

**Allgemeine Informationen:** Dieses Aufgabenblatt enthält schriftliche und/oder Programmieraufgaben. Bitte kombinieren Sie alle Lösungen zu den schriftlichen Aufgaben zu einem einzelnen PDF Dokument, welches Sie nach folgendem Schema benennen: `{lastname}-written.pdf`. Sie können Ihre Lösungen auch scannen oder fotografieren. Achten Sie in diesem Fall auf die Lesbarkeit. Es werden JPEG/PNG Bilddateien akzeptiert welche wie folgt benannt werden müssen: `{exercisenummer}-{lastname}-written.{jpeg/png}`. Stellen Sie sicher, dass alle Rechenschritte nachvollziehbar sind und kombinieren Sie nicht zu viele kleine Schritte zu einem einzelnen. Die Programmieraufgaben müssen in *Julia* gelöst sein und Ihr Quellcode sollte nach folgendem Schema benannt sein: `{exercisenummer}-{lastname}.jl`.

**Hinweis:** Für diesen Übungszettel könnte es besonders hilfreich sein nochmals einen Blick in die interaktiven Übungen zu werfen.

- (1) (2 Punkte) Angenommen  $f$  ist proportional zu  $g$ . Für eine Konstante  $k$  gilt, dass  $f = kg$ . Konstante  $k$  wird Proportionalitätskonstante genannt. Die Geschwindigkeit, mit der die Konzentration eines Medikaments im Blut eines Patienten abnimmt, ist proportional zur Konzentration, doch die Proportionalitätskonstante ist unbekannt. Die Blutkonzentration wird zweimal gemessen: beim ersten Mal beträgt sie 8 mM direkt nach der Injektion, beim zweiten Mal 5,5 mM vier Stunden später. Folgende Differentialgleichung  $\frac{dy}{dt} = -ky$  beschreibt die Konzentration des Medikaments im Blut. Bestimmen Sie die Proportionalitätskonstante anhand der gegebenen Informationen. Bestimmen Sie die Konzentration 24 Stunden nach der Injektion.
- (2) (2 Punkte)
- a) (0.5 Punkte) Gegeben sei die Funktion

$$y(x) = e^{3x}.$$

Ist diese Funktion eine Lösung der folgenden Differentialgleichung?

$$-y'' + 2y' = 3y$$

- b) (0.5 Punkte) Zeigen Sie, dass die Funktion

$$y = x \cos(\ln |x|)$$

eine Lösung der folgenden Differentialgleichung ist

$$x^2 y'' - xy' + 2y = 0$$

- c) (1 Punkt) Zeigen Sie, dass die Funktion

$$y(x) = x^3(C + \ln |x|)$$

eine Lösung der folgenden Differentialgleichung ist

$$xy' - 3y = x^3.$$

Finden sie die partikuläre Lösung für folgenden Anfangswert

$$y(1) = 12$$

- (3) (1 Punkt) Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y' = \frac{x + e^{2x}}{y}.$$

Berechnen Sie eine allgemeine Lösung der Gleichung durch Trennung der Variablen.

- (4) (2 Punkte) Die Wellengleichung in einer Dimension  $u_{tt} = c^2 u_{xx}$  beschreibt die Vibration einer Saite mit Abhängigkeiten für Position ( $x$ ) und Zeit ( $t$ ) und den Anfangsbedingungen

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= f(x) && \text{(initiale Verschiebung)} \\ u_t(x, 0) &= g(x) && \text{(initiale Geschwindigkeit)} \end{aligned}$$

für  $-\infty < x < \infty, t > 0$ . Eine allgemeine Lösung der 1D Wellengleichung ist gegeben durch d'Alembert

$$u(x, t) = \frac{1}{2}[f(x + ct) + f(x - ct)] + \frac{1}{2c} \int_{x-ct}^{x+ct} g(s) ds.$$

Lösen Sie die Wellengleichung für

$$c = 1, \quad u(x, 0) = 5 \sin(x), \quad u_t(x, 0) = \frac{1}{5} \cos(x).$$