

1 Derivación en varias variables

```
[1]: import numpy as np
import sympy as sp
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib import cm

# Gráficos separados en novas ventás
%matplotlib qt

# Gráficos incrustados neste documento
%matplotlib inline
```

1.1 Gradiente dunha función

```
[2]: x, y, z = sp.symbols('x y z', real=True)
# Definimos a función
f_xyz = sp.Matrix([x*y**2*z**3])
# Calculamos o seu gradiente
gradiente = f_xyz.jacobian([x,y,z])

print("A función é:")
display(f_xyz)
print("O seu gradiente é")
display(gradiente)
print("Avaliado en (x,y,z)=(1,1,1) é:")
display(gradiente.subs({x:1,y:1,z:1}))

# Calculamos a derivada direccional
dfv = gradiente.subs({x:1,y:1,z:1})@np.array([-1,0,2]).transpose() # O comando @
→realiza o produto de matrices
print('A derivada direccional de f en (x,y,z)=(1,1,1) respecto a v=(-1,0,2) é:
→',dfv[0])
```

A función é:

$$[xy^2z^3]$$

O seu gradiente é

$$[y^2z^3 \quad 2xyz^3 \quad 3xy^2z^2]$$

Avaliado en $(x,y,z)=(1,1,1)$ é:

$$[1 \quad 2 \quad 3]$$

A derivada direccional de f en $(x,y,z)=(1,1,1)$ respecto a $v=(-1,0,2)$ é: 5

1.2 Jacobiana dunha función

```
[3]: # Definimos a función
f2_xyz = sp.Matrix([x*y*z, sp.sin(x*y) + z])
# Calculamos a súa jacobiana
jacobiana = f2_xyz.jacobian([x,y,z])

print("A función é:")
display(f2_xyz)
print("O súa jacobiana é")
display(jacobiana)
print("Avaliada en (x,y,z)=(0,1,2) é:")
display(jacobiana.subs({x:0,y:1,z:2}))
```

A función é:

$$\begin{bmatrix} xyz \\ z + \sin(xy) \end{bmatrix}$$

O súa jacobiana é

$$\begin{bmatrix} yz & xz & xy \\ y \cos(xy) & x \cos(xy) & 1 \end{bmatrix}$$

Avaliada en $(x,y,z)=(0,1,2)$ é:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1.3 Hessiana dunha función

```
[4]: # Definimos a función
f_xy = sp.Lambda((x,y), x*(y+sp.exp(y)))
# Calculamos a súa hessiana
hessiana = sp.hessian(f_xy(x,y), (x,y))

print("A función é:")
display(f_xy)
print("O súa hessiana é")
display(hessiana)
print("Avaliada en (x,y)=(0,1) é:")
display(hessiana.subs({x:0,y:1}))
```

A función é:

$$((x, y) \mapsto x(y + e^y))$$

O súa hessiana é

$$\begin{bmatrix} 0 & e^y + 1 \\ e^y + 1 & xe^y \end{bmatrix}$$

Avaliada em $(x,y)=(0,1)$ é:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1+e \\ 1+e & 0 \end{bmatrix}$$

[]: