groupe de 6 enfants et 3 adultes paie 42 €.
a) Pour connaître le prix d'une entrée pour un enfant et le prix d'une entrée pour un adulte, Axel trace dans un repère orthonormé les droites d'équations $4x + y = 22$ et $6x + 3y = 42$.
Expliquer le travail d'Axel.
b) Déterminer alors les prix que cherchait Axel.

131 Un chocolatier souhaite proposer un nouveau chocolat avec 40 % de cacao. Pour cela, il prévoit de fondre et mélanger du chocolat noir avec 70 % de cacao et du chocolat au lait avec 20 % de cacao.
On note x (resp. y) la masse, en kg, de chocolat noir (resp. au lait) nécessaire pour obtenir 1 kg du nouveau chocolat.
a) Justifier que le couple $(x\,;y)$ doit être solution du système :

$$(\mathbf{S})\ \begin{cases} 0{,}7x + 0{,}2y = 0{,}4(x+y) \\ x + y = 1 \end{cases}$$

b) Écrire chaque équation de ce système sous la forme $ax + by + c = 0$.
c) Résoudre ce système.
d) Conclure en indiquant au chocolatier le mélange à effectuer.

132 Lola, qui n'a pas souscrit de forfait, a constaté que, chez son opérateur téléphonique, 30 min de communication et 50 SMS coûtent 19,50 € alors que 50 min de communication et 100 SMS coûtent 35 €.
Déterminer le prix d'une minute de communication et le prix d'un SMS.

133 Pour financer un voyage scolaire, Louis a vendu des pains d'épices au prix de 4 € l'un et des pots de miel au prix de 4,50 € l'un. Il a ainsi gagné 215 €. Cependant, s'il avait vendu chaque produit 50 centimes de plus, il aurait gagné 240 €.
Quels nombres de pain d'épices et de pots de miel a-t-il vendus ?

134 Trouver une fraction telle que, si on ajoute 3 au numérateur et au dénominateur, on obtient $\frac{2}{5}$, et si on leur soustrait 3, on obtient $\frac{1}{7}$.

135 Dans une caravane dans le désert, il y a des dromadaires (à une bosse) et des chameaux (à deux bosses).
En tout, on compte 28 têtes et 45 bosses.
Déterminer le nombre d'animaux de chaque type.

136 Une usine, fabriquant des torchons et des serviettes, décide de les vendre par lots.
Le lot A contient 9 torchons et 6 serviettes alors que le lot B contient 2 torchons et 12 serviettes.
Il y a en stock 3 200 torchons et 4 800 serviettes.
a) Combien de lots de chaque sorte doivent être vendus pour épuiser le stock ?
b) Si le lot A est vendu 20 € et le lot B 15 €, calculer le chiffre d'affaires total.

S'entraîner à la logique → p. XXI

137 Quantificateurs
Dans un repère orthonormé, d est la droite d'équation cartésienne $-\frac{1}{4}x + y + 1 = 0$.
Pour chaque proposition, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier.
a) Il existe un point de d d'abscisse nulle.
b) Pour tout point $\mathrm{M}(x\,;y)$ de d, x et y sont de même signe.
c) Il existe un point $\mathrm{M}(x\,;y)$ de d tel que $x = y$.
d) Pour tout point $\mathrm{M}(x\,;y)$ de d, $x > 4y$.

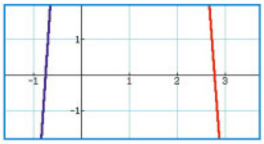
138 Implication ou équivalence ?
Le plan est muni d'un repère orthonormé.
Pour chaque implication, énoncer sa réciproque et dire quels énoncés sont vrais.
a) Si $\mathrm{A}(a\,;b)$ appartient à la droite d'équation $y = 3x + 0{,}5$, alors ses coordonnées vérifient l'équation $6x - 2y + 1 = 0$.
b) Si un point $\mathrm{M}(a\,;b)$ appartient à la droite d'équation $x + y = 0$, alors le point $\mathrm{N}(2a\,;2b)$ appartient aussi à cette droite.
c) Si un point $\mathrm{M}(a\,;b)$ appartient à la droite d'équation $x - y + 2 = 0$, alors le point $\mathrm{N}(a+1\,;b+1)$ appartient aussi à cette droite.
d) Si une droite d a une équation de la forme $ax + by = 0$ avec $a \neq 0$ ou $b \neq 0$, alors elle passe par l'origine du repère.

Organiser son raisonnement

139 Porter un regard critique

Chercher **Représenter** **Communiquer**

Ophélie a tracé les droites d'équations $y = 20x + 15$ et $y = -18x + 50$ à l'écran de sa calculatrice.



Elle affirme : « Ces droites ne sont pas sécantes. »

a) Comment sait-on qu'Ophélie se trompe ?

b) Proposer une fenêtre graphique pour visualiser le point d'intersection de ces droites.

140 Imaginer une stratégie

Chercher **Raisonner** **Calculer**

Dans un repère orthonormé, $A(7\,;-6)$, $B(9\,;-7)$, $C(9\,;-2)$, $D(11\,;-3)$, $E(11\,;-6)$ et $F(7\,;-3)$ sont des points. Avec ces six points, on peut former 15 droites distinctes (AB), (AC), …, (EF).

Sans faire de figure, regrouper ces droites en familles de droites parallèles.

141 Modéliser une situation

Problème ouvert

Chercher **Modéliser** **Raisonner**

Un transporteur doit véhiculer 960 personnes.

Il dispose d'autocars de 40 ou 60 places et ne peut pas utiliser plus de 20 autocars.

Déterminer les nombres possibles d'autocars de chaque type effectivement utilisés.

142 Prouver une propriété

Chercher **Raisonner** **Calculer**

Dans un repère orthonormé, on considère les points :

$$A(1\,;5),\ B(8\,;5),\ C(8\,;1),\ D(1\,;1)$$

E est le symétrique de B par rapport à A et F est le symétrique de B par rapport à C.

a) Réaliser une figure.

b) G est un point quelconque du segment $[AD]$.

On note a son ordonnée avec $1 < a < 5$.

Les droites (BG) et (CD) se coupent en H.

Démontrer que, quelle que soit la position du point G, les droites (EG) et (HF) sont parallèles.

143 Prendre des initiatives

Chercher **Raisonner** **Calculer**

$A(-2\,;1)$, $B(4\,;3)$, $C(5\,;0)$ et $D(-1\,;-2)$ sont quatre points dans un repère orthonormé.

Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.

144 Prouver un alignement

Narration de recherche

Chercher **Calculer** **Communiquer**

Rédiger les différentes étapes de la recherche, sans omettre les fausses pistes et les changements de méthode.

Problème ABCD est un carré de côté 1. I et J sont les milieux respectifs des côtés $[AB]$ et $[AD]$ et K est le point d'intersection des droites (AC) et (BJ).

Démontrer que les points D, K et I sont alignés.

145 Work in a coordinate system

Chercher **Calculer** **Communiquer**

$A(6\,;3)$, $B(-3\,;0)$, $C(5\,;4)$ and $D(-1\,;1)$ are points in an orthonormal coordinate system.

a) Prove that (OA) and (BC) are parallel.

b) Are points B, C and D collinear?

c) Find the value of y for which $M(0\,;y)$ is on (AB).

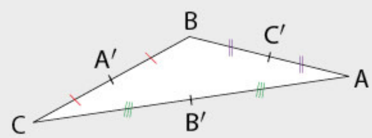
d) E has the coordinates $\left(-\dfrac{7}{3}\,;m\right)$.

For what value of m is DOAE a trapezium?

Des Défis

146 Retrouver le repère

Les points $A(1\,;6)$, $B(-1\,;-2)$ et $C(3\,;-10)$ ont été placés dans un repère orthonormé d'origine O qui a été effacé par mégarde.



Retrouver le repère après avoir déterminé les équations des droites (AA') et (BB').

147 Déterminer des points à coordonnées entières

Dans un repère, d est la droite d'équation :

$$5x - 27y - 1 = 0$$

Le « premier » point à coordonnées entières positives de la droite d est le point de coordonnées $(11\,;2)$.

Quel est le 2 019^{e} point de d à coordonnées entières positives ?

QCM Bilan

QCM interactifs

148 **Dans chaque cas, donner la réponse exacte en justifiant.**

Dans un repère orthonormé, on donne les six points : $A(1\,;2)$, $B(3\,;7)$, $C\left(\frac{1}{2}\,;-1\right)$, $D\left(\frac{5}{2}\,;4\right)$, $E(1\,;7)$ et $F(5\,;-1)$.

$\vec{u}(2\,;5)$ et $\vec{v}(1\,;6)$ sont deux vecteurs.

		A	B	C	D
1	Une équation de la droite (AC) est …	$-5x+2y+1=0$	$3x-0{,}5y+2=0$	$y=2{,}5x-0{,}5$	$y=6x-4$
2	$\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite …	(AB)	(AD)	(AF)	(EF)
3	Un vecteur directeur de la droite (AD) est …	$\vec{u}$	$\vec{v}$	$\vec{u}+\vec{v}$	$2\vec{u}-\vec{v}$
4	La droite (EF) passe par le point …	A	B	C	D
5	La droite (BC) ne passe pas par le point …	$J\left(0\,;-\frac{13}{5}\right)$	D	$K\left(2\,;\frac{19}{5}\right)$	$L(-2\,;-9)$
6	Une droite parallèle à l'axe des ordonnées est …	(BE)	(AE)	(BD)	(AC)
7	Deux droites parallèles sont …	(AB) et (BD)	(AC) et (BD)	(AE) et (BD)	(AF) et (BE)
8	ABDC est …	un parallélogramme	un trapèze non parallélogramme	un losange	un quadrilatère quelconque
9	Deux droites perpendiculaires sont …	(AE) et (EB)	(EB) et (DB)	(AF) et (AB)	(FC) et (AC)
10	Un point de la médiatrice du segment [DC] est…	A	C	$H(4\,;0{,}5)$	$G(-2{,}5\,;3)$

Vérifiez vos réponses p. 346 pour avoir votre note (considérez 1 point par réponse juste).

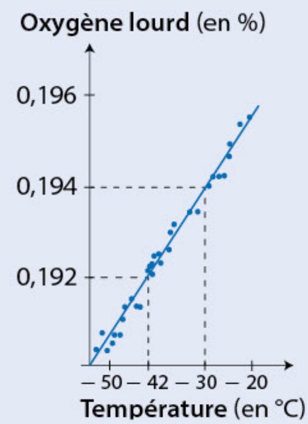
Exploiter ses compétences

149 Modéliser un phénomène

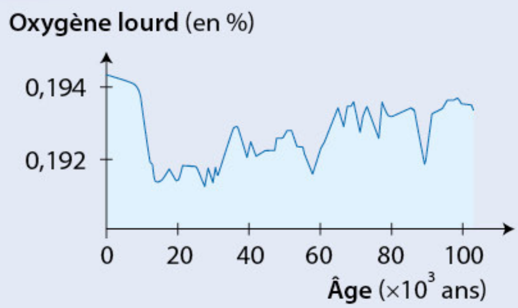
La situation problème

Au Groenland, des météorologues ont étudié la relation entre la température des nuages donnant de la neige et le pourcentage d'oxygène lourd dans la neige (DOC 1). Au même endroit, ils ont foré une carotte et analysé l'oxygène de la glace (DOC 2).
Utiliser les différentes informations pour estimer la température des nuages donnant de la neige au Groenland, il y a 20 000 ans et il y a 100 000 ans.

DOC 1 Température et oxygène lourd



DOC 2 Âge et oxygène lourd



150 Établir une répartition

La situation problème

Une communauté de communes regroupe cinq villes, notées A, B, C, D, E.
Le siège de la communauté se trouve dans la ville A.
Chaque commune paie une contribution annuelle y, en euro, à la communauté en fonction de sa distance x, en km, à la ville A.
Utiliser les différentes informations pour établir une répartition des contributions qui respecte les contraintes indiquées.

DOC 1 Décision de la communauté de communes

Il a été décidé de calculer ces contributions à l'aide d'une fonction affine, afin que l'accroissement de contribution soit proportionnel à l'accroissement de distance.

DOC 2 Distances et contribution

Ville	Distance x	Contribution y
A	0 km	5 000 €
B	5 km	…
C	10 km	…
D	…	3 400 €
E	15 km	3 000 €

151 Choisir le meilleur forfait

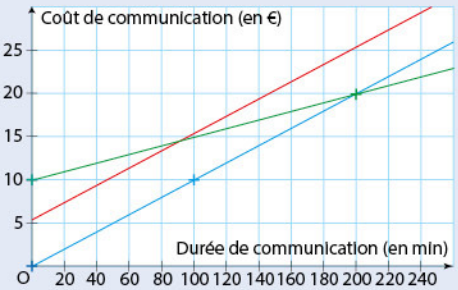
La situation problème

Lors d'un séjour à l'étranger, Antoine décide de remplacer sa carte SIM française par une carte du pays où il se trouve.
Il consulte les tarifs de trois opérateurs : FRESCO, Dovaphone et O3.
Utiliser les différentes informations pour décider quel opérateur propose le meilleur tarif, en fonction de la durée totale de communication.

DOC 1 Tarifs des opérateurs

Opérateur	Prix de la carte SIM (en euro)	Tarif par minute (en centime)
FRESCO	0	10
Dovaphone	5,30	10
O3	10	5

DOC 2 Tracés de trois droites



152 Optimiser une recette

La situation problème

Une compagnie ferroviaire a commandé un nouveau type de wagon chez un fabricant.
Chaque wagon peut contenir 80 sièges, répartis en deux catégories : 1re classe et 2e classe.
Il ne peut pas y avoir plus de 40 sièges 1re classe, ni plus de 50 sièges 2e classe.
Utiliser les différentes informations pour choisir quel nombre de sièges de chaque type permettrait la recette maximum.

DOC 1 Tarifs par catégorie

Catégorie	Tarif
1re classe	60 €
2e classe	40 €

DOC 2 Graphique de la situation