



[75.29] Teoría de Algoritmos 1

Primer cuatrimestre 2022

TRABAJO PRACTICO 1

Alumno: Manuel Longo Elia

Padrón: 102425

Mail: mlongoe@fi.uba.ar

Docentes: Víctor Podberezski

Lucas Ludueño

Kevin Untrojb

Ernesto Alvarez

Martín Suarez

Fecha de entrega: 6 de Abril de 2022

Enunciado

Para una ruta recién inaugurada de “k” kilómetros de longitud se debe construir un conjunto de antenas celulares para cubrir su recorrido. Se recibieron un conjunto de “n” propuestas. Cada propuesta corresponde a la instalación de una antena en una ubicación determinada. Las características de las antenas pueden variar. Sabemos por la información de cada contrato dónde se ubicará la antena y la cantidad de kilómetros que cubrirá de la ruta expresado en un radio de una cantidad de kilómetros desde donde está ubicada.

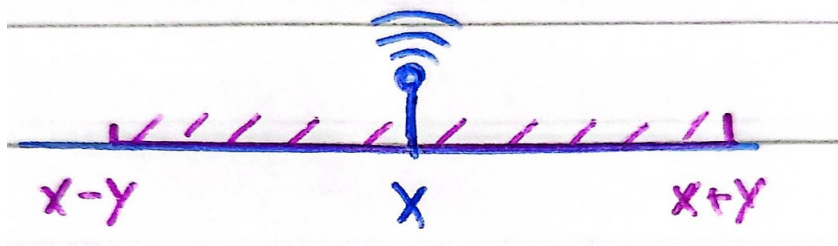
Nos solicitan seleccionar el menor subconjunto de contratos de forma que toda la ruta quede totalmente cubierta o que informe que esto no es posible.

Resuelva:

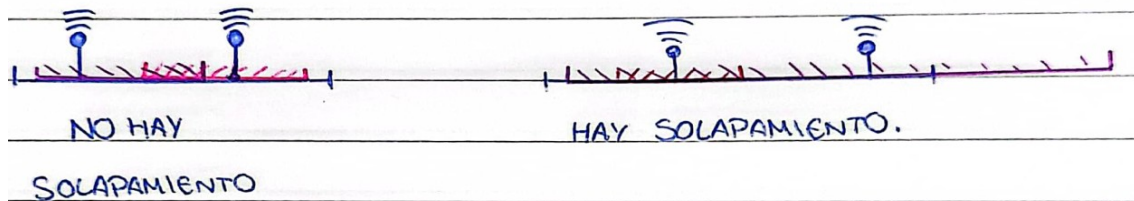
1. Proponga al menos 2 estrategias greedy que no sean óptimas para resolver el problema. Ejemplifique. ¿Por qué considera que son del tipo greedy?
2. Proponga una estrategia greedy que sea óptima. Justifique su optimalidad.
3. Explique cómo implementar algorítmicamente esa estrategia. Brinde pseudocódigo y estructuras de datos a utilizar.
4. Analice complejidad temporal y espacial de su propuesta
5. Programe su algoritmo.
6. Analice el resultado que obtiene mediante su algoritmo. ¿Puede encontrar alguna característica que beneficie algunos contratos frente a otros? ¿Existe alguna otra solución óptima alternativa?
7. Su programa mantiene la complejidad espacial y temporal de su algoritmo?

Resolución

1) La estrategia greedy seleccionada es bastante similar al Interval Scheduling, la elección esta fundamentada en que las antenas pueden verse como un evento con horario de inicio y de finalización, dado que se puede calcular el “horario de inicio” del evento como la diferencia entre la posición del poste y el radio de alcance de la señal emitida, y el “horario de finalización del evento” se puede calcular como la suma entre la posición del poste y el radio de alcance de la señal emitida. En la imagen a continuación se muestra gráficamente como se pensó la situación anteriormente descrita.



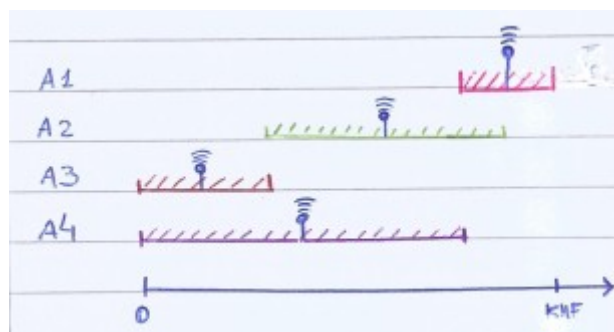
Lo que busca este algoritmo greedy es cubrir toda la ruta seleccionando un subconjunto de elementos del conjunto inicial de menor tamaño posible de modo que todas las tareas seleccionadas sean compatibles entre sí, es decir que no haya superposición de “eventos”, pero redefiniendo este concepto. La redefinición se basa en que en nuestra estrategia greedy dos eventos estarán solapados si el área de cobertura de la antena está incluida en su totalidad en el área de cobertura del otro evento. En la próxima imagen se podrá visualizar esto.



Los elementos serán seleccionados de manera iterativa mediante una Heurística greedy.

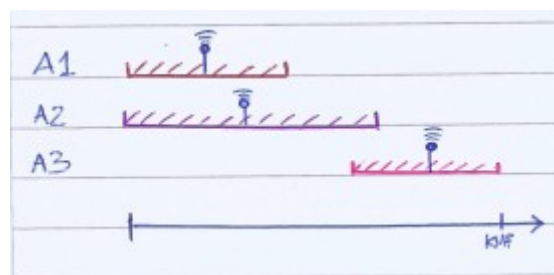
Lo que puede llevar a esta resolución de ser óptima a no serlo es el criterio de elección de los eventos. Por ejemplo:

- Si se van eligiendo los eventos por *mayor cantidad de kilómetros cubiertos* puede haber momentos en los cuales la solución no se acomode de mejor manera a los eventos disponibles, ya que podrían descartarse eventos que combinados lleguen a la solución óptima. Aquí un contraejemplo:



Claramente, la solución óptima sería elegir a las antenas A1 y A4. Pero como el algoritmo selecciona las antenas por cantidad de kilómetros cubiertos, elegiría primero A4, luego A2, y finalmente A1 generando un subconjunto final de tres elementos cuando el óptimo es de dos. No se estaría cumpliendo una de las partes más importantes del problema, que es seleccionar el menor conjunto de antenas posibles.

- La otra variante que también no es óptima es elegir las antenas por *orden alfabético*. El problema de esta elección está bastante claro. Aquí un contraejemplo que muestra el problema:



En este ejemplo, claramente la solución óptima es elegir las antenas A2 y A3. Pero como se van a ir seleccionando por orden alfabético el conjunto final seleccionado sería A1, A2 y A3, logrando así

el mismo problema que el ejemplo anterior: no conectar conectar la menor cantidad de antenas posibles.

2) Esta estrategia tiene algunas cosas en común con las anteriores mencionadas, por ejemplo que las antenas deben ordenarse por posición. Luego empezando por el comienzo recorrer toda la lista de antenas disponibles y elegir la antena que cubra todo el espacio anterior a su centro que esta sin cubrir, si hay dos o mas antenas que cumplan con esta característica, elegir la antena que cubra la mayor cantidad de kilómetros luego de su centro. En caso de empate también en esta segunda característica elegir cualquiera de estas. Una vez seleccionada la antena agregar esta al conjunto final y volver a repetir el proceso hasta que se haya cubierto toda la ruta o que no se pueda realizar lo anteriormente mencionado.

3) El pseudocodigo de la estrategia seria el siguiente:

Sea P un set de datos

Sea A el conjunto final

Mientras no se haya cubierto todo el trayecto

 Buscar en P la antena que cubra mejor todo el espacio anterior

 Si no hay una antena que pueda cubrir todo el espacio anterior

 Retornar que no se puede cubrir toda la ruta y los kilómetros cubiertos

 Calculo los kilómetros que cubrí en esta iteración

 Si toda la ruta fue cubierta

 Retornar que se puede conectar toda la ruta y las antenas que deben conectarse

4) La complejidad temporal de mi algoritmo es $O(n^2)$, ya que por cada vez que llamo a la función *buscarAntenaQueCubraElEspacioDisponible* debo recorrer toda la lista de antenas. En el peor de los casos estaría agregando todas las antenas, por las que las agregare n veces.

En cuanto a la complejidad espacial es bastante similar a lo que explique anteriormente, en el peor de los casos deberán ser conectadas todas las antenas, por lo que debería guardar todas en el conjunto final dando así una complejidad de $O(n)$

6) Los resultados que devuelve el algoritmo con el set de datos provisto es:

```
(base) manulon@manulongo:~/Escritorio/TEORIA DE ALGORITMOS I/TPS/TP1$ python3 codigo.py 100
Se puede cubrir la ruta completa. Las propuestas seleccionadas son: 5
Se cubriran 100 kilometros.
(base) manulon@manulongo:~/Escritorio/TEORIA DE ALGORITMOS I/TPS/TP1$ python3 codigo.py 200
Se puede cubrir la ruta completa. Las propuestas seleccionadas son: 5 6
Se cubriran 200 kilometros.
(base) manulon@manulongo:~/Escritorio/TEORIA DE ALGORITMOS I/TPS/TP1$ python3 codigo.py 300
Se puede cubrir la ruta completa. Las propuestas seleccionadas son: 5 6
Se cubriran 300 kilometros.
(base) manulon@manulongo:~/Escritorio/TEORIA DE ALGORITMOS I/TPS/TP1$ python3 codigo.py 480
Se puede cubrir la ruta completa. Las propuestas seleccionadas son: 5 6 2
Se cubriran 480 kilometros.
(base) manulon@manulongo:~/Escritorio/TEORIA DE ALGORITMOS I/TPS/TP1$ python3 codigo.py 552
Se puede cubrir la ruta completa. Las propuestas seleccionadas son: 5 6 2
Se cubriran 552 kilometros.
(base) manulon@manulongo:~/Escritorio/TEORIA DE ALGORITMOS I/TPS/TP1$ python3 codigo.py 600
No es posible cubrir toda la ruta, solamente se pudieron cubrir 552 kilometros.
```

La característica clara que se puede ver es que las antenas con mayor cobertura tienen muchas más chances de ser contratada que las que cubran poco, ya que hay mucha más chance de que estas se solapen con otras. También, otra característica clara es que siempre va a aparecer la antena que llegue al inicio del camino y tenga la cobertura más grande ya que va a ser siempre elegida por sobre las otras que comparten la característica de llegar al inicio.

El set de datos usado es:

1,44,50

2,402,150

3,219,35

4,100,80

5,80,80

6,300,160

7,150,30

7) El algoritmo realizado mantiene la complejidad espacial y temporal anteriormente descrita.