ACADEMIA

ADUNI

ANUAL SAN MARCOS

60 Años

www.aduni.edu.pe

ACADEMIA ADUNI

ANUAL SAN MARCOS

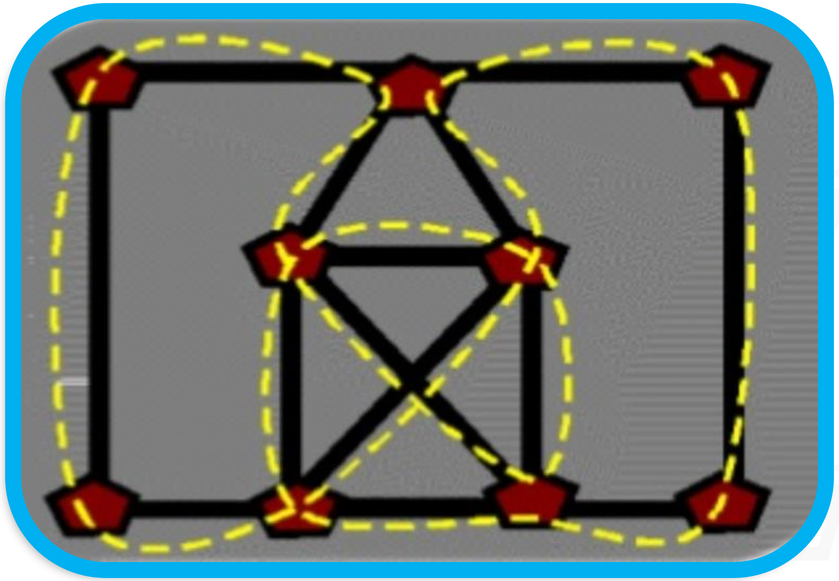
60 Años

Razonamiento Matemático

Rutas y trayectorias

OBJETIVOS

- Comprender el concepto de caminos o rutas.
- Interpretar y comprender los diferentes gráficos.
- Aplicar correctamente los principios y técnicas de conteo .



RUTAS Y TRAYECTORIAS

- Problemas con rutas establecidas

  (Grafos dirigidos)

- Problemas con rutas no establecidas

  (Grafos no dirigidos)

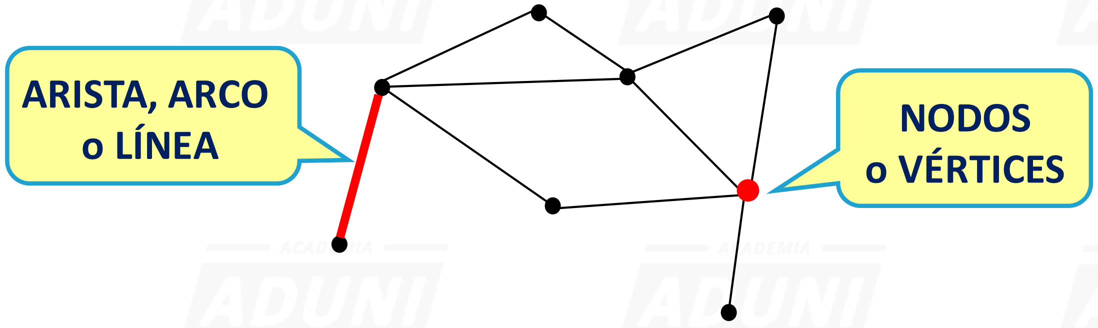
Rutas y trayectorias

Los problemas en este tema consisten en conocer el número de caminos o rutas que existen desde un punto inicial a otro punto final bajo determinadas condiciones.

NOCIONES PREVIAS

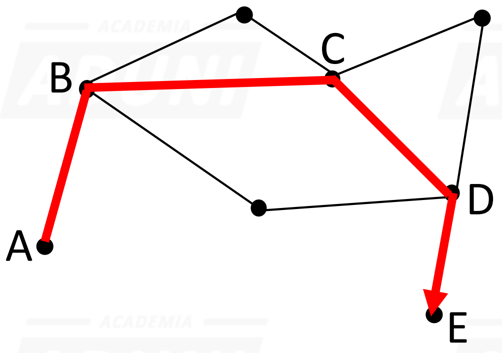
Grafo

Diagrama que esta compuesto por un conjunto de nodos o vértices conectados mediante arcos o aristas.



Camino o ruta

Es una sucesión de aristas que van de un vértice a otro vértice.



Se observa el camino: **ABCDE**

Tramo

Cada una de las partes en la que se divide un camino.

Ejemplo: en el camino **ABCD** se observa el tramo **CD.**

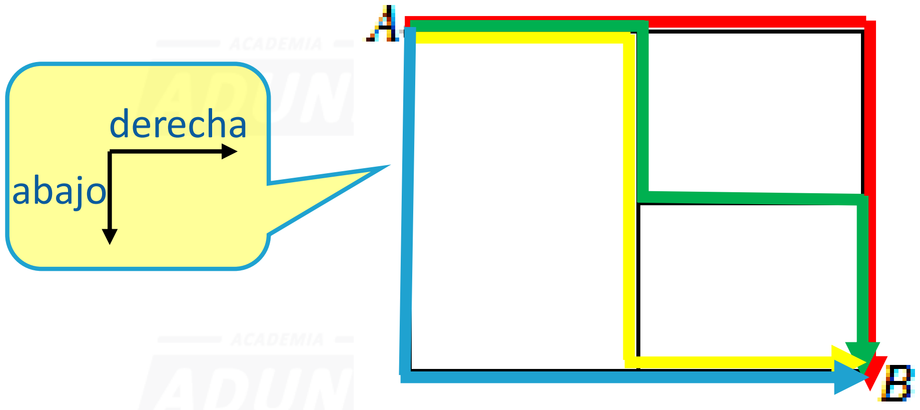
Problemas con rutas establecidas

(Grafos dirigidos)

Debemos seguir la dirección determinada en las condiciones del problema.

Por ejemplo:

Una hormiga se encuentra en A y su alimento en B, si sólo se debe ir en la dirección que indican las flechas. ¿Cuántos caminos hay de A hacia B?



$\therefore$ *Nº de caminos de A hacia B es 4*

Tener en cuenta que:

En la resolución de los problemas con grafos dirigidos para realizar el conteo de la cantidad de caminos o rutas de forma practica se utilizara por lo general los siguientes principios del conteo:

- **PRINCIPIO DE ADICIÓN**
- **PRINCIPIO DE MULTIPLICACIÓN**

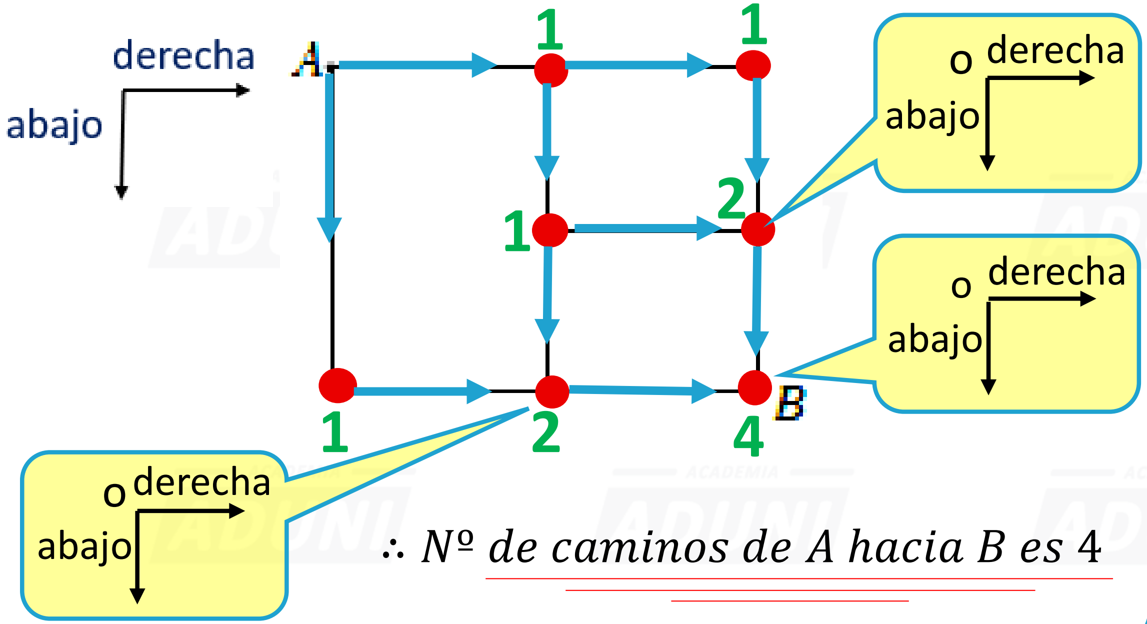
Nota:
En algunos problemas será necesario el uso de ambos criterios.

APLICANDO EL PRINCIPIO DE ADICIÓN

Se suman, cuando o bien se va por un camino o bien se va por el otro; es decir no por ambos a la vez.

En el ejemplo anterior:

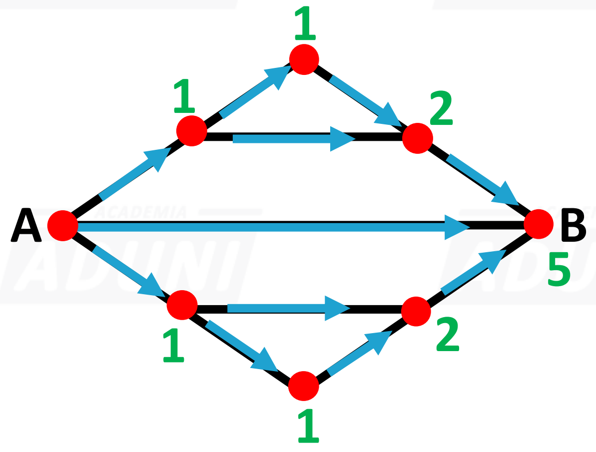
Una hormiga se encuentra en A y su alimento en B, si sólo se debe ir en la dirección que indican las flechas. ¿Cuántos caminos hay de A hacia B?



$\therefore$ *Nº de caminos de A hacia B es* 4

Otro ejemplo:

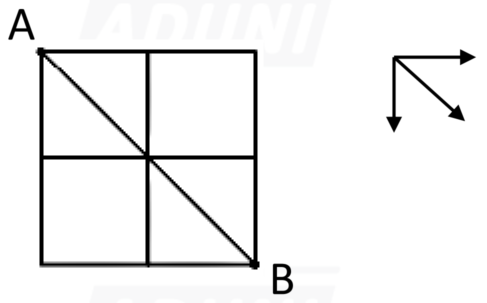
¿Cuántas rutas distintas existen para ir del punto A hasta el punto B, siempre avanzando?



$\therefore$ *Nº de caminos de A hacia B es* 5

Aplicación 1

En la figura, recorriendo solo por los direcciones indicadas. ¿Cuántos caminos llevan de A hacia B si no se permite pasar por un mismo punto mas de una vez?

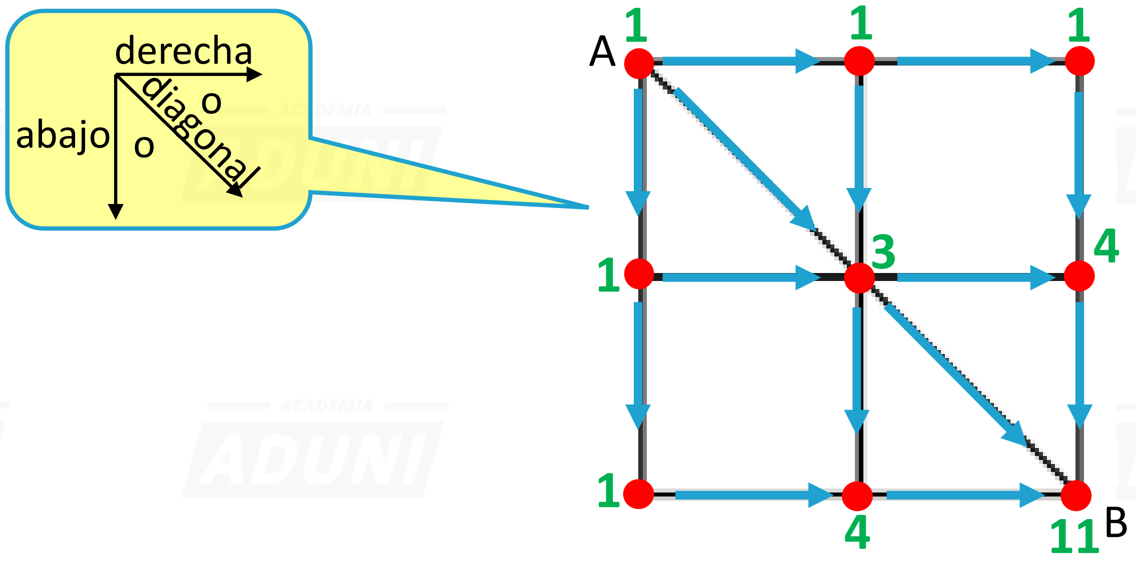


- A) 11
- B) 9
- C) 13
- D) 15

Resolución:

Nos piden el número de caminos que hay de A hacia B

Utilizamos el método aditivo y siguiendo las direcciones indicadas

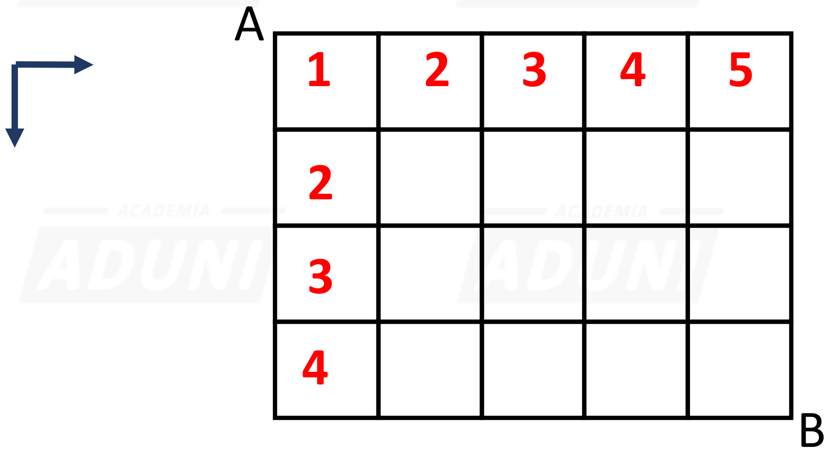


$\therefore$ *Nº de caminos de A hacia B es 11*

IMPORTANTE

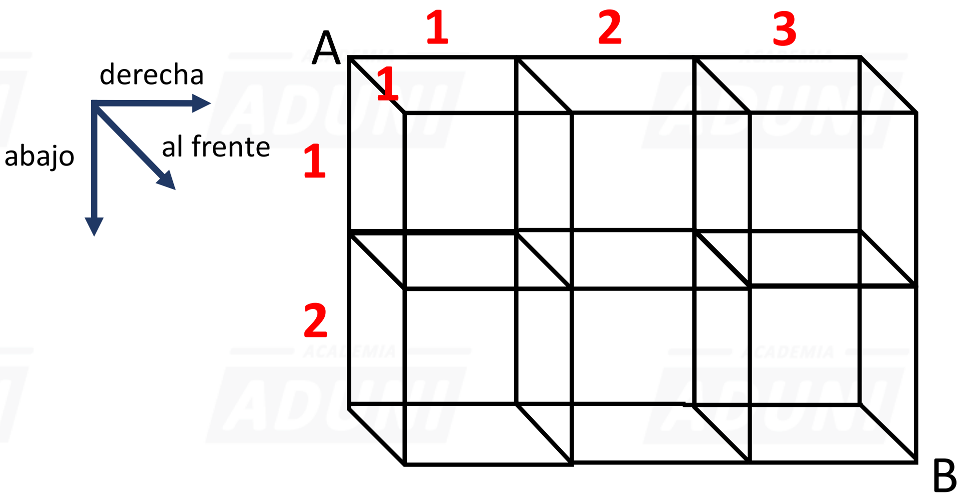
Tener en cuenta los siguientes casos particulares:

¿Cuántas rutas diferentes existen para ir del punto ***A*** *hasta el punto* ***B*** *siguiendo las rutas indicadas?*



$$\therefore\ N^{\underline{o}}\ de\ rutas = \frac{(4+5)!}{4!\times 5!} = 126$$

¿Cuántas rutas diferentes existen para ir del punto ***A*** *hasta el punto* ***B*** *siguiendo las rutas indicadas?*



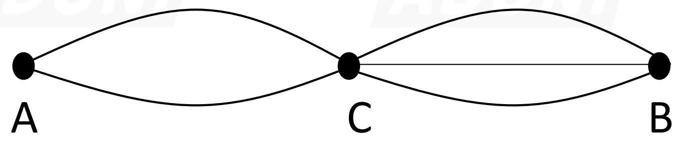
$$\therefore\ N^{\underline{o}}\ de\ rutas = \frac{(\mathbf{1}+\mathbf{2}+\mathbf{3})!}{\mathbf{1}!\times\mathbf{2}!\times\mathbf{3}!} = 60$$

APLICANDO EL PRINCIPIO DE MULTIPLICACIÓN

Se multiplican, cuando para llegar a un camino se debe pasar por un tramo y necesariamente por el otro también.

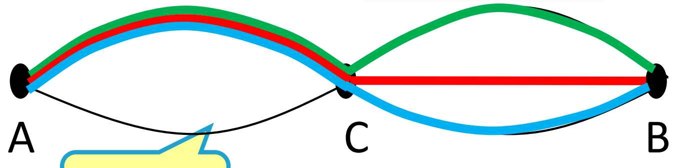
Por ejemplo:

¿De cuántas maneras distintas se puede ir de A hacia B siempre avanzando?



Veamos

arriba — Hay 3 caminos



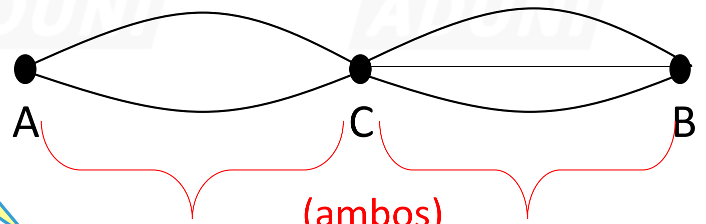
abajo — Hay 3 caminos

$\therefore$ *Nº de caminos de A hacia B es 6*

Del ejemplo :

Observamos que para llegar de A hacia B debemos pasar por C.

Principio de multiplicación



(ambos)

de A a C   y   de C a B

N.º de caminos: **2 formas** $\times$ **3 formas** $= 6$

$\therefore$ *Nº de caminos de A hacia B es 6*

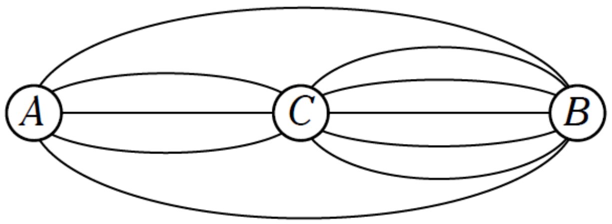
RECUERDA:

Principio de Adición (o <> +)

Principio de Multiplicación (y <> x)

Aplicación 2

¿De cuántas maneras diferentes se podrá ir de *A* hasta *B*, sin retroceder en ningún momento?

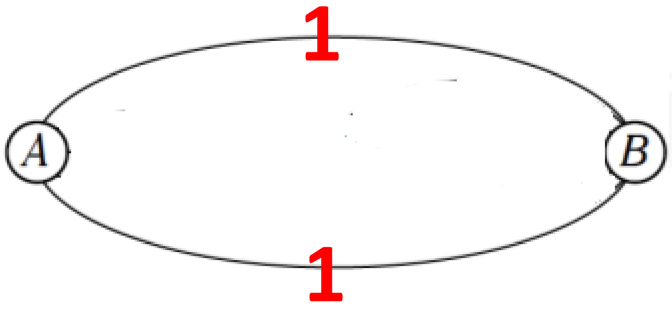


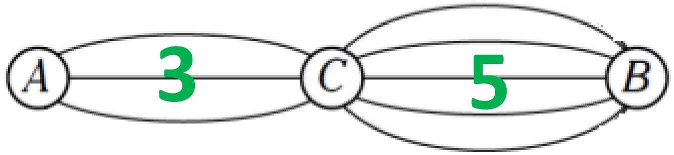
A) 15
B) 16
C) 17
D) 18

Resolución:

Nos piden: El número de caminos que hay de A hacia B

Sin retroceder** es decir **siempre avanzando





Podemos ir: ***POR FUERA*** ***O*** ***POR DENTRO***

AB		AC y CB
2	+	(3 x 5)

$\therefore$ *Nº de caminos de A hacia B es* 17

Problemas con rutas no establecidas

(Grafos no dirigidos)

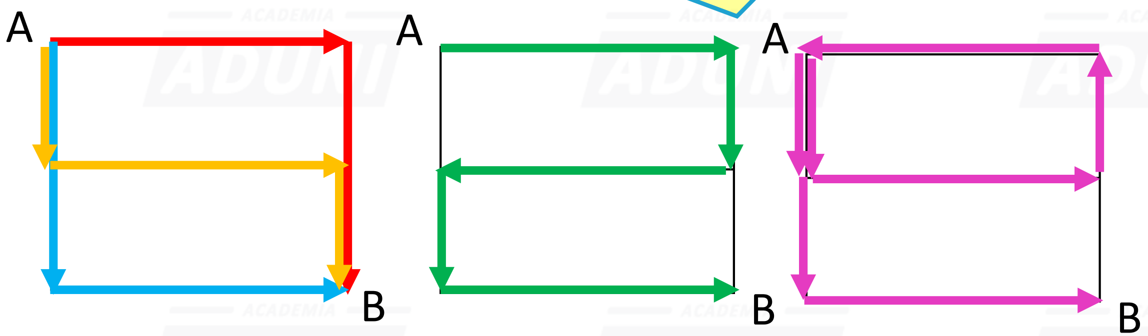
No es necesario seguir una dirección determinada, es posible **retroceder**. Por lo tanto no se puede aplicar en forma directa algún principio.

Por ejemplo:

*En la siguiente figura ¿Cuántos caminos diferentes hay desde **A** hasta **B?***

Empezamos a contar

También se puedes retroceder



Entonces hay muchas formas de ir de A hasta B

Por ello tener en cuenta que:

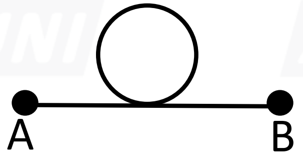
En los problemas de grafos no dirigidos se presentan ciertas condiciones como el de ***no repetir un vértice*** o el ***no repetir algún tramo.***

Por ejemplo:

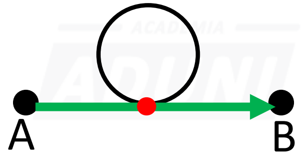
En la siguiente figura ¿Cuántos caminos diferentes hay desde A hasta B?

I. No se puede repetir ningún punto.

II. No se puede repetir tramos en ningún momento.

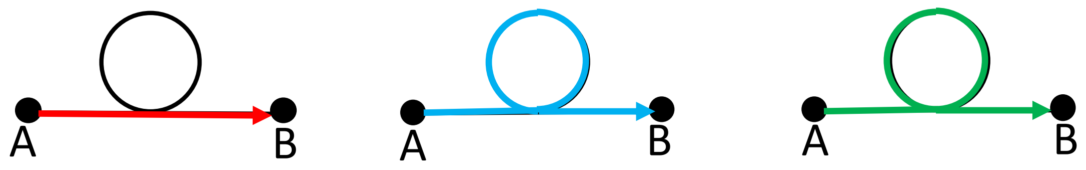


I. No se puede repetir ningún punto



$\therefore$ *Hay un solo camino*

II. No se puede repetir tramos en ningún momento

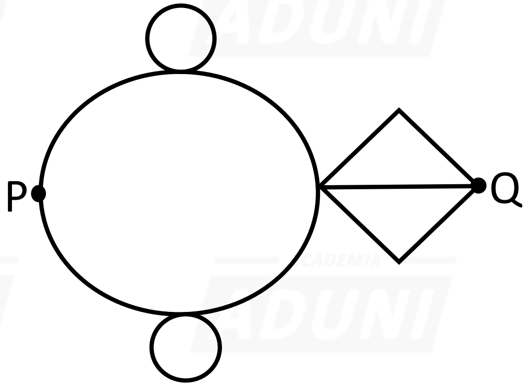


$\therefore$ *Hay tres caminos*

Aplicación 3

¿Cuántos caminos hay de *P* hacia *Q si* no se debe pasar dos veces por el mismo tramo?

A) 15
B) 16
C) 17
D) 18



Resolución:

CONDICIÓN

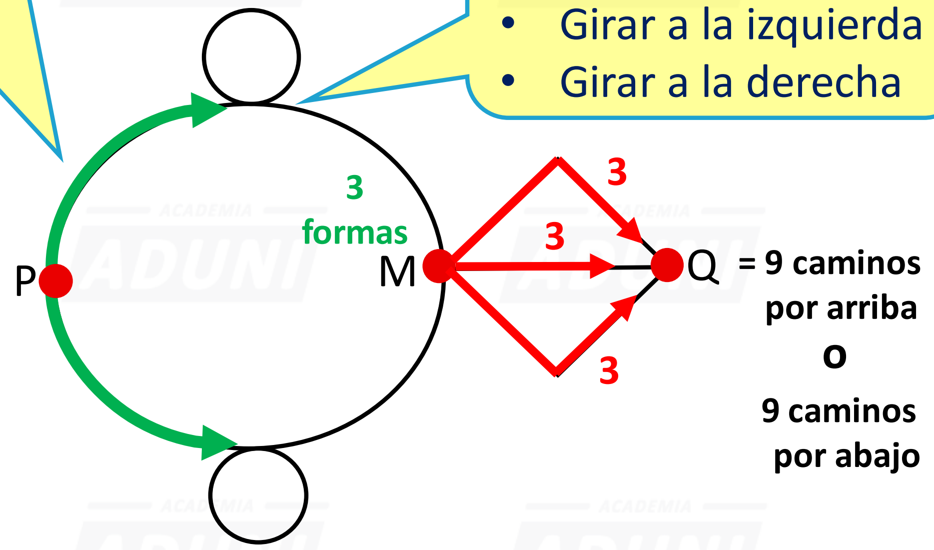
No se debe pasar dos veces por el mismo tramo.

Para ir de P a Q debemos pasar por M entonces

Podemos llegar a M por arriba **o** por abajo

Puedo continuar:

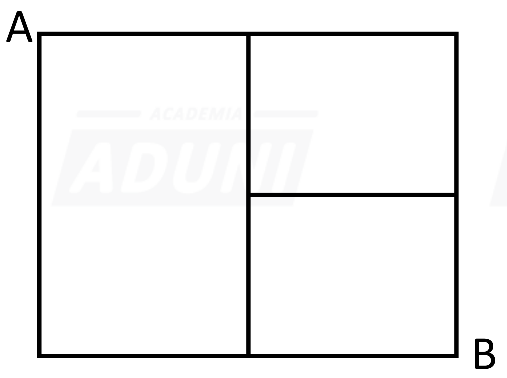
- De frente
- Girar a la izquierda
- Girar a la derecha



$\therefore$ *Hay en total 18 caminos*

Aplicación 3

¿Cuántos caminos hay de *A* hacia *B si* no se debe pasar dos veces por el mismo vértice o punto?



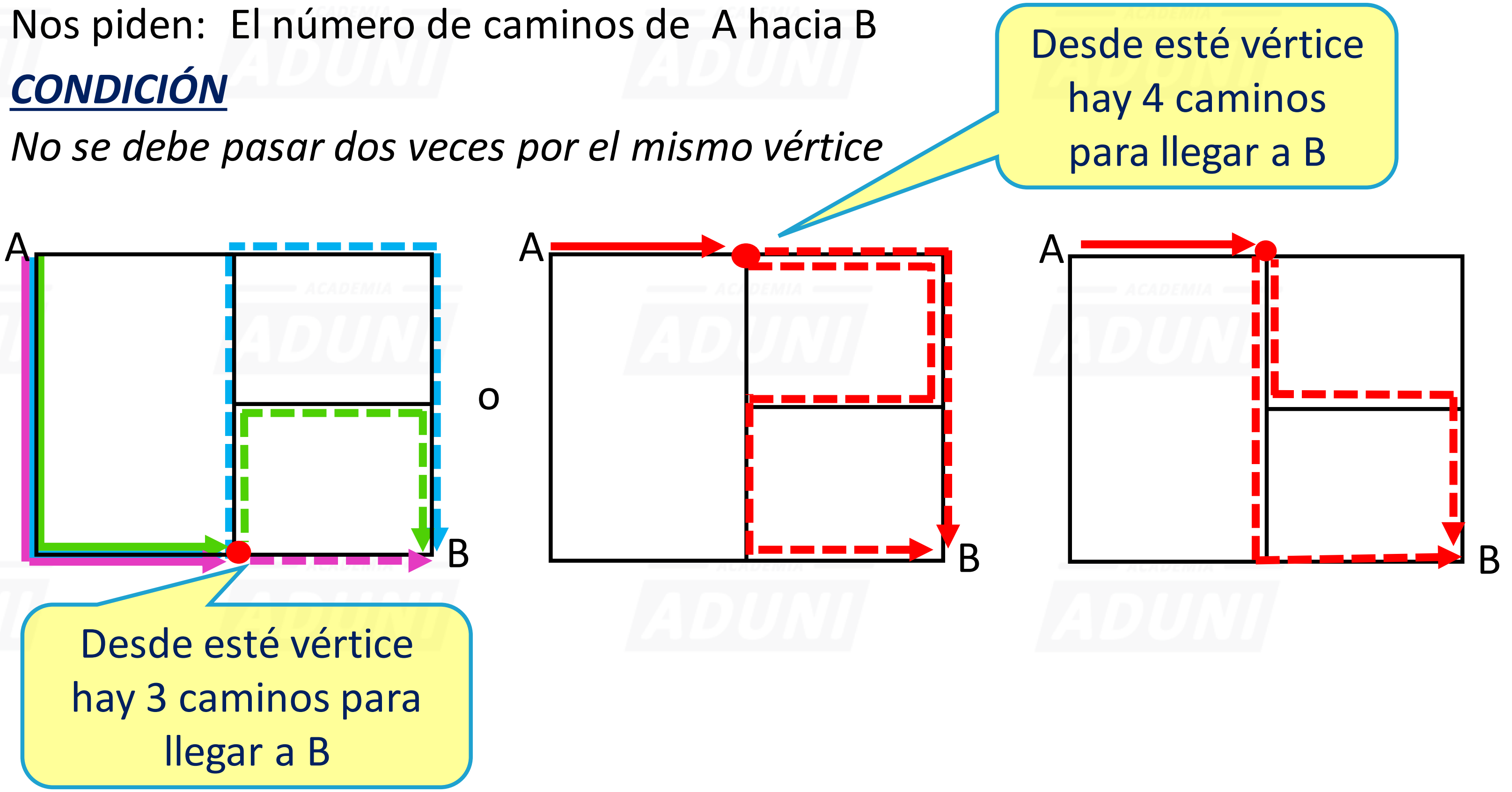
A) 6 B) 8 C) 4 D) 7

Resolución:

Nos piden: El número de caminos de A hacia B

CONDICIÓN

No se debe pasar dos veces por el mismo vértice



$\therefore N^{\underline{o}}$ *de caminos de A hacia B es 7*

ACADEMIA
ADUNI

60 Años

www.aduni.edu.pe