



ANUAL SAN MARCOS



www.aduni.edu.pe



Razonamiento Matemático

Problemas sobre certezas

www.aduni.edu.pe

ACADEMIA
ADUNI
ANUAL
SAN MARCOS

OBJETIVO

- Identificar situaciones aplicadas a la vida real donde interviene el concepto de certeza.
- Desarrollar la capacidad de análisis para determinar con seguridad la ocurrencia de ciertos eventos



Problemas sobre certezas

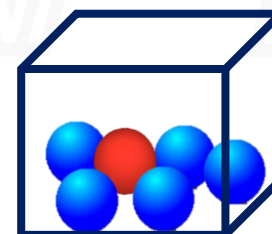
En este tipo de problemas se busca obtener con el menor número de elementos una cierta cantidad pedida con toda seguridad.

Se reconoce este tipo de problemas por tres palabras básicas que generalmente se encuentran presentes en la formulación de las preguntas:

- **extraer al azar** : es un caso fortuito; casual; no programado.
- **como mínimo** : obtener lo deseado sin excederse, con lo justo y necesario.
- **con seguridad** : es el conocimiento seguro y claro de algo donde no hay temor de error.

Por ejemplo:

¿Cuántas esferas debo extraer, al azar, como mínimo para tener la seguridad de tener una esfera de color azul?



Analicemos:

- Si extraemos una esfera ¿será seguro?
podría ser : ● **No es seguro**
- Si extraemos dos esfera ¿será seguro?
podría ser : ● ● **Si es seguro**

∴ La cantidad mínima y segura es 2 esferas

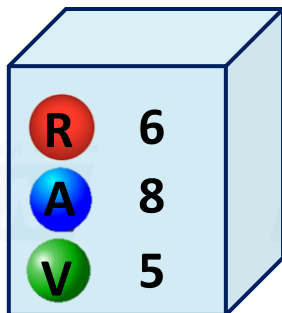
Veamos a continuación la estrategia a seguir para la resolución de los problemas de certezas

ESTRATEGIA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE CERTEZAS

Apliquemos la estrategia en el siguiente ejemplo:

En un ánfora se tienen 6 esferas rojas, 8 azules y 5 verdes; ¿cuántas esferas se tendrán que extraer al azar como mínimo, para obtener con certeza dos esferas del mismo color?

Se tiene:



Paso 1: entender que nos piden obtener con seguridad.

Se desea obtener 2 esferas del mismo color.

Paso 2: nos debemos poner en “**el peor de los casos**”

Es decir primero obtengo situaciones contrarias a mis deseos.

Extraemos esferas de diferente color.



Paso 3: Extraemos la cantidad justa y necesaria para obtener lo pedido

Como tenemos una esfera de cada color, al extraer una esfera más y sin importar el color que sea, obtendremos con seguridad dos esferas del mismo color.



N.º de extracciones: $3 + 1 = 4$

∴ La cantidad mínima y segura es 4 esferas.

No olvidar:

Para obtener una respuesta segura sin error primero se analizan las situaciones contrarias a lo que deseamos obtener (**peor de los casos**).

Practiquemos:

- Se desea obtener: *fichas de color verde*

Peor de los casos: extraer fichas que no son verdes

- Se desea obtener: *fichas numeradas con cantidades impares*

Peor de los casos: extraer todas las fichas numeradas con cantidades pares

- Se desea obtener: *esferas del mismo color*

Peor de los casos: extraer esferas de diferente color

- Se desea obtener: *2 personas con igual mes de cumpleaños*

Peor de los casos: encontrar 12 personas con diferente mes de cumpleaños

- Se desea obtener: *un par de guantes de box utilizables*

Peor de los casos: extraer guantes de un solo lado (solo lado derecho o solo lado izquierdo)

Aplicación 1

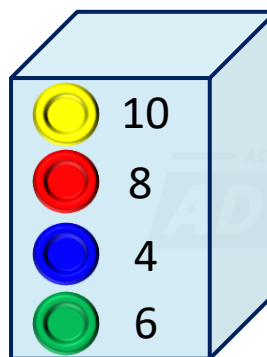
En una urna se tiene 10 fichas amarillas, 8 fichas rojas, 4 fichas azules y 6 fichas verdes. Halle la cantidad de fichas que se tienen que extraer al azar y como mínimo para tener la certeza de obtener tres fichas rojas.

- A) 22
 B) 23
 C) 24
 D) 27

Resolución:

Nos piden la cantidad mínima y segura de fichas a extraer.

De los datos, se tiene:



1º Se desea obtener: *3 fichas de color rojo*

2º **Peor de los casos:** Se extraen las fichas que no son de color rojo

Fichas amarillas	Fichas azules	Fichas verdes	3º fichas rojas necesarias	
10	4	6		
20			+	3 = 23

Cantidad de fichas a extraer:

∴ La cantidad mínima y segura de fichas a extraer es 23.

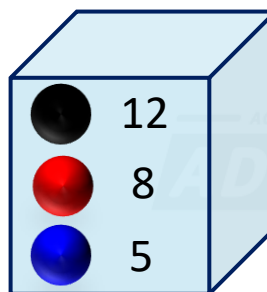
Aplicación 2

En una urna se tiene 12 esferas negras, 8 esferas rojas, 5 esferas azules. Halle la cantidad de esferas que se tienen que extraer al azar y como mínimo para tener la seguridad de obtener siete esferas del mismo color.

- A) 17
B) 15
☒ C) 18
D) 19

Resolución:

Nos piden la cantidad mínima y segura de esferas a extraer.
De los datos, se tiene:



1º Se desea obtener: *7 esferas del mismo color*

2º **Peor de los casos:**

Se extraen esferas del color azul ya que su cantidad es menor a 7.
Luego se extraen 6 esferas de cada uno de los colores restantes.

esferas azules	esferas negras	esferas rojas	3º lo necesario para obtener lo pedido
5 	6 	6 	  
$5 + 6 + 6 = 17$			$+ 1 = 18$

Cantidad de esferas a extraer:

∴ La cantidad mínima y segura de esferas a extraer es 18.

Aplicación 3

En una urna se tienen bolillas numeradas del 1 al 6. ¿Cuántas bolillas se debe extraer, al azar y como mínimo, para estar seguros de que la suma de las numeraciones de 2 bolillas extraídas sea 5?

- A) 3
B) 4
C) 2
D) 5
E) 6

Resolución:

Nos piden la cantidad mínima y segura de bolillas a extraer.
De los datos, se tiene:



1º Se desea obtener: 2 bolillas que sumen 5

$$\begin{array}{l} 1 + 4 = 5 \\ 2 + 3 = 5 \end{array}$$

2º **Peor de los casos:** Se extraen bolillas que no suman 5.

Luego se extraen una bolilla de cada pareja que suman 5.

3º lo necesario para obtener lo pedido

$$\begin{array}{c} \underbrace{5 \quad 6 \quad 1 \quad 2}_{4} + \underbrace{}_{1} = 5 \end{array}$$

3 4

Cantidad de esferas a extraer:

∴ La cantidad mínima y segura de bolillas a extraer es 5.

Aplicación 4

¿Cuántas personas, como mínimo, deberán seleccionar al azar, para tener la seguridad de encontrar entre las seleccionadas a dos personas con la misma fecha de cumpleaños (día y mes)?

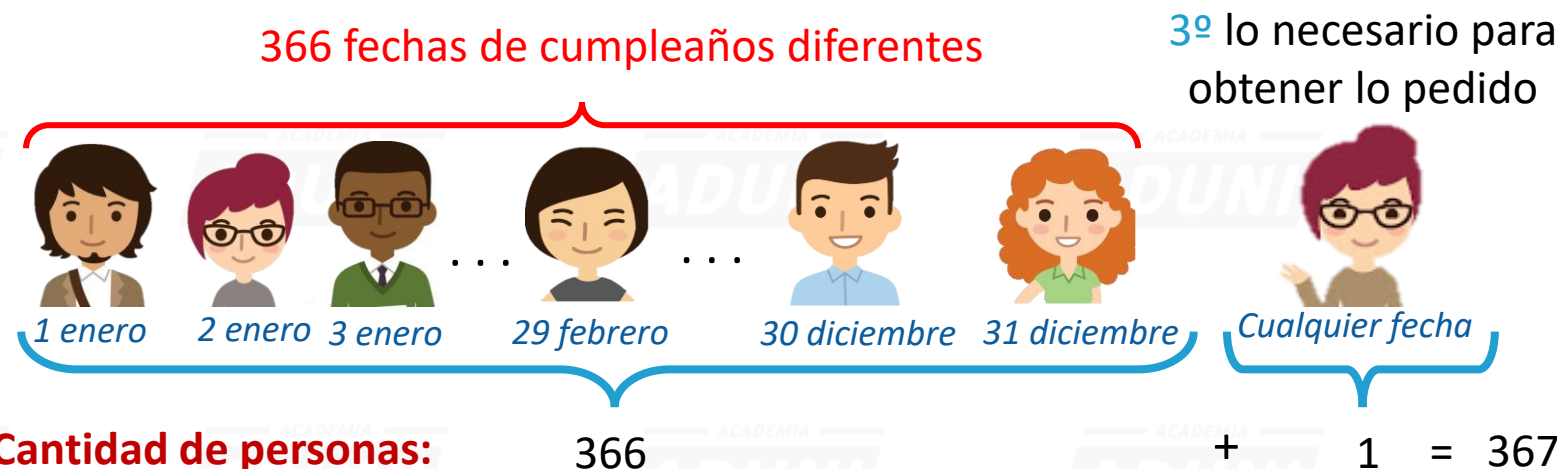
- A) 360
B) 361
C) 366
D) 367
E) 365

Resolución:

Nos piden la cantidad mínima y segura de personas a seleccionar.

1º **Se desea obtener:** *2 personas de la misma fecha de cumpleaños (día y mes)*

2º **Peor de los casos:** Seleccionamos personas con diferentes fechas de cumpleaños
(consideraremos la mayor cantidad de fechas diferentes)



∴ La cantidad mínima y segura de personas a seleccionar es 367.

Aplicación 5

Se tiene 4 automóviles y 3 llaves de las cuales 2 abren la puerta de 2 de ellos y la otra llave no abre ninguna puerta.
¿Cuántas veces, como mínimo , se tendrá que probar al azar las llaves para saber con seguridad a qué automóvil corresponde cada una?

- A) 4
- B) 14
- C) 5
- D) 9**
- E) 11

Resolución:

Nos piden la cantidad mínima y segura de veces que se tendrá que probar las llaves.

De los datos, se tiene:

- 1º **Se desea saber:** *a que automóvil corresponde cada llave*
- 2º **Peor de los casos:** Se prueba la llave que no abre ninguna puerta
Las otras llaves al inicio no abren ninguna puerta

					Número de pruebas
	X	X	X	X	4
	X	X	X	si	3
	X	X	si		2
					<hr/> 9

∴ La cantidad mínima de veces que se tendrá que probar las llaves es 9.

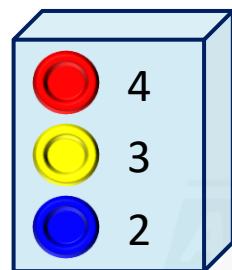
Aplicación 6

En una caja hay 4 fichas rojas, 3 fichas amarillas y 2 fichas azules. ¿Cuál es el menor número de fichas que se debe de extraer al azar para tener la seguridad de haber extraído 3 fichas rojas y 1 ficha amarilla?

- A) 4
 B) 7
 C) 5
 D) 9
 E) 8

Resolución:

Nos piden la cantidad mínima y segura de fichas a extraer.
 De los datos, se tiene:



Diferencia : $4 - 3 = 1$

Diferencia : $3 - 1 = 2$ **Mayor diferencia**

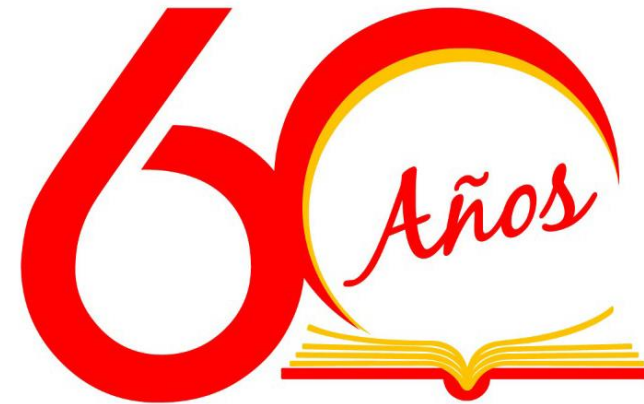
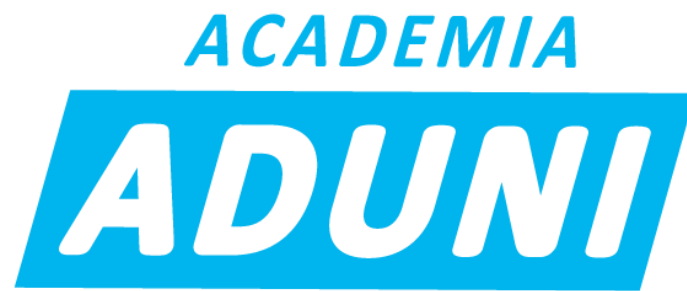
1º Se desea obtener: *3 fichas rojas y 1 ficha amarilla*

2º **Peor de los casos:** Se extraen las fichas que no son de color rojo ni amarilla. Luego se extrae el color que tiene mayor diferencia de lo que tiene con lo que piden obtener.

Fichas azules	Fichas amarillas	3º fichas rojas necesarias	
2	3		
5		3	= 8

Cantidad de fichas a extraer:

∴ La cantidad mínima y segura de fichas a extraer es 8.



www.aduni.edu.pe

