POUR COMMENCER

Testez votre culture scientifique

Identifiez la bonne réponse

1. En musique, une gamme est :

a. un ensemble de notes compris dans une octave

b. un ensemble de notes séparées une à une par le même intervalle

c. un ensemble de notes consonantes

2. En mathématiques, $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ est égal à :

a. a^n/b

b. a^n/b^n

c. $n \cdot a/b$

3. L'invention des gammes remonte :

a. au Moyen Âge

b. à l'Antiquité

c. au siècle des Lumières

4. La quinte est un intervalle qui couvre :

a. cinq notes

b. quatre notes

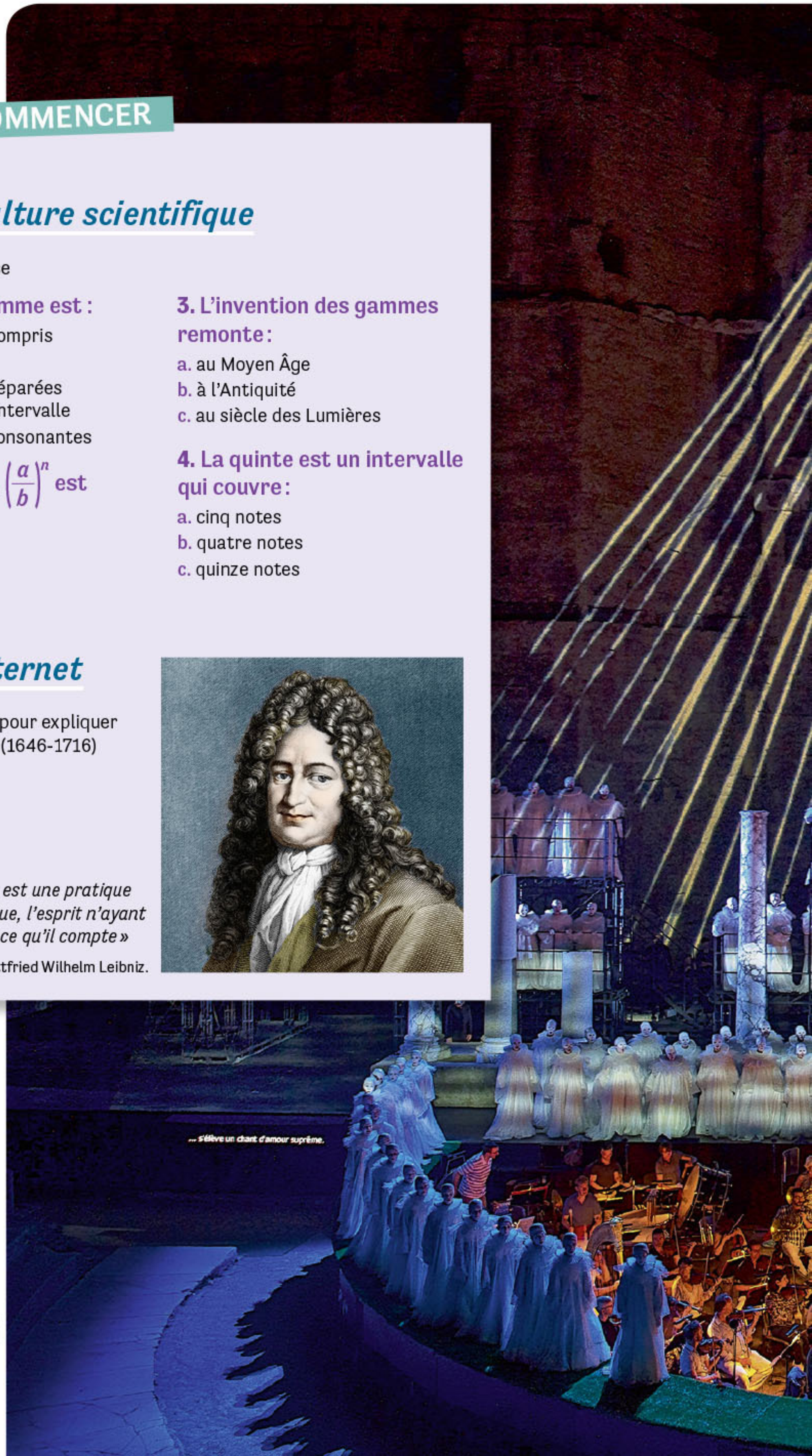
c. quinze notes

Recherches Internet

Effectuez des recherches pour expliquer la citation de G.W. Leibniz (1646-1716) ci-desous.

« La musique est une pratique de l'arithmétique, l'esprit n'ayant pas conscience qu'il compte »

Gottfried Wilhelm Leibniz.



L'Orchestre philharmonique de Radio France, les chœurs des Opéras d'Avignon, Monte-Carlo et Nice et le chœur d'enfants de l'Académie Rainier III de Monaco aux Chorégies d'Orange, le 3 juillet 2018.

CHAPITRE 12

LA MUSIQUE OU L'ART DE FAIRE ENTENDRE LES NOMBRES

UNITÉ 1 De la note à l'intervalle

UNITÉ 2 La construction des gammes naturelles

UNITÉ 3 La gamme tempérée, un compromis nécessaire

UNITÉ 1

De la note à l'intervalle

Une note est définie par ses fréquences fondamentale et harmoniques. Mais le plus souvent en musique, plusieurs notes sont jouées en même temps et c'est donc la superposition des fréquences de toutes les notes que l'on entend.

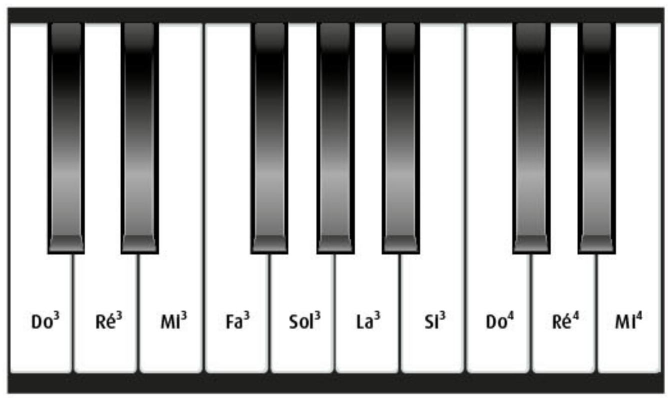
Par quoi est défini un intervalle et qu'est ce qui le rend harmonieux ?

La définition d'un intervalle

Nombre de degrés de l'intervalle	Nom de l'intervalle	Exemple
2	Seconde	Do^3 Ré^3
3	Tierce	Do^3 Mi^3
4	Quarte	Do^3 Fa^3
5	Quinte	Do^3 Sol^3
6	Sixte	Do^3 La^3
7	Septième	Do^3 Si^3
8	Octave	Do^3 Do^4

DOC 1 Tableau des intervalles les plus usuels. En musique, on appelle intervalle l'écart entre deux notes. Le nom de l'intervalle reflète le nombre de notes successives à parcourir pour couvrir tout l'intervalle. Par exemple, la seconde est un intervalle qui couvre deux notes.

Touche	Do^3	Ré^3	Mi^3	Fa^3	Sol^3	La^3	Si^3	Do^4	Ré^4	Mi^4
f_0 (Hz)	262	294	330	349	392	440	494	523	587	659



DOC 2 Fréquences fondamentales de dix notes du piano. Do3 et Do4 correspondent à la même touche à deux hauteurs différentes, c'est-à-dire à deux fréquences fondamentales différentes.

Jingles SNCF

DOC 3 « Jingle » SNCF sur deux notes de départ différentes.

L'harmonie d'un intervalle

Sciences et Société

Quatre intervalles

On appelle consonance un intervalle qui sonne juste et dissonance un intervalle qui sonne faux. Les consonances les plus parfaites sont l'octave et la quinte. La quarte augmentée (Do^3–Fa#^{3} par exemple), ou triton, est un exemple connu de dissonance. Depuis le XVIII^e siècle, cet intervalle est souvent associé au Diable, car il semble grincer. Dans le célèbre poème symphonique *Danse macabre* composé en 1874 par Camille Saint-Saëns, le triton est le premier accord joué par le violon, instrument représentant la Mort. Aujourd'hui, le triton est fréquemment utilisé dans la musique «Heavy Metal», comme par exemple dans la chanson *Black Sabbath* du groupe du même nom, pour conférer noirceur et tension musicale.

DOC 4 Consonance et dissonance.

- Seize premières harmoniques du Do^1 : Do^1, Do^2, Sol^2, Do^3, Mi^3, Sol^3, Si♭^{3}, Do^4, Ré^4, Mi^4, Fa#^{4}, Sol^4, La♭^{4}, Si♭^{4}, Si^4, Do^5
- Huit premières harmoniques du Do^2 : Do^2, Do^3, Sol^3, Do^4, Mi^4, Sol^4, Si♭^{4}, Do^5
- Six premières harmoniques du Sol^1 : Sol^1, Sol^2, Ré^3, Sol^3, Si^3, Ré^4

DOC 5 Premières harmoniques de trois notes. Les notes harmoniques sont les notes dont la fréquence fondamentale correspond à une fréquence harmonique de la note de départ (voir chapitre 11).

Intervalle	Notes	Rapport des fréquences fondamentales
Seconde	Do – Ré	9/8
Septième	Do – Si	15/8
Triton	Do – Fa#	45/32

DOC 6 Rapports des fréquences fondamentales de trois intervalles dissonants.

ACTIVITÉ GUIDÉE

1. Pour chaque jingle, identifiez l'intervalle entre les deux premières notes. Calculez alors la différence, puis le rapport des fréquences fondamentales de ces deux notes. En déduire si l'intervalle est défini par la différence ou le rapport des fréquences fondamentales (DOCS 1 À 3).
2. Calculez les rapports des fréquences fondamentales de Do^4/Do^3, Ré^4/Ré^3 et Mi^4/Mi^3, arrondissez au dixième, et en déduire le rapport qui définit l'octave (DOCS 1 ET 2).
3. Identifiez les consonances et les dissonances dans l'enregistrement (DOC. 4).
4. Comparez les harmoniques de Do^1 et du Do^2, puis celles du Do^1 et du Sol^1 et en déduire pourquoi les octaves et les quintes sont des consonances (DOC. 5).
5. Après avoir écrit les rapports de l'octave et de la quinte sous forme de fractions, comparez-les à ceux des trois dissonances.

UNITÉ 2

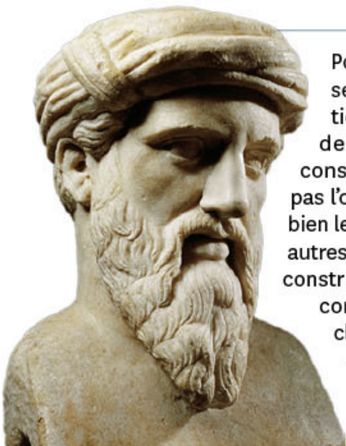
La construction des gammes naturelles

Certains intervalles « sonnent bien », ils sont consonants. Mais pour écrire une musique agréable à l'oreille, deux notes ne suffisent pas, il faut un ensemble de notes qui peuvent s'harmoniser : une gamme.

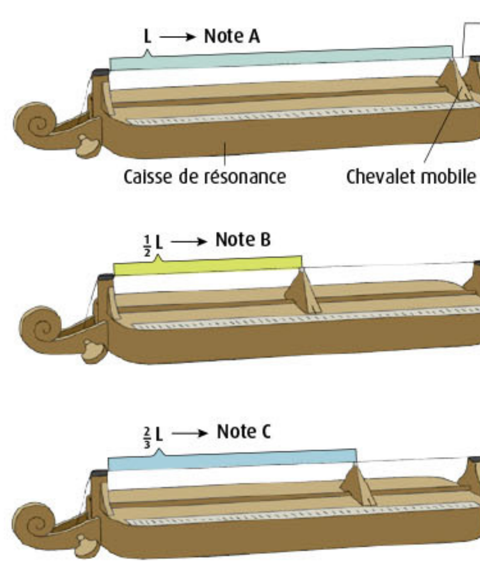
Comment des intervalles consonants ont-ils permis de construire une gamme ?

L'invention du cycle des quintes

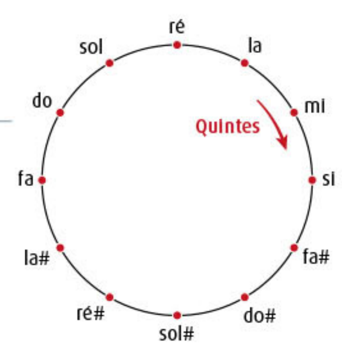
Histoire des sciences



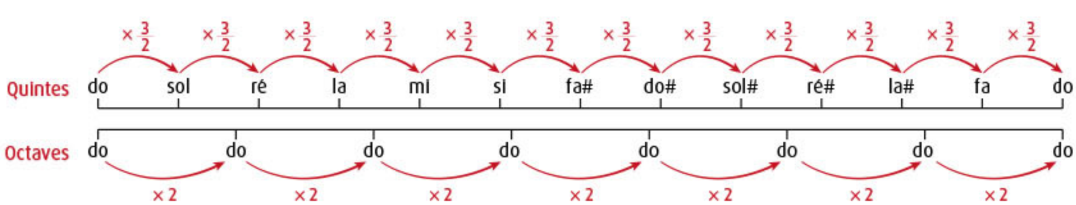
Pour Pythagore (570–495 avant J.-C.) et ses disciples, la sagesse des mathématiques et la beauté de la musique vont de pair. Ils comprennent que ce qui constitue la base de l'harmonie, ce n'est pas l'objet physique qui produit le son, mais bien les nombres qui lient les sons les uns aux autres. C'est grâce à ces nombres qu'ils vont construire une échelle musicale, ou gamme, constituée d'un nombre limité de sons classés du plus grave au plus aigu. Pour définir les nombres qu'ils vont utiliser, les Pythagoriciens ont recours à une monocorde, et à un chevalet qui permet de faire varier la longueur de la corde. À tension égale, plus la longueur de la corde est petite, plus le son obtenu et aigu. Ils remarquent que les notes A et B, dont le rapport des longueurs est 1/2, se ressemblent beaucoup : elles forment une octave. Par ailleurs les notes A et C, dont le rapport des longueurs est 2/3, sont consonantes : elles forment une quinte.



DOC 1 Musique et mathématiques.



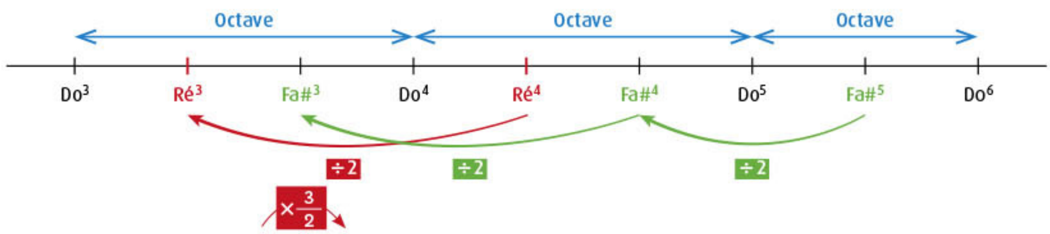
Les Pythagoriciens utilisent la quinte et l'octave pour créer d'autres notes. Pour monter d'une quinte, il suffit de multiplier la fréquence fondamentale par 3/2. Pour monter d'une octave, il faut la multiplier par 2. Au bout de 12 quintes et 7 octaves, ils retombent presque sur la même note : le cycle semble se refermer.



DOC 2 Le cycle des quintes.

Les gammes naturelles

Afin d'obtenir une gamme, il faut commencer par ramener les 12 notes créées grâce au cycle des quintes à l'intérieur d'une seule octave. Pour cela, il suffit de diviser leurs rapports par 2 jusqu'à ce qu'ils arrivent dans l'intervalle [1;2]. Cette opération s'appelle la normalisation.



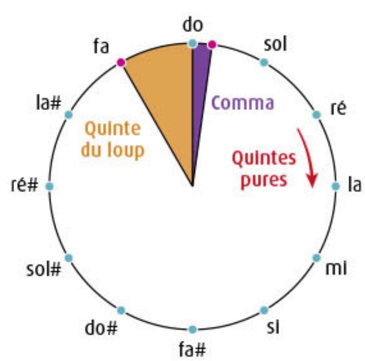
÷ 2^n

Note	Do	Sol	Ré	La	Mi	Si	Fa#	Do#	Sol#	Ré#	La#	Fa	Do
Quinte	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Rapport des fréquences fondamentales	1	3/2	$3^2/2^2$	$3^3/2^3$	$3^4/2^4$	$3^5/2^5$	$3^6/2^6$	$3^7/2^7$	$3^8/2^8$	$3^9/2^9$	$3^{10}/2^{10}$	$3^{11}/2^{11}$	$3^{12}/2^{12}$
Rapport ramené dans l'intervalle [1;2]	1	3/2	$3^2/2^3$	$3^3/2^4$	$3^4/2^6$	$3^5/2^7$	$3^6/2^9$	$3^7/2^{11}$	$3^8/2^{12}$	$3^9/2^{14}$	$3^{10}/2^{15}$	$3^{11}/2^{17}$	$3^{12}/2^{18}$
	1	1,5	1,13	1,69	1,27	1,90	1,43	1,07	1,60	1,20	1,80	1,35	2,03

DOC 3 La normalisation des notes.

La quinte du loup

On remarque que le rapport de la dernière note du cycle des quintes vaut 2,03 et ne retombe donc pas pile sur 2. En effet, l'intervalle des 12 quintes pures ($(3/2)^{12}$) représente une étendue légèrement supérieure à celle de l'intervalle de 7 octaves (2^7). Dans la dernière étape de la construction d'une gamme naturelle, pour retomber sur 2, il faut donc raccourcir la dernière quinte d'un comma, qui correspond à la différence entre les deux intervalles. Cette quinte est appelée quinte du loup car, elle « hurle ».



DOC 4 La quinte du loup.

12 notes
La gamme chromatique, ou gamme de Pythagore, est l'ensemble des douze notes du cycle des quintes normalisées. Elle comporte sept notes principales et cinq notes dièse (#).

7 notes
La gamme diatonique ne contient que les sept notes principales de la gamme chromatique.

5 notes
La gamme pentatonique possède cinq notes : les cinq premières notes du cycle des quintes normalisées.

DOC 5 Les gammes naturelles.

ACTIVITÉ GUIDÉE

1. Identifiez les deux rapports que les Pythagoriciens vont utiliser pour construire une échelle musicale et expliquez ce choix (DOC 1).
2. En partant d'un Do de fréquence 523 Hz, calculez la fréquence du Mi et du Sol# du cycle des quintes (DOC. 2).
3. Repérez dans quelles octaves du doc 2 se situent ces deux notes et en déduire les puissances de 2 à utiliser pour les normaliser (DOCS 2 ET 3)
4. Placez les notes dans l'ordre croissant des rapports de fréquences pour construire une gamme (DOC. 3).
5. Calculez la valeur du comma (DOC. 4).
6. Écrivez, dans l'ordre en partant du Do, la liste des notes qui forment la gamme chromatique, la gamme diatonique et la gamme pentatonique (DOC. 5).

UNITÉ 3

La gamme tempérée, un compromis nécessaire

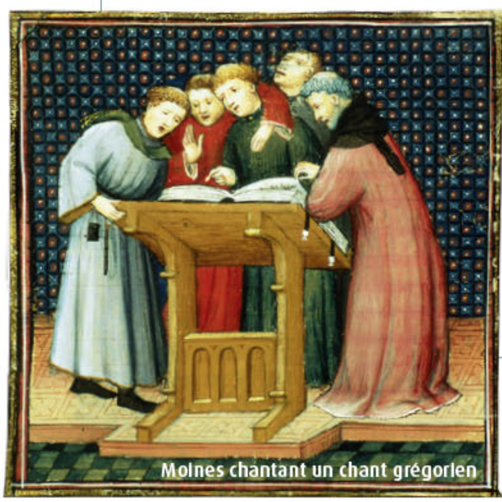
À cause de la dissonance de la quinte du loup, les gammes pythagoriciennes ont rapidement posé problème aux musiciens qui voulaient pouvoir circuler facilement entre les gammes.

Comment la gamme Pythagoricienne a-t-elle été altérée pour éradiquer la quinte du loup ?

Histoire des sciences

Chant grégorien et la Sarabande

Au Moyen Âge, l'Église codifie la musique de façon très rigide : seules l'unisson, l'octave, la quarte et quinte justes sont acceptées. Ces intervalles sont utilisés pour créer des chants grégoriens, appelés aussi « plain-chants » (musique plane) car leurs mélodies sont calmes, peu étendues et sans virtuosité. Les autres intervalles sont considérés comme trop dissonants et donc impurs. Le triton (voir unité 1) est notamment interdit par l'Église, tout comme, en 1602, le Sarabande, une musique de danse espagnole jugée *« capable d'émouvoir les passions tendres, de dérober le cœur par les yeux, et de troubler la tranquillité de l'esprit »*.



Moines chantant un chant grégorien

Ménestrels jouant du luth.

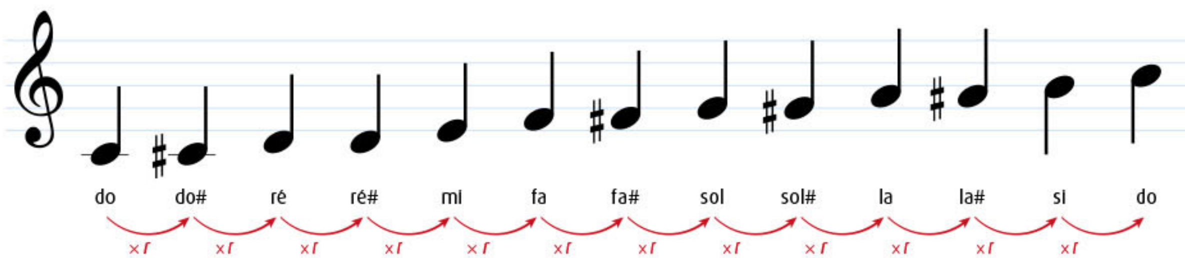
DOC 1 La musique médiévale occidentale.

Le Clavier bien Tempéré

Bien que la plupart des intervalles de la gamme pythagoricienne soient justes, la quinte du loup, dissonante, pose problème aux compositeurs de l'époque. En effet, certaines notes ont une grande importance suivant la gamme choisie, et si ces notes sont impliquées dans la quinte du loup, le morceau sonne faux. Certaines gammes naturelles sont ainsi plus agressives ou sombres que d'autres : c'est ce qu'on appelle le tempérament de la gamme. Par ailleurs, les compositeurs écrivent de plus en plus de morceaux avec modulations, c'est-à-dire qui passent d'une gamme à l'autre. Le besoin de disposer de gammes plus égales pour libérer l'écriture se fait ressentir. La solution qui s'impose est celle de la gamme tempérée, où l'octave est divisée en douze intervalles identiques. Ainsi, la quinte du loup disparaît, mais tous les intervalles sont très légèrement faux. L'un des premiers compositeurs à s'en emparer est J.-S. Bach. En 1722, il écrit un monument de la musique classique : *Le Clavier Bien Tempéré*, 24 préludes et fugues dans les 24 gammes tempérées possibles.

Page de la partition originale du Clavier bien tempéré

DOC 2 La gamme tempérée.



DOC 3 Le rapport de la gamme tempérée à 12 notes. Dans la gamme tempérée à 12 notes, le rapport entre deux notes successives a toujours la même valeur, notée r. C'est un nombre irrationnel.

focus maths

Infinité du cycle des quintes

Si le cycle des quintes était fini, alors, au bout d'un certain nombre de quintes, on retomberait sur 2 (le rapport de l'octave). Autrement dit, on aurait :

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n = 2^p \qquad \frac{3^n}{2^n} = 2^p \qquad 3^n = 2^{n+p}$$

Avec n et p des nombres entiers.

Définition de $\sqrt[n]{2}$

On sait que la solution de l'équation $x^2 = 2$ est $x = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$.
C'est la *racine carrée* de 2.
De la même façon, la solution de l'équation $x^n = 2$, est :

$$x = 2^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{2}$$

Par analogie, on nomme ce nombre la racine *n-ième* de 2.
On le calcule à la calculatrice en utilisant la fonction «puissance», ou bien la fonction «racine n-ième de».

Irrationalité de $\sqrt{2}$

Supposons que $\sqrt{2}$ est un nombre rationnel, alors on peut écrire, $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ avec a et b des nombre entiers premiers entre eux, c'est-à-dire que la fraction $\frac{a}{b}$ ne peut pas être simplifiée.
On a alors :

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b} \qquad \sqrt{2}b = a \qquad 2b^2 = a^2$$

a^2, et donc a, sont pairs. On peut donc écrire $a = 2p$ avec p un entier positif. On a alors :

$$2b^2 = (2p)^2 \qquad 2b^2 = 4p^2 \qquad b^2 = 2p^2$$

b^2, et donc b, sont pairs. a et b étant pairs, il est donc possible de simplifier la fraction $\frac{a}{b}$ par 2. Ceci contredit l'hypothèse de départ sur l'irréductibilité de la fraction $\frac{a}{b}$, et $\sqrt{2}$ est donc un nombre irrationnel.

Nom de l'intervalle	Rapport gamme pythagoricienne	Rapport gamme tempérée
Seconde	9/8	$r^2 = 2^{2/12}$
Tierce	5/4	$r^4 = 2^{4/12}$
Quarte	4/3	$r^5 = 2^{5/12}$
Quinte	3/2	$r^7 = 2^{7/12}$
Sixte	8/5	$r^9 = 2^{9/12}$
Septième	15/8	$r^{11} = 2^{11/12}$
Octave	2	$r^{12} = 2^{12/12} = 2$

DOC 4 La différence des rapports des gammes pythagoricienne et tempérée.

ACTIVITÉ GUIDÉE

1. Expliquez, en quelques lignes, les raisons de l'utilisation de la gamme pythagoricienne et celles du passage à la gamme tempérée en Occident (DOCS 1 ET 2).
2. À l'aide du focus maths, et sachant que les puissances de 2 sont des nombres pairs et les puissances de 3 des nombres impairs, montrez que le cycle des quintes est infini.
3. À l'aide du focus maths et sachant que le rapport de l'octave vaut 2, montrez que $r = 2^{1/12}$ et que c'est un nombre irrationnel (DOC. 3).
4. Expliquez pourquoi le rapport de la seconde tempérée est r^2, puis faire de même pour les autres intervalles (DOCS 3 ET 4).
5. Calculez les valeurs des rapports de chaque intervalle pour les deux gammes et comparez-les (DOC 4).

BILAN

CHAPITRE 12

LA MUSIQUE OU L'ART DE FAIRE ENTENDRE LES NOMBRES

▸ Bilan en version DYS

1. De la note à l'intervalle > UNITÉ 1

▸ Notre oreille perçoit un écart constant entre deux notes si leurs fréquences fondamentales sont dans un rapport constant. Ce rapport est appelé **intervalle**.

▸ Si les fréquences fondamentales sont dans un rapport 3/2, l'intervalle est une **quinte**. Si les fréquences fondamentales sont dans un intervalle 2/1, l'intervalle est une **octave**. Quinte et octave sont deux intervalles très **consonants** (ils « sonnent juste » à notre oreille).

2. La construction des gammes naturelles > UNITÉ 2

▸ Pour écrire une musique agréable à l'oreille, on a besoin d'un ensemble de notes qui peuvent s'harmoniser : une gamme. C'est une suite finie de notes réparties sur une octave.

▸ Une **gamme naturelle** est une suite de notes « sautant » de quinte en quinte (**cycle des quintes**). Si la nouvelle note n'est plus dans l'octave de la gamme, on la ramène simplement dedans en divisant sa fréquence fondamentale par 2 (saut d'une octave), ou 4 (2^2, saut de 2 octaves), etc.

▸ En procédant ainsi, on se trouve assez près de l'octave au bout de 5, puis 7, puis 12 quintes. Il n'est pas possible de retomber exactement sur l'octave car $(3/2)^n = 2^p$ n'a pas de solution avec des n et p entiers. Pour retomber sur l'octave, il faut raccourcir la dernière quinte du cycle. Comme son rapport de fréquences ne vaut donc plus exactement 3/2, elle sonne faux.

3. La gamme tempérée, un compromis nécessaire > UNITÉ 3

▸ Pour régler le problème de la dernière quinte fausse, on met au point la gamme tempérée.

▸ Si l'on veut une gamme à 12 notes à partir de la note de départ de fréquence fondamentale f_0, on divise l'octave de f_0 en 12 intervalles égaux de rapport r.

▸ Si f_n est la fréquence fondamentale de la n-ième note, alors on doit avoir : $\frac{f_n}{f_{n-1}} = r$.
On montre alors que $f_n = r^n \times f_0$ (1).

▸ Si l'on veut une gamme de 12 notes, il faut que la 12e note soit l'octave de la 1re, donc $f_{12} = 2 \times f_0$. Ainsi, d'après la relation (1) : $2 \times f_0 = r^{12} \times f_0$, soit : $r^{12} = 2$.
La solution est un nombre irrationnel :

$$r = \sqrt[12]{2} = 2^{1/12}$$

▸ On peut ainsi construire la **gamme tempérée** : tous les intervalles entre deux notes successives sont égaux (à $2^{1/12}$), mais toutes les quintes sont légèrement fausses.

Les mots-clés du chapitre

Consonant • Cycle des quintes • Gamme naturelle • Gamme tempérée • Intervalle • Octave • Quinte

▸ Lexique p. 251

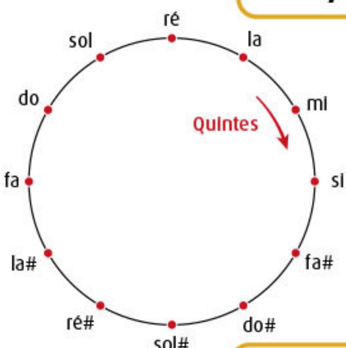
l'essentiel par l'image

Les intervalles

Nombre de degrés	2	3	4	5	6	7	8
Nom	● Seconde	● Tierce	● Quarte	● Quinte	● Sixte	● Septième	● Octave
Rapport des fréquences fondamentales	9/8	5/4	4/3	3/2	8/5	15/8	2/1
Exemple							

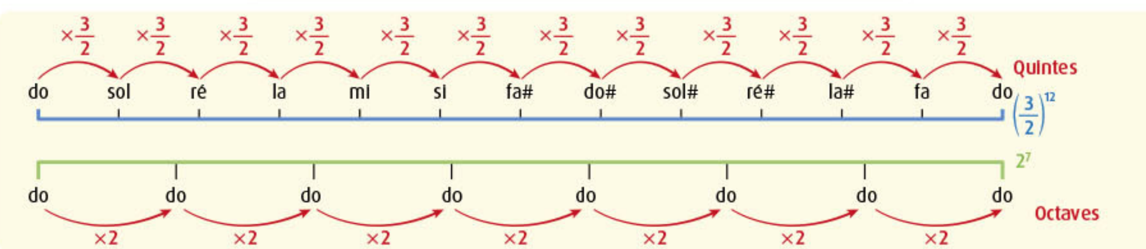
● Consonance = intervalle qui sonne juste (Tierce, Quarte, Quinte, Sixte, Octave) ● Dissonance = intervalle qui sonne faux (Seconde, Septième)

Du cycle des quintes à la gamme de Pythagore



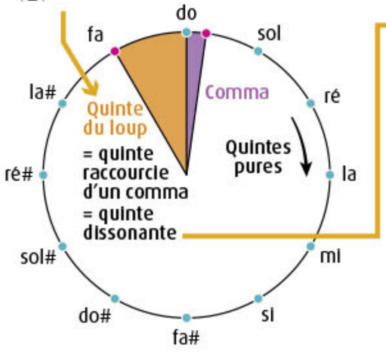
Pythagore (580-495 av. J.-C.)

De la gamme de Pythagore à la gamme tempérée



En réalité :

$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} > 2^7$



Solution pour supprimer la quinte du loup
= Division de l'octave en 12 intervalles identiques

$r = 2^{1/12}$

Tester ses savoirs

Exercices d'auto-évaluation interactifs

1 Vrai/faux

Identifiez les affirmations fausses et rectifiez-les.

a. Pour caractériser un intervalle, il faut calculer la différence entre les fréquences fondamentales des deux notes.

b. Si le rapport des fréquences fondamentales de deux notes est 2/1 ou 1/2, alors l'intervalle entre ces deux notes est une octave.

c. Une quinte est caractérisée par le rapport $r = 2^{1/12}$.

d. La quinte du loup sonne faux car elle a été raccourcie.

e. Une gamme pythagoricienne reboucle parfaitement sur l'octave, mais ne respecte pas exactement la justesse des intervalles.

2 QCM

Pour chaque proposition, identifiez la bonne réponse.

1. Deux notes de fréquences fondamentales $f_0 = 659{,}2$ Hz et $f_1 = 987{,}8$ Hz forment :

a. une octave
b. une quinte
c. une seconde
d. un autre intervalle

2. La gamme chromatique a été inventée par :

a. l'église catholique
b. Pythagore
c. J.-S. Bach
d. les ménestrels au Moyen Âge

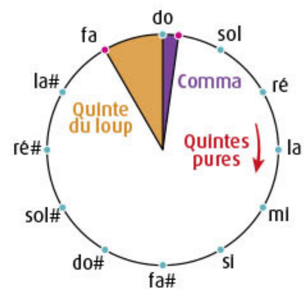
3. Dans une gamme naturelle, pour descendre d'une quinte à partir de la fréquence f_0, on doit :

a. multiplier f_0 par 3/2
b. multiplier f_0 par $(2^{1/12})^{3/2}$
c. calculer $f_0^{3/2}$
d. multiplier f_0 par 2/3

4. Dans la gamme tempérée, si f_0 est la fréquence fondamentale de Do, alors celle de Mi est :

a. $f_0 \cdot 2^{1/12}$
b. $f_0 \cdot \sqrt{2}$
c. $f_0 \cdot 2^{4/12}$
d. $f_0 \cdot (3/2)$

5. Le schéma ci-dessous montre que dans le cycle des quintes :



a. on crée un nouvel intervalle baptisé « comma »
b. toutes les quintes sont identiques
c. la quinte fa-do est identique à la quinte la-mi
d. toutes les quintes sont justes, sauf la quinte du loup, d'où son nom

6. Dans la gamme tempérée :

a. seules les quintes sont légèrement fausses
b. les octaves sont légèrement fausses
c. tous les intervalles sont justes
d. tous les intervalles sont légèrement faux sauf l'octave

3 Question de synthèse

Comparez, dans un paragraphe d'une dizaine de lignes, la gamme chromatique et la gamme tempérée.

Critères de réussite

✔ J'ai expliqué le problème posé par le cycle des quintes.
✔ J'ai discuté des avantages et inconvénients de chaque gamme.
✔ J'ai bien utilisé les connecteurs logiques pour argumenter.

▸ CORRECTION p. 248

Épreuves communes de contrôle continu

Objectif BAC

4 Calculer

Décomposition d'une octave

On souhaite montrer que l'enchaînement de certains intervalles forment une octave. On note f_0 la fréquence fondamentale d'une note.

Nom de l'intervalle	Exemple	Rapport des fréquences fondamentales
Octave	Do-Do	2/1
Quinte	Do-Sol	3/2
Quarte	Do-Fa	4/3
Tierce majeure	Do-Mi	5/4
Tierce mineure	Mi-Sol	6/5
Sixte majeure	Do-La	5/3
Sixte mineure	Mi-Do	8/5

DOC 1 Rapports de quelques intervalles consonants.

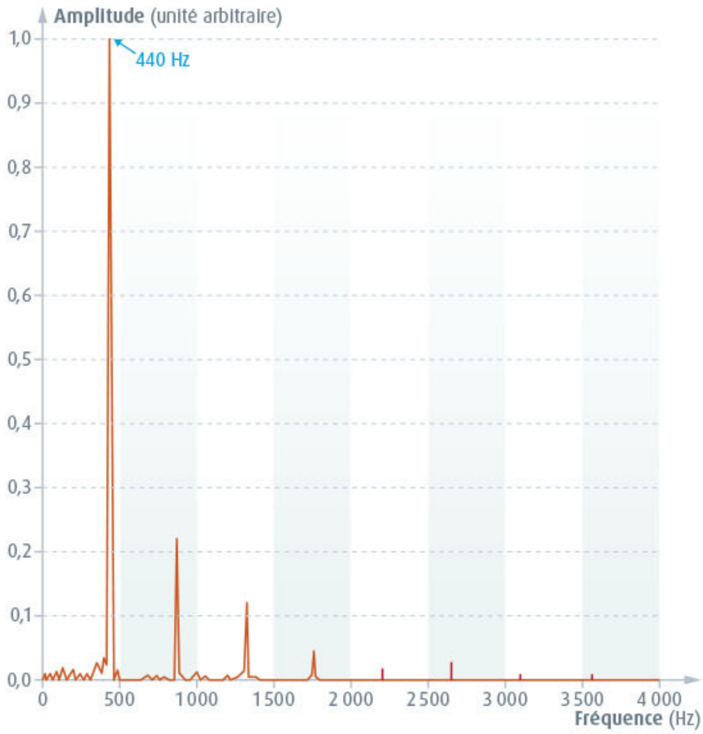
AIDE

La quarte de f_5 est la quarte construite à partir de la note de fréquence fondamentale f_5.

QUESTIONS

1. Soit f_5 la fréquence fondamentale de la quinte de f_o. Exprimez f_5 en fonction de f_o.
2. Soit $f_{4\text{-}5}$ la fréquence fondamentale de la quarte de f_5. Exprimez $f_{4\text{-}5}$ en fonction de f_5, puis en fonction de f_o.
3. En déduire que l'enchaînement d'une quinte et d'une quarte forme une octave.
4. Répétez le même raisonnement pour montrer que l'enchaînement d'une tierce mineure et d'une sixte majeure forme une octave.

5 Calculer et raisonner



DOC 1 Spectre du La³ joué au piano.

Harmonique et consonance

Un La³ joué au piano est enregistré sur un logiciel permettant de tracer son spectre.

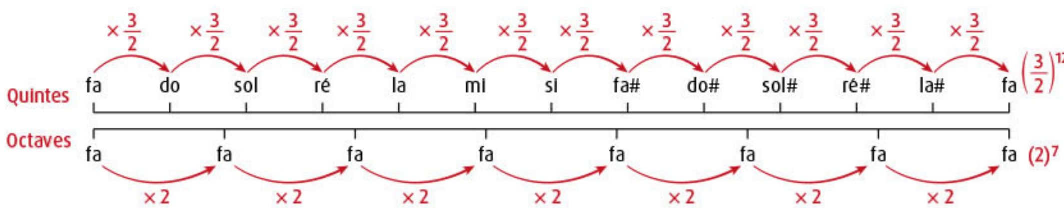
QUESTIONS

1. Calculez les fréquences des cinq premières harmoniques du La³ (voir chapitre 11).
2. Après avoir déterminé l'intervalle entre le La³ et le Mi⁴ (voir doc. 2, p. 192), calculez la fréquence fondamentale et les trois premières harmoniques du Mi⁴.
3. En prenant les mêmes amplitudes de pics, superposez le spectre théorique du Mi⁴ sur celui du La³ et commentez.
4. Expliquez pourquoi l'intervalle formé par ces deux notes est consonant.

6 Analyser un document et calculer

Détermination de la fréquence d'une note après normalisation

La fréquence fondamentale du premier Fa du schéma est $f_0 = 347{,}6$ Hz. On cherche à déterminer la fréquence f du La# de la gamme pythagoricienne construite à partir des 12 quintes.



DOC 1 Schéma de l'enchaînement de 12 quintes et de 7 octaves.

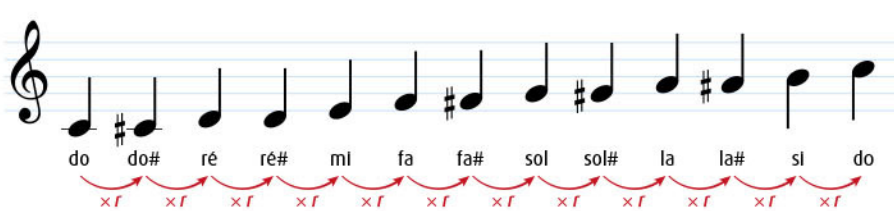
QUESTIONS

1. Déterminez combien de quintes successives il faut parcourir dans l'enchaînement pour aller du premier Fa au La#.
2. Repérez l'octave qui va contenir la gamme, puis déterminez combien d'octaves il faut redescendre pour ramener le La# à l'intérieur de la gamme.
3. Grâce aux résultats précédents, justifiez que $f = f_0 \cdot (3^{11}/2^{17})$, puis calculez f.

7 Calculer, raisonner et rédiger

La justesse de la gamme tempérée

Soit $f_0 = 261{,}6$ Hz la fréquence fondamentale du premier Do de la gamme.
Un intervalle de rapport r est appelé demi-ton.



DOC 1 La gamme tempérée du Do.

QUESTIONS

1. Déterminez le nombre de demi-tons entre Do et Sol.
2. Après avoir rappelé la valeur de r, justifiez alors que la fréquence fondamentale du sol est : $f = f_0 \cdot 2^{7/12}$.
3. Sachant que Do-Sol est une quinte juste, expliquez l'affirmation suivante : « Dans la gamme tempérée, chaque intervalle est parfaitement équivalent où qu'on le joue, mais au prix que tous les intervalles sont très légèrement faux comparés à ceux de la gamme pythagoricienne ».

ÇA VOUS CONCERNE !

Histoire

Un groupe de jazz dans les années 1920.

L'emploi des dissonances

Richard Wagner (1813-1883) est l'un des premiers compositeurs à remettre en cause le système consonant. Il exprime, dans *Tristan et Isolde*, une volonté de ne pas résoudre ses dissonances en consonances, laissant en suspens les auditeurs sur des conclusions sonores inhabituelles. Le jazz va ensuite grandement contribuer à faire accepter les dissonances, sans lesquelles il n'aurait pas cette couleur musicale particulière. Les dissonances permettent aussi aux jazzmen d'être plus libres et de créer leur propre univers. La musique moderne leur fait également la part belle. Le compositeur moderne Charles Ives (1874-1954), connu pour ses morceaux dissonants, disait : « *J'écris ma musique pour renforcer les muscles des oreilles, de l'esprit, et peut-être de l'âme.* » Ces sons inhabituels peuvent en effet être interprétés comme exprimant des émotions complexes : un mélange de suspense et d'espoir, ou de mélancolie et d'exubérance par exemple.

Menez l'enquête
Déterminez les intervalles dissonants fréquemment utilisés chez Wagner, dans le jazz ou dans la musique moderne.

Pour en savoir plus Vidéo du quotidien *The New York Times*.

Culture

Le mode d'une musique

Pourquoi réussit-t-on à différencier les musiques traditionnelles de différents pays ou continents ? D'abord, parce qu'elles sont produites par des instruments différents, mais également parce qu'elles n'emploient pas les mêmes gammes. On parle dans ce cas, plutôt de mode que de gamme. Dans la musique orientale par exemple, on utilise des modes spécifiques appelées *maqams* qui font intervenir des intervalles plus petits que dans la musique occidentale, et donc des notes supplémentaires.

La musique japonaise est fondée sur des modes à cinq notes plutôt qu'à sept comme dans la gamme diatonique utilisée en Occident. Ainsi, chaque culture a créé ses propres codes, donnant naissance à une multitude d'univers musicaux.

Pour en savoir plus Vidéo du pianiste Jean-François Zygel

Le biwa, un instrument de musique traditionnel japonais.

Scène du *Salon de musique*, un film indien avec de nombreuses séquences de musique classique hindoustanie.

Menez l'enquête
Trouvez des musiciens qui ont inventé des modes et décrivez ces modes.