

Allgemeine Informationen: Dieses Aufgabenblatt enthält schriftliche und/oder Programmieraufgaben. Bitte kombinieren Sie alle Lösungen zu den schriftlichen Aufgaben zu einem einzelnen PDF Dokument, welches Sie nach folgendem Schema benennen: `{lastname}-written.pdf`. Sie können Ihre Lösungen auch scannen oder fotografieren. Achten Sie in diesem Fall auf die Lesbarkeit. Es werden JPEG/PNG Bilddateien akzeptiert welche wie folgt benannt werden müssen: `{exercisenummer}-{lastname}-written.{jpeg/png}`. Stellen Sie sicher, dass alle Rechenschritte nachvollziehbar sind und kombinieren Sie nicht zu viele kleine Schritte zu einem einzelnen. Die Programmieraufgaben müssen in *Julia* gelöst sein und Ihr Quellcode sollte nach folgendem Schema benannt sein: `{exercisenummer}-{lastname}.jl`.

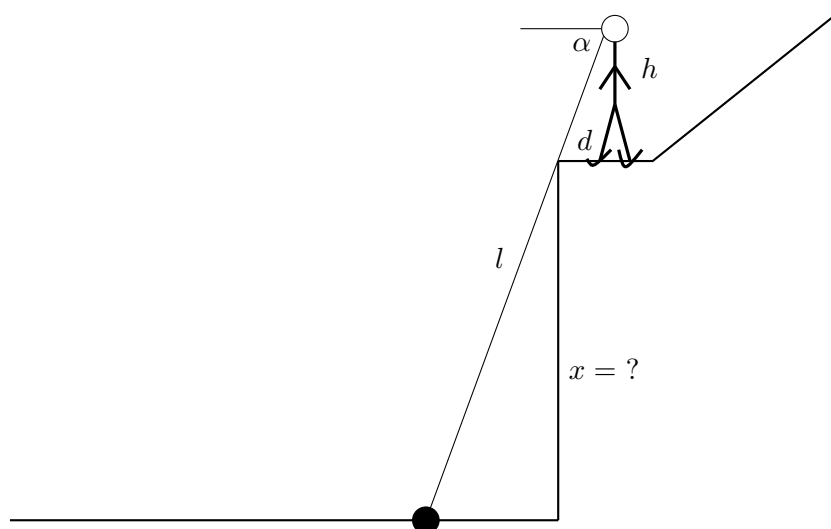
- (1) (1 Punkt) Bestimmen Sie Definitions- und Bildbereich und die Eigenschaften der folgenden Funktionen:

- a) $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$
- b) $f(x) = x^3 - 4x^2$
- c) $f(x) = x^4 - 4x^2$
- d) $f(x) = |x| \cos(x)$
- e) $f(x) = x \log(|x + 1|)$

- (2) (1 Punkt) Lösen Sie folgende Gleichungen in \mathbb{R} :

$$\sin 2x = \sin x, \quad 2xe^x = e^x, \quad 5x^2 - 8 = x^2 - x, \quad \log(x^2 + 1) = 2 \log(3 - x).$$

- (3) (2 Punkte) Berechnen Sie die Höhe eines Drops. Stellen Sie sich vor, dass Sie Skifahrer/Snowboarder sind und eine Klippe runter springen möchten. Dabei sind Sie h Meter groß. Wenn Sie d Meter von der Klippe entfernt sind, sehen Sie einen Stein l Meter von Ihnen entfernt unter einem Winkel α . Prüfen Sie die Lösung auf $\alpha = 63.43^\circ$, $l = 10 \text{ m}$, $h = 2 \text{ m}$, $d = 1 \text{ m}$.



(4) (1 Punkt) Die folgenden Funktionen sind gegeben:

$$f(x) = 3x^2 - x - 7 \quad (1)$$

$$f(x) = \left(\frac{7}{5}\right)^x - \frac{1}{2}x^3 \quad (2)$$

$$f(x) = 3\sin(x) + \cos(10x)\frac{1}{3}\sin(x) \quad (3)$$

$$f(x) = \left| \left| |x| - 1 \right| - 1 \right| \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad (5)$$

$$f(x) = \log|x - 1| \quad (6)$$

Implementieren Sie die Methode `plot_function(fct, x_min, x_max, step_size)` so, dass sie zur Visualisierung der Funktionen verwendet werden kann. Wählen Sie den x-Bereich gut aus. Bestimmen Sie die Eigenschaften (Definitions-
menge, Monotonie, Steigen, Sinken der Funktion, Unstetigkeiten,...) der gegebenen Funktionen.

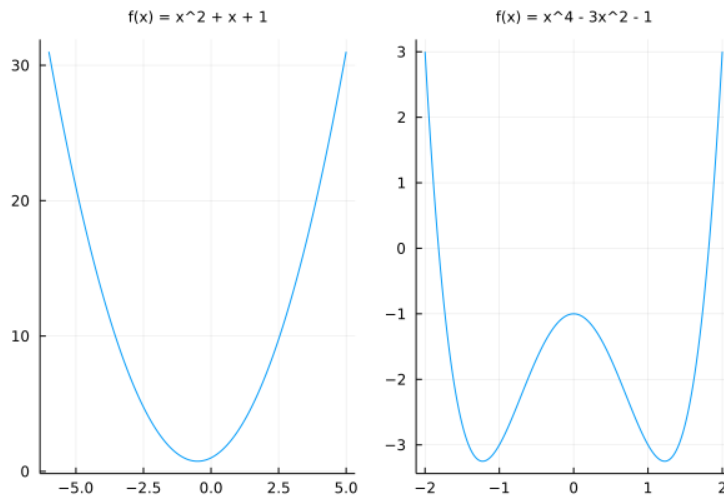


Abbildung 1: Plots von Beispielfunktionen.

(5) (2 Punkte) Finden Sie die Fehler in folgenden Beweisen:

a) (1 Punkt)

$$\begin{aligned} -1 &= (-1)^1 \\ &= (-1)^{\frac{2}{2}} \\ &= ((-1)^{\frac{2}{1}})^{\frac{1}{2}} \\ &= (1)^{\frac{1}{2}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

b) (0.5 Punkte)

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}x &= \frac{d}{dx}(\underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{x \text{ mal}}) \\ &= (0 + 0 + \dots + 0) \\ &= 0\end{aligned}$$

c) (0.5 Punkte)

$$\begin{aligned}a &= b \\ a^2 &= ab \\ a^2 - b^2 &= ab - b^2 \\ (a + b)(a - b) &= b(a - b) \\ a + b &= b \\ 2b &= b \\ 2 &= 1\end{aligned}$$