

Probabilités et statistiques

L'actualité des maths

AU QUOTIDIEN

Sur les téléphones portables, grâce aux outils d'auto-complétion, il suffit de taper quelques lettres pour se voir proposer des mots. Cela évite de taper le mot en entier.

Après le premier mot, l'application propose aussi des mots pour compléter la phrase.

Ces propositions sont basées sur des probabilités : la probabilité d'apparition d'un mot connaissant ses premières lettres, et la probabilité qu'un mot en suive un autre.



EN MÉDECINE

Les probabilités et les statistiques interviennent dans de nombreux champs de la médecine, allant de la recherche à la pratique quotidienne.

Les publications médicales présentent souvent des données statistiques. Collectées lors d'études cliniques, elles permettent de mesurer l'efficacité de certains médicaments, mais aussi de développer des modèles mathéma-

Lutter contre le cancer

tiques. Par exemple, le mathématicien Dominique Barbolosi, professeur à l'université d'Aix-Marseille, travaille sur les apports des mathématiques pour le traitement de certains cancers.

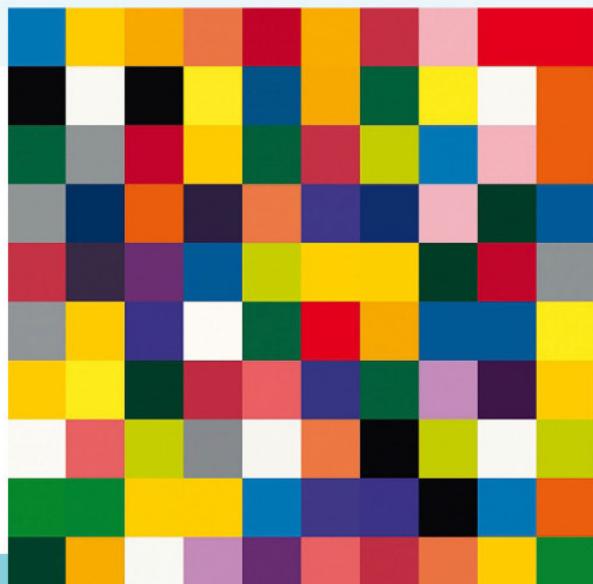
Les notions de probabilités sont aussi à la base de nombreuses méthodes d'échantillonnage et d'estimation, qui sont enseignées dans les études de santé.

Maths et art

Ce tableau a été présenté à Londres en 2008 par l'artiste allemand **Gerhard Richter**.

Il est constitué de 100 carrés uniformes, dont les couleurs ont été choisies aléatoirement par un algorithme.

Il faisait partie d'un ensemble de 49 tableaux réalisés de cette manière, présentés sous le titre *4 900 Colours: Version II*.



Histoire des maths

1654

NAISSANCE DU CALCUL DES PROBABILITÉS

On considère que la théorie des probabilités tire ses origines des échanges qui ont eu lieu en 1654 entre Blaise Pascal et Pierre de Fermat, autour du **problème des partis**. Quelques années plus tard, le mathématicien hollandais **Christian Huygens** (1629-1695) s'intéresse à cette correspondance et comprend

Si on joue chacun 256, en						
	6 Parties.	5 Parties.	4 Parties.	3 Parties.	2 Parties.	1 Partie.
1 ^{re} Partie.	63	70	80	96	128	256
2 ^e Partie.	63	70	80	96	128	
3 ^e Partie.	56	60	64	64		
4 ^e Partie.	42	40	-32			
5 ^e Partie.	24	16				
6 ^e Partie.	8					

Il m'appartient 1630 pistolets de mon joueur, pour la

Tableau extrait de la 1^{re} lettre de Pascal à Fermat

que les idées qui y sont développées par les deux Français dépassent les simples jeux d'argent. Il publie en 1657 le premier traité des probabilités, *Tractatus de ratiociniis in aleae ludo*.

1713 ARS CONJECTANDI

Les travaux de Huygens et d'autres précurseurs sont poursuivis par le mathématicien suisse **Jacques Bernoulli**. Son traité *Ars conjectandi* est considéré comme l'un des textes les plus importants en probabilité, même s'il est inachevé à sa mort et publié à titre posthume huit ans plus tard.

Bernoulli y aborde notamment le lien entre probabilités et fréquences observées pour un jeu de pile ou face, et démontre la **loi faible des grands nombres** dans ce cas.



Portrait de Laplace par Paulin Guérin

1713

DÉFINITION DE LA NOTION

Près de 150 ans après les échanges de Pascal et de Fermat, la notion de probabilité elle-même n'est toujours pas définie rigoureusement. En 1795, le mathématicien français **Pierre-Simon de Laplace** écrit une définition valable dans les cas d'équiprobabilité, qu'il attribue à Pascal. La probabilité est une fraction dont le numérateur est le nombre de cas favorables, et dont le dénominateur est le nombre de cas possibles.

1654 : Pascal et Fermat échangent sur le problème des partis

1668 : Molière écrit l'*Avare* **1713** : Publications d'*Ars conjectandi*, de Jacques Bernoulli

1789 : Révolution française

Henri IV (1600)

Louis XIII

Louis XIV

(1700)

Louis XV

(1800)

1657 : Huygens publie le premier traité des probabilités

1630 : Galilée résout le problème du Duc de Toscane

1795 : Laplace définit la notion de probabilités

Zoom sur un métier

Le **kinésithérapeute** travaille sur la gestuelle humaine, au niveau musculaire et articulaire. Son action peut être préventive, notamment au cours de la croissance des adolescents, mais aussi curative, par exemple après une intervention chirurgicale.

Il utilise les mathématiques dans l'analyse des mesures cliniques.



Métiers des maths

Assureur
Data mining prévisionniste météo
Recherche médicale Marketing
Gestion de données Gestionnaire de risque
Économiste
Environnement Banquier
Informaticien Actuaire

Parcours classique	
	1 ^{re} et terminale : choix des spécialités scientifiques (SVT, mathématiques, ...)
1 an	Première année commune aux études de santé (PACES)
4 ans	Institut de formation en masso-kinésithérapie

Orientation

⊕ d'infos sur secondes2018-2019.fr

11

Information chiffrée



Avant

- ▶ C'est le 29 avril 1945, lors d'élections municipales, que les Françaises ont pu voter et être candidates pour la première fois. Quelques mois plus tard, en octobre 1945, 33 femmes entraient à l'Assemblée nationale, représentant environ 5,6 % des 586 députés.

À présent

- ▶ Il a fallu attendre mai-juin 1997 pour que la proportion de femmes députées dépasse les 10 %. En juin 2017, record historique, ce sont 224 femmes qui sont élues, représentant 38,8 % des 577 députés, avec une progression d'environ 256 % par rapport à 1997.



Les capacités travaillées dans ce chapitre

- Utiliser des proportions, des pourcentages.
- Traiter des situations simples mettant en jeu des pourcentages de pourcentages.
- Utiliser une évolution exprimée en pourcentage.
- Calculer le taux d'évolution entre deux valeurs successives.
- Calculer le taux d'évolution global à partir des taux d'évolution successifs.
- Calculer un taux d'évolution réciproque.

Exercices

- 11 à 22
- 1, 3, 23 à 30
- 2, 4, 31 à 33, 35 à 39
- 34, 40 à 45
- 5, 7, 8, 46 à 54
- 6, 9, 10, 55 à 60

1

Pourcentage, proportion, évolution

Le 4 novembre 2018, 122 voiliers s'élançaient de Saint-Malo dans la course transatlantique en solitaire « Route du Rhum – Destination Guadeloupe ».



- 1** Il y avait six catégories de voiliers, dont la Class40 avec 53 monocoques de 40 pieds de long (soit 12,18 m).

Calculer la proportion, en pourcentage, des voiliers Class40 dans l'ensemble des voiliers participants. *Arrondir au dixième.*

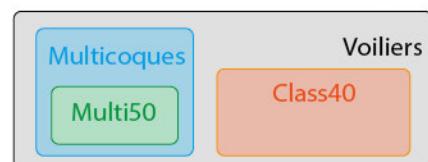
- 2** Parmi les voiliers, il y avait 27 % de multicoques, dont 18,2 % inscrits en catégorie Multi50 (50 pieds ou 15 m de long).

a) Quel est le nombre de multicoques ? de Multi50 ?

Arrondir à l'unité.

b) Calculer le pourcentage des Multi50 parmi tous les voiliers.

Arrondir au dixième.



- 3** Voici l'évolution de l'effectif des voiliers engagés dans cette course depuis 2002.

Année	2002	2006	2010	2014	2018
Effectif	58	74	85	91	122

Dans un article de presse, on lit : « Le bond en avant du taux d'augmentation du nombre d'engagés entre 2014 et 2018 est proche de celui constaté entre 2002 et 2006. » Cette affirmation est-elle exacte ?

2

Évolutions successives

Deux amis participent à un club bourse dans leur lycée.

Martin : « Le cours de cette action a augmenté de 10 % en mars, puis il a diminué de 10 % en avril. Autrement dit, c'est comme si l'on n'avait rien fait ! »

Thaïs lui répond : « Pas du tout ! Le cours de l'action fin avril est différent de celui début mars ! ».

Martin lui demande alors : « Mais quel aurait dû être le pourcentage de baisse en avril pour que l'action retrouve sa valeur de début mars ? ».

On peut illustrer la situation par ce schéma.



+10% -10%

Mars Avril

- 1** On suppose d'abord que l'action valait 100 € début mars.

Expliquer pourquoi la valeur de cette action fin mars est $100 \times 1,1$ et fin avril $110 \times 0,9$.

- 2** Pour répondre à Martin, on note $t\%$ le pourcentage de baisse au mois d'avril tel que l'action retrouve sa valeur de début mars.

a) Quel que soit le prix de l'action début mars, justifier la relation : $\left(1 + \frac{10}{100}\right) \times \left(1 - \frac{t}{100}\right) = 1$.

b) Déterminer la valeur de t . *Arrondir au centième.*

1 Pourcentages

A Proportion d'une sous-population dans une population

Définition

La proportion (ou fréquence) d'une sous-population **S** dans une population **E** est le **quotient** de l'effectif de **S** par l'effectif de **E**.

E

S

Exemple

- Il y a 3 chevaux gris dans un élevage de 16 chevaux.
- Donc la proportion de chevaux gris est $\frac{3}{16}$ ou 0,1875 ou 18,75 %.

B Pourcentage de pourcentage

Propriété

A et **C** sont deux sous-populations d'une population **E** telles que **C** est incluse dans **A**. La proportion (T %) de **C** dans **E** est égale **au produit** de la proportion (t %) de **C** dans **A** par la proportion (t' %) de **A** dans **E**.



$$\text{En effet, } t \% = \frac{n_A}{n_E} ; t' \% = \frac{n_C}{n_A} \text{ et } t \% \times t' \% = \frac{n_A}{n_E} \times \frac{n_C}{n_A} = \frac{n_C}{n_E} = T \%.$$

$$T \% = t \% \times t' \%$$

C Lien entre évolution et pourcentage

Propriétés - Définition

- Dire qu'il y a une **évolution** de **t %** entre une valeur initiale V_0 (non nulle) et une valeur finale V_1 signifie que $V_1 = V_0 + \frac{t}{100} \times V_0$, c'est-à-dire $V_1 = \left(1 + \frac{t}{100}\right) \times V_0$.
- Le **coeffcient multiplicateur** de V_0 à V_1 , noté CM, est le quotient $\frac{V_1}{V_0} = 1 + \frac{t}{100}$. Si $CM > 1$, l'évolution est une augmentation. Si $CM < 1$, l'évolution est une diminution.

Exemples

- Augmenter** un nombre de **5 %**, c'est le multiplier par **1,05**. En effet, $1 + 0,05 = 1,05$.
- Diminuer** un nombre de **5 %**, c'est le multiplier par **0,95**. En effet, $1 - 0,05 = 0,95$.

$$\text{Variation absolue : } V_1 - V_0$$

$$\text{Variation relative : } \frac{V_1 - V_0}{V_0}$$

Démonstration

Le taux d'évolution **t %** vérifie $1 + \frac{t}{100} = \frac{V_1}{V_0}$, c'est-à-dire $\frac{t}{100} = \frac{V_1}{V_0} - 1 = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$.

Exemple

- Le prix d'un article est passé de 150 € à 180 €. Le taux d'évolution est alors $\frac{180 - 150}{150}$, c'est-à-dire $\frac{30}{150} = 0,2 = \frac{20}{100}$. Ce prix a donc subi une augmentation de 20 %.

2

Évolutions successives, évolution réciproque

A Évolution successives

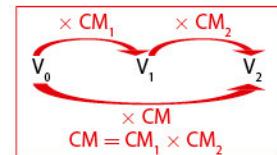
► Définition - Propriétés

- Si une évolution fait passer de la valeur V_0 (non nulle) à la valeur V_1 et si une évolution fait passer de la valeur V_1 à la valeur V_2 , alors l'**évolution globale** fait passer de la valeur V_0 à la valeur V_2 .

Son coefficient multiplicateur est le **produit** des coefficients multiplicateurs.

- Si $t_1\%$ et $t_2\%$ sont les deux taux d'évolution successifs, alors le **taux d'évolution global $t\%$** est tel que :

$$1 + \frac{t}{100} = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$$



Démonstration

$V_1 = V_0 \times CM_1$ et $V_2 = V_1 \times CM_2$ donc $V_2 = V_0 \times CM_1 \times CM_2$. D'autre part, $V_2 = V_0 \times CM$. Par identification de ces deux relations, on obtient $CM = CM_1 \times CM_2$.

Exemple

- Le prix d'un objet subit une hausse de 8 % puis une nouvelle hausse de 10 %.
- Le taux d'évolution global $t\%$ est tel que :

$$1 + \frac{t}{100} = \left(1 + \frac{8}{100}\right) \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 1,08 \times 1,1 = 1,188$$

- Ainsi, $\frac{t}{100} = 0,188$, donc le prix de l'objet a augmenté de 18,8 %.

B Évolution réciproque

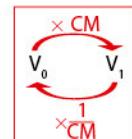
► Définition - Propriétés

- Si une évolution fait passer de la valeur V_0 (non nulle) à la valeur V_1 , alors l'**évolution réciproque** fait passer de la valeur V_1 à la valeur V_0 .

Son coefficient multiplicateur est l'**inverse** du coefficient multiplicateur de l'évolution directe.

- Le **taux d'évolution réciproque $t'\%$** d'un taux d'évolution $t\%$ est tel que :

$$1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1 + \frac{t}{100}}$$



Démonstration

$V_1 = V_0 \times CM$ donc $V_0 = \frac{V_1}{CM}$ c'est-à-dire $V_0 = V_1 \times \frac{1}{CM}$.

Donc le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est $\frac{1}{CM}$.

Exemple

- Du 1^{er} janvier 2018 au 31 décembre 2018, la population d'une ville a augmenté de 5 %.
- On constate qu'au 31 décembre 2019, cette population a retrouvé son niveau du 1^{er} janvier 2018.
- Le taux d'évolution réciproque $t'\%$ est tel que $1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1 + \frac{5}{100}} = \frac{1}{1,05} = \frac{1}{1,05} \approx 0,9524$.
- Ainsi, $\frac{t'}{100} \approx -0,0476$ donc, en 2019, la population de la ville a diminué d'environ 4,76 %.

Acquérir des automatismes

EXERCICES RÉSOLUS

1 Calculer un pourcentage de pourcentage

→ Cours 1. B

Lors d'une représentation théâtrale, 35 % des spectateurs sont des élèves.

Parmi ceux-ci, 48 % sont des lycéens.

Quel est le pourcentage de lycéens parmi les spectateurs de cette représentation ?

Solution

On calcule un pourcentage de pourcentage.

$$\frac{48}{100} \times \frac{35}{100} = 0,48 \times 0,35 = 0,168$$

Ainsi, 16,8 % des spectateurs sont des lycéens.

On peut représenter ainsi cette situation avec les ensembles S des spectateurs, E des élèves, L des lycéens.



2 Manipuler des évolutions en pourcentage

→ Cours 1. C

Le tableau incomplet ci-contre indique la consommation de gaz naturel en milliards de m³ en 2015 et en 2016 en Australie, en France et au Japon.
(source : AIE)

	2015	2016	Taux d'évolution
Australie	42,5		-1,88 %
France	38,8	42,7	
Japon	123,1	122,3	

a) Quelle a été la consommation de gaz naturel en Australie en 2016 ? Arrondir au dixième.

b) Calculer le taux d'évolution, en pourcentage, de la consommation de gaz naturel entre 2015 et 2016, en France puis au Japon. Arrondir au centième.

Solution

a) $42,5 \times \left(1 - \frac{1,88}{100}\right) \approx 41,7$

La consommation de gaz naturel en Australie en 2016 a été d'environ 41,7 milliards de m³.

b) • En France : $\frac{42,7 - 38,8}{38,8} \approx 0,1005$.

La consommation de gaz naturel, en France entre 2015 et 2016, a augmenté d'environ 10,05 %.

• Au Japon : $\frac{122,3 - 123,1}{123,1} \approx -0,0065$.

La consommation de gaz naturel, au Japon entre 2015 et 2016, a diminué d'environ 0,65 %.

On utilise le coefficient multiplicateur qui fait passer de V₀ à V₁.

$$V_0 = 42,5 \quad \begin{matrix} \times \left(1 - \frac{1,88}{100}\right) \\ \downarrow \end{matrix} \quad V_1$$

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

Sur le modèle de l'exercice résolu 1

- 3 Dans une jardinerie, 83 % des clients achetant un sapin de Noël ont choisi un sapin naturel ; 72 % de ceux-ci étaient des sapins Nordmann.



Quel pourcentage de ces clients ont acheté un sapin Nordmann ? Arrondir au dixième.

Sur le modèle de l'exercice résolu 2

- 4 Recopier et compléter le tableau ci-dessous qui donne des informations sur les chiffres d'affaires, en euro, de trois sociétés S₁, S₂ et S₃ en janvier et mars 2019. Justifier.

	Janvier	Mars	Taux d'évolution
S ₁	16 540	...	-15 %
S ₂	18 220	21 864	...
S ₃	17 600	16 192	...

EXERCICES RÉSOLUS

5 Calculer un taux d'évolution global

→ Cours 2. A

Le nombre d'abonnés à un site de covoiturage a subi une baisse de 5 % du 1^{er} au 31 janvier 2019, puis une hausse de 3 % du 1^{er} au 28 février 2019.

Quel a été le taux d'évolution global du nombre d'abonnés entre le 1^{er} janvier et le 28 février 2019 ?

Solution

Le taux d'évolution global $t\%$ vérifie $1 + \frac{t}{100} = \left(1 - \frac{5}{100}\right) \times \left(1 + \frac{3}{100}\right)$.

Ainsi, $1 + \frac{t}{100} = 0,95 \times 1,03 = 0,9785$ soit $\frac{t}{100} = -0,0215$.

Le nombre d'abonnés a diminué de 2,15 % entre le 1^{er} janvier et le 28 février 2019.

Pour connaître le taux d'évolution global, on soustrait 1 au coefficient multiplicateur global.

6 Calculer un taux d'évolution réciproque

→ Cours 2. B

La production de miel d'une ruche a baissé de 15 % au cours de l'année 2018.

De quel pourcentage doit-elle augmenter en 2019 pour retrouver sa valeur initiale ? Arrondir au centième.

Solution

Le taux d'évolution réciproque $t'\%$ vérifie :

$$1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1 - \frac{15}{100}} = \frac{1}{0,85} \text{ soit } 1 + \frac{t'}{100} \approx 1,1765$$

Le coefficient multiplicateur cherché est l'inverse du coefficient multiplicateur pour l'année 2018.

Ainsi, $\frac{t'}{100} \approx 0,1765$ donc en 2019, la production de miel de la ruche doit augmenter d'environ 17,65 % pour retrouver son niveau de début 2018.

EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE

Sur le modèle de l'exercice résolu 5

- 7 Le nombre de paniers bio de fruits et légumes remis à des abonnés a subi une hausse de 12 % du 1^{er} au 30 juin 2019, puis une baisse de 15 % du 1^{er} au 31 juillet 2019.



Quel a été le taux d'évolution global du nombre de ces paniers entre le 1^{er} juin et le 31 juillet 2019 ?

- 8 L'audience d'une série télévisée a perdu 9 % de téléspectateurs entre les 1^{er} et 2^e épisodes puis 13 % entre les 2^e et 3^e épisodes.

Quel a été le taux d'évolution global de l'audience entre les 1^{er} et 3^e épisodes ? Arrondir au dixième.

Sur le modèle de l'exercice résolu 6

- 9 La production de sel d'un paludier a baissé de 20 % au cours de l'année 2018.

De quel pourcentage doit-elle augmenter en 2019 pour retrouver sa valeur initiale ?



- 10 Pendant les vacances, Lara a augmenté de 30 % la durée de son temps de lecture.

De quel pourcentage devrait-elle diminuer son temps de lecture au retour des vacances pour retrouver sa durée initiale de lecture ? Arrondir à l'unité.

Proportions et pourcentages

→ Cours 1.A

Questions Flash

11 À la fin d'une journée, un médecin dit à son secrétaire : « 20 % des patients que j'ai vus aujourd'hui sont venus pour se faire vacciner. »

a) Utiliser le schéma ci-dessous pour définir la population P et la sous-population V associées à cette situation.

P 

b) Ce médecin a vu 30 patients ce jour-là. Combien d'entre eux a-t-il vaccinés ?

12 Jules affirme : « Pendant la tempête, les trois quarts des arbres du parc, soit 80 % des arbres, sont tombés. » Que peut-on en penser ?

13 Lise a liké 3 des 7 vidéos qu'elle a regardées. On note p la proportion de vidéos likées par Lise. Lesquelles de ces affirmations sont exactes ?

- (1) $p = \frac{3}{7}$ (2) $p = \frac{3}{10}$
 (3) $p \approx 0,43$ (4) $p \approx 4,3\%$

14 Dans une classe, il y a 12 filles et 20 garçons. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

- a) Le pourcentage de filles est 60 %.
 b) Le pourcentage de filles est 37,5 %.
 c) Le pourcentage de garçons est 62,5 %.

15 Population E : 25 poules

Sous-population S : 9 poules rousses

Calculer la proportion en pourcentage de S dans E.

16 Population E : 1 200 kg de pommes

Sous-population S : 650 kg de pommes golden

Calculer la proportion en pourcentage de S dans E.

Arrondir au dixième.

17 Au mois de juillet 2018, on a compté 362 heures d'ensoleillement à Nice (Alpes-Maritimes).

Calculer la proportion en pourcentage de ces heures d'ensoleillement par rapport au nombre total d'heures de ce mois. Arrondir au centième.

18 En 2018, 1 800 tonnes de quinoa ont été produites en Anjou. Cela représente 30 % de la consommation annuelle en France.

Quelle était la masse de quinoa consommée en France en 2018 ?

19 La France métropolitaine comporte 3 427 km de côtes en bordure de mer et 2 913 km de frontières terrestres. Quelle proportion en pourcentage représente la longueur des côtes par rapport au périmètre de la France ? Arrondir à l'unité.



20 Tice Ce tableau présente la répartition des employés d'une entreprise.

	A	B	C	D	E
1		Ouvriers	Secrétaires	Cadres	
2 Femmes		18	3	3	
3 Hommes		32	1	7	
4 Total					
5 Pourcentage de femmes					

a) Réaliser cette feuille de calcul et compléter les cellules E2 et E3.

b) On souhaite connaître la proportion de femmes dans chaque catégorie et dans l'entreprise.

Quelle formule peut-on saisir avant de la recopier vers la droite :

- en cellule B4 ? • en cellule B5 ?

c) Compléter cette feuille de calcul.

Utiliser le format Pourcentage avec 2 décimales pour les cellules B5 à E5.

d) Jamil affirme : « Le pourcentage de femmes dans l'entreprise est la somme des pourcentages de femmes par catégorie. » A-t-il raison ?

21 Dans une salle de la médiathèque, on compte 15 lecteurs de moins de 20 ans parmi les 30 personnes présentes. La proportion de lecteurs de moins de 20 ans augmente-t-elle ou diminue-t-elle lorsque 5 nouvelles personnes, dont 2 ont moins de 20 ans, s'installent dans la salle ? Expliquer.

22 Voici les résultats obtenus dans deux bureaux de vote par un candidat à une élection.

Bureau 1

M. Jouand : 40 % des 780 bulletins exprimés

Bureau 2

M. Jouand : 65 % des 420 bulletins exprimés

Quel pourcentage des bulletins exprimés a obtenu ce candidat dans l'ensemble des deux bureaux de vote ?

Pourcentage de pourcentage

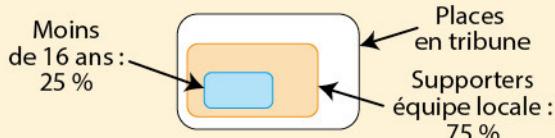
→ Cours 1.B

Questions flash

- 23** Un sondage réalisé auprès de jeunes indique que 70 % d'entre eux utilisent un engin à roues pour se déplacer. Parmi eux, 30 % ont choisi un Hoverboard. Choisir la bonne réponse.
Le pourcentage de jeunes interrogés qui se déplacent en Hoverboard est :
(1) $70\% + 30\%$ **(2)** $70\% - 30\%$ **(3)** $30\% \times 70\%$

- 24** Un week-end, 15 % des animaux d'un refuge sont adoptés, dont 60 % de chiens.
Calculer mentalement le pourcentage de chiens adoptés parmi les animaux du refuge.

- 25** Inventer une situation qui corresponde à ce schéma. Imaginer une question et y répondre.

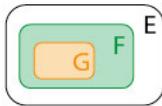


- 26** Vrai ou faux ? « 10 % de 10 % c'est 1 %. »

- 27** Sur le smartphone de Laurine, les fichiers audio occupent 65 % de la capacité de la carte mémoire et 72 % de ces fichiers sont de la K-pop.

- a) Ce schéma illustre cette situation.

Que représentent l'ensemble de référence E et les ensembles F et G ?



- b) Calculer le pourcentage de la capacité de la carte mémoire occupée par les fichiers de K-pop.

- 28** Cet été, 64 % des Français sont partis en vacances et 61 % de ceux-ci sont allés à la mer.

Quel pourcentage de Français sont allés à la mer cet été ?

- 29** Les trois quarts des vélos d'un magasin sont de marque française et, parmi eux, un tiers sont électriques.

Quel est le pourcentage de vélos électriques de marque française parmi ces vélos ?

- 30** Abel : « 80 % de mes clients font des achats de moins de 30 € et, parmi eux, 40 % paient en espèces. » Quel pourcentage des clients d'Abel règlent des achats de moins de 30 € autrement qu'en espèces ?

Lien entre évolution et pourcentage

→ Cours 1.C

Questions flash

- 31** Le prix P d'un objet augmente de 15 %. On note P' le nouveau prix.
Quelle affirmation est correcte ?
- (1)** $P' = P + 15\text{ €}$ **(2)** $P' = P \times \frac{15}{100}$
(3) $P' = P \times \left(1 + \frac{15}{100}\right)$ **(4)** $P' = 1,015P$

- 32** Déterminer mentalement, en précisant s'il s'agit d'une augmentation ou d'une diminution, le taux d'évolution en pourcentage correspondant à un coefficient multiplicateur égal à :

- a)** 1,2 **b)** 0,93 **c)** 3 **d)** 1,5 **e)** 0,7

- 33** William affirme : « Augmenter une quantité de 50 % revient à la multiplier par 2. »
Justine, de son côté, dit : « Diminuer une quantité de 50 % revient à la diviser par 2. »
Qui a raison ? Expliquer.

- 34** Le prix d'un objet est passé de 200 € à 250 €.
Calculer mentalement sa variation absolue, puis sa variation relative, exprimée en pourcentage.

- 35** Déterminer le coefficient multiplicateur correspondant à :

- a)** une augmentation de 8 % ;
b) une diminution de 12 % ;
c) une diminution de 5 %.

- 36** Une boutique de vente en ligne fait payer 5 % du montant de la commande pour les frais de livraison.

Lucie achète une lampe à 120 € et un miroir à 49 €. Calculer le montant de sa dépense, frais de port inclus.

- 37** Pierre profite du Black Friday pour acheter un blouson. Il achète le moins cher de ces deux modèles. Quel blouson choisit-il ?

Quel est son prix ?



38 L'inflation est une hausse générale et durable des prix. En France, le taux d'inflation a été de 1,9 % en 2018. Voici un relevé de plusieurs prix.

	Fin 2017	Fin 2018
Boule de pain	1,10 €	1,20 €
Place de cinéma	9,90 €	10 €
Carnet de 10 tickets de bus	14,80 €	15,10 €

La hausse du prix de chaque article est-elle conforme à l'inflation ?

39 Le jour de la rentrée 2019, le proviseur d'un lycée annonce : « Cette année, nous avons eu 189 élèves reçus au baccalauréat, soit une progression de 8 % par rapport à l'année précédente. »

Combien de lycéens avaient eu leur baccalauréat en 2018 dans cet établissement ?

40 En 2010, une commune comptait 46800 habitants. Elle en comptait 50 193 en 2015.

Calculer la variation absolue de cette population sur la période 2010-2015, puis sa variation relative, exprimée en pourcentage.

41 Fin 2018, il y avait 182000 sites de e-commerce actifs en France. Fin 2017, ils étaient 173 000.

Pour calculer le taux d'évolution de ce nombre, Alicia a utilisé sa calculatrice. Elle pense s'être trompée.

Quelle erreur a-t-elle commise ?

$$182000 - 173000 \div 173000 = 181999$$

42 Cette infographie donne le nombre de lions sauvages dans le désert de Namibie, en Afrique, en 1990 et en 2018.



- a) Calculer le taux d'évolution en pourcentage.
b) Par quel coefficient le nombre de lions sauvages a-t-il été multiplié entre 1990 et 2018 ?

43 En septembre 2000, la superficie minimum de la banquise arctique était de 6,32 millions de km². Elle n'était plus que de

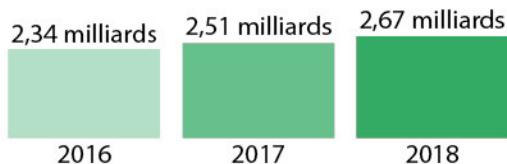
4,59 millions de km² en septembre 2018.

De quel pourcentage la superficie de la banquise arctique a-t-elle diminué entre septembre 2000 et septembre 2018 ?

Arrondir au centième.

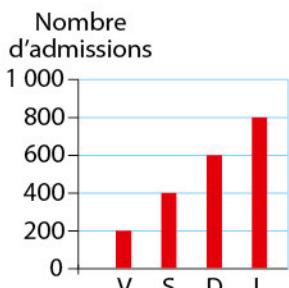


44 Le diagramme ci-dessous indique le nombre d'utilisateurs de réseaux sociaux dans le monde en 2016, 2017 et 2018.



Calculer le taux d'évolution en pourcentage de 2016 à 2017, puis de 2017 à 2018. Arrondir au centième.

45 Ce diagramme représente l'évolution du nombre d'admissions aux urgences d'un hôpital, pendant les quatre premiers jours d'une épidémie de grippe.



Analyser les variations absolues du nombre de ces admissions, de jour en jour, puis les variations relatives.

Évolutions successives

→ Cours 2.A

Questions flash

46 Le prix d'un objet subit une hausse de 10 % puis une nouvelle hausse de 20 %.

On note CM le coefficient multiplicateur global.

Quelle affirmation est correcte ?

- (1) $CM = 0,1 \times 0,2$ (2) $CM = 1,1 \times 1,2$
(3) $CM = 1,1 + 1,2$ (4) $CM = 1,3$

47 Le nombre de joueurs de golf d'un club a baissé de 20 % en 2017, puis il a augmenté de 20 % en 2018.

Adel affirme : « Fin 2018, le club a retrouvé son nombre de joueurs d'avant 2017. » A-t-il raison ?

48 Mentalement, indiquer le taux d'évolution global dans chaque cas.

- a) Deux diminutions successives de 50 %.
b) Deux augmentations successives de 100 %.
c) Deux augmentations successives de 20 %.
d) Une augmentation de 20 % suivie d'une diminution de 50 %.
e) Une diminution de 40 % suivie d'une augmentation de 50 %.

49 Au printemps 2018, le prix moyen du kilogramme de carottes a subi une hausse de 40 % puis une nouvelle hausse de 18 %.

- a) Calculer le coefficient multiplicateur global.
b) Quel pourcentage de hausse globale a subi ce prix ?

50 Une commune organise chaque année une course à pied dans les rues de son centre.

En 2017, le nombre de participants a augmenté de 20 % mais en 2018, il a baissé de 12 % par rapport à 2017. Quel est le taux d'évolution du nombre de coureurs sur ces deux années ?

51 Une entreprise qui produit des coques de téléphone a constaté une baisse de 5 % du volume de ses ventes en mai, suivie d'une hausse de 4 % en juin.

Calculer le taux d'évolution global sur ces deux mois.

52 La renouée du Japon est une herbe invasive. Un jardinier, qui souhaite faire disparaître cette espèce de son terrain, procède chaque année, au printemps, à un arrachage qui permet de réduire de 10 % la superficie de terrain envahi l'année précédente. Calculer le taux de réduction global en deux années.



53 Algo Voici une fonction écrite en langage Python, où les paramètres t1 et t2 sont des nombres décimaux.

```
1 def Taux(t1,t2):
2     c=(1+t1/100)*(1+t2/100)
3     t=(c-1)*100
4     t=round(t,2)
5     return t
```

En langage Python, `round(t,2)` renvoie l'arrondi au centième du nombre t.

- a) Exécuter pas à pas ce programme avec $t1 = 1$ et $t2 = 2$. Quel est le nombre renvoyé par cette fonction ?
b) Quel est le rôle de cette fonction ?

c) Saisir et exécuter cette fonction avec $t1 = -1,5$ et $t2 = -2,5$.

Imaginer une situation qui nécessite le calcul de $\text{Taux}(-1,5, -2,5)$.

54 Voici l'évolution du nombre de demandeurs d'emploi en France métropolitaine au cours des trois premiers trimestres de l'année 2018. (source : Dares)

	T1	T2	T3
Nombre de demandeurs d'emploi	-1%	+ 0,1%	+0,4 %

Calculer le taux d'évolution global sur ces trois trimestres. Arrondir au dixième.

Taux d'évolution réciproque

→ Cours 2.B

Questions flash

55 On note CM le coefficient multiplicateur d'une évolution et CM' le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque.

Quelle affirmation est correcte ?

- (1) $CM' = 1 - CM$ (2) $CM' = 1 + CM$
(3) $CM' = \frac{1}{CM}$ (4) $\frac{CM'}{CM} = 1$

56 a) Calculer mentalement $0,4 \times 2,5$.

b) Le nombre de fans d'une chanteuse a chuté de 60 % à la suite d'un concert raté.

Par quel nombre doit-il être multiplié pour retrouver son niveau d'avant ce concert ?

En déduire le taux d'augmentation associé.

57 a) Recopier et compléter ce tableau, où CM désigne le coefficient multiplicateur d'une évolution.

	❶	❷	❸	❹
CM	1,6	0,8	5	0,25
Inverse de CM				

b) Utiliser la colonne ❶ du tableau ci-dessus pour calculer le taux de l'évolution de coefficient multiplicateur 1,6 et le taux d'évolution réciproque.

c) Déterminer le taux d'évolution réciproque :

- d'une diminution de 20 % ;
- d'une augmentation de 400 % ;
- d'une diminution de 75 %.

58 Quel est le taux d'évolution réciproque :

- a) d'une diminution de 90 % ?
b) d'une augmentation de 500 % ?

59 Le 24 octobre 2018, le NASDAQ, l'un des principaux indices boursiers américains, a baissé de 4,51 %. Quel aurait dû être son taux d'évolution en pourcentage le 25 octobre pour qu'il retrouve sa valeur du 23 octobre ? Arrondir au centième.

60 Algo a) Écrire en langage Python une fonction `TauxRéci(t1)`, où le paramètre t1 est un nombre décimal et qui renvoie le taux réciproque d'une évolution de t1 %.

b) Saisir et exécuter ce programme avec $t1 = 2$. Imaginer une situation qui nécessite le calcul de $\text{TauxRéci}(2)$.

61 Dans chaque cas, donner la réponse exacte sans justifier.

	A	B	C	D	
1	Dans un lycée, il y a 1 380 élèves, dont 45 % de filles. Le nombre de garçons est ...	621	704	759	828
2	Les trois quarts des clients d'un gîte sont étrangers. Parmi ceux-ci, 80 % sont satisfaits de leur séjour. Le pourcentage de clients étrangers satisfaits est ...	40 %	60 %	75 %	80 %
3	Diminuer une quantité de 15 %, c'est ...	la multiplier par 0,15	la diviser par 0,15	la multiplier par 1,15	la multiplier par 0,85
4	Le salaire de Mélissa est passé de 1 625 € à 1 638 €. Il a augmenté de ...	0,8 %	0,08 %	8 %	13 %
5	Une quantité qui a subi une hausse de 10 % puis une baisse de 50 % a ...	augmenté de 55 %	baissé de 55 %	augmenté de 45 %	baissé de 45 %

62 Dans chaque cas, donner la (ou les) réponse(s) exacte(s) sans justifier.

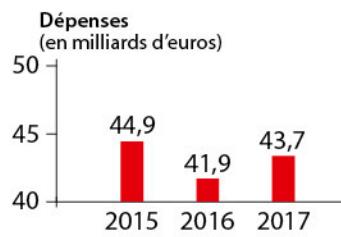
	A	B	C	D	
1	Dans une classe de 32 élèves, 24 élèves ont un vélo. La proportion des élèves ayant un vélo est ...	$\frac{24}{32}$	$\frac{3}{4}$	0,75	75 %
2	On agrandit une longueur d de 20 %. Elle devient ...	$0,2d$	$1,2d$	$d + \frac{20}{100}d$	$20d$
3	La vitesse en centre ville est passée de $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ à $30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Le taux d'évolution est ...	$\frac{30 - 50}{50}$	$\frac{50 - 30}{30}$	-0,4	-40 %
4	La population d'une ville a baissé de 4 %. Pour retrouver sa valeur initiale, elle doit ...	augmenter de 4 %	être multipliée par $\frac{1}{1,04}$	être divisée par 0,96	être multipliée par $\frac{25}{24}$

63 Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse en justifiant.

Le diagramme ci-contre présente les dépenses annuelles effectuées par les touristes internationaux lors des voyages de loisirs et d'affaires en France entre 2015 et 2017, en milliards d'euros.

Affirmations :

- 1 Entre 2015 et 2016, les dépenses ont baissé de 6,5 %.
- 2 Entre 2016 et 2017, les dépenses ont été multipliées par environ 1,04.
- 3 Entre 2015 et 2017, le taux d'évolution est environ -0,024.
- 4 Pour que les dépenses retrouvent en 2018 leur valeur de 2015, il aurait fallu qu'elles augmentent d'environ 2,7 % entre 2017 et 2018.



Vérifiez vos réponses : p. 346

64 Calculer une proportion

Dans un lycée, on compte 837 filles et 713 garçons.

- a) La population de référence est celle des élèves du lycée.
Quel est son effectif ?

- b) Quelles sont les deux sous-populations étudiées ici ?
Réaliser le schéma ci-contre et représenter les deux sous-populations.
c) Donner l'écriture fractionnaire de la proportion de filles dans ce lycée, puis donner cette proportion en pourcentage.
d) Donner de même la proportion de garçons dans ce lycée en écriture fractionnaire, puis en pourcentage.



Ensemble des élèves du lycée

AIDE

Pour obtenir une proportion en pourcentage, on donne l'écriture décimale de la fraction, puis on multiplie par 100.

65 Calculer un pourcentage de pourcentage

Lors d'un tournoi d'échecs, 65 % des participants sont inscrits en catégorie U16. Parmi ceux-ci, 22 % sont membres du club « Échiquier rouge ».

- a) Réaliser ce schéma et le compléter avec la sous-population E des membres du club « Échiquier rouge » et avec les deux pourcentages donnés dans l'énoncé.
b) Quel pourcentage de participants au tournoi sont membres de ce club en catégorie U16 ?



P Participants au tournoi

AIDE

b) Penser à effectuer une multiplication.

66 Utiliser des taux d'évolution

Un magasin propose des jeans à 48 € et des pulls à 35 €.

- a) Le directeur décide de réduire de 15 % le prix des jeans.
Recopier et compléter :

« Diminuer le prix de 15 % revient à multiplier ce prix par $1 - \frac{\dots}{100}$. »

En déduire le prix d'un jean après réduction.

- b) Le directeur décide d'augmenter de 15 % le prix des pulls. Calculer le nouveau prix des pulls.

AIDE

On remplace $1 - \frac{\dots}{100}$ par son écriture décimale pour calculer le nouveau prix.

67 Calculer un taux d'évolution

1. Le loyer mensuel d'un studio est passé de 850 € à 918 €.

- a) Quelle est la valeur initiale V_0 ? Quelle est la valeur finale V_1 ?
b) Calculer la variation absolue $V_1 - V_0$.

c) Calculer le taux d'évolution $\frac{V_1 - V_0}{V_0}$. Donner son écriture décimale, puis l'exprimer en pourcentage.

2. Procéder de même pour calculer le taux d'évolution, en pourcentage, du loyer mensuel d'un appartement de deux pièces, passé de 1200 € à 1140 €.

AIDE

2. Ici, le taux d'évolution est un nombre négatif. Il correspond à une baisse du loyer entre les valeurs V_0 et V_1 .

EXERCICE RÉSOLU

68 Étudier l'évolution d'une population

Au 1^{er} janvier 2015, une association sportive compte 900 adhérents.

On constate que chaque année :

- 25 % des adhérents de l'association ne renouvellent pas leur adhésion ;
- 100 nouvelles personnes décident d'adhérer à l'association.

On souhaite obtenir, avec la fonction écrite en langage Python ci-dessous, le nombre d'adhérents au bout de n années.

Mais ce programme est incomplet.

a) Compléter les lignes 2 et 4 de ce programme.

b) Saisir et exécuter la fonction complétée pour connaître le nombre d'adhérents au bout de 10 années.

```
1 def Adh(n):
2     X=□
3     for i in range(1,n+1):
4         X=□
5     return X
```

Solution

- a) • Ligne 2, on complète par le nombre initial d'adhérents : 900.
 • Ligne 4, on calcule la somme du nombre d'adhérents qui renouvellent leur adhésion et des 100 nouveaux adhérents.
 $100\% - 25\% = 75\%$, ainsi 75 % des adhérents renouvellent leur adhésion.

On complète donc cette ligne par $0,75^*X + 100$.

Pour calculer le nombre d'adhérents qui renouvellent leur adhésion, on multiplie la variable X par le coefficient multiplicateur $\frac{75}{100}$, c'est-à-dire 0,75.

b) On exécute `Adh(10)`. Voici l'affichage obtenu.

Donc, au bout de 10 ans, il y aura environ 428 adhérents.

```
>>> Adh(10)
428.1567573547363
```

À VOTRE TOUR

69 En 2015, les forêts couvraient environ 4 000 millions d'hectares sur Terre.

On estime que, chaque année :

- cette surface diminue de 0,4 % ;
- cette perte est en partie compensée par le reboisement de 7,2 millions d'hectares.

On souhaite obtenir, avec la fonction écrite en langage Python ci-dessous, la surface des forêts sur Terre au bout de n années.

Mais ce programme est incomplet.

```
1 def Surf(n):
2     X=□
3     for i in range(1,n+1):
4         X=□
5     return X
```

a) Compléter les lignes 2 et 4 de ce programme.

b) Saisir et exécuter la fonction complétée pour connaître la surface des forêts sur Terre au bout de :

- 10 années ;
- 100 années ;
- 500 années.

70 Un salon de coiffure a recensé 800 clients en septembre 2019.

Une étude statistique permet d'estimer que chaque mois :

- 10 clients ne reviennent pas ;
- le nombre de clients augmente de 1,5 % par rapport au mois précédent.

On souhaite obtenir, avec la fonction écrite en langage Python ci-dessous, le nombre de clients au bout de n mois. Mais ce programme est incomplet.

```
1 def C1(n):
2     X=□
3     for i in range(1,n+1):
4         X=□
5     return X
```

a) Compléter les lignes 2 et 4 de ce programme.

b) Saisir et exécuter la fonction complétée pour estimer le nombre de clients en décembre 2019 puis en septembre 2020. Arrondir à l'unité.

EXERCICE RÉSOLU

71 Modéliser une évolution pour faire des prévisions

La feuille de calcul ci-dessous présente l'évolution de la puissance éolienne raccordée en France de 2013 à 2017, en mégawatt (MW).

(source : RTE)

	A	B	C	D	E	F
1	Année	2013	2014	2015	2016	2017
2	Puissance éolienne (MW)	8 157	9 313	10 324	11 761	13 559
3	Taux d'évolution					



1. Réaliser la feuille de calcul ci-dessus.

2. Quelle formule peut-on saisir en cellule C3 avant de la recopier vers la droite jusqu'en F3, pour calculer le taux d'évolution entre 2013 et chaque année ?

Utiliser le format Pourcentage avec 2 décimales.

3. L'État a fixé comme objectif d'atteindre une puissance de 19 000 MW en 2020.

On modélise l'évolution de la puissance éolienne de 2013 à 2020 avec une variation absolue constante V.

a) Quelle devrait être la valeur minimum de V pour que l'objectif fixé par l'État soit atteint ?

b) En ligne 4 de la feuille de calcul, calculer les puissances éoliennes que l'on aurait dû observer de 2014 à 2017 pour qu'il en soit ainsi.

Que peut-on penser de l'objectif fixé par l'État ?

Solution

2. On peut saisir la formule $=(C2-\$B2)/\$B2$.

3. a) Entre 2013 et 2020, il y a 7 ans.

$19\,000 \text{ MW} - 8\,157 \text{ MW} = 10\,843 \text{ MW}$ donc la variation absolue entre 2013 et 2020 est 10 843 MW.

$\frac{10843}{7} = 1549$ donc la valeur minimum de V est 1 549 MW.

b) Voici la feuille de calcul complétée.

On remarque que toutes les données (ligne 2) sont des quantités inférieures aux prévisions (ligne 4) ; on peut être sceptique sur le fait que l'objectif soit atteint.

On doit ici fixer le contenu de la cellule B2, d'où la présence du symbole \$.

En cellule C4, on peut saisir la formule $=B2+1549$.

En cellule D4, on peut saisir la formule $=C4+1549$.

	A	B	C	D	E	F
1	Année	2013	2014	2015	2016	2017
2	Puissance éolienne (MW)	8 157	9 313	10 324	11 761	13 559
3	Taux d'évolution			14,17%	26,57%	44,18%
4	Modélisation		9 706	11 255	12 804	14 353

À VOTRE TOUR

72 Voici le nombre de visiteurs d'un musée au cours de quatre semaines consécutives.

	A	B	C	D	E
1	Semaine	1	2	3	4
2	Nombre de visiteurs	940	972	985	1 014
3	Taux d'évolution				

a) Réaliser cette feuille de calcul.

b) Calculer le taux d'évolution entre la 1^{re} semaine et chaque semaine suivante dans la plage C3:E3.

73 Dans la feuille de calcul ci-dessous, on a noté le Salaire Minimum Interprofessionnel de Croissance (SMIC) horaire brut, de 2014 à 2018. (source : INSEE)

	A	B	C	D	E	F
1	Année	2014	2015	2016	2017	2018
2	SMIC horaire brut (€)	9,53	9,61	9,67	9,76	9,88
3	Taux d'évolution					

a) Réaliser cette feuille de calcul.

b) Déterminer le taux d'évolution entre deux années successives dans la plage C3:F3.

UTILISER DES POURCENTAGES

74 En 2016, en France, 1 523 442 candidats se sont présentés aux épreuves théoriques du permis de conduire et 1 053 460 ont été reçus.

En 2017, il y avait 1 544 546 candidats, dont 1 021 557 ont été reçus. (source : Ministère de l'Intérieur)

Killian affirme : « Le pourcentage de reçus est meilleur en 2016 qu'en 2017. » A-t-il raison ?

75 En France métropolitaine, en 2018, la forêt couvre environ 31 % du territoire. Les trois quarts de ces forêts appartiennent à des propriétaires privés.

a) Quel pourcentage de la superficie de la France métropolitaine occupent les forêts privées ?

b) On estime que la superficie de la France métropolitaine est 551 695 km². Quelle est, en km², la superficie des forêts privées ? Arrondir à l'unité.

76 Dans la chorale d'adultes Arpège, on compte 64 % de femmes et 35 % d'entre elles sont des sopranos.

Un quart des hommes sont des ténors.

Calculer la proportion en pourcentage des :

a) femmes sopranos ;

b) hommes ténors ;

c) hommes autres que ténors.

77 Voici trois situations et trois calculs.

Associer chaque situation à un calcul en imaginant une question.

(1) Un ordinateur coûte 450 €. Un commerçant accorde une remise de 6 %.

(2) La longueur d'une piste d'ULM est 450 m. On l'augmente de 6 %.

(3) 6 % des 450 pompiers d'une ville ont moins de 20 ans.

(A) $450 \times 1,06$

(B) $450 \times 0,06$

(C) $450 \times 0,94$

78 Simon s'est équipé pour son sport favori.



a) Quel est le prix de la raquette, après réduction ?

b) Quel était le prix des chaussures avant réduction ?

c) Quel est le pourcentage de diminution du prix de la casquette ?

79 Un négociant a acheté une voiture de collection en espérant la revendre avec un bénéfice de 15 %.

Malheureusement, il l'a vendue 6 300 € de moins que prévu, perdant ainsi 15 % de sa mise.

À quel prix avait-il acheté cette voiture ?

80 Les marais de Loire-Atlantique accueillent chaque année de nombreuses cigognes blanches.

Dans chaque cas, noter si le pourcentage indique une proportion ou une évolution.



a) Le nombre de nids en Loire-Atlantique a augmenté de 50 % entre 2015 et 2018.

b) Les nids sont construits sur différents supports (pylônes, plateformes, arbres, ...). On estime à 45 % le pourcentage de ceux construits dans les arbres.

c) Environ 60 % des cigognes sont bagués chaque année.

d) En France, les effectifs avaient chuté de 94 % entre 1960 et 1976. Grâce à d'importantes actions de protection, il ne s'agit plus désormais d'une espèce menacée.

81 Le tableau ci-dessous donne le nombre de voitures électriques immatriculées en France entre mai et octobre 2018. (source : CCFA)

	Nombre de voitures	Indice
Mai	2 018	100
Juin	3 166	
Juillet	1 734	
Août	1 604	
Septembre	2 614	
Octobre	2 861	

Afin de suivre l'évolution de ce nombre de voitures, on décide d'utiliser des **indices**, en prenant pour base 100 le nombre de voitures en mai.

La série des indices est proportionnelle à la série des nombres.

Par la suite, arrondir au centième.

a) Calculer l'indice I₁ pour le mois de juin.

b) Calculer l'indice I₂ pour le mois de juillet.

Pour éviter de cumuler des erreurs d'arrondis, utiliser la valeur de base 100 de l'indice et non l'indice I₁.

c) Calculer de même les autres indices.

d) En déduire le taux d'évolution, en pourcentage, de ce nombre de voitures :

- entre mai et juillet 2018 ;
- entre mai et octobre 2018.

- 82 Tice** Sur la feuille de calcul ci-dessous, on a indiqué les bénéfices, exprimés en milliers d'euros, de quatre sociétés A, B, C et D en 2016, 2017 et 2018. Ces bénéfices sont croissants pour chaque société.

	A	B	C	D
Bénéfices de la société A (en milliers d'euros)				
1 Année	2016	2017	2018	
2 Bénéfice	3 500	4 200	4 620	
3 Variation absolue				
4 Taux d'évolution				
Bénéfices de la société B (en milliers d'euros)				
7 Année	2016	2017	2018	
8 Bénéfice	2 500	3 750	5 250	
9 Variation absolue				
10 Taux d'évolution				
Bénéfices de la société C (en milliers d'euros)				
12 Année	2016	2017	2018	
13 Bénéfice	3 100	3 720	4 340	
14 Variation absolue				
15 Taux d'évolution				
Bénéfices de la société D (en milliers d'euros)				
17 Année	2016	2017	2018	
18 Bénéfice	2 700	3 240	3 888	
19 Variation absolue				
20 Taux d'évolution				

1. Télécharger cette feuille de calcul sur le site compagnon.
2. a) En cellules C4 et D4, calculer les variations absolues du bénéfice entre deux années successives. Indiquer la formule saisie.
- b) En cellules C5 et D5 (au format Pourcentage à 2 décimales), calculer les taux d'évolution du bénéfice entre deux années successives. Indiquer la formule saisie.
- c) Recopier et compléter la phrase suivante avec les mots « augmente », « diminue » ou « est stable » : « Pour la société A, la variation absolue ... et le taux d'évolution »
3. a) Compléter de même les plages de cellules C9:D10, C14:D15 et C19:D20.
- b) Reprendre la question 2. c) pour chaque société B, C et D.
4. Observer les différents types de croissance dans ces quatre sociétés. En faire un résumé.
5. Imaginer une société avec un autre type de croissance.

- 83** Un restaurant a ouvert en 2015. Il a reçu 22 750 clients en 2015 et 56 875 en 2018.
- Calculer le taux d'évolution, en pourcentage, du nombre de clients entre 2015 et 2018.
 - Lorsqu'un taux d'évolution est supérieur à 100 %, on préfère utiliser le vocabulaire multiplicatif. Recopier et compléter : « Entre 2015 et 2018, le nombre de clients a été multiplié par »

EXPLOITER DES ÉVOLUTIONS SUCCESSIVES OU RÉCIPROQUES

- 84** Voici l'étiquette d'un sac à dos.
- Calculer le taux de réduction global du prix de ce sac.
 - En déduire le prix, en euro, du sac avant les deux démarkes. Arrondir au centième.
- SOLDÉ - 40%**
- 10%
2ème démarque
29,99
- 85** Après deux augmentations successives de 2 %, le prix d'un croissant est 1,56 €. Quel était son prix, en euro, avant ces deux augmentations ? Arrondir au centième.
- 86** Entre 2017 et 2019, le prix du beurre industriel a successivement augmenté de 53 %, baissé de 19 % et enfin augmenté de 9 %.
- Calculer le coefficient multiplicateur correspondant à ces évolutions successives.
 - En déduire le taux d'évolution global du prix du beurre entre 2017 et 2019. Arrondir à l'unité.
- 87** Dans chaque cas, donner sous forme de pourcentage le taux d'évolution global équivalent aux évolutions successives indiquées.
Arrondir au centième si besoin.
- Trois hausses successives de 2 %.
 - Trois baisses successives de 30 %.
- 88** Un pull rétrécit de 1 % à chaque séchage en machine. Après trois séchages, la longueur des manches est 59,4 cm. Quelle était cette longueur, en cm, avant les trois séchages ? Arrondir au dixième.
- 89** En supposant que le gazon d'une pelouse grandit de 5 % par jour, quel sera le pourcentage d'augmentation de sa hauteur en deux semaines ? Arrondir à l'unité.
-
- 90** Alexis a placé une somme d'argent au taux de 1,75 %, les intérêts étant calculés annuellement et ajoutés au solde du compte. Il affirme : « Si je n'effectue aucun retrait et si le taux ne change pas, le solde de mon compte aura plus que doublé dans 40 ans ! » A-t-il raison ? Expliquer.

91 Dans chaque cas, déterminer la valeur de t .

a) La fréquentation d'une salle de cinéma a baissé de 20 %, puis de t %. Au total, elle a diminué de 32 %.

b) Le prix d'une place de manège a baissé de 20 %, puis augmenté de t %, pour revenir à son tarif initial.

92 Après une augmentation de t % et une diminution du même taux t %, le nombre de loups dans une meute a diminué de 36 %.

Déterminer la valeur de t .

93 Le nombre d'utilisateurs d'une société de courriers a augmenté de 30 % en mai, puis de 60 % en juin.

a) Déterminer le taux d'évolution global du nombre d'utilisateurs sur ces deux mois.

b) Le taux moyen d'évolution est le taux unique t %, qui, appliqué ici deux fois successivement, aurait permis d'obtenir l'évolution réelle.

Déterminer la valeur de t . Arrondir au centième.

94 Le nombre de licenciés d'un club de handball a augmenté de 12 % en 5 ans.

a) On cherche t %, le taux moyen annuel d'évolution.

Expliquer pourquoi il vérifie la relation :

$$\left(1 + \frac{t}{100}\right)^5 = 1,12$$

b) Utiliser le résultat affiché par ce logiciel de calcul formel pour déterminer ce taux t %.

Arrondir au centième.

1	NRésoudre($x^5 = 1.12$)
<input type="radio"/>	$\rightarrow \{x = 1.02292\}$

95 Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse.

a) Un prix a subi une augmentation de 50 %. Pour revenir au prix antérieur à cette augmentation, il faut multiplier le nouveau prix par $\frac{2}{3}$.

b) Un prix a subi une diminution de 50 %. Pour revenir au prix antérieur à cette diminution, il faut diviser le nouveau prix par $\frac{2}{3}$.

96 Entre 2000 et 2017, les coûts du secteur Santé ont augmenté de 40 % dans l'Union européenne.

a) Expliquer pourquoi, si ces coûts étaient multipliés par $\frac{5}{7}$, ils reviendraient à leur niveau de l'an 2000.

b) Indiquer le taux de cette évolution réciproque, en pourcentage. Arrondir au dixième.

97 **Tice** On a relevé le prix HT d'un casque de réalité virtuelle pendant les quatre trimestres de l'année 2018. Le taux de TVA sur cet article est 20 %.

	A	B	C	D	E
1		T1		T2	
2	Prix HT (€)	73,32	75,78	79,16	77,49
3	Prix TTC (€)				

a) Réaliser cette feuille de calcul.

b) Calculer les prix TTC dans la plage B3:E3.

c) Calculer en cellules G2 et G3 le taux d'évolution global (au format Pourcentage avec 2 décimales) des prix HT et TTC pour l'année 2018. Que peut-on constater ?

d) Quel devrait être, en pourcentage, le taux d'évolution de ces prix en 2019 pour retrouver le niveau du 1^{er} trimestre 2018 ? Arrondir au dixième.

S'ENTRAÎNER À LA LOGIQUE → p. XXI

98 Implication

Pour chaque implication, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant. Corriger les implications fausses.

a) Si Marlène a passé 12,5 % d'une journée devant un écran, dont 80 % de ce temps sur son smartphone, alors elle a passé 2 h 40 min devant l'écran de son smartphone.

b) Si Guillaume gagne 25 % de plus que Maud, alors Maud gagne 20 % de moins que Guillaume.

c) Si une augmentation de 10 % d'un salaire l'augmente de 200 €, alors une augmentation de 5 % l'aurait augmenté de 100 €.

d) Si le prix d'un stylo augmente de 2 % et que Zoran en achète 6, alors il paiera 12 % de plus qu'avant l'augmentation.

e) Si l'on augmente deux fois de suite le prix d'une pizza de 50 %, alors le prix de cette pizza aura doublé.

99 Équivalence

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant.

a) Augmenter un nombre de 300 % équivaut à le multiplier par 3.

b) Appliquer deux augmentations successives de 10 % équivaut à appliquer une augmentation de 20 %.

c) Appliquer deux augmentations successives de 2 % équivaut à appliquer une augmentation de 4,04 %.

d) Augmenter un prix de 4 % puis le diminuer de 4 % équivaut à le diminuer de 0,16 %.



100 Imaginer une stratégie

Chercher Raisonner Calculer

Armine a plus de 60 livres, mais moins de 100.
Exactement 25 % de ses livres sont des romans et exactement 1 de ses livres sur 7 est un manga.
Combien de livres Armine possède-t-elle ?
Expliquer.



101 Comprendre une situation

Chercher Modéliser Raisonner

Lors d'un contrôle dans une classe, si chaque fille avait eu 4 points de plus, cela aurait fait augmenter la moyenne de la classe de 1 point.
Quel est le pourcentage de garçons dans la classe ?



102 Étudier des propositions

Chercher Raisonner Communiquer

Amandine possède un terrain rectangulaire.
Lors d'un projet de remembrement, on lui soumet trois propositions de modification des dimensions de son terrain.

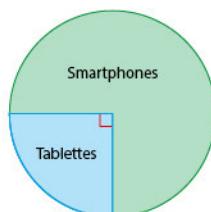
- **Proposition 1** : on augmente la longueur du terrain de 30 % et on diminue la largeur de 30 %.
- **Proposition 2** : on diminue la longueur du terrain de 15 % et on augmente la largeur de 20 %.
- **Proposition 3** : on augmente la longueur du terrain de 25 % et on diminue la largeur de 20 %.

Quelle est la proposition qui lui procurera un nouveau terrain d'aire la plus grande possible ?
Justifier.

103 Interpréter un diagramme

Raisonner Calculer Communiquer

Le diagramme ci-contre représente la répartition de la production d'une société.
Lors du contrôle de qualité, on note que 5 % des tablettes et 3 % des smartphones sont défectueux.



Calculer le pourcentage, dans la production totale de cette société :

- de tablettes défectueuses ;
- de smartphones défectueux.

104 Increase and decrease

Raisonner Calculer Communiquer

A shopkeeper buys a coat for £39 and increases the price by 30%. The coat is included in the next sale where all the prices are reduced by 25%.
How much do we pay for the coat during the sale?
Round up to the penny.



105 Choisir la meilleure offre

Modéliser Raisonner Communiquer

Rédiger les différentes étapes de la recherche, sans omettre les fausses pistes et les changements de méthode.

Problème Un fabricant de confitures hésite entre deux promotions.

Promotion 1

Réduction du prix
de 20 %.

Promotion 2

20 % de confiture en
plus. Prix inchangé.

Laquelle de ces promotions serait la plus avantageuse pour le client ? Expliquer.

106 Prendre des initiatives

Chercher Modéliser Raisonner

Lors d'une année exceptionnelle, un producteur de mirabelles voit sa production augmenter de 25 %. Mais cette augmentation de la production entraîne une baisse des prix et sa recette n'augmente pas.
Quel a été le taux d'évolution du prix du kilogramme de mirabelles ? Justifier.

107 Approcher un pourcentage

Chercher Raisonner Communiquer

Killian verse en 2018 une pension alimentaire mensuelle d'un montant de 300 € pour ses enfants.
Le montant de cette pension alimentaire est indexé sur l'inflation, dont on estime qu'elle est de 2 % par an.
Pour prévoir le montant de cette pension en 2020, Killian applique un pourcentage d'augmentation de 4 %.
Commenter cette méthode de calcul.

108 Réfléchir

Représenter Raisonner Communiquer

20 % des habitants d'une ville lisent le journal *Info* et 15 % lisent son concurrent *Bonjour*. Si on met une annonce dans ces deux journaux, sera-t-elle lue par 35 % des habitants de cette ville ? Expliquer.

109 Calculer un pourcentage

Chercher Raisonner Calculer

Des élèves entrent ensemble en Seconde. Trois ans plus tard, 50 % d'entre eux passent un bac général et 30 % un bac technologique.



Parmi ces candidats, 90 % réussissent le bac général et 85 % réussissent le bac technologique.

Quel est le pourcentage de réussite au bac en trois ans dans ce lycée ?

110 Comparer des indices

Raisonner Calculer Communiquer

Le tableau ci-dessous donne les indices des bénéfices d'une société de 2014 à 2018, avec pour base 100 le bénéfice en 2014. La série des indices est proportionnelle à la série des bénéfices.

Année	2014	2015	2016	2017	2018
Indice	100	101,5	98,3	103	102,9

a) En quelle année la société a-t-elle réalisé le meilleur bénéfice ? Quel était alors le taux d'évolution de ce bénéfice depuis 2014 ?

b) Une autre société, qui prend également pour base 100 son bénéfice de 2014, a atteint en 2018 un bénéfice correspondant à l'indice 105. Peut-on en déduire que cette société a réalisé en 2018 un bénéfice plus important que la première société ? Expliquer.

111 Comparer des salaires

Chercher Modéliser Raisonner

En 2015, le PDG d'une société gagnait 240 % de plus que l'un de ses employés.

Quatre ans plus tard, alors que l'employé a été augmenté de 10 %, le PDG gagne 350 % de plus que lui.

Quel a été le taux d'augmentation du salaire du PDG ? Arrondir au centième.

112 Utiliser des informations

Chercher Modéliser Raisonner

Voici des informations sur un fromage, composé d'eau et de « matière sèche », dont une partie est « grasse ».

Pourcentage total de matière grasse : 24 %

Pourcentage de matière grasse dans matière sèche : 75 %

Quel est le pourcentage d'eau dans ce fromage ?

113 Algo Utiliser un algorithme

Chercher Raisonner Calculer

Rami possède une piscine. Pour tenir compte de l'évaporation quotidienne de 4 % de la quantité d'eau pendant l'été, il s'équipe d'un système automatique de remplissage qui apporte 2 m³ d'eau par jour.

Le premier jour de la mise en fonctionnement de ce système de remplissage, la piscine contient 75 m³ d'eau. Si le volume de l'eau dans la piscine est inférieur à 68 m³, les pompes de filtration risquent d'être endommagées.

Pour connaître le nombre de jours où le niveau d'eau reste suffisant sans risquer de panne, Rami utilise l'algorithme ci-contre.

a) Dans le contexte, que représente chacune des variables *n* et *V* ?

Expliquer l'instruction d'affectation surlignée en jaune.

b) On exécute cet algorithme pas à pas.

Dresser un tableau de suivi des variables.

Arrondir les valeurs de *V* au dixième.

Donner la valeur de la variable *j* à la fin de l'algorithme.

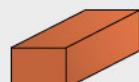
Interpréter ce résultat dans le contexte.



114 Réduire les dimensions d'une brique

Une brique a une masse de 4 kg.

Quelle est la masse d'une brique



réalisée avec le même matériau, dont les dimensions sont réduites de 75 % ?

115 Déterminer un pourcentage minimum

Lors de la semaine du cinéma, des élèves d'un lycée ont vu trois films. À l'issue de chaque projection, tous devaient répondre par oui ou par non à la question : « Avez-vous aimé le film ? » Voici leurs réponses :

- 65 % ont aimé *Les Lumières de la ville*, de C. Chaplin ;
- 84 % ont aimé *Charulata*, de S. Ray ;

• 71 % ont aimé *La Tortue rouge*, de M. Dudok de Wit.

Quel est le pourcentage minimum des élèves qui ont aimé les trois films ?

QCM

Bilan

116 Dans chaque cas, donner la réponse exacte en justifiant.

		A	B	C	D						
1	Un sac contient 49 billes rouges et une verte. Pour que le pourcentage de billes rouges dans le sac devienne 90 %, on doit enlever ...	4 billes rouges	10 billes rouges	39 billes rouges	40 billes rouges						
2	Si un nombre n vaut 50 % d'un nombre m , alors le nombre m vaut ...	200 % de n	50 % de n	100 % de n	25 % de n						
3	Lors de récents sondages, un animateur de télévision a vu sa cote de popularité passer de 80 % à 70 %. Sa cote de popularité a baissé de ...	10 %	125 %	12,5 %	1,25 %						
4	On prend pour base 100 le salaire mensuel brut d'un fonctionnaire (2 067 €) en début de carrière.	2 306 € au bout de 10 ans de carrière	2 389 € au bout de 10 ans de carrière	4 612 € au bout de 20 ans de carrière	2 780 € au bout de 20 ans de carrière						
	<table border="1"> <tr> <td>Ancienneté</td><td>10 ans</td><td>20 ans</td></tr> <tr> <td>Indice</td><td>111,56</td><td>133,77</td></tr> </table> Le salaire de ce fonctionnaire est environ ...	Ancienneté	10 ans	20 ans	Indice	111,56	133,77				
Ancienneté	10 ans	20 ans									
Indice	111,56	133,77									
5	Dans une classe, les deux LV1 sont l'anglais et l'allemand. 40 % des élèves sont des garçons étudiant l'anglais en LV1 et 21 % des élèves sont des garçons étudiant l'allemand en LV1. Le pourcentage de garçons dans la classe est ...	proche de 61 %	inférieur à 61 %	supérieur à 61 %	exactement 61 %						
6	Il y a 12 filles dans une classe de 25 élèves ; la proportion des filles est donc de 48 %. Dans le courant de l'année, ce pourcentage passe de 48 % à 60 %. Cette augmentation peut être due ...	au départ d'un garçon de la classe	à l'arrivée d'une fille dans la classe	au départ de 5 garçons de la classe	à l'arrivée de 3 filles dans la classe						
7	Émilie a mélangé 5 L de jus de fruits contenant 30 % de sucre avec 3 L de jus de fruits contenant 20 % de sucre. Dans le mélange, il y a ...	25 % de sucre	26,25 % de sucre	27,5 % de sucre	23,75 % de sucre						
8	La masse salariale d'une entreprise est le produit du salaire moyen par l'effectif de cette entreprise. Si le salaire moyen augmente de 5 % et que l'effectif diminue de 18 %, alors la masse salariale ...	diminue de 13 %	diminue de 14 %	est multipliée par 0,87	est multipliée par 0,861						
9	La longueur et la largeur de l'écran du smartphone de Tanguy ont augmenté de 10 % chacune. L'aire de l'écran a été augmentée de ...	10 %	20 %	21 %	100 %						
10	Entre 2016 et 2018, la part des salaires des coachs d'un club sportif est passée de 23,32 % à 19,91 %, avec un taux d'évolution moyen annuel constant. Ce taux moyen annuel est ...	7,05 %	environ 14,62 %	environ 7,3 %	environ 7,6 %						

Vérifiez vos réponses p. 346 pour avoir votre note (considérez 1 point par réponse juste).

Exploiter ses compétences

117 Faire le bon choix

La situation problème

Aline et Kévin souhaitent acheter une voiture électrique neuve et mettre à la casse leur ancien véhicule Diesel.

Ils ont relevé, sur un site spécialisé, le prix de quatre modèles.

Utiliser les différentes informations pour choisir le véhicule qui sera finalement le moins cher, en tenant compte des bonus, des primes et des remises.



DOC 1 Le prix de base des véhicules

Véhicule A	25 500 €
Véhicule B	21 300 €
Véhicule C	23 350 €
Véhicule D	23 200 €

DOC 3 La remise

Les vendeurs accordent une remise, après déduction du bonus et de la prime.

Véhicule A	Véhicule B	Véhicule C	Véhicule D
-25 %	-8 %	-20 %	-15 %

DOC 2 Le bonus et la prime

- Les acheteurs de véhicules électriques peuvent bénéficier d'un bonus écologique de 6 000 €, dans la limite de 27 % du prix de base.
- En cas de remplacement d'un ancien véhicule Diesel par un véhicule électrique neuf, une prime de 2 500 € s'ajoute au bonus écologique.

118 Utiliser une étude de projet

La situation problème

Une base nautique propose différentes embarcations en location pour visiter les gorges du Verdon. Les touristes peuvent louer des kayaks, des pédalos ou des bateaux électriques, pour une durée de 1 h ou de 2 h.

En moyenne, 200 embarcations sont louées par jour. Utiliser les différentes informations pour déterminer la recette journalière que peut espérer le gérant de la base nautique.



DOC 1 Les tarifs de location

	1 h	2 h
Pédalo	15 €	25 €
Kayak	10 €	16 €
Bateau électrique	35 €	60 €

DOC 2 Une étude de projet

Une étude de projet a mis en évidence que :

- 40 % des embarcations louées sont des pédalos ;
- 35 % des embarcations louées sont des kayaks ;
- les autres embarcations louées sont des bateaux électriques ;
- 60 % des pédalos, 70 % des kayaks et la moitié des bateaux électriques sont loués pour une durée de 1 h.

119 Algo Prévoir une augmentation d'abonnés

La situation problème

Deux jeunes Youtubeurs, dont la chaîne Youtube est en pleine croissance, avaient 275 000 abonnés le 1^{er} janvier 2019.

Ils se fixent comme objectif d'atteindre un million d'abonnés, en postant une vidéo par mois.

Utiliser les différentes informations pour compléter l'algorithme et prévoir à partir de quelle année ils atteindront leur objectif.



DOC 1 Une étude statistique

Les deux YouTubers réalisent une étude statistique, pour avoir des données fiables sur l'évolution des abonnés de leur chaîne.

Ils découvrent alors que, après chaque vidéo :

- 1 500 abonnés se désinscrivent de la chaîne ;
- le nombre d'abonnés connaît une augmentation de 4 % par rapport à ceux de la vidéo précédente.

DOC 2 Un algorithme incomplet

```

n ← 0
A ← 
Tant que A ≤ 1 000 000
    n ← 
    A ← 
Fin Tant que
  
```

120 Calculer des augmentations de salaires

La situation problème

Quatre couples d'amis, qui travaillent tous dans la même entreprise, viennent de percevoir des augmentations de leurs salaires personnels.

Ils échangent à propos du salaire total de chaque couple.

Utiliser les différentes informations pour déterminer l'augmentation, en pourcentage, du salaire total de chaque couple.

Arrondir au dixième si besoin.



DOC 1 L'augmentation des salaires dans l'entreprise

Dans cette entreprise, les salaires des hommes augmentent de 5 % et ceux des femmes augmentent de 9 %.

DOC 2 Les salaires de chaque couple

- M. et Mme Carmo ont le même salaire.
- Le salaire de M. Thevenet est le double de celui de son épouse.
- Le salaire de M. Le Queau est les quatre tiers de celui de son épouse.
- Le salaire de M. Gautier est les deux tiers de celui de son épouse.