

Relazione di Statistica Economica

Manuel Soffici

Matricola n. 7048489

CdL in Statistica (L-41)

A.A. 2022/23

2023-01-11

Introduzione e descrizione dei dati

Oggetto di questa analisi è l'andamento della produzione manifatturiera italiana dal 1960, data di inizio della serie storica, ad oggi. L'obiettivo è quello di conoscere il fenomeno, studiarne l'evoluzione nel tempo, e prevederla nel futuro prossimo.

I dati utilizzati sono stati estratti dal database FRED della Federal Reserve Bank di St. Louis in data 2022-12-27 al link: <https://fred.stlouisfed.org/series/PRMNT001ITQ661N>. La fonte primaria è la pubblicazione *Main Economic Indicators* dell'Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico.

Si tratta di una serie di 250 numeri indici non destagionalizzati. La periodicità è trimestrale, e la base (=100) è fissata al primo trimestre dell'anno 2015.

Analisi preliminari

Il grafico della serie nella figura 1 mostra un andamento irregolare. Fino ai primi anni 70 la crescita del volume produttivo è costante e con deviazioni contenute. Segue una fase segnata inizialmente dalle crisi degli shock petroliferi, dove l'andamento è più variabile e gli effetti stagionali sono più marcati, ma la tendenza complessiva è simile alla precedente. A metà anni 90 la crescita si arresta e la produzione si stabilizza sui massimi livelli osservati, per poi crollare in seguito alla grande crisi del 2008. La produzione si assesta gradualmente su un equilibrio inferiore, attorno al quale oscilla ancora oggi nonostante la forte caduta del 2020, causata dalla crisi pandemica da COVID-19. La serie non è stazionaria né omoschedastica. Il correlogramma ACF in figura 1 evidenzia una lenta discesa lineare dell'autocorrelazione campionaria, mentre il correlogramma PACF mostra una discesa più rapida della correlazione parziale.

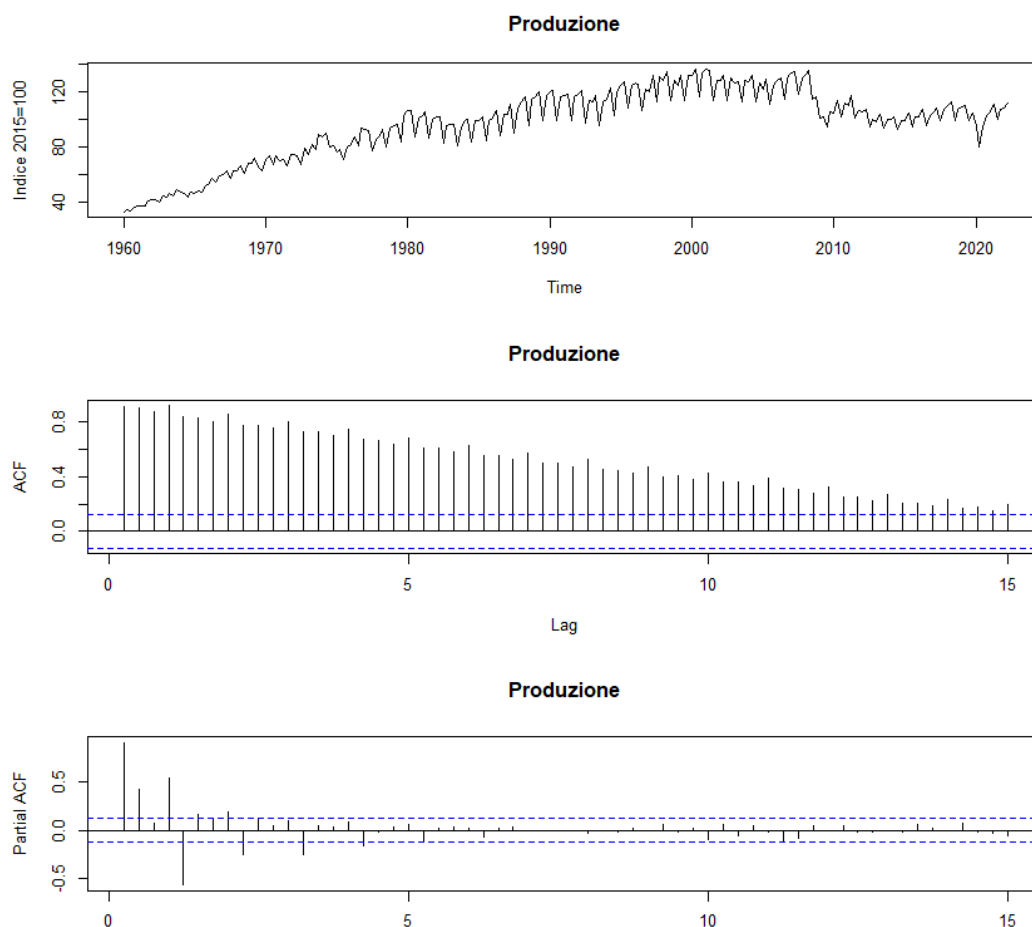


Figura 1

I risultati dei test ADF e KPSS suggeriscono la presenza di radici unitarie, ma non permettono di stabilirne il tipo. Invece, i risultati dei test HEGY indicano chiaramente che è presente almeno una UR stagionale (figura 2), ma nessuna UR non stagionale. Il grafico della serie delle differenze stagionali in figura 3 ha in effetti - al netto dei valori più estremi - un andamento apparentemente stazionario, presupposto necessario per la validità dei modelli ARIMA.

```

HEGY test for unit roots

data: x

      statistic p-value
t_1    -4.4761  0.0013 **
t_2    -5.0254      0 ***
F_3:4    38.512      0 ***
F_2:4    38.8586     0 ***
F_1:4    33.4949     0 ***
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Deterministic terms: constant + trend + seasonal dummies
Lag selection criterion and order: AIC, 12
P-values: based on response surface regressions

```

Figura 2

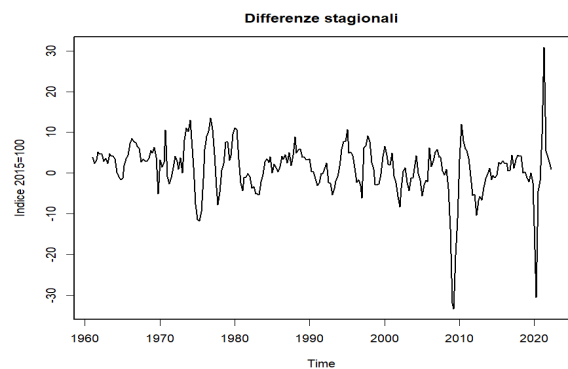


Figura 3

Costruzione del modello

```

Series: y
ARIMA(1,0,0)(1,1,2)[4] with drift

Coefficients:
      ar1    sar1    sma1    sma2    drift
      0.8699  0.8699 -1.6508  0.7323  0.3573
s.e.  0.0353  0.0715  0.0730  0.0572  0.2569

sigma^2 = 13.48: log likelihood = -668.79
AIC=1349.58 AICc=1349.94 BIC=1370.62

```

Training set error measures:

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE
Training set	-0.05784082	3.604878	2.422303	-0.00885098	2.621319

Figura 4

```

Series: y
ARIMA(1,0,0)(0,1,1)[4] with drift

```

```

Coefficients:
      ar1    sma1    drift
      0.8641 -0.6429  0.3013
s.e.  0.0353  0.0450  0.1575

```

```

sigma^2 = 14.18: log likelihood = -675.07
AIC=1358.14 AICc=1358.31 BIC=1372.16

```

Training set error measures:

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE
Training set	0.001431324	3.713102	2.412569	0.07733744	2.62823

Figura 5

Partendo dagli ordini fissati $d=0$ e $D=1$, si ricavano due modelli che ben si adattano ai dati: SARIMA(1,0,0)x(1,1,2) e SARIMA(1,0,0)x(0,1,1), in figura 4 e 5 rispettivamente. Entrambi sono processi Autoregressivi del primo ordine con errori stagionali integrati ARMA. Sia le metriche di errore come il MAPE, sia i valori AIC e BIC sono migliori per il primo modello, ma le differenze sono talmente risibili da permettere di privilegiare il secondo, più semplice e parsimonioso nei parametri. Le radici del secondo modello sono più distanti dalla circonferenza unitaria rispetto a quelle del primo, visibili in figura 6. I correlogrammi del secondo modello in figura 7 sono sovrapponibili (ad un livello di significatività del 5%) a quelli di un processo *White Noise*, a conferma della sua validità.

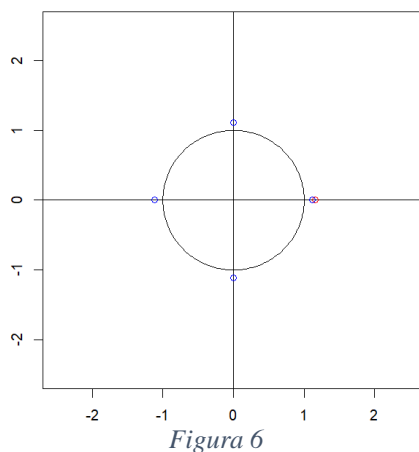


Figura 6

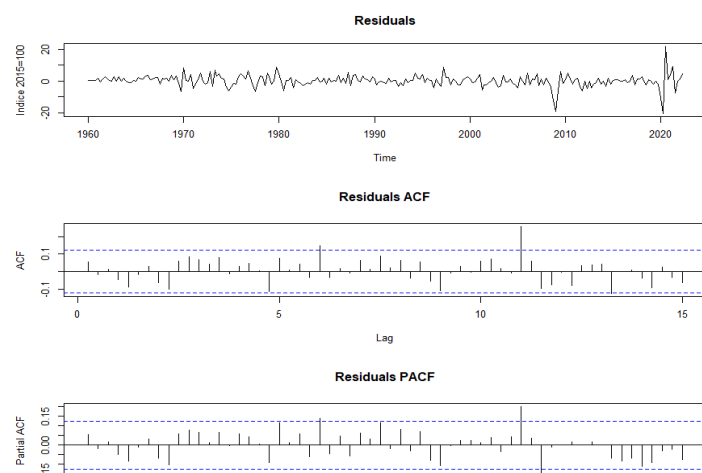


Figura 7

Il grafico dei residui suggerisce la presenza di qualche valore estremo che può essere convenientemente trattato a parte. Gli outlier più estremi sono quelli dei primi trimestri del 2009 e del 2020. Le correlazioni al ritardo di 11 anni sono molto alte proprio a causa di questi due residui. Le figura 8 ne mostra gli effetti. Il primo, come anticipato, è un *level shift*: la grande crisi del 2008 ha provocato una riduzione strutturale del volume produttivo. Il secondo è un *additive outlier* il cui effetto è stato rapidamente riassorbito: l'abbassamento della capacità produttiva dovuto all'epidemia di COVID-19 e ai lockdown seguenti è stato temporaneo, e allo stesso tempo non c'è stata una riduzione strutturale della domanda. Trattandosi di shock esogeni di forte intensità, stimare parametri appositamente per queste due osservazioni è giustificato.

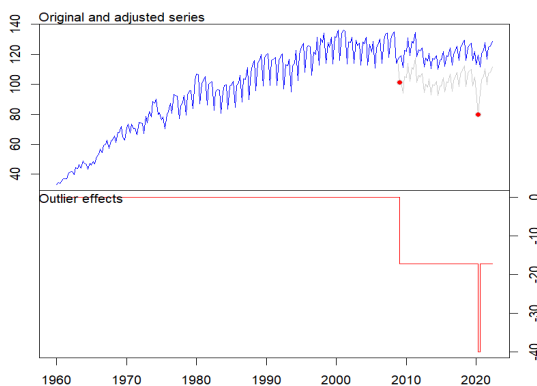


Figura 8

Series: y
Regression with ARIMA(1,0,0)(0,1,1)[4] errors

Coefficients:

	ar1	sma1	drift	LS197	A0242
	0.8432	-0.5731	0.3647	-17.2838	-22.7079
s.e.	0.0370	0.0503	0.1256	2.6900	1.9994

sigma^2 = 8.489: log likelihood = -610.68
AIC=1233.36 AICc=1233.71 BIC=1254.39

Training set error measures:

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE
Training set	-0.001607407	2.860706	2.120364	0.08619903	2.313061

Figura 9

La figura 9 mostra il nuovo modello stimato con gli outlier. La varianza stimata, AIC e BIC, e le metriche di errore sono molto ridotti. I correlogrammi dei residui (figura 10) sono ancora compatibili con un WN al 5% di significatività. I risultati dei test di Ljung-Box permettono di non rifiutare l'ipotesi di uguaglianza a zero delle correlazioni per quasi tutti i lag provati ad una significatività dell'1%. I quadrati dei residui hanno dei correlogrammi (figura 11) ancora buoni; il grafico suggerisce una possibile eteroschedasticità, ma è esclusa dal test ARCH. I valori assoluti sono più problematici.

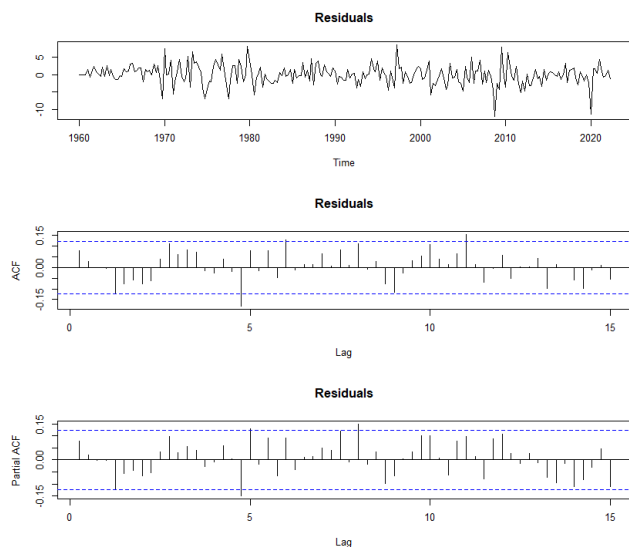


Figura 10

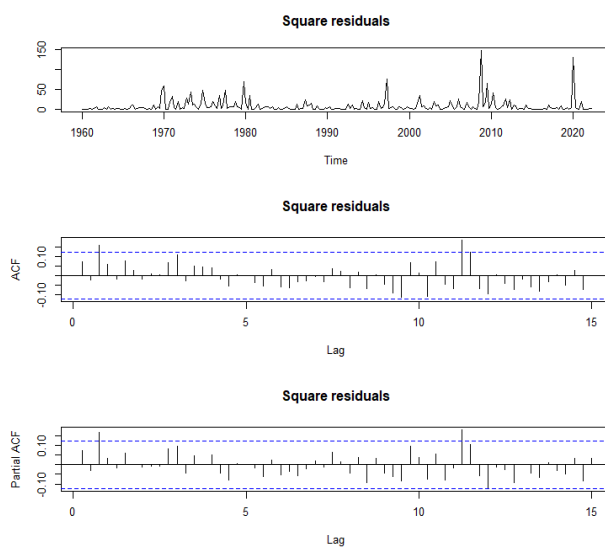


Figura 11

La normalità dei residui è un'ulteriore proprietà desiderabile (soprattutto per la stima del modello), tuttavia il test di Shapiro-Wilk la respinge fermamente. L'istogramma e il qq-plot in figura 12 mostrano infatti una distribuzione simmetrica e campanulare, ma lievemente leptocurtica.

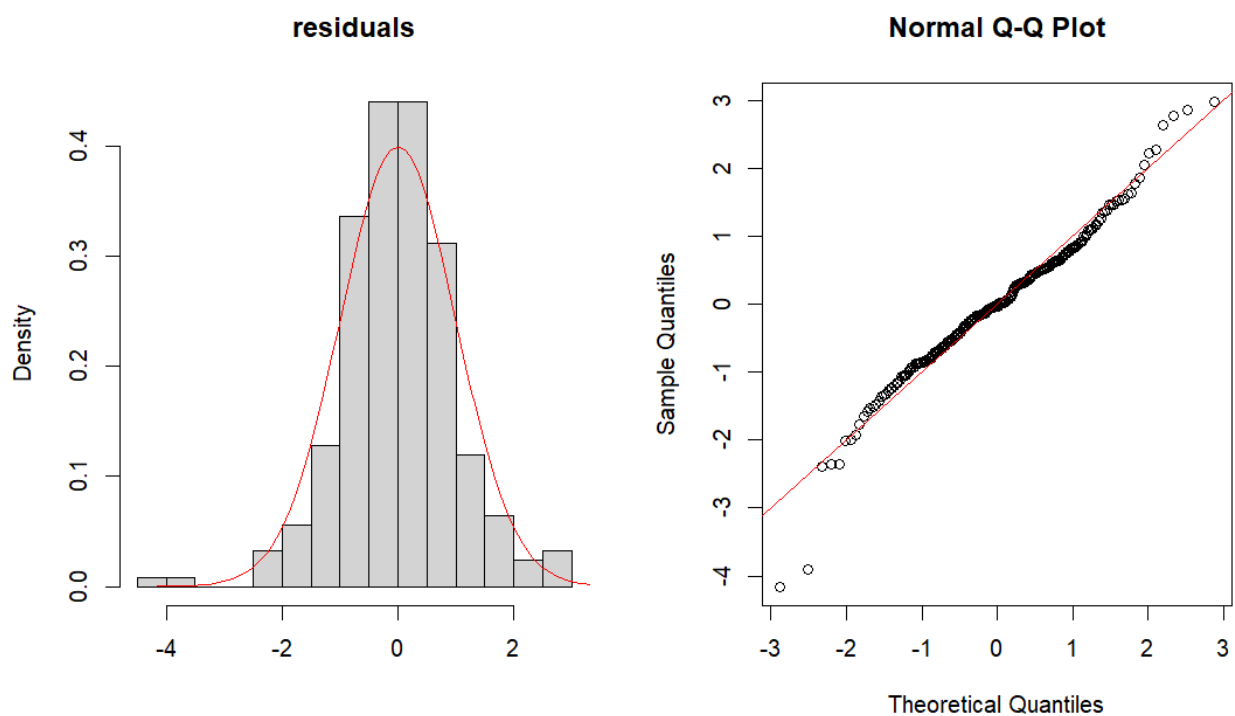


Figura 12

Previsioni

Per valutare la bontà del modello a fini predittivi si prende come benchmark un *Random Walk* stagionale (modello *naive*) stimato sul dataset.

La figura 13 mostra le metriche di errore di previsione 1-passo-avanti ($H=1$) calcolate sugli ultimi due anni ($J=8$). Il modello con outlier presenta un RMSE minore dell'85% a quello del modello naive, e pari a un quinto di quello del modello senza outlier.

	model	h	ME	MAE	RMSE	MPE	MAPE	RMSPE	ScMAE	ScRMSE
1	Arima	1	4.1361755	6.050398	8.954732	0.040974139	0.06017595	0.09225873	0.8018865	0.7549182
2	Arima + Outliers	1	0.8631989	1.356865	1.857173	0.008393064	0.01302178	0.01780755	0.1798314	0.1565668
3	Naive	1	5.9453379	7.545205	11.861856	0.054162890	0.07072319	0.10852252	1.0000000	1.0000000

Figura 13

La figura 14 mostra le previsioni ex-post prodotte dai tre modelli nella finestra selezionata. Il modello con outlier è nettamente migliore degli altri.

La figura 15 mostra le metriche di errore 2-passi-avanti ($H=2$) calcolate sugli ultimi otto anni ($J=32$). Il vantaggio del modello con outlier è minore, ma rimane forte.

La figura 16 mostra le previsioni ex-post prodotte dai tre modelli nella finestra selezionata. Fino al 2020 le previsioni centrali sono abbastanza allineate, poi divergono. Le previsioni tornano a convergere solo nell'ultimo anno.

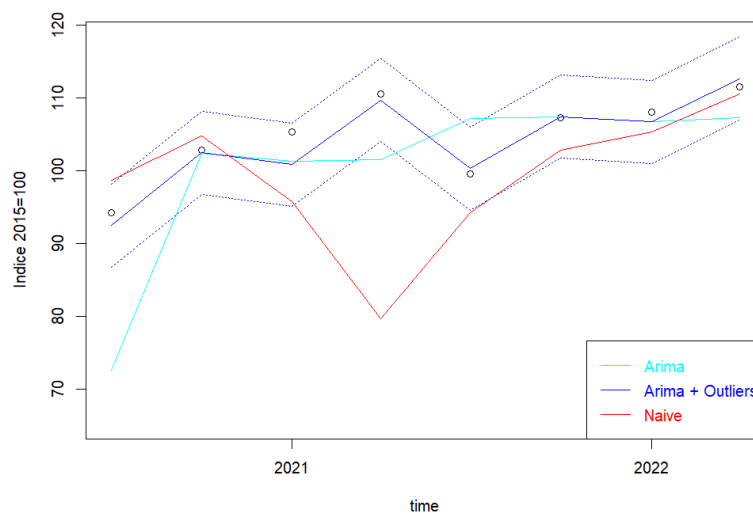


Figura 14

	model	h	ME	MAE	RMSE	MPE	MAPE	RMSPE	ScMAE	ScRMSE
1	Arima	2	-0.1943199	4.019816	7.458634	-0.005342653	0.04158766	0.08396367	0.8735502	0.8700493
2	Arima + Outliers	2	-0.3150935	2.151367	3.371192	-0.004305862	0.02180342	0.03554702	0.4675156	0.3932493
3	Naive	2	1.0019998	4.601700	8.572658	0.005688276	0.04683288	0.09191529	1.0000000	1.0000000

Figura 15

Previsioni (ex-post) per gli ultimi otto anni, H=2

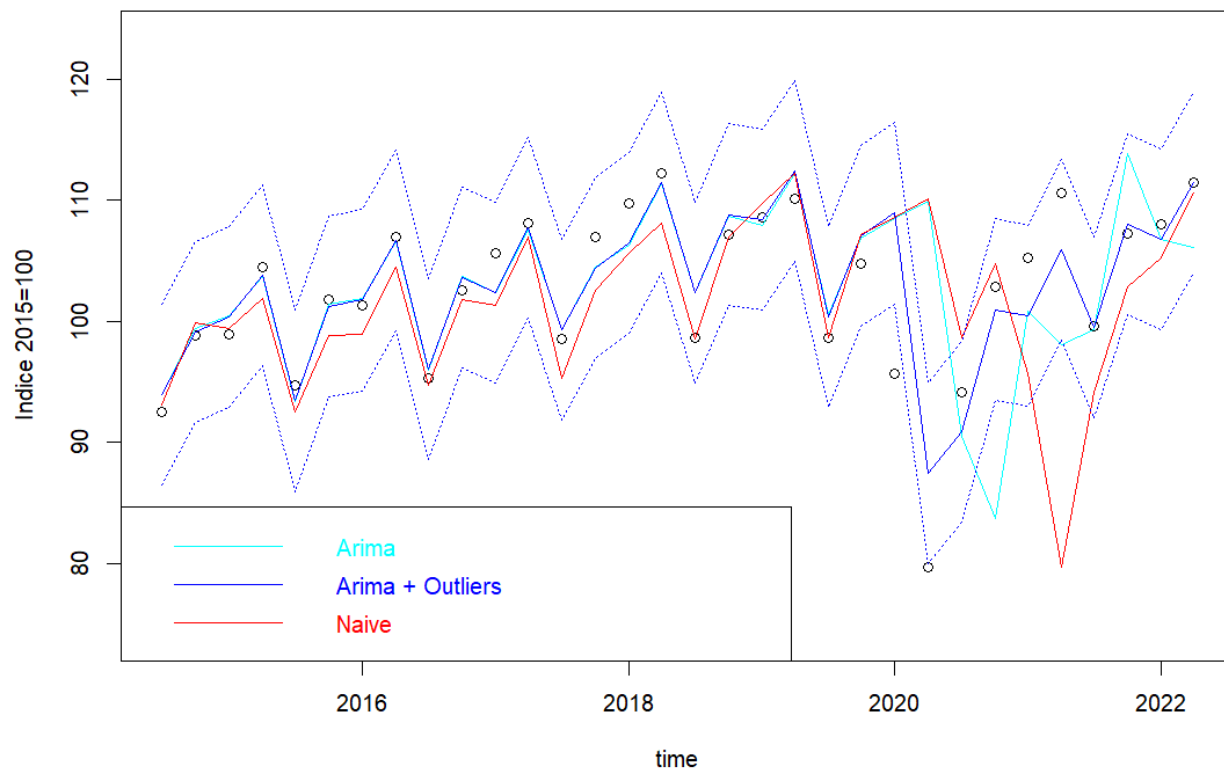


Figura 16

La figura 17 mostra invece le previsioni ex-ante per i prossimi 18 mesi (J=6). Le ultime previsioni per gli ARIMA sono frutto delle rispettive FPE.

Previsioni (ex-ante) per i prossimi 18 mesi

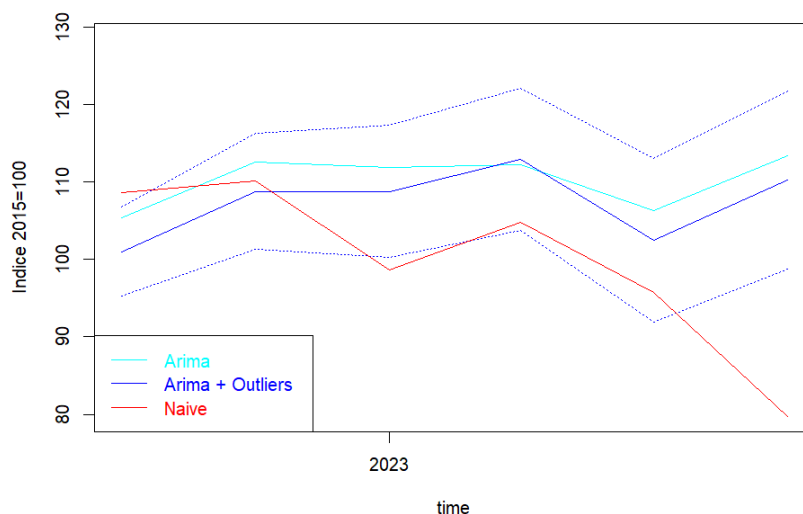


Figura 17

Commento

Il modello proposto spiega e descrive piuttosto bene il fenomeno studiato e presenta buone proprietà che riflettono in larga parte le assunzioni necessarie. Il limite principale è la leptocurtosi dei residui, difficilmente evitabile con una tale irregolarità del fenomeno.

Dal punto di vista predittivo il modello è accettabile. L'alta varianza di previsione si traduce in bande a breve termine piuttosto ampie, ed è impossibile produrre previsioni accurate con orizzonti superiori ai 18 mesi. Ma questo è ampiamente atteso: fenomeni macroeconomici come quello analizzato non possono essere previsti in modo affidabile nemmeno con modelli ben più avanzati.

Relazione sulla serie finanziaria: NYSEArca, Vanguard Total Stock Market Index Fund (VTI)

Introduzione e descrizione dei dati

Oggetto di questa analisi è l'andamento dell'indice Total Stock Market (VTI), emesso dall'istituto finanziario Vanguard. VTI replica l'intero mercato azionario statunitense. L'obiettivo è quello di conoscere il fenomeno, studiarne l'evoluzione nel tempo, e prevederla nel futuro prossimo.

I dati utilizzati sono stati estratti dal database di Yahoo Finance in data 2023-01-05 al link:

<https://finance.yahoo.com/quote/VTI/history?p=VTI>. La fonte primaria è la Borsa di New York.

Si tratta di una serie di prezzi giornalieri denominati in USD. I dati comprendono il prezzo più alto della giornata, il più basso, i prezzi di apertura e di chiusura (anche corretta), e il volume di titoli scambiati.

Analisi preliminari

Si precisa che si considerano solo gli ultimi cinque anni di osservazione, a partire quindi dal 2018-01-05. I dati precedenti sono stati esclusi per garantire la stabilità dei parametri stimati, valutata mediante il test di Nyblom.

La figura 1 mostra l'andamento dei log-prezzi di chiusura corretti. La crescita dei prezzi è, al netto di una caduta generale nel 2019, tendenzialmente positiva fino al primo trimestre 2020, che ha visto un crollo repentino dovuto all'incertezza generata dalla già citata epidemia da COVID-19. Il mercato azionario si riprende velocemente e torna ai livelli pre-pandemici entro la fine dello stesso anno, per poi continuare a crescere fino agli ultimi mesi del 2021, quando l'alta inflazione e i rialzi dei tassi d'interesse della Federal Reserve frenano la crescita del mercato. Si instaura una tendenza negativa che viene poi esacerbata dall'invasione russa dell'Ucraina e dalle seguenti sanzioni internazionali. Questo trend sembra proseguire ancora oggi.

Il grafico della serie dei log-prezzi e i correlogrammi in figura 2 denotano evidente non stazionarietà; l'esito dei test ADF conferma questa ipotesi ammettendo la presenza di radici unitarie.

Le serie dei rendimenti (in scala logaritmica, o *log-returns*) in figura 3 mostra invece una media abbastanza stabile e prossima a zero, ma con forte eteroschedasticità (fenomeno noto anche come *volatility clustering*, figura 3), confermata dal test ARCH.

Inoltre i correlogrammi e i test di Ljung-Box mostrano che i rendimenti sono debolmente correlati tra loro per ritardi non eccedenti le due-tre settimane.

Gli ACF plot dei rendimenti, dei rendimenti in valore assoluto, e dei quadrati suggeriscono il sussistere di una certa dipendenza tra gli stessi fino a un mese di distanza. Il test BDS porta coerentemente a rifiutare l'ipotesi di indipendenza.

La distribuzione dei rendimenti in figura 4 evidenzia anche una marcata leptocurtosi. La normalità viene esclusa anche dal test di Shapiro-Wilk.

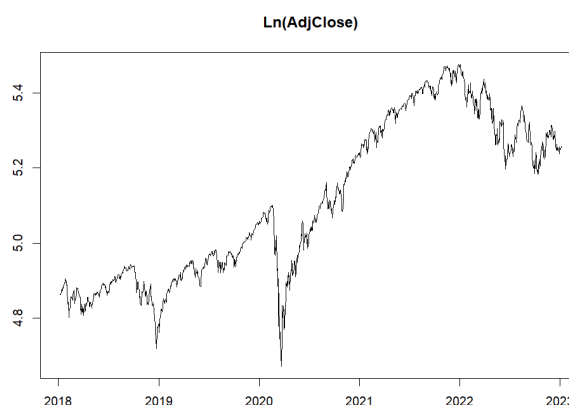


Figura 1

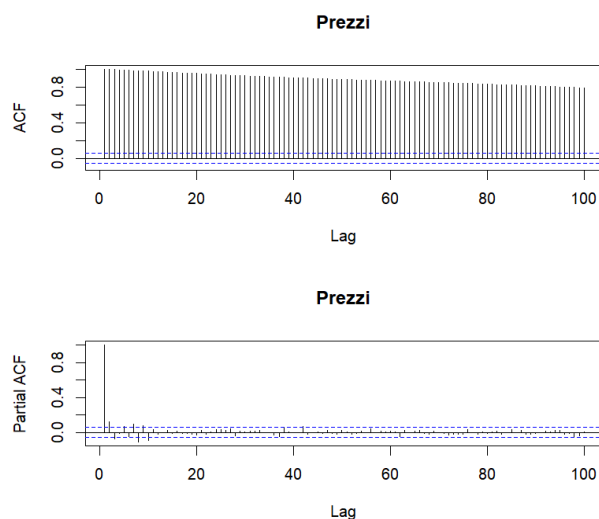


Figura 2

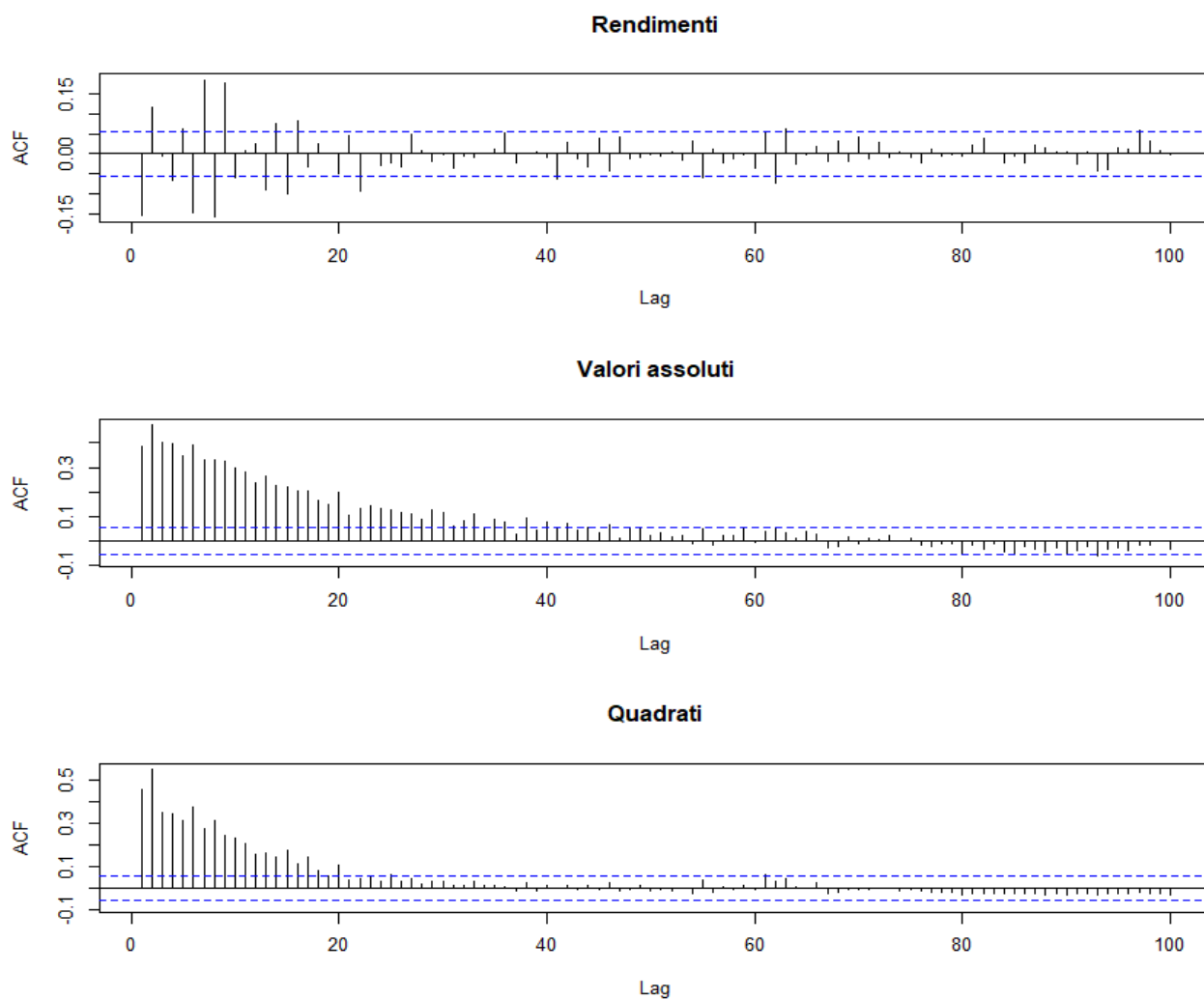


Figura 3

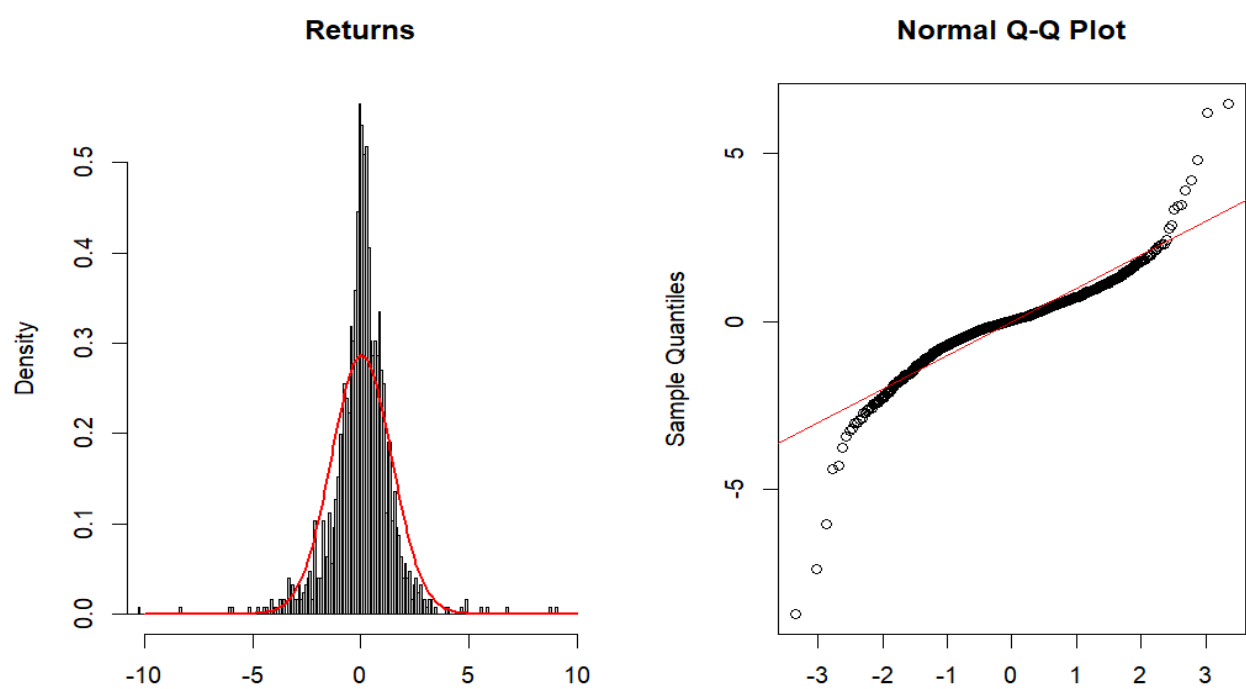


Figura 4

Costruzione del modello

I modelli Simple-GARCH sono stati pensati appositamente per modellare la dinamica della varianza condizionata nelle serie finanziarie. Il miglior modello della famiglia ARMA-sGARCH stimabile sui log-returns di VTI è il sGARCH(1,1) con media fissata (diversa da zero) e distribuzione degli errori t di Student standardizzata (figura 5). Tale distribuzione degli errori è necessaria per assorbirne la leptocurtosi, sarà quindi impiegata in tutti i modelli successivi. I grafici delle ACF dei residui dell'S-GARCH, dei residui in valore assoluto, e dei quadrati (figura 6) sono compatibili con quelli di un processo WN . Anche i test di Ljung-Box confermano l'assenza di correlazione seriale.

```
Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,0)
Distribution      : std

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.114560   0.022027   5.2008 0.000000
omega    0.033268   0.010604   3.1373 0.001705
alpha1   0.205601   0.033864   6.0713 0.000000
beta1    0.793398   0.029264  27.1114 0.000000
shape    6.282957   1.046230   6.0053 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      0.114560   0.018927   6.0527 0.000000
omega    0.033268   0.009754   3.4108 0.000648
alpha1   0.205601   0.035107   5.8564 0.000000
beta1    0.793398   0.029190  27.1802 0.000000
shape    6.282957   0.971599   6.4666 0.000000

LogLikelihood : -1825.549

Information Criteria
-----
Akaike      2.9126
Bayes       2.9330
```

Figura 5

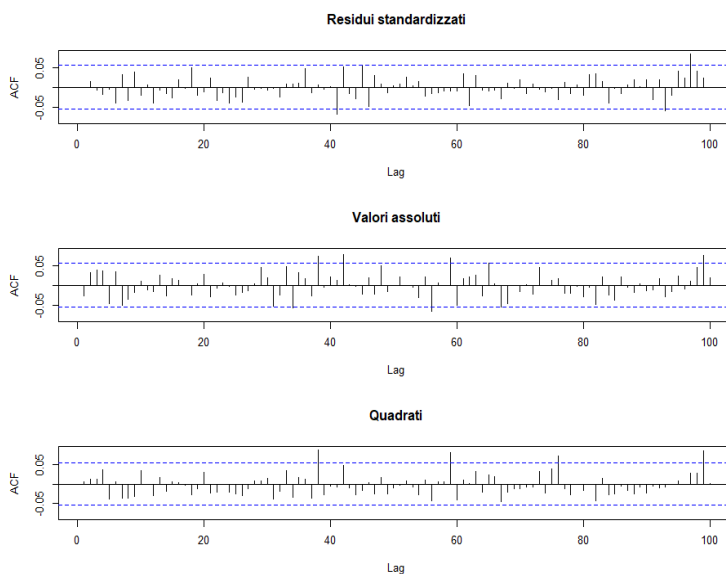


Figura 6

L'esito del test ARCH permette di archiviare l'eteroschedasticità, ma la distribuzione dei residui (figura 7) è problematica: è presente una forte asimmetria (o effetto *leverage*), che viene certificata dall'esito dei test *sign bias* e *joint effect*. Questa asimmetria negativa è tipica delle serie finanziarie.

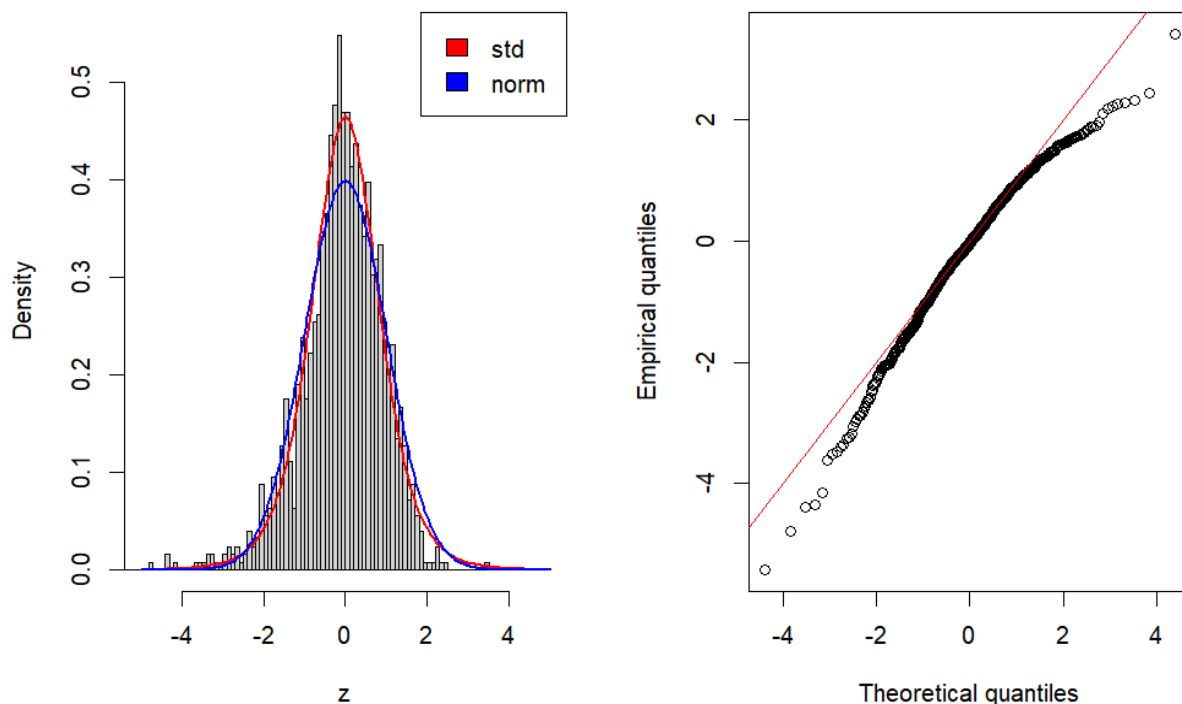


Figura 7

Preservando gli ordini selezionati, si individua un modello più adatto a catturare l'effetto nel GJR-GARCH. Stimando il $\text{gjrGARCH}(1,1)$ col metodo *variance targeting* si ottengono caratteristiche ancora migliori (figura 8).

Un modello alternativo è il Threshold-GARCH in figura 9, che specifica la dinamica della volatilità, non della varianza. Le figure () mostrano chiaramente che, stimato col *variance targeting*, il $\text{tgGARCH}(1,1)$ è ancora più convincente del GJR. Le *News Impact Curves* in figura 10 mostrano inoltre che la varianza condizionata stimata è sempre minore nel T-GARCH rispetto agli altri due. Entrambi i nuovi modelli neutralizzano l'effetto *leverage*.

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : $\text{gjrGARCH}(1,1)$
Mean Model : $\text{ARFIMA}(0,0,0)$
Distribution : std

Optimal Parameters

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.080710	0.019821	4.0719	0.000047
alpha1	0.027912	0.007232	3.8593	0.000114
beta1	0.821516	0.001300	632.1426	0.000000
gamma1	0.269415	0.010658	25.2771	0.000000
shape	6.487781	0.933617	6.9491	0.000000
omega	0.030824	NA	NA	NA

Robust Standard Errors:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.080710	0.017077	4.7263	0.000002
alpha1	0.027912	0.014470	1.9290	0.053735
beta1	0.821516	0.002103	390.6586	0.000000
gamma1	0.269415	0.022789	11.8223	0.000000
shape	6.487781	0.858750	7.5549	0.000000
omega	0.030824	NA	NA	NA

LogLikelihood : -1807.513

Information Criteria

Akaike 2.8839
Bayes 2.9043

Figura 8

Conditional Variance Dynamics

GARCH Model : $\text{fgGARCH}(1,1)$
fgGARCH Sub-Model : TGARCH
Mean Model : $\text{ARFIMA}(0,0,0)$
Distribution : std

Optimal Parameters

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.086690	0.016571	5.2315	0
alpha1	0.119370	0.020757	5.7507	0
beta1	0.873270	0.020748	42.0886	0
eta11	0.970763	0.170527	5.6927	0
shape	6.856407	1.099700	6.2348	0
omega	0.033013	NA	NA	NA

Robust Standard Errors:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.086690	0.015176	5.7125	0e+00
alpha1	0.119370	0.026457	4.5118	6e-06
beta1	0.873270	0.027027	32.3116	0e+00
eta11	0.970763	0.227739	4.2626	2e-05
shape	6.856407	1.098737	6.2403	0e+00
omega	0.033013	NA	NA	NA

LogLikelihood : -1797.661

Information Criteria

Akaike 2.8682
Bayes 2.8886

Figura 9

Gli ACF plot dei residui standardizzati del T-GARCH sono buoni, così come quelli dei valori assoluti e dei quadrati (figura 11). I risultati dei test di Ljung-Box sostengono invece la presenza di correlazioni non nulle per lag fino a due settimane, ma questo non è molto problematico.

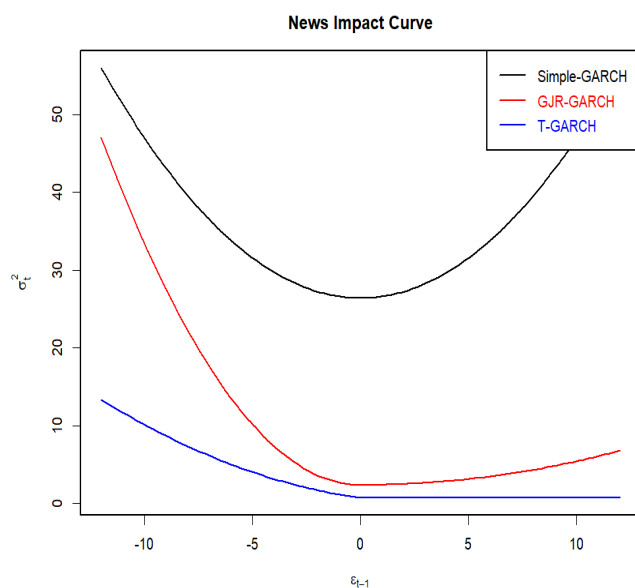


Figura 10

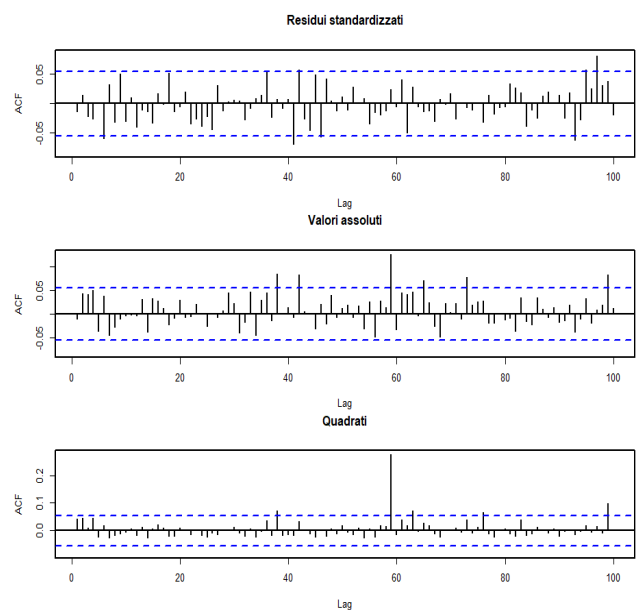


Figura 11

Un ultimo modello che può essere stimato è l'Integrated-GARCH, in figura 12. Gli alti valori AIC e BIC di iGARCH(1,1) lo pongono decisamente al di sotto degli altri. Il motivo è che, come i Simple-GARCH, i modelli IGARCH non sono strutturalmente capaci di catturare l'asimmetria negativa, come dimostrano i test per l'effetto *leverage*. I modelli più solidi sono quindi il T-GARCH, e in secondo luogo il GJR-GARCH.

Previsioni

Si valuta la bontà predittiva dei modelli individuati stimando la varianza condizionata a partire dai dati giornalieri col metodo Garman-Klass. La figura 13 mostra che l'andamento delle stime GK è molto simile a quello dei rendimenti.

La figura 14 mostra le metriche di errore di previsione della volatilità e della varianza condizionata. Il T-GARCH sembra il modello più efficiente e meno distorto. Inoltre il test congiunto di Mincer-Zarnowitz presenta esito favorevole alla correttezza delle previsioni solo per tale modello (usando stimatori HAC per i coefficienti).

I test di Diebold-Mariano mostrano che il T-GARCH produce previsioni per la volatilità significativamente migliori di quelle di ciascun altro modello con qualsiasi funzione di perdita impiegata, eccezion fatta per il GJR con perdita LLE (differenza non significativa).

Ma le previsioni della varianza condizionata prodotte dal T sono significativamente migliori delle altre solo con perdita AE. In nessun caso il T-GARCH produce previsioni significativamente peggiori rispetto alle altre considerate.

La figura 15 mostra le previsioni tGARCH 1-passo-avanti degli ultimi 10 giorni registrati e i rendimenti realmente osservati.

La figura 16 mostra le previsioni ex-ante per i giorni dal 2023-01-05 al 2023-01-18.

Conditional Variance Dynamics

```
GARCH Model      : iGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,0)
Distribution      : std
```

Optimal Parameters

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.114588	0.022014	5.2052	0.000000
omega	0.033023	0.009688	3.4087	0.000653
alpha1	0.206596	0.029273	7.0576	0.000000
beta1	0.793404	NA	NA	NA
shape	6.257549	0.944123	6.6279	0.000000

Robust Standard Errors:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.114588	0.021297	5.3805	0.000000
omega	0.033023	0.010053	3.2848	0.001021
alpha1	0.206596	0.029165	7.0837	0.000000
beta1	0.793404	NA	NA	NA
shape	6.257549	0.934689	6.6948	0.000000

LogLikelihood : -1825.538

Information Criteria

Akaike	2.9110
Bayes	2.9273

Figura 12

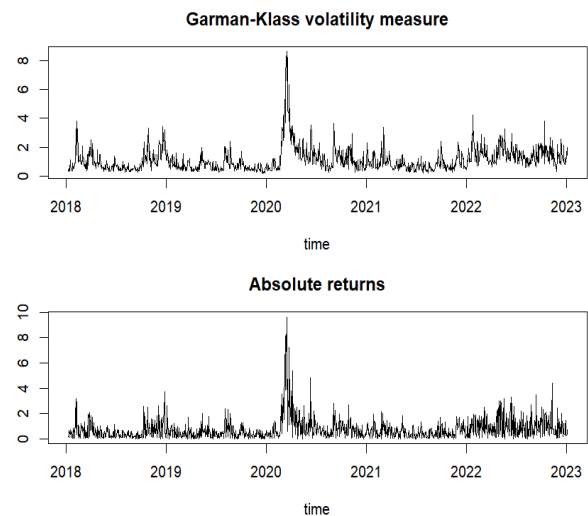


Figura 13

measure	model	MPE	MAPE	RMSPE
1 Volatility	GARCH	-0.2463484	0.4181462	0.5762385
2 Volatility	GJR-GARCH (VT)	-0.2166309	0.3925326	0.5354746
3 Volatility	T-GARCH (VT)	-0.1733269	0.3646805	0.4871117
4 Volatility	IGARCH	-0.2478222	0.4190410	0.5774770
5 Variance	GARCH	-0.8247475	1.1064569	1.8782631
6 Variance	GJR-GARCH (VT)	-0.7199948	1.0090922	1.6761688
7 Variance	T-GARCH (VT)	-0.5839316	0.8973320	1.4333617
8 Variance	IGARCH	-0.8291241	1.1099000	1.8839237

Figura 14

t	pred	se	left	right	actual returns
2022-12-20 1248	0.08669028	1.650680	-3.212299	3.385679	0.2094817
2022-12-21 1249	0.08669028	1.479438	-2.870062	3.043442	1.5005844
2022-12-22 1250	0.08669028	1.681417	-3.273729	3.447109	-1.4285245
2022-12-23 1251	0.08669028	1.502961	-2.917074	3.090455	0.5500436
2022-12-27 1252	0.08669028	1.464423	-2.840052	3.013433	-0.4188065
2022-12-28 1253	0.08669028	1.630315	-3.171598	3.344979	-1.2670395
2022-12-29 1254	0.08669028	1.462773	-2.836756	3.010136	1.8215782
2022-12-30 1255	0.08669028	1.391017	-2.693347	2.866727	-0.2559570
2023-01-03 1256	0.08669028	1.364312	-2.639975	2.813356	-0.4088045

Figura 15

	returns	volatility
T+1	0.08669028	1.227208
T+2	0.08669028	1.215754
T+3	0.08669028	1.204716
T+4	0.08669028	1.194078
T+5	0.08669028	1.183825
T+6	0.08669028	1.173943
T+7	0.08669028	1.164420
T+8	0.08669028	1.155241
T+9	0.08669028	1.146395
T+10	0.08669028	1.137870

Figura 16

Commento

Il T-GARCH stimato con *variance targeting* è il modello migliore sotto ogni punto di vista, in particolar modo se è di maggiore interesse la dinamica della volatilità rispetto alla varianza. Le sue diagnostiche non presentano criticità e permette di trattare tutti i problemi caratteristici delle serie finanziarie: eteroschedasticità, asimmetria negativa, leptocurtosi.