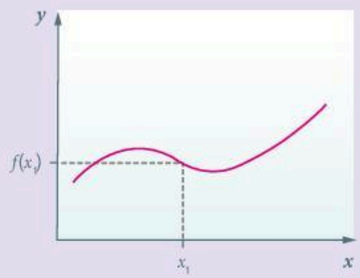
POUR BIEN COMMENCER

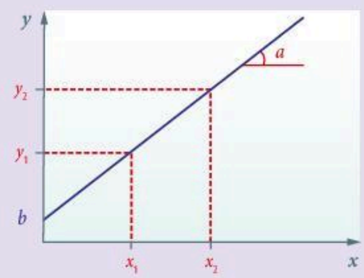
Quelques notions déjà vues

Maths 2de Fonction et droite de modélisation

Courbe représentative d'une fonction.
La courbe d'équation $y = f(x)$ est l'ensemble des points du plan dont les coordonnées (x, y) vérifient $y = f(x)$.



Modèle linéaire.
C'est une droite qui passe par le plus grand nombre de points et qui est la plus représentative du nuage de points.

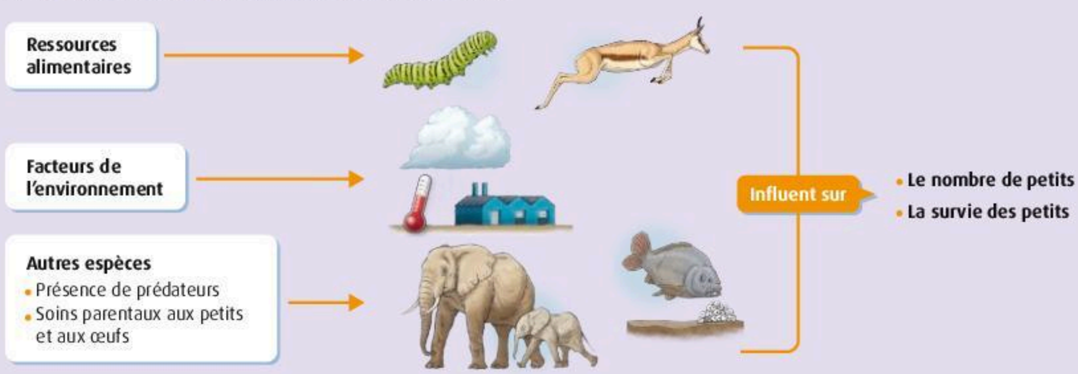


Équation de la droite :
$y = ax + b$, avec
b : ordonnée à l'origine (lorsque $x = 0$)
$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

SVT Cycle 4 La dynamique des populations

- **Dynamique des populations = évolution des effectifs au cours du temps**

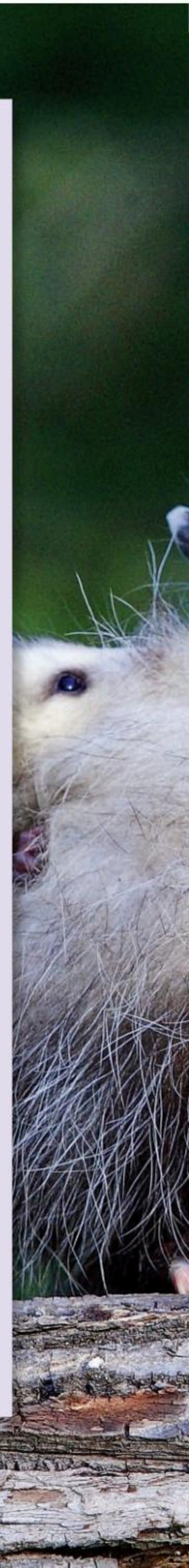
- **Facteurs influençant la dynamique des populations**



Se tester avant de démarrer

Savez-vous répondre aux questions suivantes ?

1. Qu'appelle-t-on une fonction affine ?
2. Quels facteurs de l'environnement peuvent influencer la dynamique des populations ?
3. Un modèle mathématique (ou scientifique en général) est-il une représentation exacte de la réalité ?



Opossums d'Amérique (Didelphis virginiana), adulte et jeunes, photographiés dans le Minnesota (USA). Différents modèles mathématiques permettent de prédire l'évolution des effectifs d'une population, animale, végétale, humaine etc.

CHAPITRE 12

LES MODÈLES DÉMOGRAPHIQUES

Quels modèles permettent de prédire les effectifs futurs d'une population et l'évolution des ressources qui lui sont nécessaires ?

1 UNITÉ

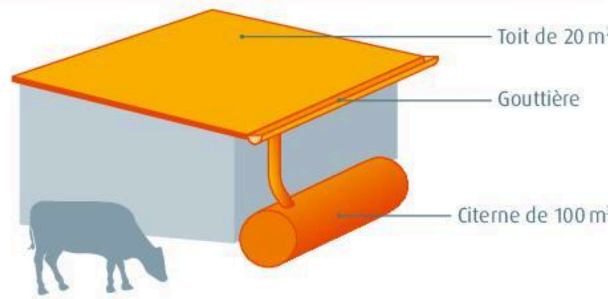
Le modèle linéaire

Le modèle linéaire est un modèle mathématique simple qui permet de décrire l'évolution de certains systèmes.

Peut-on décrire l'évolution dans le temps des effectifs d'une population d'individus avec le modèle linéaire ?

1. Énoncé du problème

Un jardinier souhaite remplir une citerne de 100 m³ à l'aide d'eau de pluie. La citerne contient déjà 13 m³ d'eau. Pour la remplir entièrement, il récupérera de l'eau de pluie sur un toit de 20 m². Dans la région où il habite, il tombe en moyenne 600 L (0,6 m³) de pluie par mètre carré et par an. Combien de temps faudra-t-il au jardinier pour remplir sa citerne s'il n'en vide jamais l'eau ?



2. Du langage courant au langage mathématique

Traduction des données

Langage courant	Langage mathématique
Nombre d'années écoulées	Variable n ($n \in \mathbb{N}$)
Quantité d'eau initiale dans la citerne	Constante $u(0)$ (en m³)
Quantité d'eau dans la citerne après n années	Variable $u(n)$
Quantité d'eau qui est récupérée chaque année dans la citerne	Constante r (en m³)

Traduction du problème

L'année 1, la quantité d'eau contenue dans la citerne peut s'écrire :

$$u(1) = u(0) + r$$

Plaçons-nous l'année n. La quantité d'eau contenue dans la citerne peut s'écrire :

$$u(n) = u(n-1) + r$$

Plaçons-nous l'année $n+1$. La quantité d'eau contenue dans la citerne peut s'écrire :

$$u(n+1) = u(n) + r$$

On a donc : $u(n+1) - u(n) = r$. La différence entre le volume d'eau dans la citerne deux années consécutives est constante et vaut r.

En n années, le volume d'eau supplémentaire tombé dans la citerne est donc égal à $n \times r$. On peut donc écrire : $u(n) = u(0) + (n \times r)$

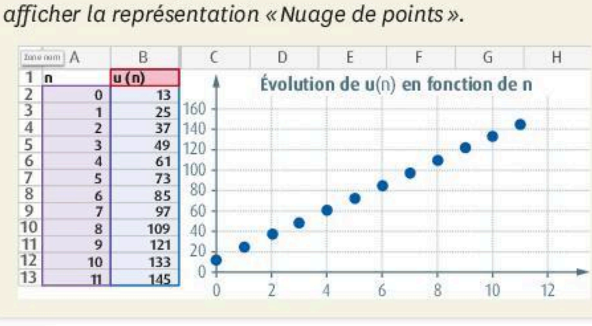
En langage mathématique, le problème peut donc s'écrire ainsi :

On cherche $n \in \mathbb{N}$ tel que : $u(0) + (n \times r) \geqslant 100$

DOC 1 Un problème de la vie courante et sa traduction mathématique.

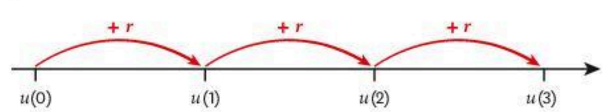
Fichier Excel **EXPÉRIMENTATION** **PIX**

- *Le nombre d'années étant reporté dans la colonne A et le volume dans la citerne dans la colonne B, remplir les cellules A1, A2, A3, B1, B2 et B3.*
- *À l'aide la fonction « itération », obtenir la valeur des autres cellules.*
- *Dans le menu « graphique », afficher la représentation « Nuage de points ».*



DOC 2 Mode de résolution du problème à l'aide d'un tableur (Aide p. 318).

- Une **suite u** est une fonction définie sur l'ensemble des nombres entiers naturels $\mathbb{N}$ et qui prend des valeurs dans l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$.
Le terme de rang $\boldsymbol{n}$ de la suite u est noté $\boldsymbol{u(n)}$; $u(n)$ est l'image de l'entier n par la suite u.
- Une suite u est **arithmétique** s'il existe un nombre réel r tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u(n+1) = u(n) + r$.
Le réel r est nommé « **raison** de la suite ».
- Autrement dit, une suite arithmétique de raison r est une suite dont chaque terme s'obtient en ajoutant r au terme précédent.

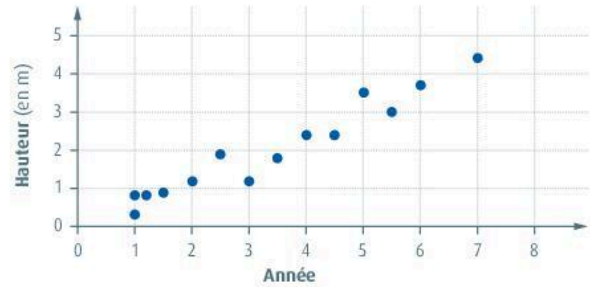


DOC 3 Définition mathématique d'une suite arithmétique.

1. Énoncé du problème

Un garde forestier a mesuré la hauteur de plusieurs arbres dont il connaissait l'âge. Il a ainsi obtenu une représentation sous forme de nuage de points de la hauteur des chênes en fonction des années. Il cherche à savoir si une fonction mathématique simple pourrait lui permettre de prédire la hauteur d'un chêne lorsqu'il aura l'âge de 20 ans.

Temps (en années)	0,9	1,0	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0
Hauteur (en m)							
Temps (en années)	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	7,0
Hauteur (en m)							



2. Du langage courant au langage mathématique

À partir de données issues de l'observation d'un phénomène, on cherche à expliquer une variable y, dans notre exemple la hauteur du chêne, à l'aide d'une variable x, dans notre exemple le temps écoulé depuis la germination. On représente graphiquement le nuage des points de coordonnées (x, y). Ce nuage forme approximativement une droite. Dans ce cas, un **modèle linéaire** permet de fournir une valeur approchée de la variable y. Dans ce modèle, y est une **fonction affine** f de la variable x :

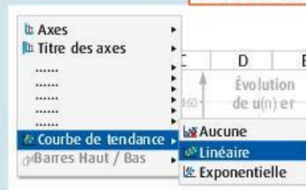
$$y = f(x) = ax + b$$

a et b étant des constantes ($a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$).
La courbe représentant y en fonction de x peut donc être approchée par une **droite d'équation $y = ax + b$.**

Formulé autrement, pour une suite u dont la variation est presque constante d'un rang à l'autre, le modèle linéaire permet d'obtenir une approximation de la valeur $u(n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Le tableur propose une **courbe de tendance** permettant de décrire au plus près les données réelles. Dans notre problème, la courbe de tendance est donc une droite dite **droite de régression**.

Fichier Excel



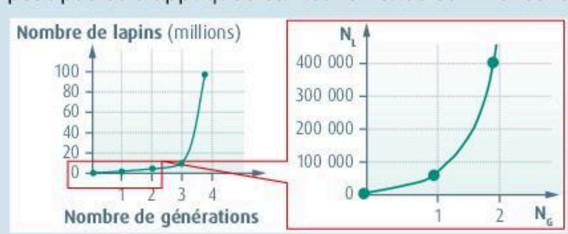
DOC 4 **La notion de modèle linéaire.**

Problème

Soit une population de 100 lapins de moins d'un an, comprenant 50 femelles (génération 1). On cherche à connaître le nombre total de lapin obtenus chaque année pendant 4 ans. En moyenne, une femelle a chaque année cinq portées comprenant 3 mâles et 3 femelles (génération 2), la gestation dure 30 jours et un lapin vit 5 ans.

Résolution

Si l'on ne prenait pas en compte la reproduction des lapins au-delà de la génération 1, le nombre de lapin augmenterait chaque année de $50 \times 5 \times 6 = 1500$.
Mais ce raisonnement ne peut pas être appliquée car les femelles commencent à se reproduire à l'âge de 6 mois, ce qui crée un facteur de démultiplication. Le nombre de lapins théoriquement obtenu entre les années 0 et 4 est représenté ci-contre.



DOC 5 **L'étude d'une population de lapins.**

EXPLOITER LES DOCUMENTS

1. Justifiez en une phrase tirée du **DOC. 3** du caractère arithmétique de la suite u. Donnez sa raison et son premier terme **(DOC. 1)**.
2. Déterminez graphiquement combien d'années seront nécessaires au remplissage de la cuve **(DOC. 2)**.
3. À l'aide d'un tableur, déterminez graphiquement la taille théorique d'un chêne âgé de 20 ans **(DOC. 4 et fiches méthodes p. 318 et 320)**.
4. En justifiant votre réponse, précisez si l'on peut approcher l'évolution de la population de lapins par un modèle linéaire **(DOC. 5)**.

DÉFI MATH

Pour tout entier $n \geqslant 1$, on a :

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

→ Trouvez une formule permettant de donner le volume d'eau dans la cuve du **DOC. 1** au bout de n années.

UNITÉ 2

Le modèle exponentiel

Le modèle mathématique linéaire ne permet pas de décrire l'évolution dans le temps des effectifs d'une population d'individus.

Quel modèle mathématique pourrait permettre de décrire de façon approchée cette évolution des effectifs ?

DOC 1 Un mélibée (*Coenonympha hero*).
Le mélibée est un papillon protégé et classé comme « vulnérable » en France métropolitaine. On cherche à prédire l'évolution d'une population pendant 15 ans après réintroduction de 50 mâles et 50 femelles dans un milieu où le papillon a disparu.

Données

- 50 œufs pondus chaque année par femelle s'étant accouplée
- Taux d'éclosion des œufs : 30 %
- Taux de survie des chenilles jusqu'à l'âge de reproduction : 26 %
- Probabilité d'accouplement d'une femelle : 70 %
- 50 % de femelles dans la population.
- Tous les adultes meurent peu après l'accouplement.
- Aucun facteur ne limite la croissance de la population et il n'y a pas de migrations.

Traduction mathématique du problème et résolution

- Soit $N(n)$ l'effectif des papillons dans la population l'année n.
Il y a donc $\frac{N(n)}{2}$ femelles. Donc $\frac{N(n)}{2} \times 0{,}7$ femelles s'accouplent chaque année et pondent chacune 50 œufs.
- Nombre d'œufs arrivant à éclosion chaque année pour chaque femelle :
$$50 \times 0{,}3 = 15 \text{ œufs.}$$
- Nombre d'œufs donnant chaque année des chenilles arrivant jusqu'à l'âge de la reproduction :
$$15 \times 0{,}26 = 4 \text{ œufs.}$$
- L'effectif $N(n+1)$ de la population l'année $n+1$ est donc :
$$N(n+1) = \frac{N(n)}{2} \times 0{,}7 \times 4 = 1{,}4 \times N(n)$$

$\Rightarrow$ Cette population a donc un **taux de variation constant** de valeur 1,4.

DOC 2 Estimation du taux de variation démographique du mélibée.

Fichier Excel

EXPÉRIMENTATION PIX

- *Le nombre d'années étant reporté dans la colonne A et le nombre de mélibées dans la colonne B, remplir les cellules A1, A2, A3, B1, B2 et B3.*
- *À l'aide la fonction « itération », obtenir la valeur des autres cellules.*

	A	B	C
1	Année	Nombre de mélibées	
2	0	100	
3	1	=B2*1,4	

- *Dans le menu « graphique », afficher la représentation « Nuage de points ».*
- *Déterminer graphiquement le temps nécessaire au doublement de la population durant ces quinze années.*

DOC 3 Mode de résolution graphique à l'aide d'un tableur.

La légende raconte que le jeu d'échecs aurait été inventé par un Indien nommé Sissa pour distraire son souverain. Pour le remercier, le monarque demanda à Sissa quelle récompense il souhaitait. Ce dernier demanda au monarque du riz : il devait poser un grain de riz sur la première case de l'échiquier, deux sur la deuxième case, quatre grains sur la troisième, et ainsi de suite jusqu'à la 64e case en doublant à chaque fois le nombre de grains. Combien de grains auraient-ils été nécessaires pour satisfaire sa demande (en 2018, la récolte mondiale de riz était d'environ 26×10^{12} grains) ?

Traduisons la situation en langage mathématique :

Langage courant	Langage mathématique
Numéro de la case de l'échiquier	Variable n ($n \in \mathbb{N}$)
Nombre de grains de blé sur la case n	Variable $u(n)$

On a une suite de nombres entiers u dont la variation d'un rang à l'autre $u(n+1) - u(n)$ est proportionnelle à la valeur $u(n)$:

$$u(n+1) - u(n) = 2 \times u(n) - u(n) = u(n)$$

Dans ce cas, on dit que la suite de nombre n varie de manière **exponentielle.**

Le **taux de variation** d'un rang à l'autre est, lui, constant :

$$\frac{u(n+1)}{u(n)} = 2\,;$$

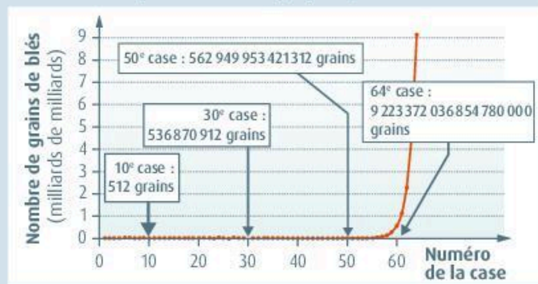
le nombre de grains de blé est multiplié par 2 d'une case à l'autre. On dit que u est une **suite géométrique** de **raison** 2. Autrement dit, on obtient chaque terme de cette suite en multipliant le terme précédent par 2 :

$$u(n+1) = 2 \times u(n)$$

Ci-dessous, le nombre de grains sur les 5 premières cases :

Numéro de la case	Nombre de grains total	Nombre de grains supplémentaires par rapport à la case précédente
1	1	
2	$1 \times 2 = 2^1$	1
3	$2^1 \times 2 = 2^2$	2
4	$2^2 \times 2 = 2^3$	4
5	$2^3 \times 2 = 2^4$	8

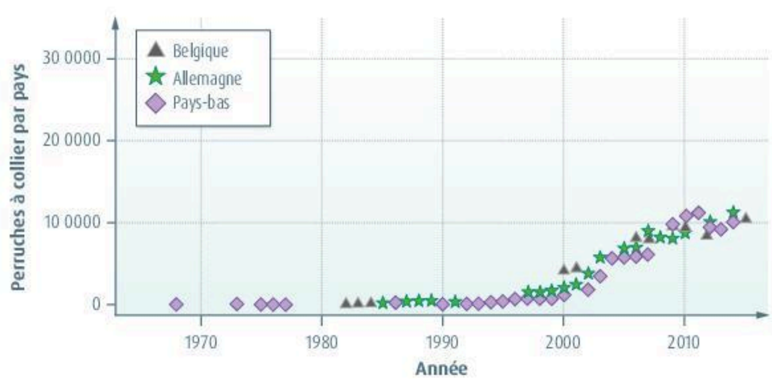
Ci-dessous, la représentation graphique de la suite u :



DOC 4 **Variation exponentielle et suite géométrique.**

ESPRIT CRITIQUE

La perruche à collier est un oiseau d'origine tropicale importé comme animal de compagnie. Dans de nombreux pays d'Europe, les perruches forment de larges populations devenues autonomes. Ces populations sont issues d'oiseaux échappés ou relâchés intentionnellement. Cette espèce est considérée comme invasive par les ornithologues. Les populations sont suivies dans plusieurs villes d'Europe où les perruches ont réussi à s'installer et se reproduire.



DOC 5 **Effectifs observés de la perruche à collier dans 3 pays d'Europe jusqu'en 2015.**

EXPLOITER LES DOCUMENTS

1. On introduit 100 mélibées dans un milieu. Montrez que les effectifs peuvent être décrits par une suite géométrique dont vous préciserez le premier terme et la raison **(DOCS 2 À 4)**.
2. Déterminez le temps de doublement de la population **(DOC. 3)**. Quelles critiques pouvez-vous faire à ce modèle ?
3. Expliquez à l'aide d'un calcul si le souverain a pu donner satisfaction à Sissa **(DOC. 4)**.
4. Peut-on approcher la population de perruches à collier par un modèle exponentiel ? Justifiez **(DOC. 5)**.
5. Formulez une ou plusieurs hypothèses pouvant expliquer l'évolution des populations de perruches après 2003 **(DOC. 5)**.

ESPRIT CRITIQUE

Les espèces invasives sont une des causes d'érosion de la biodiversité actuelle.

→ Toute espèce invasive va-t-elle nécessairement avoir une action négative sur la biodiversité autochtone ?

Pistes de travail ► **DOC. 5 et recherche Internet**

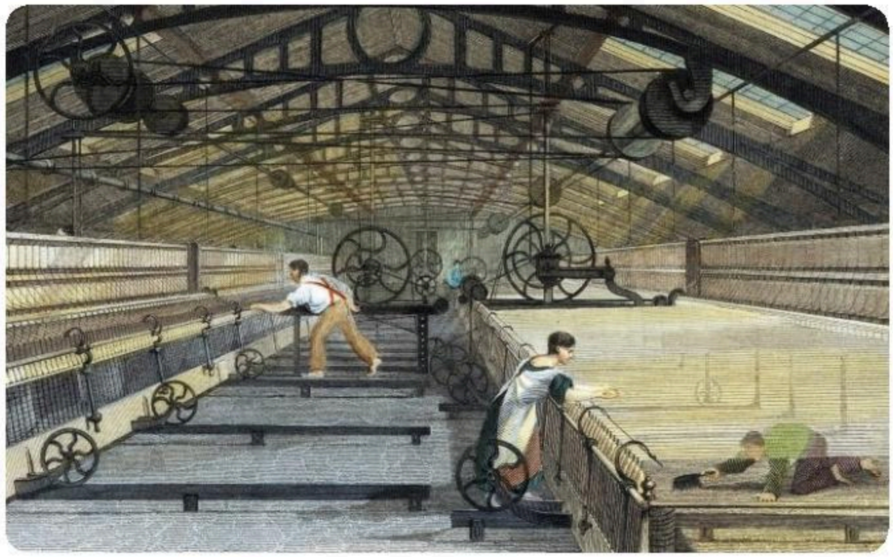
UNITÉ 3

Malthus et le « principe de population »

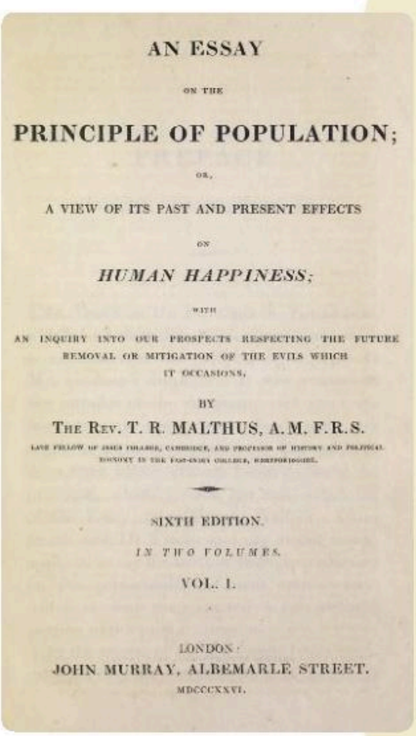
À la fin du XVIII^e siècle, l'économiste Thomas Malthus a utilisé le modèle exponentiel pour prédire l'évolution de la population mondiale.

Quel a été le raisonnement de Malthus, quelles ont été ses conclusions et quelles sont leurs limites ?

DOC 1 **Robert Thomas Malthus (1766-1834).** Malthus est un économiste et pasteur anglican anglais. En 1798, il publie un ouvrage au fort retentissement : *Essai sur le principe de population.*



DOC 2 **Filature en Angleterre au XIX^e siècle.** À l'époque, le coton est une industrie-clé. Cette période est également marquée par un chômage à la fois structurel et cyclique. Ainsi, lors de la crise de 1841-42, 60 % des ouvriers de la ville industrielle de Bolton étaient sans travail. La pauvreté était alors massive.



AN ESSAY

ON THE

PRINCIPLE OF POPULATION;

OR,

A VIEW OF ITS PAST AND PRESENT EFFECTS

ON

HUMAN HAPPINESS;

WITH

AN INQUIRY INTO OUR PROSPECTS RESPECTING THE FUTURE REMOVAL OR MITIGATION OF THE EVILS WHICH IT OCCASIONS.

BY

THE REV. T. R. MALTHUS, A.M. F.R.S.

SIXTH EDITION.

IN TWO VOLUMES.

VOL. I.

LONDON:

JOHN MURRAY, ALBEMARLE STREET.

MDCCCXXVI.

« Si l'on se base sur une mortalité de 1 sur 36 et si naissances et morts sont dans le rapport de 3 à 1, le chiffre de la population doublera en 12 années et 4/5. Ce n'est point là une simple supposition : c'est une réalité qui s'est produite plusieurs fois, et à de courts intervalles. Cependant, pour ne pas être taxé d'exagération, nous nous baserons sur l'accroissement le moins rapide, qui est garanti par la concordance de tous les témoignages. Nous pouvons être certains que lorsque la population n'est arrêtée par aucun obstacle, elle double tous les vingt-cinq ans, et croît ainsi de période en période selon une progression géométrique. »

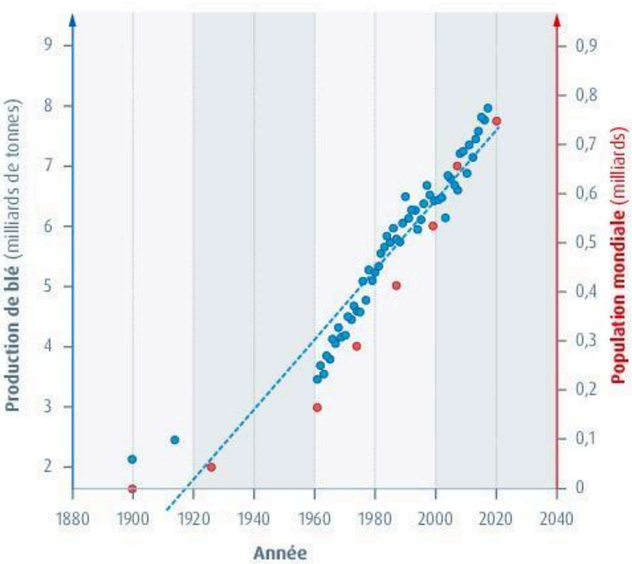
« Considérons maintenant la surface de la Terre, en posant comme condition qu'il ne sera plus possible d'avoir recours à l'émigration pour éviter la famine. Comptons pour mille millions le nombre des habitants actuels de la Terre. La race humaine croîtra selon la progression 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256… tandis que les moyens de subsistance croîtront selon la progression 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Au bout de deux siècles, population et moyens de subsistance seront dans le rapport de 256 à 9 ; au bout de trois siècles, 4096 à 13 ; après deux mille ans, la différence sera immense et incalculable. »

Pour Malthus, deux types freins peuvent ajuster la population au niveau des ressources. Les « freins destructifs » sont les guerres ou les famines. Les « freins préventifs » sont le respect de ce qu'il nomme des « contraintes morales » (retard de l'âge du mariage et chasteté avant le mariage) et l'attitude de l'État qui, selon lui, ne doit pas fournir d'aides sociales. Malthus écrit : « *Aider les pauvres, c'est multiplier la pauvreté* ». Cette analyse sera très critiquée dès le XIX^e siècle (voir DOCS 5 et 6).

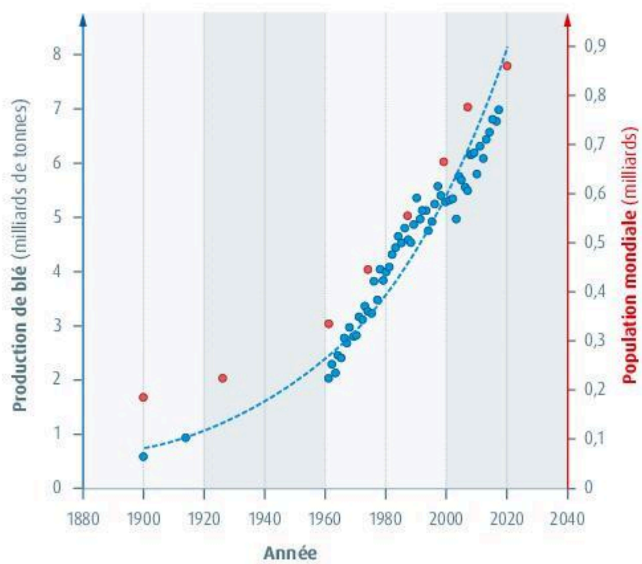
DOC 3 **Le « principe de population ».**

Fichiers tableur

Nuage de points et modèle linéaire pour le blé



Nuage de point et modèle exponentiel pour le blé



DOC 4 Évolution de la population mondiale et de la production mondiale de blé entre 1900 et 2019. Le nuage de points pour la production de blé a été ajusté soit avec le modèle linéaire, soit avec le modèle exponentiel.

« Pour Ester Boserup, la juxtaposition des croissances arithmétique des ressources et géométrique de la population n'a pas de raison d'être puisque la première est déterminée par la seconde. L'innovation, et donc la propension à produire davantage, est une fonction directe de l'effectif de la population. Ester Boserup donne à ce propos une correspondance entre des systèmes de culture et des fourchettes de densité de population observées à travers de multiples exemples historiques. [...] C'est ainsi que l'on a pu observer, notamment dans certaines régions d'Amérique latine, une régression des techniques agricoles à la suite d'une baisse des effectifs de la population. C'est dans son ouvrage paru en 1965, *Évolution agraire et pression démographique*, qu'Ester Boserup explique en détail les mécanismes en jeu dans l'adoption de nouvelles techniques agricoles. Elle illustre son schéma à travers de nombreuses études de cas, dont celle de Java, en Indonésie [aux XIX^{e} et XX^{e} siècles]. »

F. Sandron, «Croissance économique et croissance démographique : théorie, situations, politiques », Y. Charbit (dir.) *Le monde en développement : démographie et enjeux socio-économiques*, La Documentation française (2002).

DOC 5 Une critique de l'analyse de Malthus par l'économiste danoise Ester Boserup (1910-1999).

ESPRIT CRITIQUE

Interview de Bastien Michel, chercheur en économie du développement

Partout dans le monde, la lutte contre la pauvreté et ses conséquences répond à deux exigences distinctes. Tout d'abord, la lutte contre la pauvreté (et plus encore celle visant à éradiquer ses formes les plus extrêmes) satisfait à un impératif moral. Est-il par exemple moralement acceptable qu'un enfant issu d'un milieu favorisé ait, dès la naissance, de meilleures perspectives d'avenir qu'un enfant issu d'un milieu moins favorisé ? Mais la lutte contre la pauvreté a également une justification économique. En effet, la pauvreté est une source d'inefficience dans le fonctionnement des sociétés puisqu'elle entrave le développement, le processus d'accumulation des connaissances et, plus tard, les activités génératrices de revenus d'un grand nombre d'individus. Cette dernière raison explique pourquoi la lutte contre la pauvreté est maintenant souvent perçue comme un levier potentiellement important de développement économique.

DOC 6 L'importance de la lutte contre la pauvreté.

EXPLOITER LES DOCUMENTS

1. En considérant les hypothèses de Malthus, représentez graphiquement la croissance de la population et des ressources au cours du temps **(DOCS 1 à 3)**. Concluez.
2. Indiquez si un modèle approche le mieux l'évolution des ressources au cours des générations **(DOC. 4)**.
3. À l'aide de la réponse à la question précédente et des **DOCS 5 et 6**, formulez au moins deux critiques au raisonnement de Malthus.

ESPRIT CRITIQUE

Dans son Principe de population, Malthus écrit : « *Aider les pauvres, c'est multiplier la pauvreté* ».

→ Apportez des contre-exemples à cette affirmation.

Pistes de travail ► **DOC. 6 et recherche Internet**

4 UNITÉ L'évolution démographique humaine

Le modèle de Malthus ne permet pas de décrire l'évolution de la population mondiale. De plus, l'aide aux personnes les plus pauvres est efficace et nécessaire.

Comment les démographes actuels prévoient-ils l'évolution de la population mondiale ?

Définitions-clés

- **Taux de natalité T_N :** Nombre de naissances d'enfants pour 1 000 habitants, exprimé en pour mille (en ‰).
- **Taux de mortalité T_M :** Nombre de décès pour 1 000 habitants (en ‰).
- **Taux de mortalité infantile $T_{M.I.}$:** Nombre de décès d'enfants de moins de 1 an pour 1 000 naissances (en ‰).
- **Taux de croissance T_C :** Taux de natalité – taux mortalité.

	France	Niger	Portugal
Population (2019)	64 812 000	24 200 000	10 277 000
Taux de natalité (2018)	11,1 ‰ = 0,0111	46,3	8,5 ‰
Taux de mortalité (2018)	9,3 ‰ = 0,0093	9,7	11,0 ‰
Taux de croissance (2018)	1,8 ‰ = 0,0018	37,6 ‰ = 0,0376	−2,5 ‰ = −0,0025

DOC 1 Quelques données sur la démographie de la France, du Portugal et du Niger.

- Pour 1000 habitants, en un an, on compte 11,1 naissances et 9,3 décès. Il y a donc un excédent de 1,8 naissance pour 1000 habitants. L'excédent de naissance pour un habitant est donc :

$$\left(\frac{1,8}{1000}\right) = 0,0018 = T_C$$

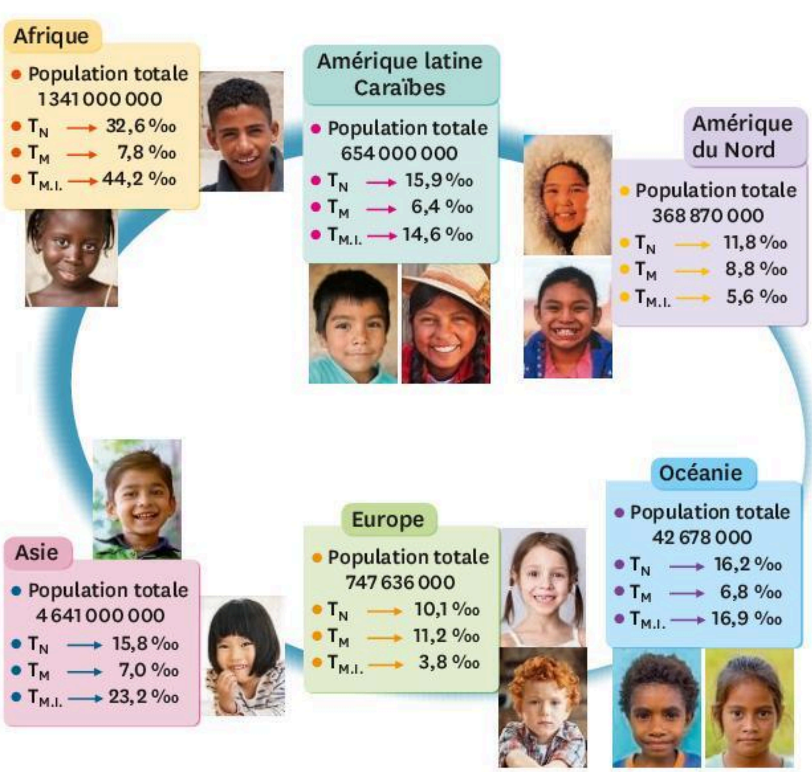
- Soit $N(n)$ la population française l'année n. La population l'année $n+1$ sera :

$$N(n+1) = N(n) + T_C \times N(n)$$
$$= N(n) \times (1 + T_C)$$

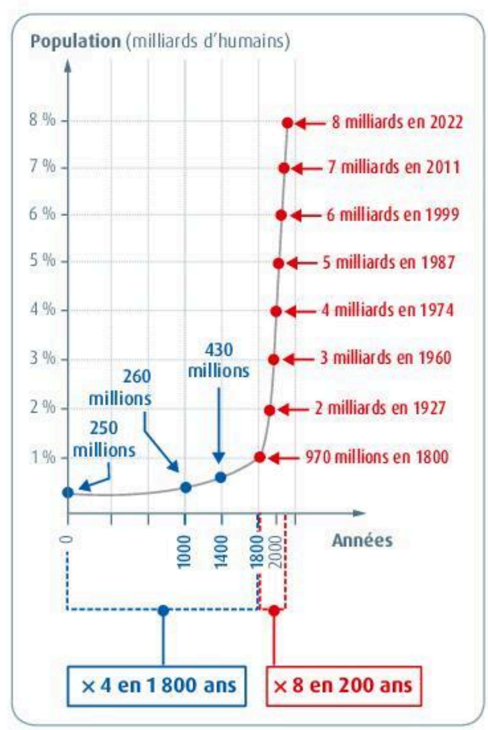
On ne peut donc pas modéliser l'évolution de la population par une suite géométrique.

- À l'aide d'un tableur, on peut alors obtenir l'évolution de la population française entre 2019 et 2030 (voir protocole DOC. 3 p. 266).

DOC 2 Estimer l'évolution de la population française entre 2019 et 2030 à partir d'une population initiale, du taux de natalité et du taux de mortalité.

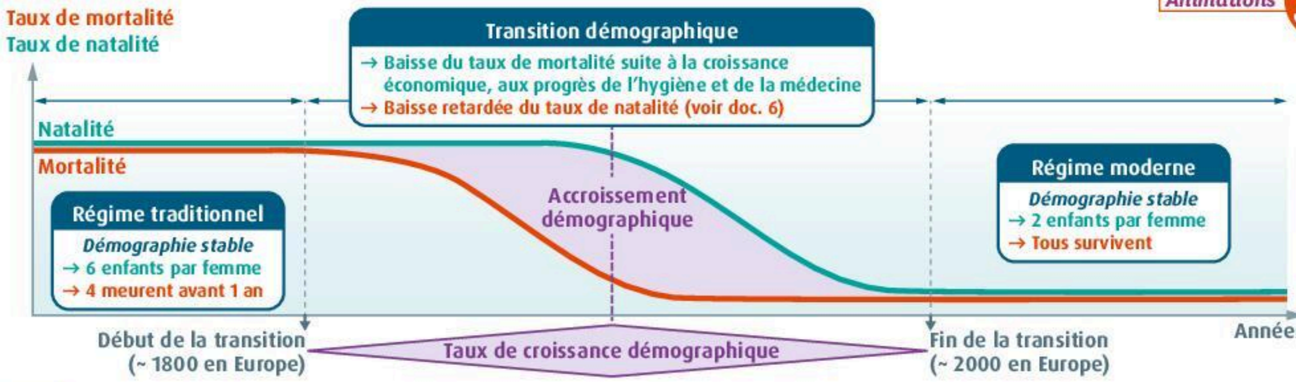


DOC 3 Quelques données sur la démographie mondiale.



DOC 4 Évolution de la population mondiale de l'an 0 à 2020.

Animations



DOC 5 La transition démographique. En Europe et en Amérique du Nord, la transition démographique est achevée. Elle est en voie d'achèvement en Asie, Océanie, Amérique latine et Caraïbes. En Afrique, la transition démographique est en cours.

Données sous Excel

DOC 6 Évolution taux de croissance démographique dans le monde : données 1950-2015 et prévisions jusqu'en 2095.
Données Nations-unies.

ESPRIT CRITIQUE

Pays	Consommation alimentaire (MJ/jour/habitant)	Humains pouvant être théoriquement alimentés avec la production alimentaire mondiale de 2016
France	14, 5	6,17 milliards
Japon	11,3	7,90 milliards
Niger	10,7	8,33 milliards
États-Unis	15,7	5,72 milliards

DOC 7 Comparaison de la consommation alimentaire de 4 pays en 2016. Lecture : Si tous les humains avaient la même consommation alimentaire que les Français, la production alimentaire en 2016 aurait théoriquement permis de nourrir 6,17 milliards d'individus.

Interview de Gilles Pison, démographe, Muséum national d'Histoire naturelle et Institut national d'études démographiques (Ined)

La population mondiale continue d'augmenter (les naissances sont aujourd'hui trois fois plus nombreuses que les décès), sa croissance décélère pourtant. La raison principale est la diminution de la fécondité passée de cinq enfants en moyenne par femme en 1950 à 2,4 enfants en 2020. Toutefois, il existe une importante disparité entre les régions du monde : l'Afrique et des régions d'Asie centrale ont une fécondité supérieure à trois enfants par femme et devraient concentrer l'essentiel de la croissance démographique mondiale à venir. La baisse de fécondité, entamée partout, est plus lente dans les campagnes que dans les villes, et dans les régions où le niveau d'instruction est plus faible. L'humanité n'échappera pas à un surcroît de 2 à 3 milliards d'habitants d'ici 2050, en raison de l'inertie démographique que nul ne peut empêcher. Il est possible d'agir en revanche sur les modes de vie, et ceci sans attendre, afin de les rendre plus respectueux de l'environnement et plus économes en ressources. La vraie question, celle dont dépend la survie de l'espèce humaine à terme, est finalement moins celle du nombre que celle des modes de vie.

DOC 8 Évolution du taux de croissance démographique dans le monde.

EXPLOITER LES DOCUMENTS

1. Représentez sous forme graphique l'évolution de la population française, nigerienne et portugaise entre 2019 et 2100 **(DOCS 1 ET 2)**.
2. **Travail en 6 groupes :** chaque groupe calcule la population d'un continent en 2050 et en 2100 à partir des données des **DOCS 2 et 3**. Critiquez les résultats à l'aide des **DOCS 5 et 8**.
3. À l'aide des **DOCS 4, 5, 6 et 8**, rédigez un texte argumenté présentant les modèles actuels de démographie mondiale et leurs incertitudes.

ESPRIT CRITIQUE

Les modèles des démographes indiquent que la Terre comptera environ 10 milliards de femmes et d'hommes en 2050.

→ Y aura-t-il assez de ressources alimentaires pour nourrir l'humanité ?

Pistes de travail ► **DOC. 7 et recherche Internet**

BILAN

CHAPITRE 12

LES MODÈLES DÉMOGRAPHIQUES

▸ Bilan en version DYS

1. Modèle linéaire et suite arithmétique

▸ Les modèles démographiques permettent de prédire l'évolution dans le temps de populations. On étudie un phénomène caractérisé par une grandeur discrète u prenant différentes valeurs dans le temps, notées chacune $u(n)$. Lorsque u varie d'une valeur constante r à chaque palier temporel n, le phénomène peut être modélisé par une **suite arithmétique**.

▸ Une **suite** u est arithmétique s'il existe un nombre réel r tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u(n+1) = u(n) + r$. Le réel r est la raison de la suite. Autrement dit, une suite arithmétique de raison r est une suite dont chaque terme s'obtient en ajoutant r au terme précédent. Graphiquement, les points $[n,\ u(n)]$ sont situés sur une droite.

▸ Pour un phénomène dont la variation absolue d'un palier à l'autre est presque constante, on utilise le **modèle linéaire**. Partant du nuage de points $[n,\ u(n)]$, un tableur permet de construire une droite dite de régression linéaire. Le modèle linéaire ne peut pas décrire l'évolution d'une population. **> Unité 1**

2. Modèle exponentiel et suite géométrique

▸ On étudie un phénomène caractérisé par une grandeur discrète v prenant différentes valeurs dans le temps, notées chacune $v(n)$. Si la variation d'un rang à l'autre $v(n+1) - v(n)$ est proportionnelle à la valeur courante $v(n)$, alors le phénomène peut être modélisé par une **suite géométrique**.

▸ Une suite v est géométrique s'il existe un nombre réel q tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v(n+1) / v(n) = q$. Le réel q est la raison de la suite. Autrement dit, une suite géométrique de raison q est une suite dont chaque terme s'obtient en multipliant le terme précédent par q. Graphiquement, les points $[n,\ v(n)]$ sont situés sur une exponentielle.

▸ Dans le **modèle exponentiel**, les variations du phénomène étudié sont modélisées par une suite géométrique. Ce modèle permet de décrire certaines phases de croissance d'une population : quand le **taux de croissance** (différence entre **taux de natalité** et **taux de mortalité**) est positif et que les ressources sont disponibles sans limites. Dans ces conditions, tant qu'aucun frein n'intervient, les effectifs de la population augmentent. **> Unité 2**

3. La démographie des populations humaines

▸ Au début du XIXe siècle, l'économiste Robert Malthus propose un modèle de croissance géométrique de la population. Il prévoit que cette croissance sera limitée par les ressources alimentaires disponibles, dont il pense que l'augmentation suit un modèle linéaire. Ses prévisions s'avèrent être inexactes. **> Unité 3**

▸ La croissance des ressources alimentaires ne croît pas de façon arithmétique. L'économiste du XXe siècle Ester Boserup déclare « l'innovation, et donc la propension à produire davantage, est une fonction directe de l'effectif de la population ».

▸ La phase de croissance exponentielle des populations humaines est liée au fait que le taux de natalité baisse moins vite que le taux de mortalité. Quand le taux de natalité se stabilisera, la **transition démographique** sera terminée. La population humaine mondiale atteindra 10 milliards d'habitants en 2050. Au-delà, ses effectifs dépendront de la valeur du taux de natalité après la transition démographique : stabilité, croissance ou diminution. **> Unités 3 et 4**

Les mots-clés du chapitre

- **Suite :** Fonction définie sur l'ensemble des nombres entiers naturels $\mathbb{N}$ et qui prend des valeurs dans l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$. Le terme de rang n de la suite u est noté $u(n)$; $u(n)$ est l'image de l'entier n par la suite u.
- **Suite arithmétique :** Une suite arithmétique de raison r est une suite dont chaque terme s'obtient en ajoutant r au terme précédent.
- **Modèle linéaire :** Modèle utilisé pour décrire un phénomène dont la variation absolue d'un palier à l'autre est presque constante.
- **Suite géométrique :** Une suite géométrique de raison q est une suite dont chaque terme s'obtient en multipliant le terme précédent par q.
- **Modèle exponentiel :** Modèle dans lequel les variations du phénomène étudié sont modélisées par une suite géométrique.
- **Taux de croissance :** Taux de natalité – taux mortalité.
- **Taux de natalité :** Nombre de naissances d'enfants pour 1000 habitants, exprimé en pour mille (en ‰).
- **Taux de mortalité :** Nombre de décès pour 1000 habitants (en ‰).
- **Transition démographique :** Phase de l'évolution d'une population marquée d'abord par une augmentation de son taux de croissance (baisse de la mortalité), puis par une diminution du taux de croissance (baisse de la natalité).
La transition est terminée quand la natalité est stable.

▸ Glossaire p. 324

l'essentiel par l'image

Schéma interactif

Modèle linéaire et suite arithmétique

Situation

Une valeur r constante s'ajoute à chaque étape d'un phénomène

Traduction mathématique

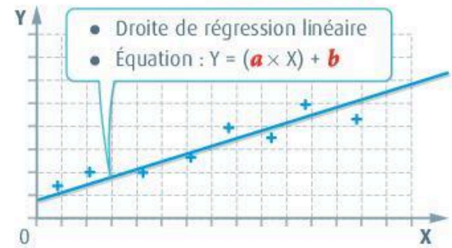
- Le phénomène est modélisé par une **suite arithmétique** u :

  $u(n+1) = u(n) + r$ Avec $n \in \mathbb{N}$ et $u(n) \in \mathbb{R}$

- Les points $[n, u(n)]$ sont situés sur une droite

Représentation graphique

Pour un phénomène dont la variation absolue d'un palier à l'autre est presque constante, on peut appliquer le **modèle linéaire**



Modèle exponentiel et suite géométrique

Situation

Un taux de multiplication constant q s'applique à chaque étape d'un phénomène

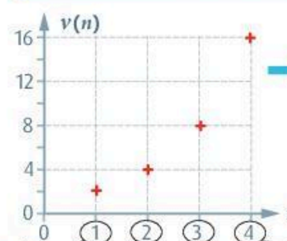
Traduction mathématique

- Le phénomène est modélisé par une **suite géométrique** v :

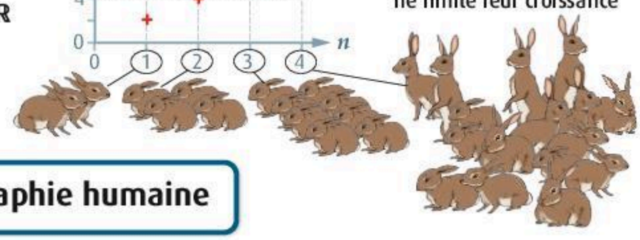
  $v(n+1) = q \times v(n)$ Avec $n \in \mathbb{N}$ et $v(n) \in \mathbb{R}$

- Les points $[n, v(n)]$ sont situés sur une courbe exponentielle

Représentation graphique



- **Modèle exponentiel**
- S'applique aux populations quand aucun facteur ne limite leur croissance

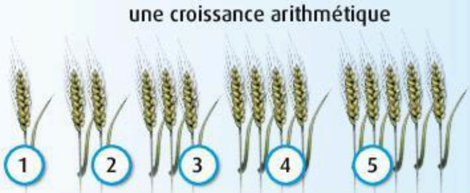


La démographie humaine

Robert Malthus (1766-1834)

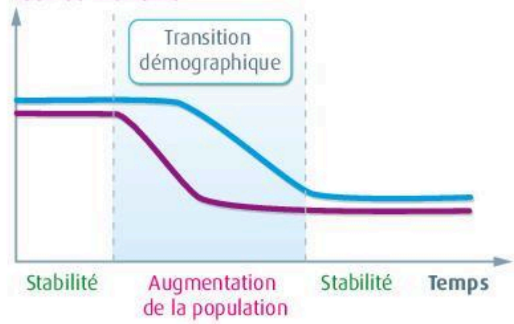
... pensait que les populations avaient une croissance exponentielle...

... et les ressources alimentaires une croissance arithmétique



Cela ne correspond pas aux **faits**

Taux de natalité
Taux de mortalité



Prévisions

- 10 milliards d'humains en 2050
- La population mondiale en 2100 dépendra du taux de naissance après transition démographique dans les différents pays du monde

Exercices corrigés

Mémoriser son cours

Pour mémoriser l'essentiel du cours, posez-vous régulièrement ces questions et vérifiez vos réponses.

1. Qu'est-ce qu'une suite arithmétique?
2. Qu'est-ce qu'une suite géométrique?
3. Pour quel type de phénomène peut-on appliquer un modèle linéaire?
4. Pour quel type de phénomène peut-on appliquer un modèle exponentiel?
5. Quelles sont les deux grandeurs qui permettent de décrire l'évolution d'une population humaine?
6. Comment Malthus applique-t-il le modèle linéaire et le modèle exponentiel à l'étude de la population humaine?
7. Que peut-on prédire quant à la croissance démographique humaine dans les décennies à venir et quelles sont les principales incertitudes concernant les prévisions?

Exercices interactifs corrigés

Pour s'échauffer

1 QCM

Pour chaque proposition, identifiez la (ou les) bonne(s) réponse(s).

1. Pour une suite arithmétique u:

a. $u(n+1) - u(n)$ varie régulièrement.

b. $\dfrac{u(n+1)}{u(n)}$ est une constante.

c. les points $[n, u(n)]$ sont situés sur une droite.

d. $u(n+1) = u(n-1) + r$, r étant la raison de la suite.

2. Concernant le modèle linéaire:

a. il peut s'appliquer lorsqu'il y a une relation de proportionnalité apparente entre deux variables.

b. il peut être représenté par une courbe exponentielle.

c. un palier peut être déduit du précédent par un coefficient multiplicateur constant.

d. il peut être utilisé la plupart du temps pour décrire la croissance d'une population.

3. Pour une suite géométrique u:

a. $u(n+1) - u(n)$ est une constante.

b. $\dfrac{u(n+1)}{u(n)}$ est une constante.

c. les points $[n, u(n)]$ sont situés sur une droite.

d. la grandeur u varie de manière exponentielle.

4. Robert Malthus:

a. considère que les populations humaines ont une croissance arithmétique lorsqu'elles ne « sont arrêtées par aucun obstacle ».

b. considère que les « moyens de subsistance » croissent de façon arithmétique.

c. considère que si les populations croissent plus vite que les ressources alimentaires disponibles, les famines sont inévitables.

d. a vu ses prévisions se réaliser à l'échelle mondiale quelques décennies plus tard.

5. Les effectifs d'une population dont les migrations sont nulles:

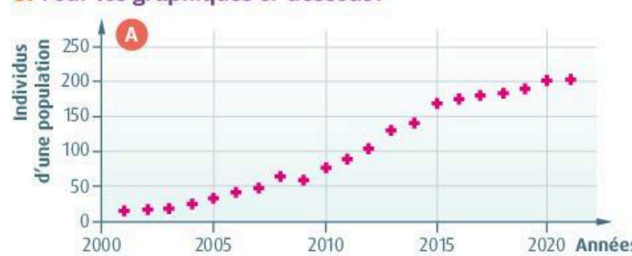
a. s'accroissent lorsque le taux de natalité est plus fort que le taux de mortalité.

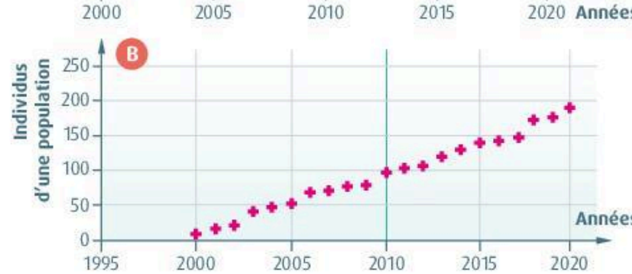
b. peuvent diminuer si le taux de mortalité augmente mais reste inférieur au taux de natalité.

c. tendent vers l'infini si le taux d'accroissement est négatif.

d. tendent vers l'infini si le taux de mortalité est supérieur au taux de natalité.

6. Pour les graphiques ci-dessous:





a. B peut être décrit par un modèle linéaire.

b. A peut être décrit par un modèle exponentiel et B par un modèle linéaire.

c. A et B sont décrits par des modèles exponentiels.

d. Les modèles linéaire et exponentiel ne conviennent pas pour décrire A.

▶ CORRECTION p. 322

2 Qui suis-je

1. Une suite pour laquelle $u(n+1) = u(n) + r$, r étant un nombre réel et n un entier naturel.

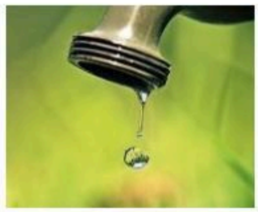
2. Une suite pour laquelle $u(n) = u(0) \times q^n$, q étant un nombre réel et n un entier naturel.

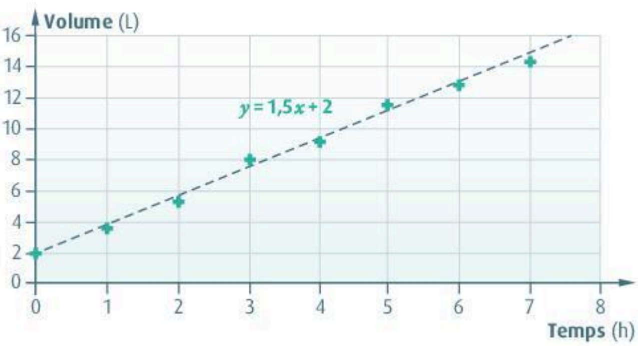
3. Un modèle que l'on peut appliquer lorsque l'on observe une proportionnalité entre une variable Y et une variable X.

4. Un économiste du XIX^e^ siècle qui prédisait que la production alimentaire ne pourrait pas suivre une augmentation démographique humaine

3 Vrai/faux

On a placé un seau sous un robinet qui goutte. Le volume d'eau a été relevé chaque heure et représenté graphiquement les résultats à l'aide d'un tableur.





1. Le phénomène peut être modélisé par une suite géométrique.

2. Le volume qui fuit en une heure est environ égal à 2 litres.

3. Le seau contenait 2 litres d'eau quand on l'a posé sous le robinet.

4. Le phénomène peut être modélisé par une suite arithmétique de raison 1,5.

4 Réponse courte

1. Donnez les différents paramètres démographiques susceptibles de ralentir la croissance démographique d'une population.

2. Expliquez les différentes phases de l'évolution de la population mondiale depuis environ 2000 ans.

3. Quel modèle Malthus a-t-il utilisé à la fin du XVIII^e^ siècle pour modéliser l'évolution de la population mondiale?

5 Calcul

Laurent Toulemon, démographe à l'Ined (Institut national d'études démographiques), déclare: «*En France, en 2018, avec un taux de fécondité de 1,87 enfant par femme, une génération de 100 femmes est remplacée 30 ans plus tard par 90 filles.*»

Question: Vérifiez cette affirmation par le calcul.

On considérera qu'une génération a une durée de 30 ans et que, statistiquement, il naît 105 garçons pour 100 filles.

6 Calcul

En 2018, il y a eu en France 750 000 naissances pour 67 millions habitants. Le taux de mortalité était de 9,1 ‰. Au Japon, le taux de natalité était de 7,5 ‰ et le taux de mortalité de 9,9 ‰.

1. Calculez le taux de natalité en France en 2018.

2. Comparez le taux de croissance démographique de la France et du Japon en 2018. Qu'en déduisez-vous?

3. Sachant que le Japon comptait 127 millions d'habitants en 2018, calculez le nombre de naissances au Japon en 2018.

7 Trouver la bonne suite

En utilisant une suite dont vous préciserez la nature et la raison:

1. Calculez le prix d'une conversation téléphonique de 12 minutes dont le coût serait de 0,75 euro puis 0,30 euro par minute.

2. Calculez la population en 2020 d'un département qui possédait 900 000 habitants en 2000 et dont la population a augmenté de 0,2 % par an depuis.

3. Représentez graphiquement (à la main ou sur un tableur) les 20 premiers termes de chaque suite.

8 Vrai/faux

Le graphique ci-dessous présente l'évolution du taux de fécondité (en nombre d'enfants par femme) pour quatre pays et le monde entier. On considère qu'il y a un renouvellement des générations (les enfants remplacent les parents 30 ans plus tard) pour un taux de fécondité de 2,1 enfants par femme.

Identifiez les réponses justes et corrigez les fausses.

1. Seul le Niger a un taux de fécondité permettant le renouvellement des générations en 2000.

2. Le taux de fécondité de la Chine décroît régulièrement depuis les années 1950.

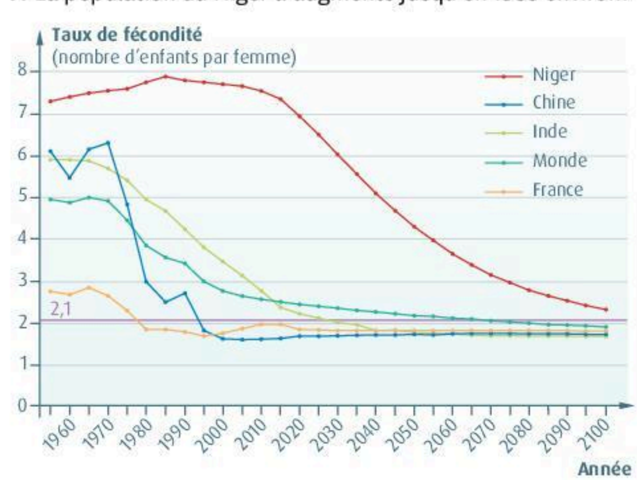
3. En 2100, le renouvellement des générations ne sera plus assuré à l'échelle mondiale.

4. La baisse mondiale du taux de fécondité signifie que la mortalité augmente.

5. L'Inde est en train de terminer sa transition démographique.

6. Le renouvellement des générations est assuré en France en 2020.

7. La population du Niger a augmenté jusqu'en 1985 environ.



Exercice résolu Méthode

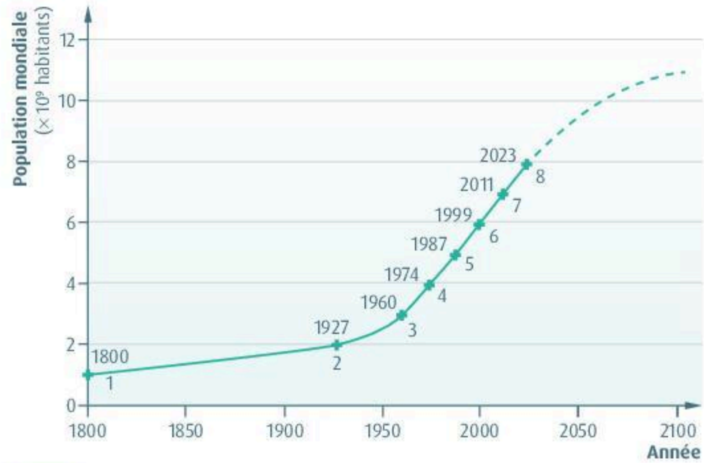
9 Utiliser des outils mathématiques pour comprendre les enjeux démographiques

La population mondiale de 1800 à 2100

On peut calculer le taux de variation annuel moyen T_{vam} d'une population sur une période allant d'une année 1 à une année 2 grâce à la formule suivante :

$$T_{vam} = \left(\frac{P_{année2}}{P_{année1}}\right)^{\frac{1}{année2 - année1}} - 1$$

$P_{année1}$ étant les effectifs de la population en année 1 et $P_{année2}$ étant les effectifs de la population en année 2.



DOC 1 **Évolution de la population mondiale depuis 1800 jusqu'à 2020 et les projections faites par l'ONU jusqu'en 2100.**

Soit u une suite géométrique de premier terme $u(0)$ et de raison q. Le terme $u(n)$ de cette suite est :

$$u(n) = u(0) \times q^n$$

Soit v une suite géométrique de premier terme $v(0)$ et de n-ième terme $v(n)$.
La raison q de la suite est :

$$q = \left[\frac{v(n)}{v(0)}\right]^{\frac{1}{n}}$$

DOC 2 **Valeur du terme $u(n)$ d'une suite géométrique.**

Soit une population dont le taux de variation annuel moyen est T_{vam} et dont les effectifs l'année sont P_n.
L'année n+1, la population comptera $T_{vam} \times P_n$ individus en plus. Les effectifs P_{n+1} seront donc :
$P_{n+1} = P_n + T_{vam} \times P_n = P_n(1 + T_{vam})$
La population mondiale peut donc être décrite comme une suite v géométrique de raison $1 + T_{vam}$.
Son premier terme sera l'effectif de la population au début de la première année étudiée, c'est-à-dire l'année 1927.

QUESTIONS

1. Calculez le taux de variation annuel moyen entre 1800 et 1927.
2. On pose l'hypothèse que ce taux de variation annuel moyen se poursuit après 1927. Montrez que l'évolution de la population mondiale peut être décrite par une suite géométrique dont vous préciserez le premier terme et la raison.
3. Dans cette même hypothèse, calculez l'effectif de la population mondiale en 2100.
4. Calculez le taux de variation annuel entre 1999 et 2011.
5. Si ce taux s'était poursuivi sans changements après 2011, de combien de personnes serait constituée la population mondiale en 2100? Comparez ce chiffre aux projections de l'ONU.
6. D'après vos connaissances, qu'est-ce qui explique le ralentissement de la croissance démographique observée dans la seconde moitié du XXIe siècle?

RÉSOLUTION

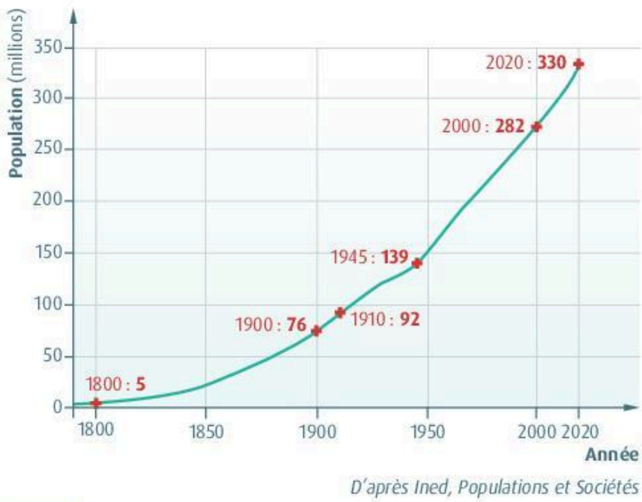
1. $T_{vam} = 2^{\frac{1}{129}} - 1 = 0{,}00538$.
2. L'évolution de la population mondiale est décrite par une suite géométrique u de raison 1,00538 et de premier terme $u(0) = 2{,}00$.
3. La population en 2100 est le 173e terme de la suite. Elle vaudra donc : $u(173) = 2 \times (1{,}00538)^{173} = 5{,}06$. Il y aurait donc 5,06 milliards de personnes sur Terre en 2100 dans l'hypothèse prise en compte ici.
4. $T_{vam} = \left(\frac{7}{6}\right)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0{,}012928$.
5. Dans cette hypothèse, l'évolution de la population mondiale est décrite par une suite géométrique v de raison 1, 012928 et de premier terme $v(0) = 7{,}00$.
La population en 2100 est le 89e terme de la suite. Elle vaudra donc : $v(89) = 7 \times (1{,}012928)^{89} = 11{,}30$. Il y aurait donc 11,30 milliards de personnes sur Terre en 2100 dans l'hypothèse prise en compte ici. Ce chiffre est assez proche des projections de l'ONU, ce qui suggère que le taux de variation calculé sur la période 1999-2011 est assez proche du taux de variation estimé par l'ONU pour la période à venir.
6. Dans le modèle de la transition démographique qu'ont vécue les différentes régions du monde tour à tour, on observe successivement une diminution de la mortalité puis une diminution de natalité. C'est donc probablement ce dernier paramètre qui explique le ralentissement de la population mondiale dans les années à venir.

Exercices d'application Méthode

10 Utiliser des outils mathématiques pour comprendre les enjeux démographiques

La population des États-Unis

Le graphique ci-dessous présente l'évolution de la population des États-Unis de 1800 à 2020 (estimation). Ellis-Island est une île au large de la ville de New York par laquelle toutes les personnes aspirant à immigrer aux États-Unis devaient passer.



D'après Ined, Populations et Sociétés

DOC 1 Évolution de la population des États-Unis.

DOC 1 Arrivée à Ellis Island en année. De 1892 à 1924, 16 millions de migrants sont passés par Ellis Island.

QUESTIONS

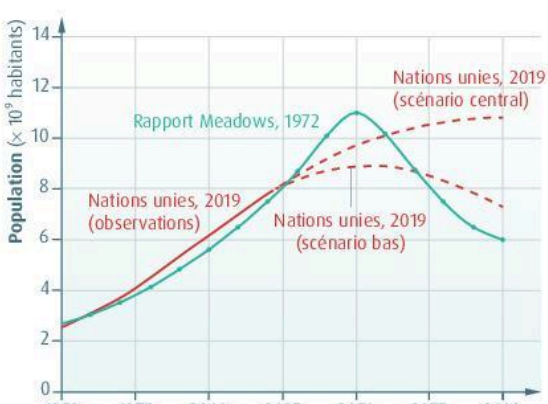
1. Calculez le taux moyen de variation annuelle sur la période 1900-1910 et sur la période 2000-2020
2. Proposez une ou plusieurs hypothèses pour expliquer les résultats observés.

11 Utiliser des outils mathématiques pour comprendre les enjeux démographiques

Le rapport Meadows

Le physicien Dennis Meadows est le premier auteur d'un rapport intitulé *Les limites de la croissance dans un monde fini*, publié en 1972. Ce rapport considère que l'épuisement des ressources et la pollution ne permettront pas de soutenir l'accroissement démographique à long terme et pourraient déboucher (parmi d'autres scénarios) sur un effondrement catastrophique de la population humaine. Parmi les mesures proposées par les auteurs, on trouve

la limitation du nombre d'enfants par couple, la lutte contre la pollution ou la taxation des activités industrielles.



DOC 1 La population mondiale selon le rapport Meadow et selon l'ONU.
D'après Nations Unies, 2019 et Meadows et al, 1972

QUESTIONS

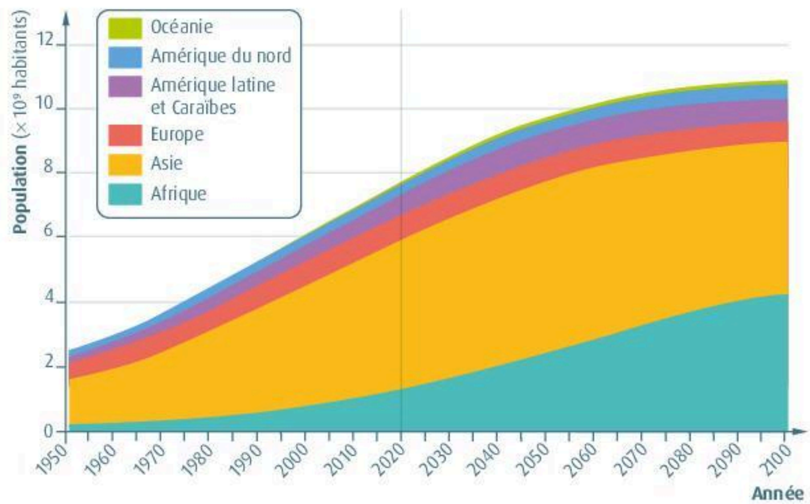
1. Comparez les éléments présentés dans l'énoncé et le DOC. 1 aux écrits de Robert Malthus.
2. Sans effectuer de calcul, comparez le taux de variation moyen annuel dans les prévisions du rapport Meadows et dans les observations ou les prévisions de l'ONU.
3. Commentez les résultats observés.

Tester ses compétences

12 Estimer une proportion à partir d'un graphique

La contribution des différents continents à la population mondiale

Le graphique ci-contre représente l'évolution de la population mondiale par grandes régions.
Il s'agit d'observations jusqu'en 2020, puis de modélisation ensuite.



DOC 1 Évolution de la population mondiale par régions entre 1950 et 2100 : mesures et prédictions.

QUESTIONS

1. Décrivez l'évolution de la population mondiale sur la période 1950-2020, puis sur la période 2020-2100.
2. À partir du graphique, calculer la proportion de la population des six régions du monde en 1950, 2020 et 2100.
3. Commentez les résultats obtenus.

AIDE

• Vous pouvez utiliser un ou plusieurs des mots suivants : rapide / lente / augmentation / diminution / accélération / ralentissement.

13 Calculer et raisonner

Les rennes de l'île Saint-Mathieu (Alaska)

En 1944, 29 rennes furent introduits sur l'île Saint-Mathieu (375 km^2) en Alaska, une île sans prédateurs et avec de la nourriture. Les rennes se nourrissent de lichens poussant au ras du sol (toundra), on estime qu'il faut 0,1 km^2 de toundra minium par renne. Il n'y eut ensuite aucune intervention humaine. La population de ces animaux atteint 1 300 individus en 1957 et 6 000 têtes en 1963.
En 1966, les biologistes découvrent des milliers de squelettes sur la toundra et seulement 42 rennes vivants (dont un seul mâle). Deux hypothèses sont alors avancées : la surpopulation de rennes a contribué à épuiser les ressources alimentaires locales ou les conditions météorologiques particulièrement difficiles pendant l'hiver 1963-1964 (tempête avec une température de – 40 °C et 3,5 m de neige) ont tué les rennes.
Dix ans plus tard, il n'y avait plus aucun renne sur l'île, les conditions climatiques dans la période n'ayant rien d'exceptionnelles.

QUESTIONS

1. Calculez le taux de variation annuel moyen T_{vam} sur la période 1944-1957 puis 1957-1963 à l'aide de la formule donnée dans l'exercice 9 p. 276.
2. Avec les données disponibles, pouvez-vous privilégier une des deux hypothèses ?
3. Proposez une ou des hypothèses pour expliquer que la population ne se soit pas reconstituée.

14 Calculer et raisonner

Les éléphants du parc Kruger

Le parc Kruger situé au Nord de l'Afrique du Sud a été créé au début du XXe siècle. À cette époque, les populations locales d'éléphants étaient au bord de la disparition suite à plusieurs décennies de chasse. La croissance de la population ne fut alors pas entravée par les responsables du parc ou le braconnage jusqu'en 1960.

De 1960 à 1994, compte-tenu des dégâts observés sur les écosystèmes locaux, il fut décidé de procéder à un abattage contrôlé des éléphants de façon à maintenir les effectifs entre 6 000 et 8 000 éléphants. L'abattage contrôlé des éléphants du parc Kruger a été stoppé en 1994. Les spécialistes considèrent que le parc peut abriter 5 000 éléphants sans risque pour les autres espèces.

DOC 1 **Éléphants et éléphanteau dans le parc Kruger.**

Année	Effectifs observés
1905	10
1923	13
1930	29
1939	450
1945	980
1950	3010
1960	5800
1970	6500
1980	7400
1990	7200
2000	7310
2010	11672

DOC 2 **Évolution des effectifs des éléphants du parc Kruger de 1905 à 2010.**

QUESTIONS

1. Tracez la courbe d'évolution des effectifs d'éléphants du parc Kruger.
2. Estimez graphiquement le temps de doublement de la population sur la période 1945-1960.
3. Si ce taux de croissance s'était maintenu, estimez le nombre d'éléphants en 2000 en partant de 6 000 éléphants en 1960.
4. Estimez graphiquement le taux de croissance de la population sur la période 1960-1990.
5. Estimez graphiquement le temps de doublement de la population sur la période 1990-2010. Discutez du résultat obtenu.

15 Calculer et argumenter

Temps de doublement

En 1798, alors que la population mondiale était d'un milliard de personnes, Robert Malthus écrivit :
« Nous pouvons être certains que lorsque la population n'est arrêtée par aucun obstacle, elle double tous les vingt-cinq ans, et croît ainsi de période en période selon une progression géométrique. »

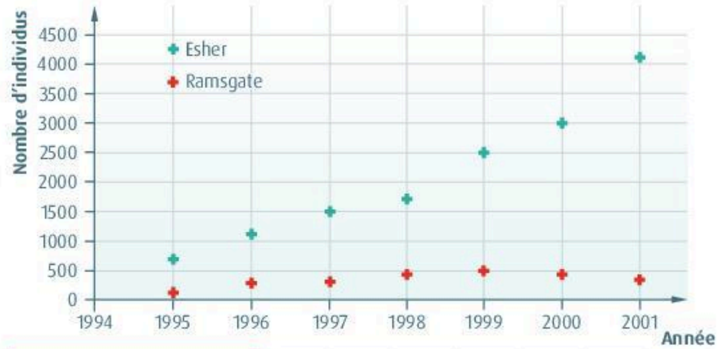
QUESTIONS

1. Calculez quel aurait été effectif de la population humaine en 1998 si l'estimation de Robert Malthus était exacte.
2. La population humaine a atteint 2 milliards d'individus en 1927 et 6 milliards en 1998. D'après vos connaissances, expliquez les différences constatées avec les prévisions de Malthus.

16 Calculer, raisonner et argumenter

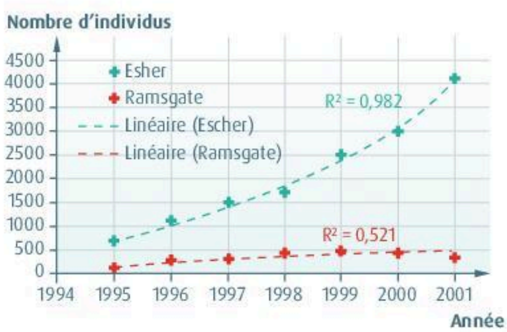
Une espèce invasive : la perruche à collier

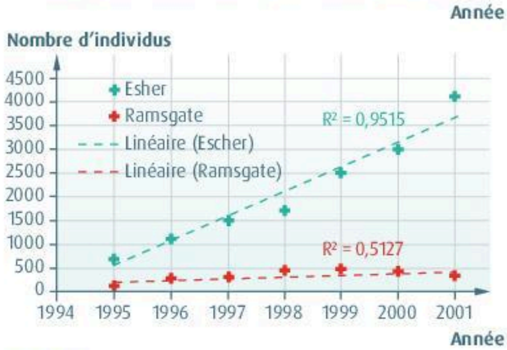
Les perruches à collier, originaires d'Afrique saharienne et d'Inde, sont importées dans les pays tempérés comme oiseaux domestiques. Dans différents aéroports d'Europe, des perruches se sont échappées de conteneurs. En Europe, ces oiseaux semblent avoir un effet assez faible sur les autres espèces sauf dans quelques cas ponctuels. Dans des parcs urbains espagnols, on a ainsi constaté que les perruches à collier attaquaient les chauves-souris afin de récupérer des cavités dans les arbres pour nicher.



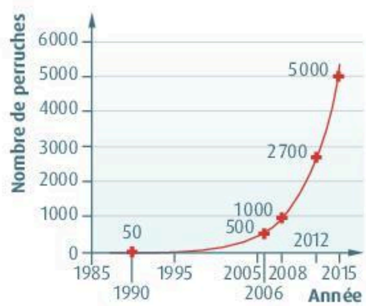
Année		1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Localisation du perchoir	Esher	692	1123	1507	1704	2500	2999	4096
	Ramsgate	130	299	314	437	480	435	350

DOC 1 Résultat de comptages sur deux sites en Angleterre et représentation graphique. Pour compter les perruches à collier, les chercheurs vont, à la tombée de la nuit, sur les sites arborés où les perruches nichent.

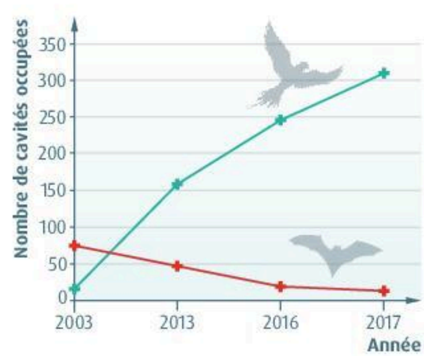




DOC 2 Résultats d'un test statistique. On a appliqué aux deux séries de valeurs du **DOC. 1** un modèle exponentiel ou un modèle linéaire. Sur le graphique, la valeur de R^2 est indiquée. Plus elle est proche de 1, meilleure est la description des données par le modèle.



DOC 3 Évolution des effectifs de perruches à collier en Île-de-France.
D'après Alauda, 2015



DOC 4 Évolution de l'occupation des cavités des arbres permettant le nichage dans un parc de Séville (Espagne).
D'après Hernandez-Brito et al, 2018

QUESTIONS

1. Indiquez si le modèle linéaire ou le modèle exponentiel peut rendre compte de l'un et/ou l'autre des comptages de perruches du **DOC. 1**.
2. Pour chaque comptage, déterminez le modèle le plus adapté s'il y en a un.
3. À partir du **DOC. 3**, calculez le taux de variation annuel moyen T_{vam} sur la période 1990-2015 (voir formule p. 276).
4. Déterminez par le calcul si ce taux permet de retrouver les effectifs de perruches en 2006, 2008 et 2012.
5. Décrivez le **DOC. 4**. En vous rappelant la différence entre corrélation et causalité, expliquez si ce document permet à lui seul de conclure à l'interaction négative entre les perruches et les chauves-souris.

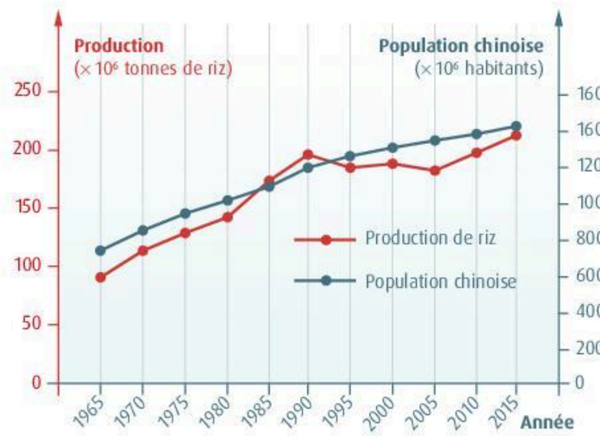
OBJECTIF BAC

17 Calculer, raisonner et argumenter

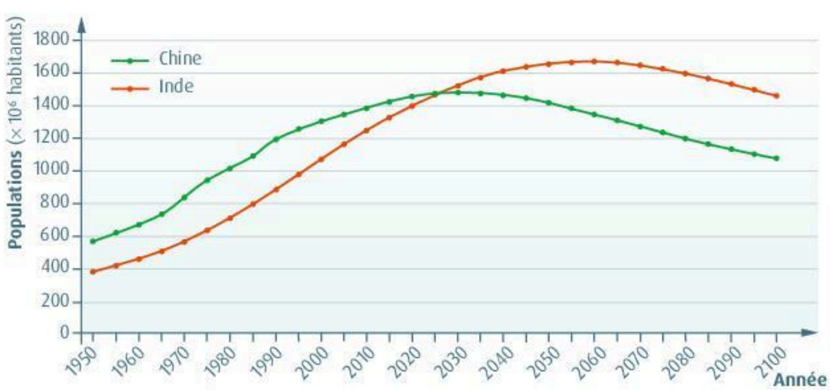
Démographie de la Chine et de l'Inde

On s'intéresse à la démographie des deux pays les plus peuplés de la planète aujourd'hui : la Chine et l'Inde. Shanghai, ville la plus peuplée de Chine, compte aujourd'hui 24 millions d'habitants, et New-Delhi, 29 millions d'habitants en 2019, photo ci-contre) deviendra d'ici à 10 ans la plus peuplée du monde.

DOC 1 **Taux de natalité et de mortalité en Chine depuis 1950 et prévisions par les Nations Unies jusqu'à 2100.**



DOC 2 **Évolution de la population et de la production de riz en Chine entre 1965 et 2015.**



DOC 3 **Évolution des populations chinoise et indienne entre 1950 et 2020 et prévisions jusqu'en 2100.**

QUESTIONS

1. En négligeant l'importance des migrations, calculer à partir du DOC. 1 le taux de croissance de la population chinoise en 1950, en 2000 et en 2100. Que constatez-vous ? Quelles conséquences cela peut-il avoir à long terme?
2. Rappelez les différences que Robert Malthus faisait entre la croissance des populations et la croissance des ressources alimentaires.
3. À l'aide du DOC. 2, discutez des prévisions de Malthus.
4. On décide de modéliser la population de l'Inde entre 1980 et 2000 par les 21 premiers termes d'une suite géométrique v vérifiant $v(0) = 623$ et $v(20) = 964$. À l'aide du DOC. 2 p. 276, calculez la raison de la suite v.
5. Utilisez ce modèle pour estimer la population d'Inde en 1992.
6. Ce modèle vous semble-t-il pertinent pour estimer la population d'Inde sur la période 2020-2040 (DOC. 3)?
7. Rappelez quels paramètres démographiques peuvent expliquer la modification de la courbe de la population indienne dans la deuxième partie du XXIᵉ siècle (DOC. 3).
8. Justifiez qu'on peut parler d'une « croissance qui décélère ». À quelle partie de la courbe de la population indienne cela s'applique-t-il approximativement (DOC. 3) ?