



ANUAL SAN MARCOS



www.aduni.edu.pe



Razonamiento Matemático

Áreas y perímetros de
regiones planas

www.aduni.edu.pe

ACADEMIA
ADUNI
ANUAL
SAN MARCOS

ÁREAS Y PERÍMETROS DE REGIONES PLANAS

Perímetro de regiones planas

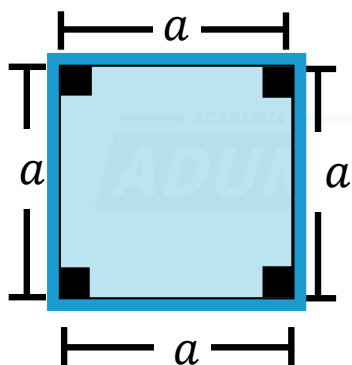
Áreas de regiones planas

Perímetro de regiones planas

El perímetro de una región es la medida de la longitud de la línea que conforma el borde o contorno de una región.

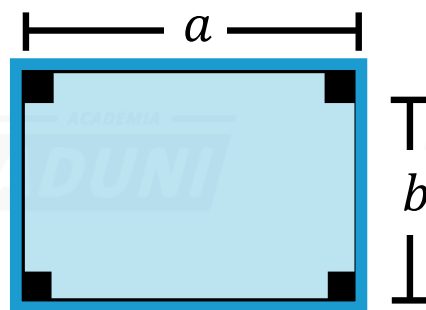
PERÍMETRO DE LAS PRINCIPALES FIGURAS PLANAS

CUADRADO



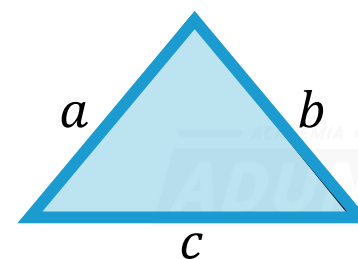
$$\text{Perímetro} = 4a$$

RECTÁNGULO



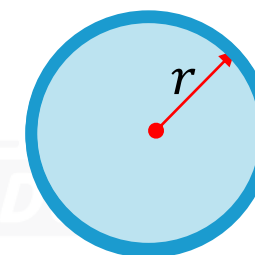
$$\text{Perímetro} = 2(a + b)$$

TRIÁNGULO



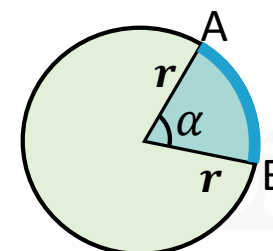
$$\text{Perímetro} = a + b + c$$

CÍRCULO



$$\text{Perímetro} = 2\pi r$$

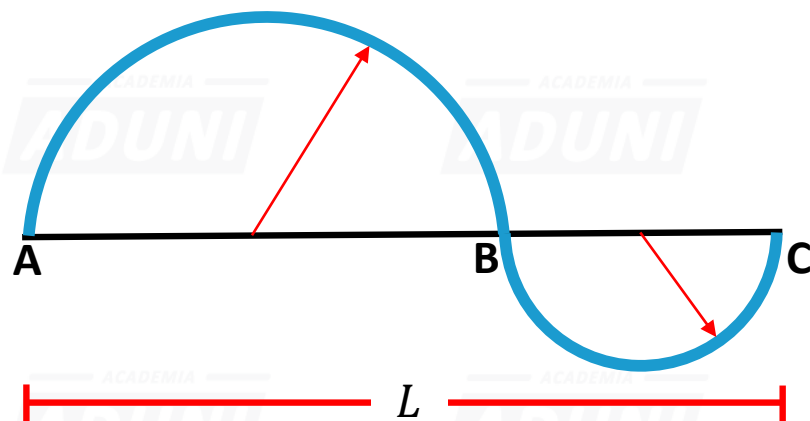
SECTOR CIRCULAR



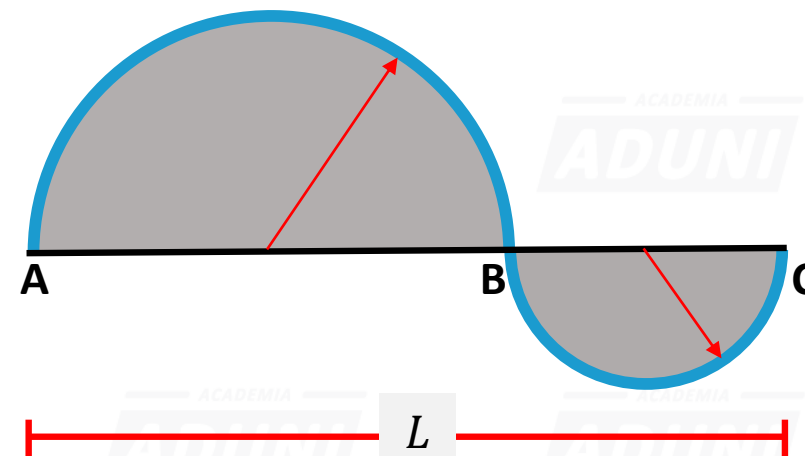
$$m\widehat{AB} = 2\pi r \left(\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} \right)$$

OBSERVACIÓN:

Si \overline{AB} y \overline{BC} son diámetros de las semicircunferencias se cumple que:



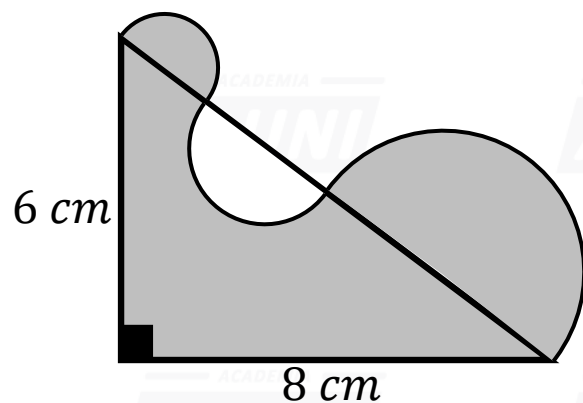
$$\text{Longitud del arco AB + arco BC} = \left(\frac{L}{2}\right) \pi$$



$$\text{Perímetro de la región sombreada} = \left(\frac{L}{2}\right) \pi + L$$

Aplicación 1

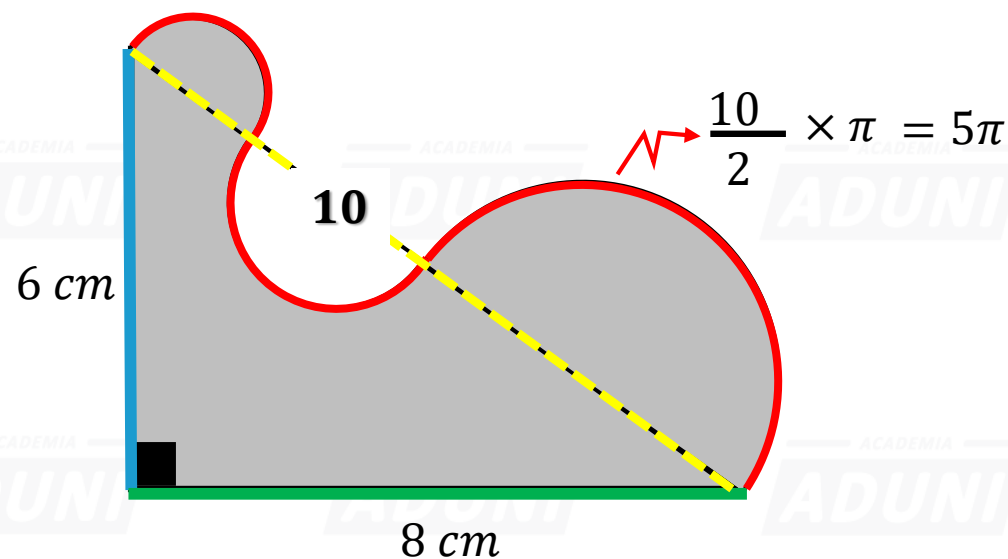
Calcule el perímetro de la región sombreada, si las curvas son semicircunferencias.



- A) $6 + 2\pi$ cm
 B) 24 cm
 C) $14 + 10\pi$ cm
 D) $14 + 5\pi$ cm

Resolución:

Nos piden el perímetro de la región sombreada.

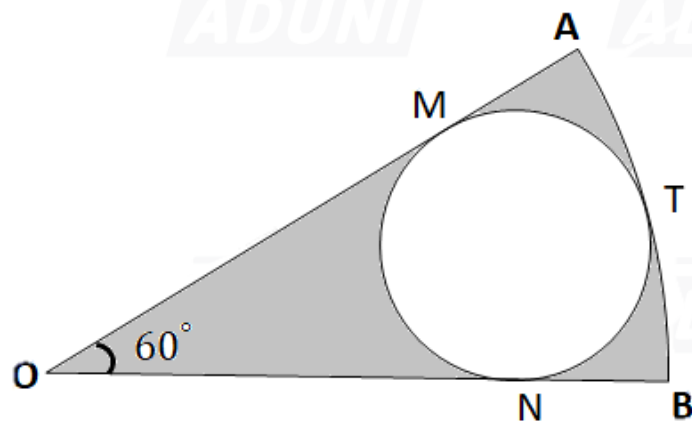


$$\text{Perímetro} = 6 + 8 + 5\pi = 14 + 5\pi$$

\therefore El perímetro de la región sombreada es $14 + 5\pi$ cm.

Aplicación 2

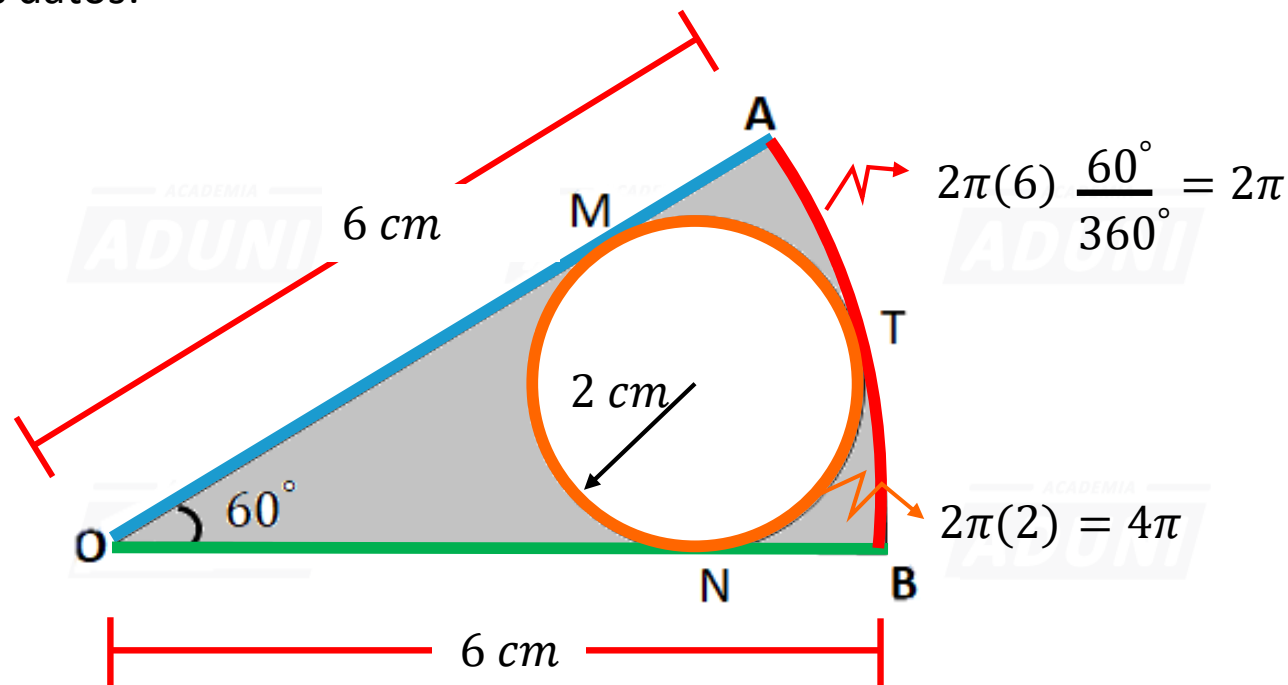
En la figura $OA = 6$ cm y la circunferencia de radio 2 cm está inscrita en el sector circular AOB. Si M, N y T son puntos de tangencia, calcule el perímetro de la región sombreada.



- ☒ A) $12 + 6\pi$ cm
 B) 18 cm
 C) $12 + 10\pi$ cm
 D) $12 + 5\pi$ cm

Resolución:

Nos piden el perímetro de la región sombreada.
De los datos:



$$\text{Perímetro} = 6 + 6 + 2\pi + 4\pi = 12 + 6\pi$$

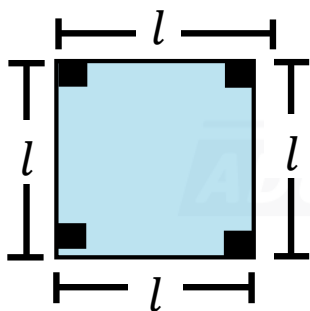
\therefore El perímetro de la región sombreada es $12 + 6\pi$ cm.

Área de regiones planas

El área es la medida de la extensión de una superficie, expresada en unidades cuadradas.

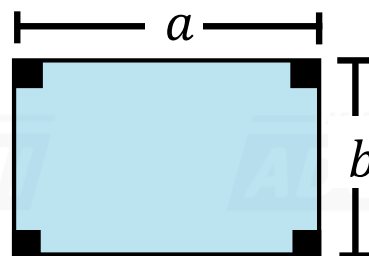
ÁREA DE LAS PRINCIPALES FIGURAS PLANAS

CUADRADO



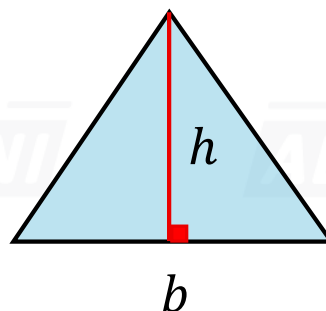
$$\text{Área} = l^2$$

RECTÁNGULO



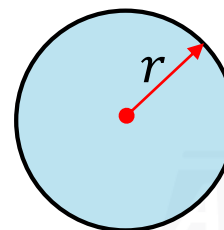
$$\text{Área} = a \times b$$

TRIÁNGULO



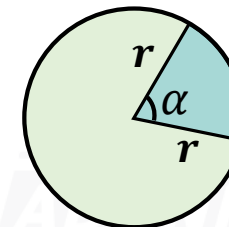
$$\text{Área} = \frac{b \times h}{2}$$

CÍRCULO



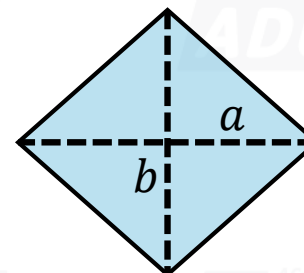
$$\text{Área} = \pi r^2$$

SECTOR CIRCULAR



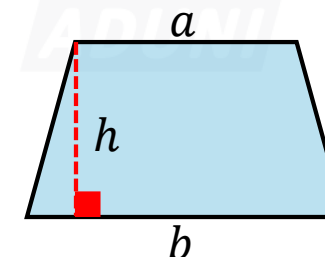
$$\text{Área} = \pi r^2 \left(\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} \right)$$

ROMBO



$$\text{Área} = \frac{a \times b}{2}$$

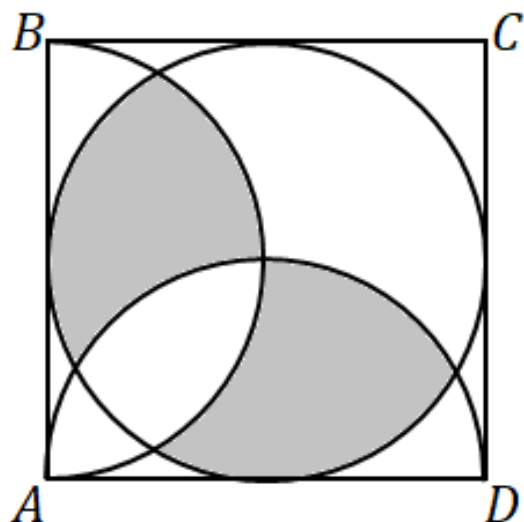
TRAPECIO



$$\text{Área} = \left(\frac{a + b}{2} \right) \times h$$

Aplicación 3

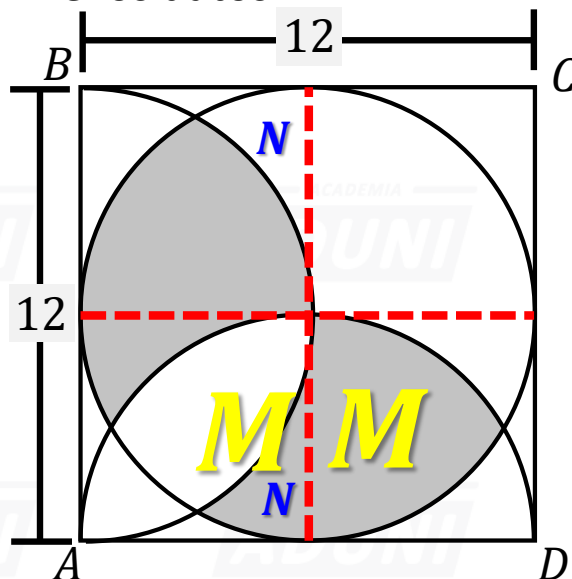
Si $ABCD$ es un cuadrado de 12 cm de lado, calcule el área de la región sombreada.



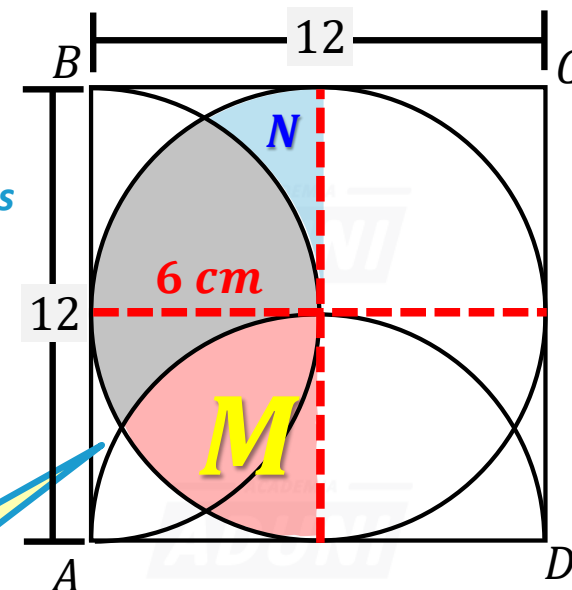
- A) 72 cm^2
 B) $64\pi \text{ cm}^2$
 C) $36\pi \text{ cm}^2$
 D) $18\pi \text{ cm}^2$

Resolución:

Nos piden el área de la región sombreada.
 De los datos:



Trasladando las
regiones sombreadas



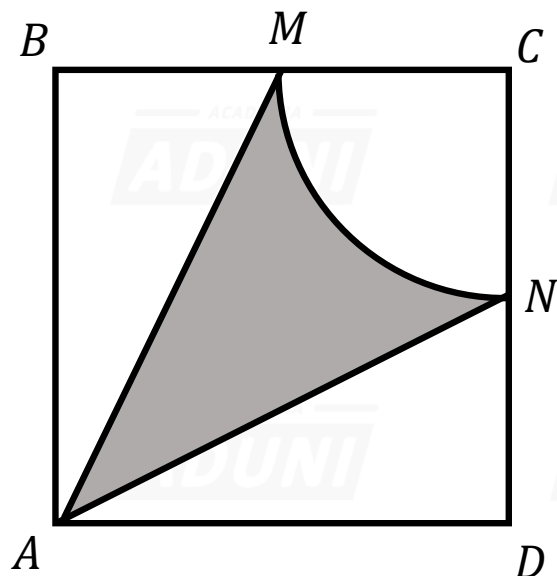
Se observa que el área de la región sombreada es la mitad del círculo cuyo radio es 6 cm.

$$\text{Área de la región sombreada} = \frac{\pi \times 6^2}{2} = 18\pi$$

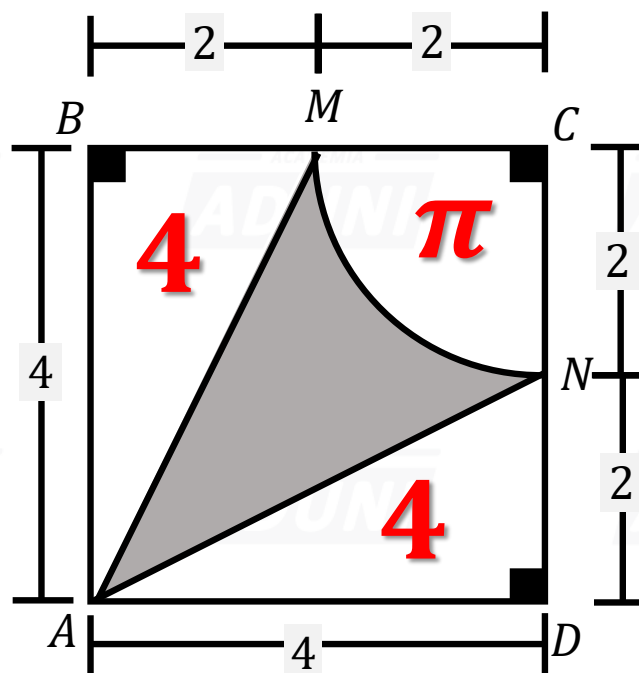
\therefore El área de la región sombreada es $18\pi \text{ cm}^2$.

Aplicación 4

Si el lado del cuadrado ABCD mide 4m y que M y N son puntos medios, halle el área de la región sombreada.

**Resolución:**

Nos piden el área de la región sombreada.
De los datos:



Calcularemos la región sombreada por diferencia de áreas.

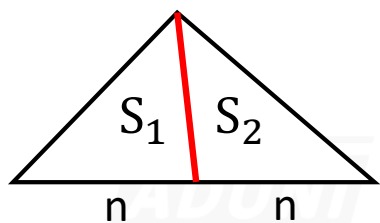
Del gráfico:

$$\begin{aligned}
 \text{Área sombreada} &= \text{Área del cuadrado} - 2 \left(\text{Área del triángulo} \right) - \text{Área del sector circular} \\
 &= 4^2 - 2 \left(\frac{2 \times 4}{2} \right) - \frac{\pi \times 2^2}{4} \\
 &= 16 - 8 - \pi \\
 &= 8 - \pi
 \end{aligned}$$

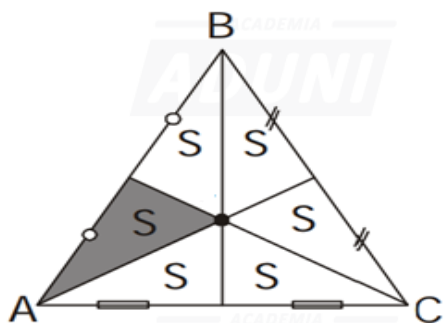
\therefore El área de la región sombreada es $(8 - \pi) \text{ m}^2$.

- A) $(6 - \pi) \text{ m}^2$
- ☒ B) $(8 - \pi) \text{ m}^2$
- C) $(7 - 2\pi) \text{ m}^2$
- D) $(9 - 3\pi) \text{ m}^2$

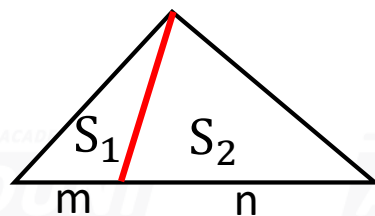
RELACIÓN DE ÁREAS EN REGIONES TRIANGULARES



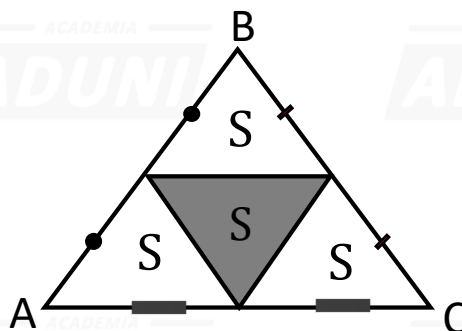
$$S_1 = S_2$$



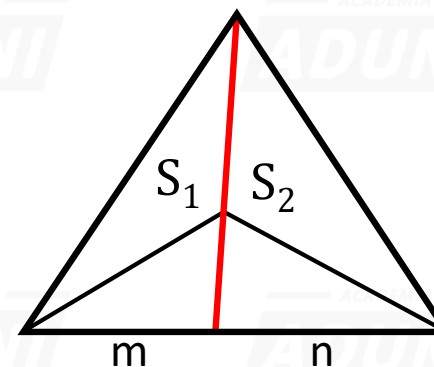
$$S = \frac{\text{Área } \triangle ABC}{6}$$



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$

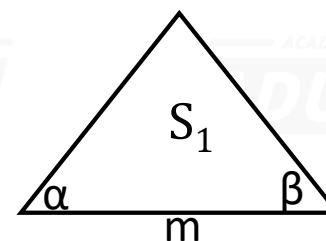


$$S = \frac{\text{Área } \triangle ABC}{4}$$

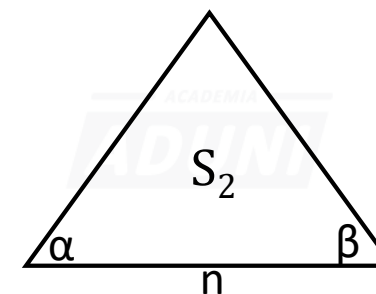


$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$

Para dos triángulos semejantes, se tiene:



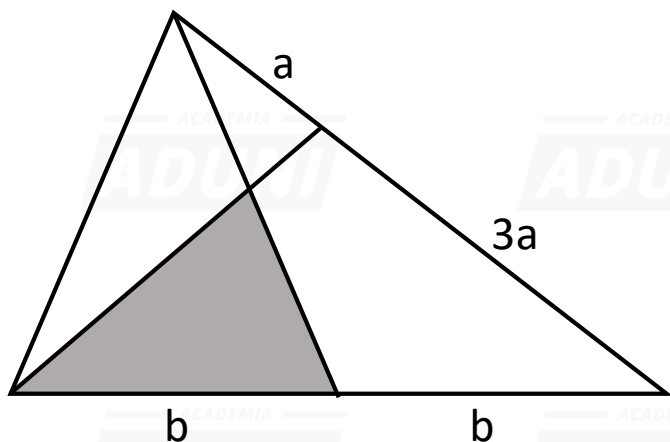
~



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m^2}{n^2}$$

Aplicación 5

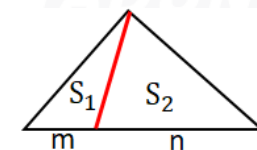
Halle el área de la región sombreada, si el área del triángulo ABC es 120 m^2 .



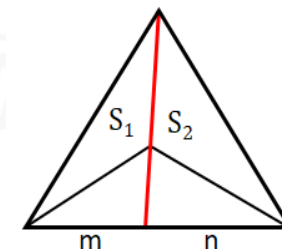
- A) 32 m^2
 B) 33 m^2
 C) 34 m^2
 D) 36 m^2

Resolución:

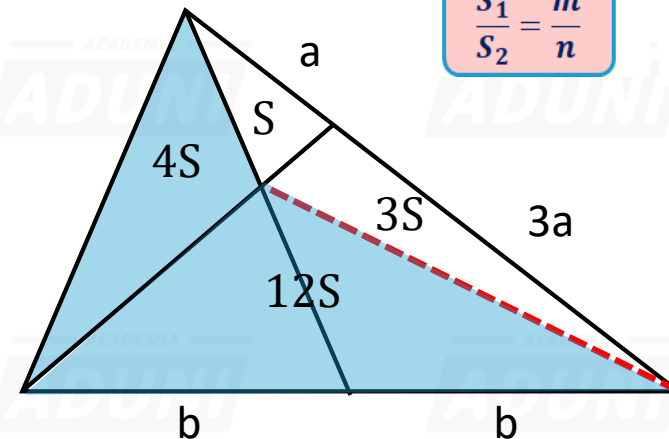
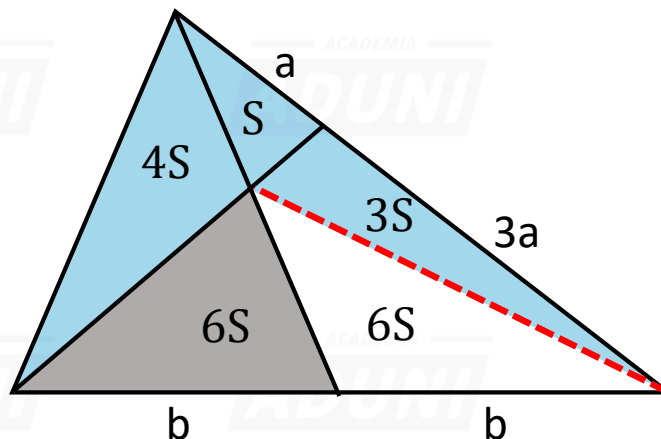
Nos piden el área de la región sombreada.

RECORDAR:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$



Luego: $20S = 120$

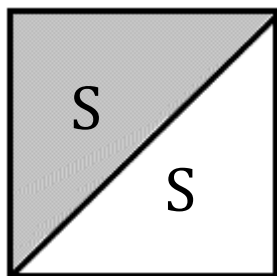
$$S = 6$$

El área de la región sombreada = $6S = 6(6) = 36$

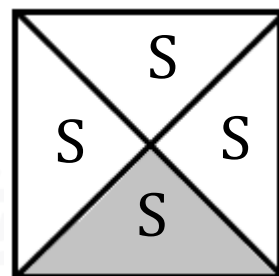
\therefore El área de la región sombreada es 36 m^2 .

RELACIÓN DE ÁREAS EN REGIONES CUADRANGULARES

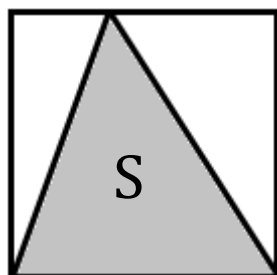
En todo paralelogramo, rectángulo o cuadrado se cumple:



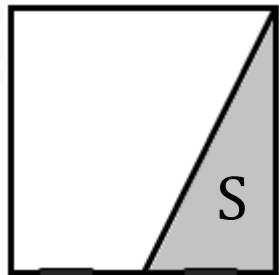
$$S = \frac{\text{Área total}}{2}$$



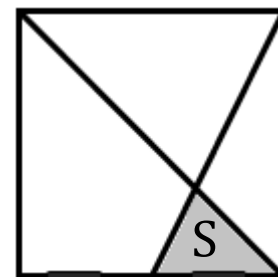
$$S = \frac{\text{Área total}}{4}$$



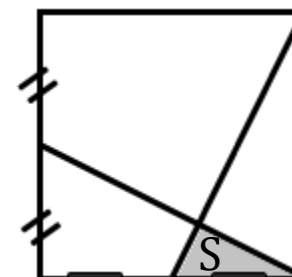
$$S = \frac{\text{Área total}}{2}$$



$$S = \frac{\text{Área total}}{4}$$

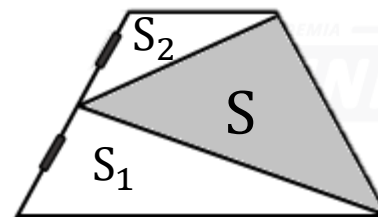


$$S = \frac{\text{Área total}}{12}$$



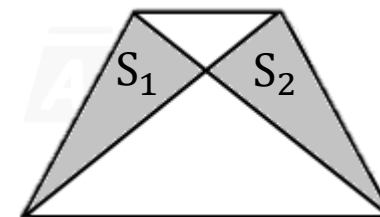
$$S = \frac{\text{Área total}}{20}$$

Para trapecios se cumple:



$$S = \frac{\text{Área total}}{2}$$

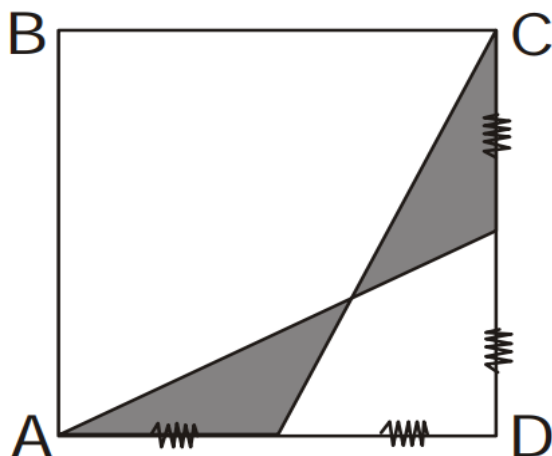
$$S = S_1 + S_2$$



$$S_1 = S_2$$

Aplicación 5

El lado del cuadrado ABCD mide 6m, halle el área de la región sombreada.



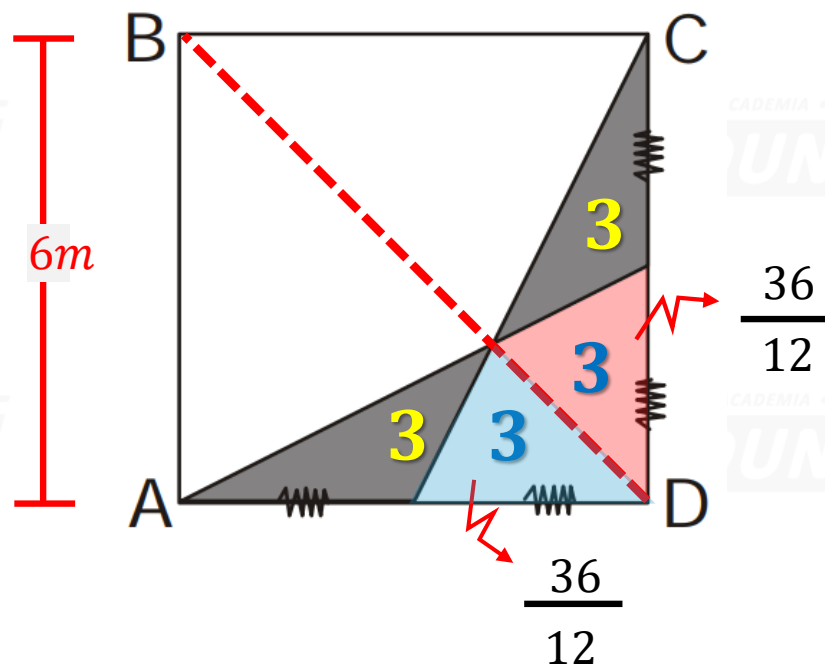
- ☒ A) 6 m^2
☐ B) 8 m^2
☐ C) 7 m^2
☐ D) 9 m^2

Resolución:

Nos piden el área de la región sombreada.

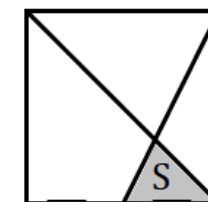
Del dato:

$$\text{Área Total} = 6^2 = 36 \text{ m}^2$$

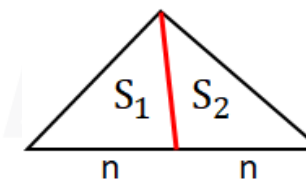


$$\text{Área de la región sombreada} = 3 + 3 = 6$$

\therefore El área de la región sombreada es 6 m^2 .

RECORDAR:

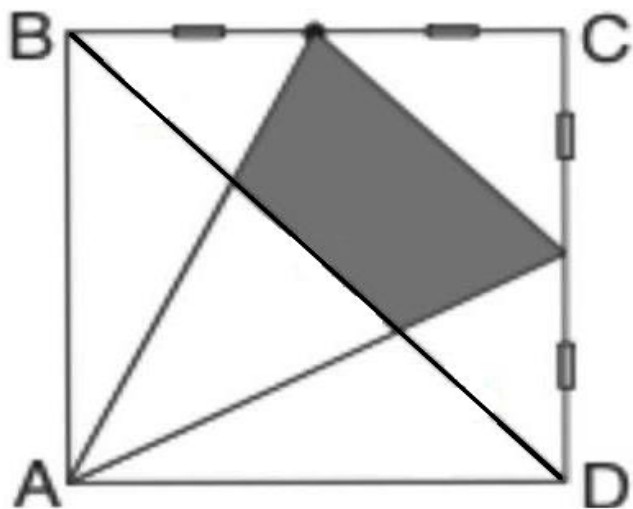
$$S = \frac{\text{Área total}}{12}$$



$$S_1 = S_2$$

Aplicación 6

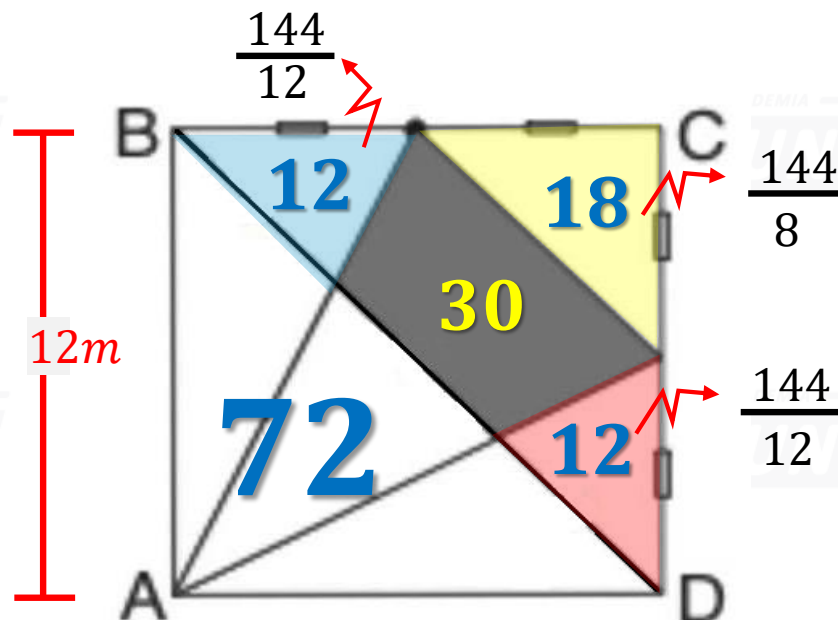
El lado del cuadrado ABCD mide 12 m, halle el área de la región sombreada.

**Resolución:**

Nos piden el área de la región sombreada.

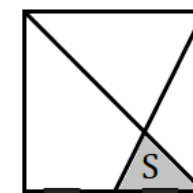
Del dato:

$$\text{Área Total} = 12^2 = 144 \text{ m}^2$$

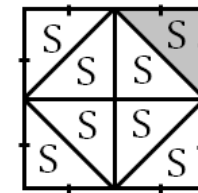


$$\text{Área de la región sombreada} = 72 - 12 - 12 - 18 = 30$$

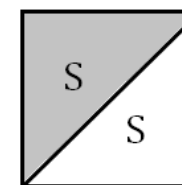
\therefore El área de la región sombreada es 30 m².

RECORDAR:

$$S = \frac{\text{Área total}}{4}$$

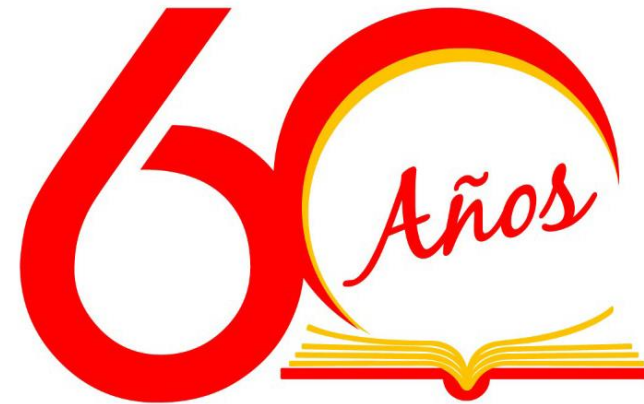
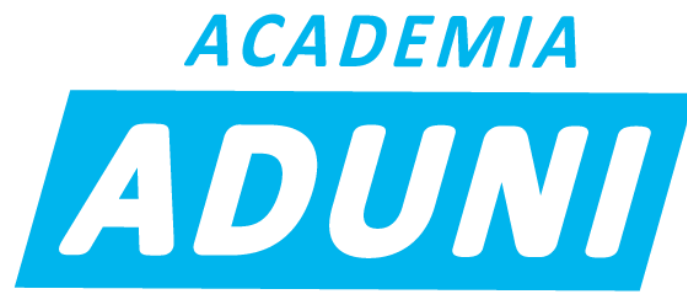


$$S = \frac{\text{Área total}}{8}$$



$$S = \frac{\text{Área total}}{2}$$

- ☒ A) 30 m²
☐ B) 28 m²
☐ C) 36 m²
☐ D) 33 m²



www.aduni.edu.pe

