



# ANUAL SAN MARCOS



[www.aduni.edu.pe](http://www.aduni.edu.pe)



# Razonamiento Matemático

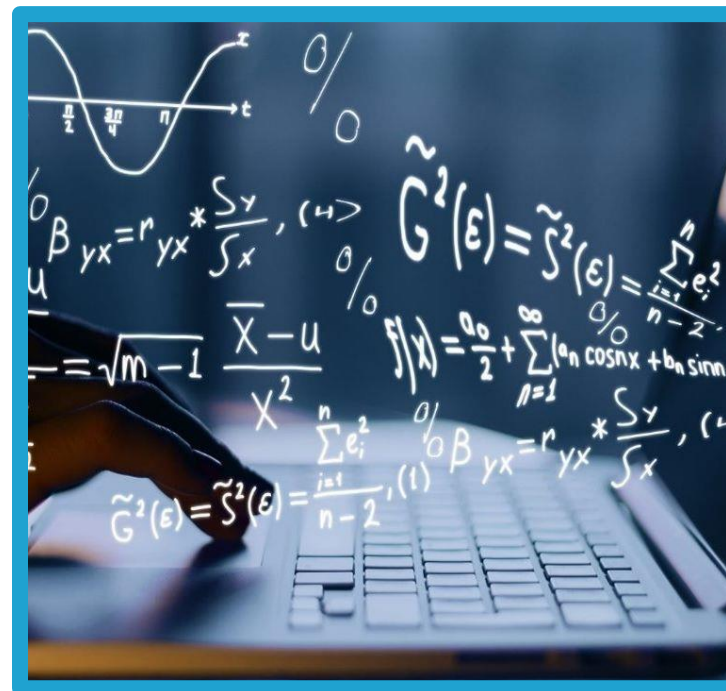
Razonamiento deductivo

[www.aduni.edu.pe](http://www.aduni.edu.pe)

ACADEMIA  
**ADUNI**  
ANUAL  
SAN MARCOS

## OBJETIVO

Lograr a partir de los conocimientos adquiridos deducir formas de abordar la resolución de un problema.



# RAZONAMIENTO DEDUCTIVO

Cifras  
terminales

Multiplicación  
por 9; 99; 999;  
.....

Reconstrucción  
de operaciones  
fundamentales

Problemas  
diversos

## Razonamiento deductivo

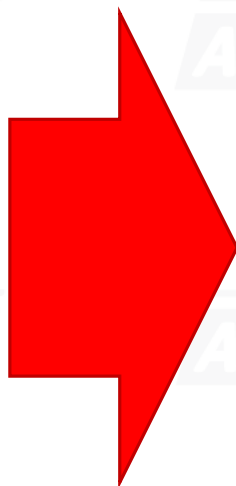
Es aquel razonamiento que parte de un conocimiento general (teorema, ley, principio, propiedad, etc.) para aplicarlos a casos particulares.

### CASO GENERAL

Teorema, ley, principio,  
propiedad, etc.

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$



**Caso 1:**

Simplifique  
 $(2x-1)(2x+1)-4x^2$

**Caso 2 :**

Efectúe  
 $999998 \times 1000002$

**Caso 3 :**

Halle el valor de E:  
 $E = \sqrt[4]{(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1) + 1}$

⋮

**CASOS PARTICULARES**

## Cifras terminales

En muchos problemas es necesario conocer la última cifra al efectuar algunas operaciones.

**Para ello tener en cuenta:**

**Para números que terminan en 0, 1, 5 y 6**

Si  $n \in \mathbb{Z}^+$

$$(\dots 0)^n = \dots 0$$

$$(\dots 1)^n = \dots 1$$

$$(\dots 5)^n = \dots 5$$

$$(\dots 6)^n = \dots 6$$

En general:

$$\overline{(\dots x)}^n = \overline{\dots x}; n \in \mathbb{Z}^+$$

para  $x: 0; 1; 5 \text{ y } 6$

**Por ejemplo:**

*Halle la última cifra del resultado de A.*

$$A = 2021^{201} + 2025^{202} + 2026^{203}$$

$$A = \underbrace{2021^{201}}_{\dots 1} + \underbrace{2025^{202}}_{\dots 5} + \underbrace{2026^{203}}_{\dots 6}$$

$$A = \dots 1 + \dots 5 + \dots 6$$

$$\begin{array}{r} \dots 1 + \\ \dots 5 \\ \dots 6 \\ \hline \dots 2 \end{array}$$

$$A = \dots 2$$

$\therefore$  La última cifra de A es 2.

### Para números que terminan en 4 y 9

$$(4)^1 = 4$$

En general:

$$(4)^2 = 16$$

$$(4)^3 = 64$$

$$(4)^4 = 256$$

$$(\dots 4)^{(N^{\circ} \text{ IMPAR})} = \dots 4$$

$$(\dots 4)^{(N^{\circ} \text{ PAR})} = \dots 6$$

$$(9)^1 = 9$$

En general:

$$(9)^2 = 81$$

$$(9)^3 = 729$$

$$(9)^4 = 6261$$

$$(\dots 9)^{(N^{\circ} \text{ IMPAR})} = \dots 9$$

$$(\dots 9)^{(N^{\circ} \text{ PAR})} = \dots 1$$

Por ejemplo:

Halle la última cifra del resultado de A.

$$A = 2014^{423} + 2019^{204} + 2024^{722}$$

$$A = 2014^{423} + 2019^{204} + 2024^{722}$$

$$A = (\dots 4)^{(N^{\circ} \text{ impar})} + (\dots 9)^{(N^{\circ} \text{ par})} + (\dots 4)^{(N^{\circ} \text{ par})}$$

$$A = \dots 4 + \dots 1 + \dots 6$$

$$A = \dots 1$$

$\therefore$  La última cifra de A es 1.

**Para números que terminan en 2, 3, 7 y 8**

$$\begin{array}{ll}
 2^1 = \mathbf{2} & 2^5 = \mathbf{32} \\
 2^2 = \mathbf{4} & 2^6 = \mathbf{64} \\
 2^3 = \mathbf{8} & 2^7 = \mathbf{128} \\
 2^4 = \mathbf{16} & 2^8 = \mathbf{256}
 \end{array}$$

*Cada cuatro casos repite la cifra en que termina*

En general

$$\begin{array}{l}
 (\dots 2)^4 = (\dots 6) \\
 (\dots 2)^{4+1} = (\dots 2) \\
 (\dots 2)^{4+2} = (\dots 4) \\
 (\dots 2)^{4+3} = (\dots 8)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 (\dots 3)^4 = (\dots 1) \\
 (\dots 3)^{4+1} = (\dots 3) \\
 (\dots 3)^{4+2} = (\dots 9) \\
 (\dots 3)^{4+3} = (\dots 7)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 (\dots 7)^4 = (\dots 1) \\
 (\dots 7)^{4+1} = (\dots 7) \\
 (\dots 7)^{4+2} = (\dots 9) \\
 (\dots 7)^{4+3} = (\dots 3)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 (\dots 8)^4 = (\dots 6) \\
 (\dots 8)^{4+1} = (\dots 8) \\
 (\dots 8)^{4+2} = (\dots 4) \\
 (\dots 8)^{4+3} = (\dots 2)
 \end{array}$$

**FORMA PRÁCTICA**

*Termina en lo mismo que terminaría  $2^4$*

$$(\dots 2)^4 = \dots$$

*Termina en lo mismo que terminaría  $2^r$*

$$(\dots 2)^{4+r} = \dots$$

**Lo mismo ocurre con la cifra 3; 7 y 8.**

**Por ejemplo:**

*Halle la última cifra del resultado de E.*

$$E = 92^{23} + 13^{60} + 47^{42}$$

$$2^3 = 8$$

$$3^4 = \dots 1$$

$$7^2 = \dots 9$$

$$\begin{array}{l}
 E = (\dots 2)^{(4+3)} + (\dots 3)^{(4)} + (\dots 7)^{(4+2)} \\
 E = \dots 8 + \dots 1 + \dots 9 = \dots 8
 \end{array}$$

$\therefore$  La última cifra de E es 8.



**Aplicación 1**

Si  $(\overline{abc4})^n = \dots 6$

Además  $\underbrace{(999 \dots 99)}_{100 \text{ cifras}}^n = \overline{\dots (x - 5)}$

Calcule el valor de x

- A) 1
- B) 9
- ☒ C) 6
- D) 3

**Resolución:**

Nos piden el valor de x

Del dato:

Debe ser par

$$(\overline{abc4})^{\overbrace{n}^{\text{par}}} = \dots 6 \Rightarrow n = (N^{\circ} \text{ par})$$

Luego:

$$\underbrace{(\overbrace{999 \dots 99}^{100 \text{ cifras}})^{\overbrace{n}^{\text{par}}}}_{\dots 1} = \overline{\dots (x - 5)}$$

$$\dots 1 = \overline{\dots (x - 5)}$$

$$\begin{aligned} x - 5 &= 1 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$\therefore$  El valor de x es 6

$$(\dots 4)^{(N^{\circ} \text{ PAR})} = \dots 6$$

$$(\dots 9)^{(N^{\circ} \text{ PAR})} = \dots 1$$

## Multiplicación por 9; 99; 999; ....

Para cuando multiplicamos un número (N) por otro número que está formado íntegramente por cifras 9 debemos de tener en cuenta:

$$\begin{array}{rcl} 9 & = & 10 - 1 \\ 99 & = & 100 - 1 \\ 999 & = & 1000 - 1 \\ 9999 & = & 10000 - 1 \\ : & & : \end{array}$$

Deduzcamos el procedimiento :

$$24 \times \underline{9} = 24 \times (10 - 1) = \underline{240} - 24 = 216$$

$$24 \times \underline{99} = 24 \times (100 - 1) = \underline{2400} - 24 = 2376$$

$$24 \times \underline{999} = 24 \times (1000 - 1) = \underline{24000} - 24 = 23976$$

En general:

- Al número (N) hay que agregarle a su derecha tantos ceros como cifras 9 hay.
- Al número obtenido se le resta el mismo número (N)

$$N \times \underbrace{999 \dots 99}_{n \text{ cifras}} = N \overbrace{000 \dots 00}^{n \text{ cifras}} - N$$

Por ejemplo:

$$746 \times \underline{9999} = 7459254$$

$$\begin{array}{r} 746\underline{0000} \\ - 746 \\ \hline 7459254 \end{array}$$

## Aplicación 2

Si  $\overline{ABCD} \times (9999) = \dots 3518$

Halle  $A + B + C + D$

- A) 21  
B) 20  
C) 23  
D) 25

## Resolución:

Nos piden el valor de  $A + B + C + D$

Del dato:

$$\overline{ABCD} \times \underbrace{9999} = \dots 3518$$

4 cifras

3518

$9 - A = 3$

$9 - B = 5$

$9 - C = 1$

$10 - D = 8$

	9	9	9	10
A B C D	0	0	0	0
A	6	B	C	D
	6	4	8	2
...	3	5	1	8

$$A = 6 \quad B = 4 \quad C = 8 \quad D = 2$$

$\therefore$  El valor de  $A + B + C + D = 6 + 4 + 8 + 2 = 20$ .

## Reconstrucción de operaciones fundamentales

### Criterios de paridad

$$(N^{\circ} \text{ impar}) + (N^{\circ} \text{ impar}) = (N^{\circ} \text{ par})$$

$$(N^{\circ} \text{ par}) + (N^{\circ} \text{ par}) = (N^{\circ} \text{ par})$$

$$(N^{\circ} \text{ par}) + (N^{\circ} \text{ impar}) = (N^{\circ} \text{ impar})$$

$$(N^{\circ} \text{ impar}) (N^{\circ} \text{ impar}) = (N^{\circ} \text{ impar})$$

$$(N^{\circ} \text{ par}) (N^{\circ} Z^{+}) = (N^{\circ} \text{ par})$$

Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} \overline{AB} \\ \overline{CB} \\ \hline \overline{XY} \end{array} +$$

Si  $B$  y  $Y$  son diferentes de cero

Se deduce:

- $B + B = (N^{\circ} \text{ par})$
- $Y = (N^{\circ} \text{ par})$

$$\begin{array}{r} \overline{ABC} \\ 4 \\ \hline \overline{X7Y} \end{array} \times$$

Se deduce:

- $4 \times C = (N^{\circ} \text{ par})$
- $\underbrace{4 \times B}_{N^{\circ} \text{ par}} + \underbrace{(\text{llevamos})}_{N^{\circ} \text{ impar}} = \underbrace{\dots 7}_{N^{\circ} \text{ impar}}$

## Consideraciones importantes

- A letras distintas no le corresponde necesariamente cifras distintas.
- Un numeral no empieza en cero.

Ejemplo:  $\overline{ABCD}$ , luego  $A \neq 0$

- La suma de dos cifras no puede ser mayor a 18.

$$9 + 9 = 18$$

$$\begin{array}{r} \overline{AB} + \\ \overline{CD} \\ \hline 1 \text{ MN} \end{array}$$

Se deduce:

- $(B+D) \text{ máx.} = 18$
- $(A+C) \text{ máx.} + 1 = 19$

## Observación:

$$\begin{array}{r} \overline{\dots a} + \\ \overline{\dots b} \\ \overline{\dots c} \\ \hline \overline{\dots c} \end{array} \quad \text{Se deduce:} \quad a + b = \dots 0$$

$$\begin{array}{r} \overline{abc} - \\ \overline{cba} \\ \hline m9n \end{array}$$

Se cumple que la cifra de las decenas es 9 además

$$m + n = 9$$

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 841 - \\ 148 \\ \hline 693 \end{array} \quad \begin{array}{r} 572 - \\ 275 \\ \hline 297 \end{array} \quad \begin{array}{r} 423 - \\ 324 \\ \hline 99 \end{array}$$

### Aplicación 3

En la adición dada, se cumple que letras distintas representan cifras diferentes.

$$\begin{array}{r}
 \text{NUEVE} \\
 \text{ONCE} \\
 \hline
 \text{VEINTE}
 \end{array}
 +$$

Si la suma es máxima, ¿cuál es la suma de cifras?

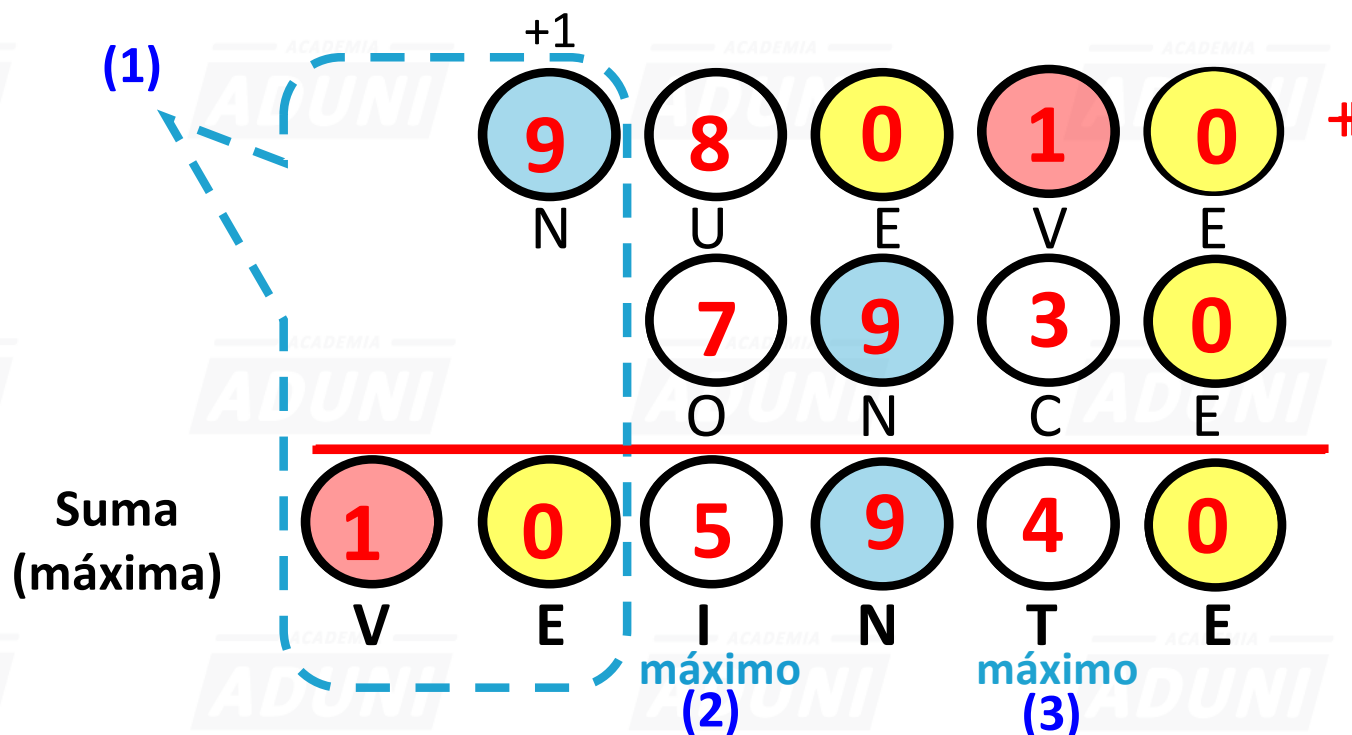
- A) 20
- B) 13
- C) 22
- ☒ D) 19

### Resolución:

Nos piden la suma de cifras del valor de la suma máxima

Cifras: ~~0~~; ~~1~~; 2; 3; 4; ~~5~~; 6; 7; 8; ~~9~~

Suman 15



$$\therefore \text{la suma de cifras de la suma} = 1 + 0 + 5 + 9 + 4 + 0 = 19$$

## Problemas diversos

### Aplicación 4

Calcule el valor de E

$$E = \sqrt[4]{3 \times 5 \times 17 \times 257 + 1}$$

- A) 17
- B) 13
- C) 10
- ☒ D) 16

### Resolución:

Nos piden el valor de E

$$E = \sqrt[4]{3 \times 5 \times 17 \times 257 + 1}$$

$$E = \sqrt[4]{(4-1)(4+1) \times 17 \times 257 + 1}$$

$$E = \sqrt[4]{(4^2-1) \times 17 \times 257 + 1}$$

$$E = \sqrt[4]{(16-1)(16+1) \times 257 + 1}$$

$$E = \sqrt[4]{(16^2-1) \times 257 + 1}$$

$$E = \sqrt[4]{(16^2-1)(16^2+1) + 1}$$

$$E = \sqrt[4]{(16^4-1) + 1} = \sqrt[4]{16^4} = 16$$

$\therefore$  El valor de E es 16

### RECORDAR

Diferencia de Cuadrados

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

**Aplicación 5**

Si  $\underbrace{3 \times 5 \times 7 \times 9 \dots}_{n \text{ factores}} = \sqrt{\dots ab}, n > 40$

Halle  $a + b$ .

- ~~A) 7~~  
B) 6  
C) 8  
D) 2

**Resolución:**

Nos piden el valor de  $a + b$

Del dato:

$$\underbrace{3}_{N.^{\circ} \text{ impar}} \times \underbrace{5 \times 7 \times 9 \times \dots}_{N.^{\circ} \text{ impares}} = \sqrt{\dots ab}$$

$$5 \times (N.^{\circ} \text{ impar}) = \sqrt{\dots ab}$$

$$\dots 5 = \sqrt{\dots ab}$$

$$(\dots 5)^2 = \overline{\dots ab}$$

$$\dots 25 = \overline{\dots ab}$$

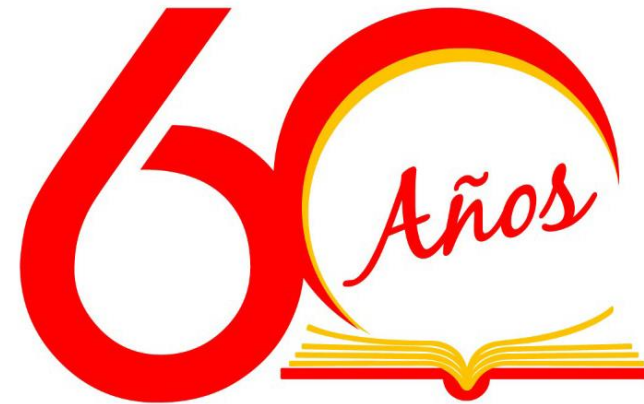
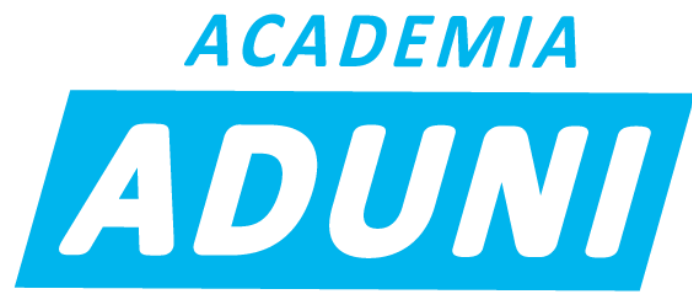
$$a = 2 \quad y \quad b = 5$$

$$\therefore \text{El valor de } a + b = \underline{\underline{2 + 5 = 7}}$$

$$(\dots 5)(N.^{\circ} \text{ impar}) = \dots 5$$

$$(\dots 5)^2 = (\dots 25)$$





*[www.aduni.edu.pe](http://www.aduni.edu.pe)*

