



ANUAL SAN MARCOS



www.aduni.edu.pe



RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

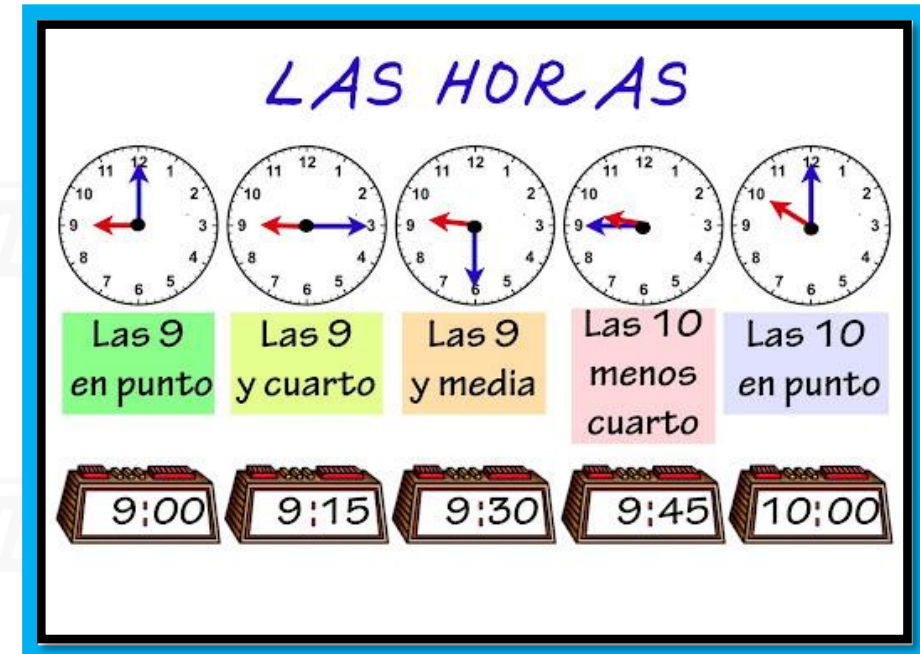
Cronometría III

www.aduni.edu.pe

ACADEMIA
ADUNI
ANUAL
SAN MARCOS

OBJETIVO

- Conocer las relaciones entre las manecillas de un reloj.
- Aplicar dichas relaciones en la resolución de problemas.



CRONOMETRÍA III

Problemas con
manecillas del reloj

Nociones Previas

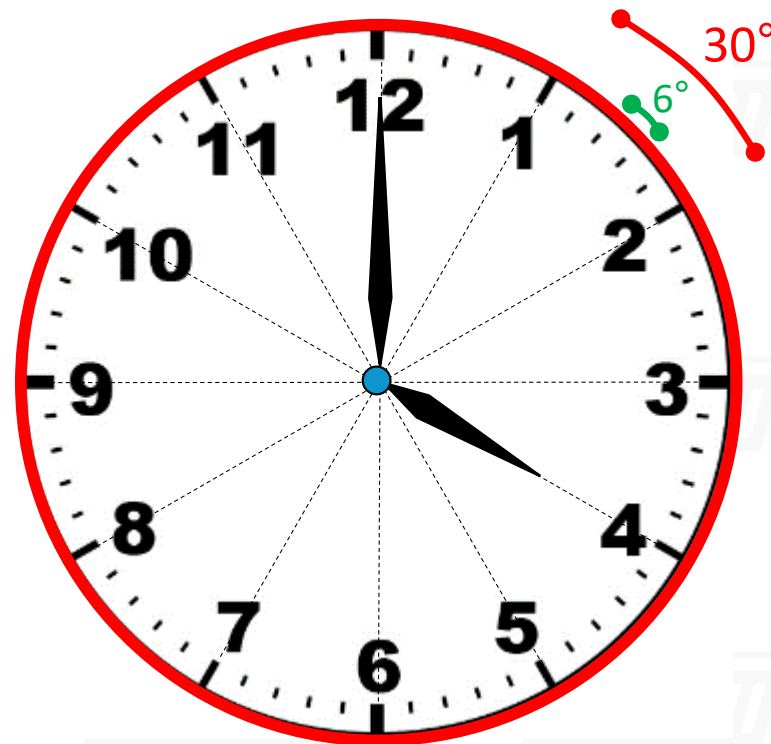
Para empezar a resolver problemas sobre manecillas es necesario tener en cuenta lo siguiente:

- 1.- La circunferencia del reloj representa 360°
- 2.- Tiene 12 marcas horarias \leftrightarrow 12 divisiones mayores
(Cada división mayor mide 30°)
- 3.- Tiene 60 marcas de minutos \leftrightarrow 60 divisiones menores
(Cada división menor mide 6°)

Sobre las manecillas del reloj:

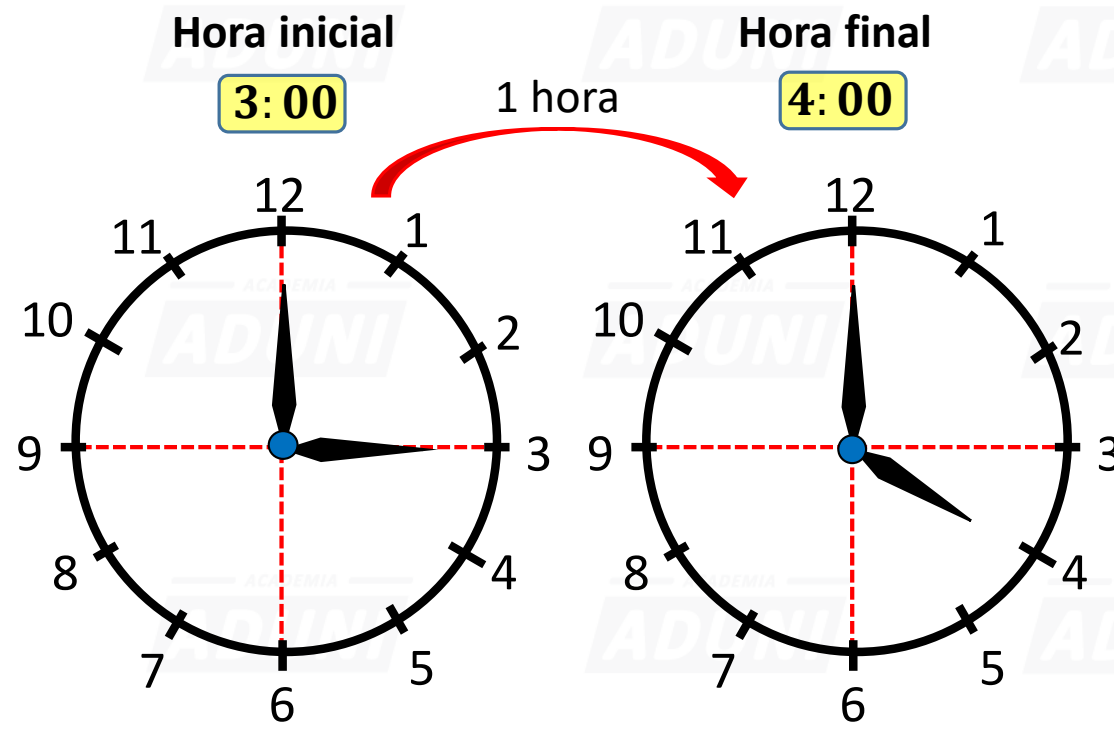
- La mayor: Minutero (marca los minutos)
- La menor: Horario (marca las horas)

1 división menor \leftrightarrow 1 minuto $\leftrightarrow 6^\circ$



Relación entre las manecillas del horario y minutero

Para encontrar la relación existente, analizaremos dos posiciones y observaremos que sucede con el recorrido de las manecillas **horario** y **minutero**.



Tiempo transcurrido	Ángulo barrido por el HORARIO	Ángulo barrido por el MINUTERO
60 min	30°	360°
2 min	1°	12°

$$\frac{\text{Horario}}{\text{Tiempo}} = \frac{1}{2}$$

El tiempo transcurrido en minutos es el doble del valor numérico del ángulo barrido por el horario.

$$\frac{\text{Horario}}{\text{Minutero}} = \frac{1}{12}$$

El ángulo barrido por el minutero es 12 veces el ángulo barrido por el horario.

Practiquemos las relaciones entre las manecillas

$$\frac{\text{Horario}}{\text{Minutero}} = \frac{1}{12}$$

Ejemplo 1:

Si el horario avanza 10° ¿cuántos **grados** avanza el minutero y qué tiempo transcurre en minutos?

$$\frac{\text{Horario}}{\text{Minutero}} = \frac{1(10^\circ)}{12(10^\circ)}$$

Luego el minutero avanza 120°

También sabemos

$$6^\circ \leftrightarrow 1 \text{ minuto}$$

Entonces $120^\circ \leftrightarrow 20 \text{ minutos}$

\therefore El minutero avanza 120° y transcurre 20 minutos

Ejemplo 2:

Si el horario avanza 15° ¿cuántos grados avanza el minutero y qué tiempo transcurre en minutos?

$$\frac{\text{Horario}}{\text{Minutero}} = \frac{1(15^\circ)}{12(15^\circ)}$$

Luego el minutero avanza 180°

También sabemos

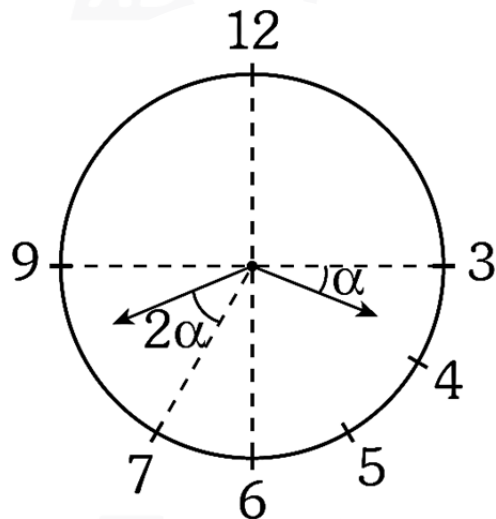
$$6^\circ \leftrightarrow 1 \text{ minuto}$$

Entonces $180^\circ \leftrightarrow 30 \text{ minutos}$

\therefore El minutero avanza 180° y transcurre 30 minutos

Aplicación 1

¿Qué hora indica el reloj mostrado?



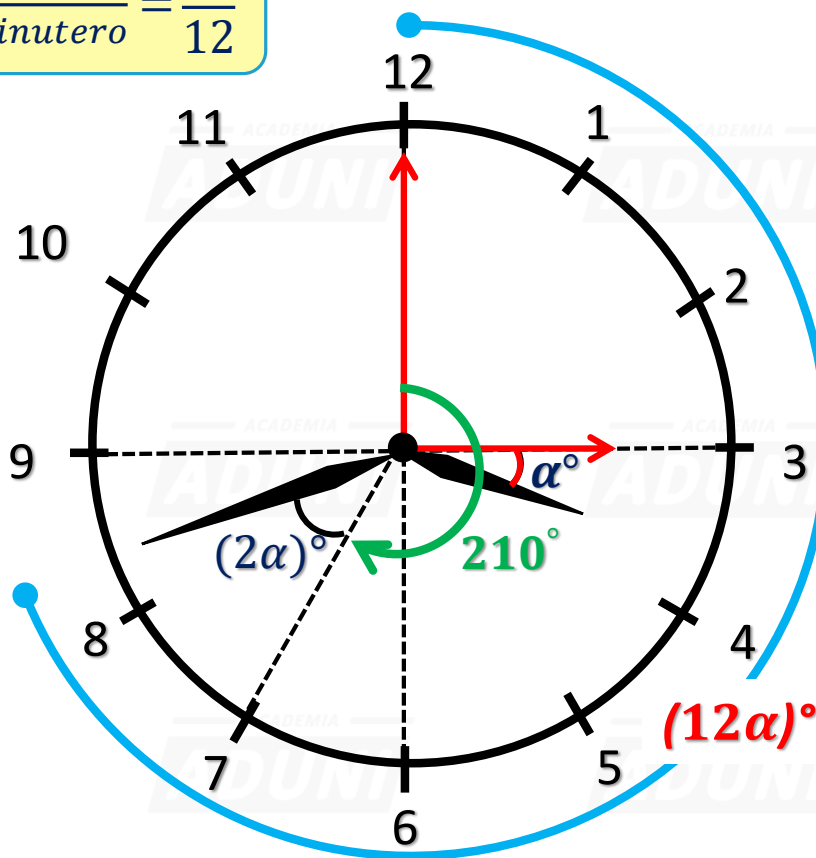
- A) 3 h 44 min
 B) 3 h 43 min
 C) 3 h 42 min
 D) 3 h 41 min

UNMSM 2019-I

Resolución:

Nos piden la hora que indica el reloj.

$$\frac{\text{Horario}}{\text{Minutero}} = \frac{1}{12}$$

**Recuerda:**

El tiempo transcurrido en minutos es el doble del valor numérico del ángulo barrido por el horario.

Hora: $3 : (2\alpha) \text{ min}$

Del gráfico:

$$12\alpha = 210 + (2\alpha)$$

$$10\alpha = 210$$

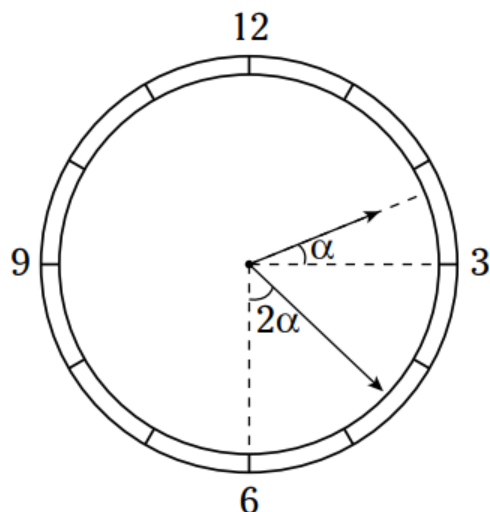
$$\alpha = 21$$

$$2\alpha = 42$$

\therefore La hora es 3h 42 minutos

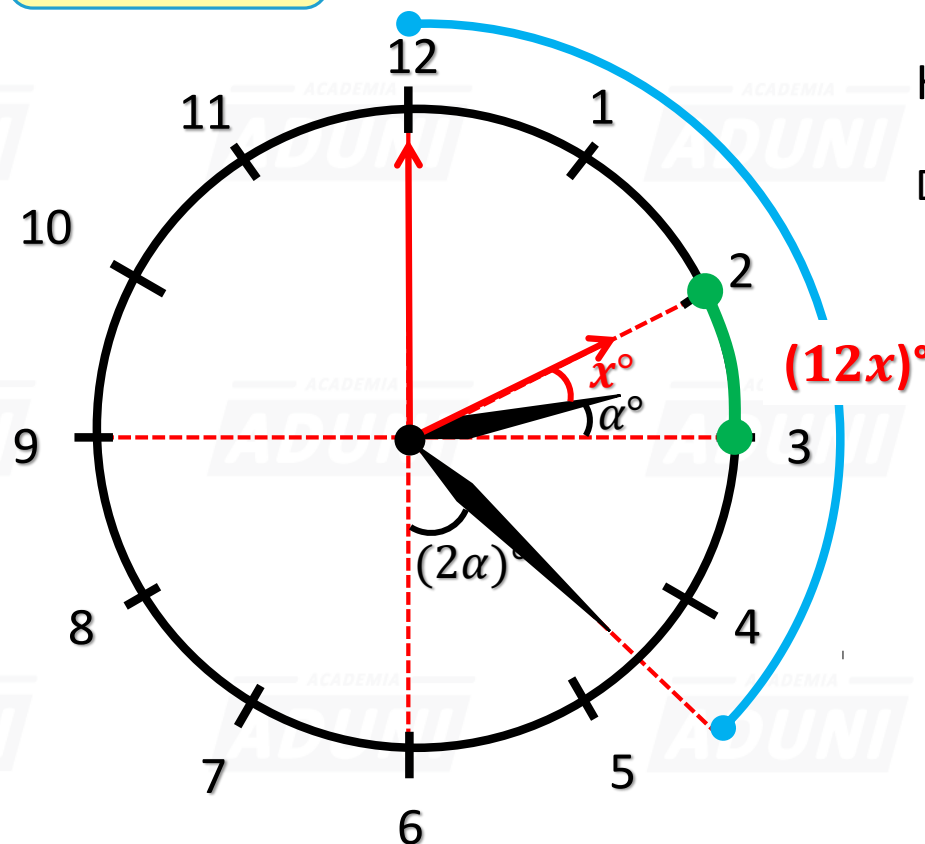
Aplicación 2

En el gráfico mostrado, ¿qué hora indica el reloj?

**Resolución:**

Nos piden la hora que indica el reloj.

$$\frac{\text{Horario}}{\text{Minutero}} = \frac{1}{12}$$

**Recuerda:**

El tiempo transcurrido en minutos es el doble del valor numérico del ángulo barrido por el horario.

Hora: **2 : (2x) min**

Del gráfico:

$$\bullet 12x + (2\alpha) = 180$$

$$6x + \alpha = 90$$

$$\bullet x + \alpha = 30$$

$$5x = 60$$

$$x = 12$$

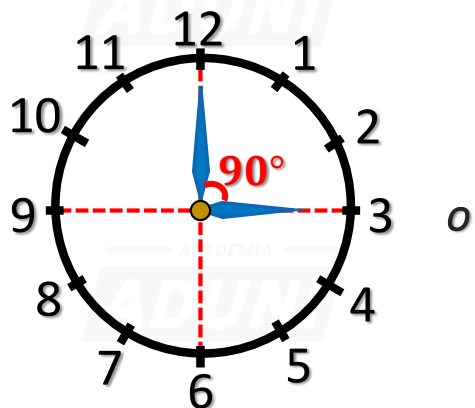
$$2x = 24$$

\therefore La hora es 2h 24 minutos

- ☒ A) 2:24
☐ B) 2:22
☐ C) 2:23
☐ D) 2:26

Ángulo formado por las manecillas del reloj

Busquemos una hora en la que las agujas del reloj forman un ángulo recto (90°)



3:00

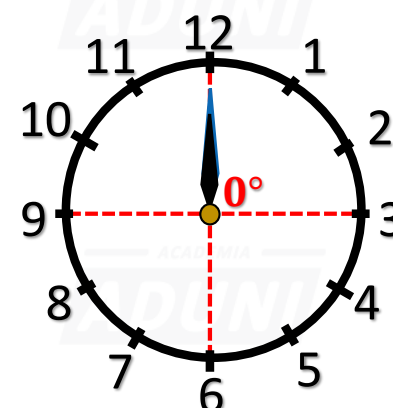


9:00

Busquemos una hora en la que las agujas forman un ángulo llano (180°) y 0°



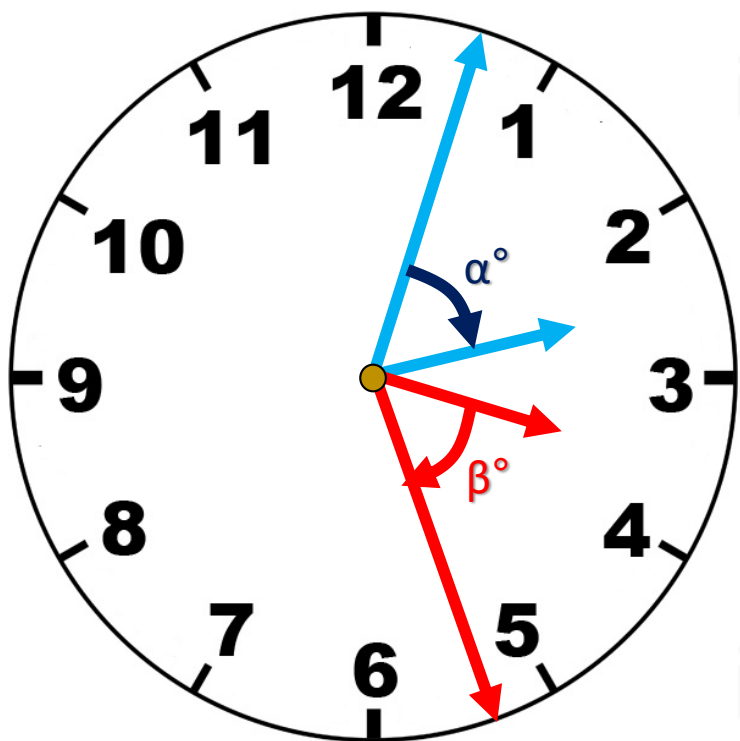
6:00



12:00

Una forma práctica para calcular el ángulo entre las manecillas de un reloj a una hora determinada es:

Hora: H horas M min



Caso 1: Cuando el horario adelanta al minuterero.

$$\alpha^{\circ} = 30H - \frac{11}{2}(M) \quad (\text{Al minuterero le falta } \alpha^{\circ} \text{ para alcanzar al horario})$$

Caso 2: Cuando el minuterero adelanta al horario.

$$\beta^{\circ} = \frac{11}{2}(M) - 30H \quad (\text{Al horario le falta } \beta^{\circ} \text{ para alcanzar al minuterero})$$

OBSERVACIÓN:

En los problemas el horario (H) debe ser un valor menor de 12.

$$0 \leq H < 12$$

Aplicación 3

Indique el menor ángulo que forman las manecillas del reloj a las 8:10.

- A) 185°
 B) 170°
 C) 180°
 D) 175°

Resolución:

Nos piden el menor ángulo que forman las manecillas del reloj a las 8:10.

8 : 10

Caso 1: Cuando el horario adelanta al minuterio.

$$\alpha^\circ = 30H - \frac{11}{2}(M)$$

$$H = 8 \quad M = 10$$

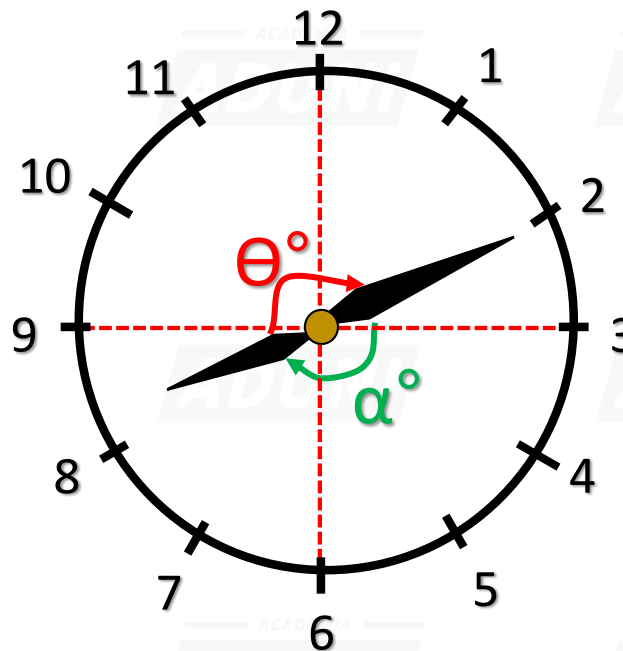
$$\alpha^\circ = 30(8) - \frac{11}{2}(10)$$

$$\alpha^\circ = 185^\circ$$

Pero el ángulo θ° también es formado por las manecillas

$$\theta^\circ = 360^\circ - 185^\circ = 175^\circ$$

\therefore El menor ángulo que forman las manecillas es 175°



Aplicación 4

¿Qué ángulo forman las manecillas del reloj a las 4:30?

- A) 30°
 B) 45°
 C) 47°
 D) 60°

Resolución:

Nos piden: El ángulo que forman las manecillas del reloj a las 4:30.

Hora:

4 : 30min

Caso 2: Cuando el minuterero adelanta al horario.

$$\beta^\circ = \frac{11}{2} (M) - 30H$$

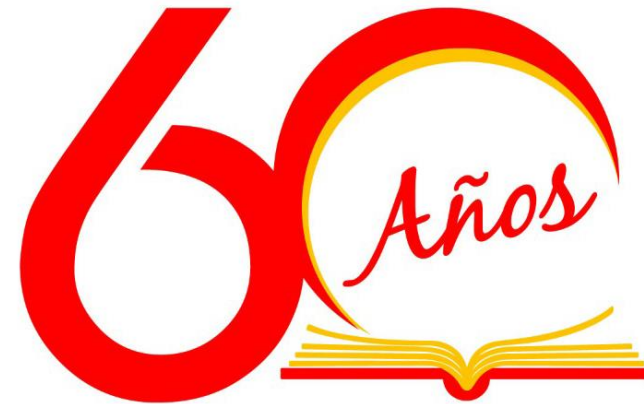
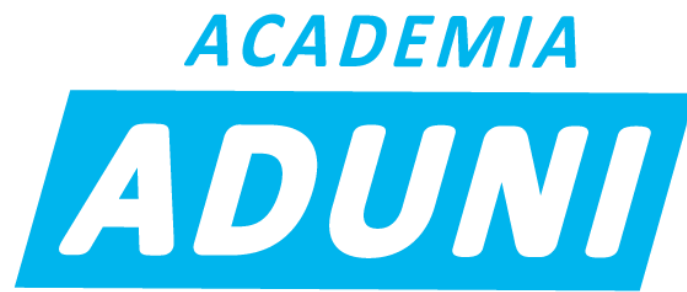
$$H = 4 \quad M = 30$$

$$\beta^\circ = \frac{11}{2} (30) - 30 (4)$$

$$\beta^\circ = 45^\circ$$

\therefore El ángulo que forman las manecillas es 45°





www.aduni.edu.pe

