Bisimulación

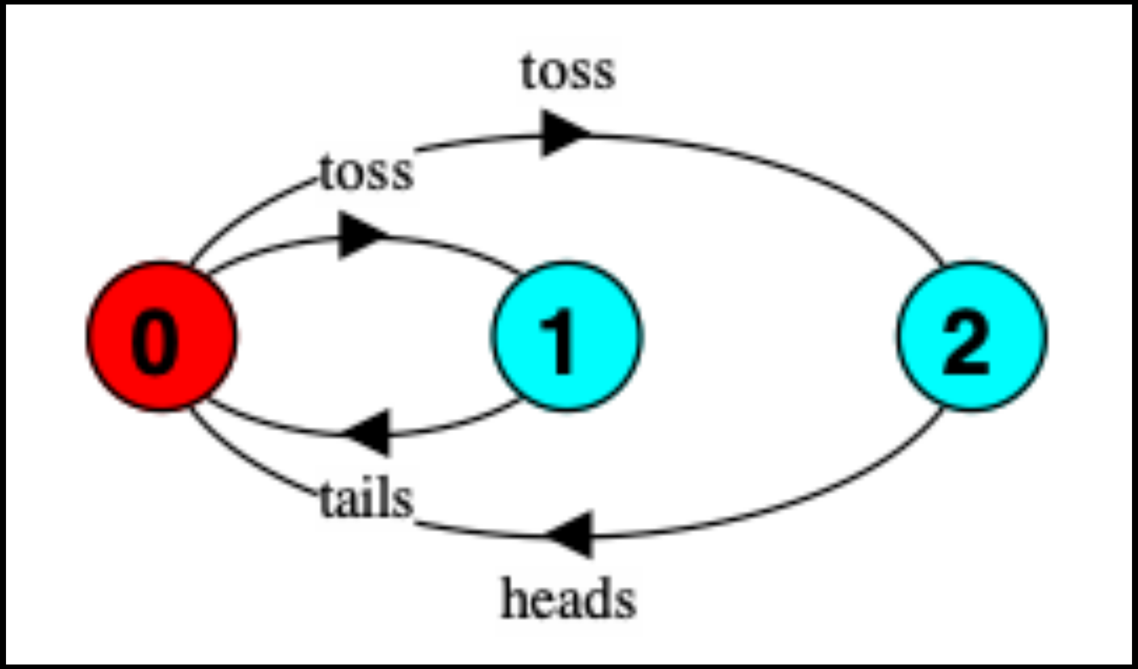
Ingeniería del Software 2
1er cuat. 2020

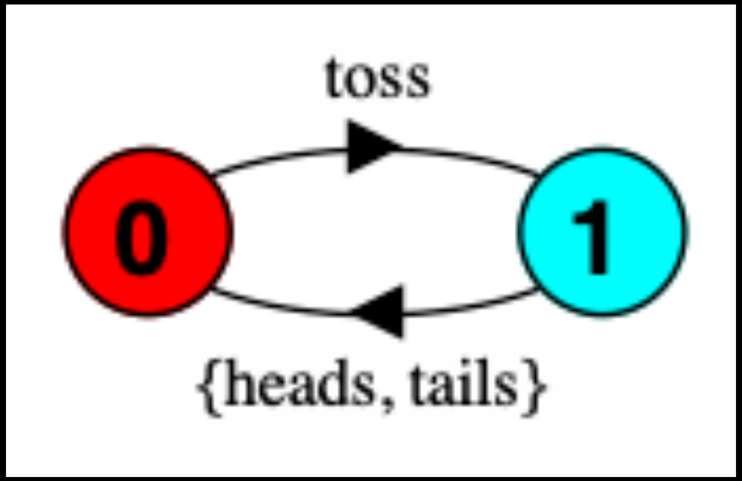
Problema

- *¿Cuál es la noción de "equivalencia" apropiada para dos LTS?*
- *En otras palabras, ¿cuándo podemos decir que dos LTS son "iguales"?*

Propuesta #1

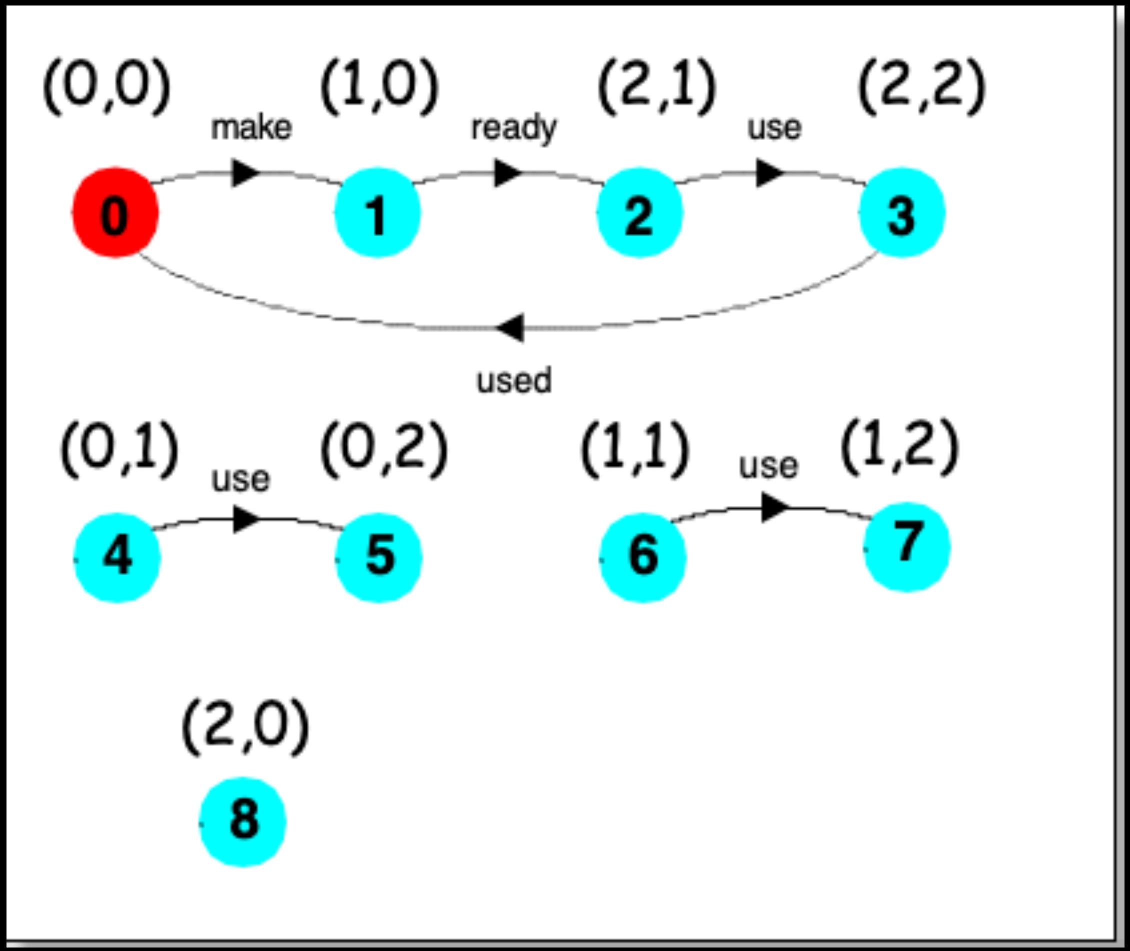
- "*Dos LTS son equivalentes si definen el mismo conjunto de trazas*"

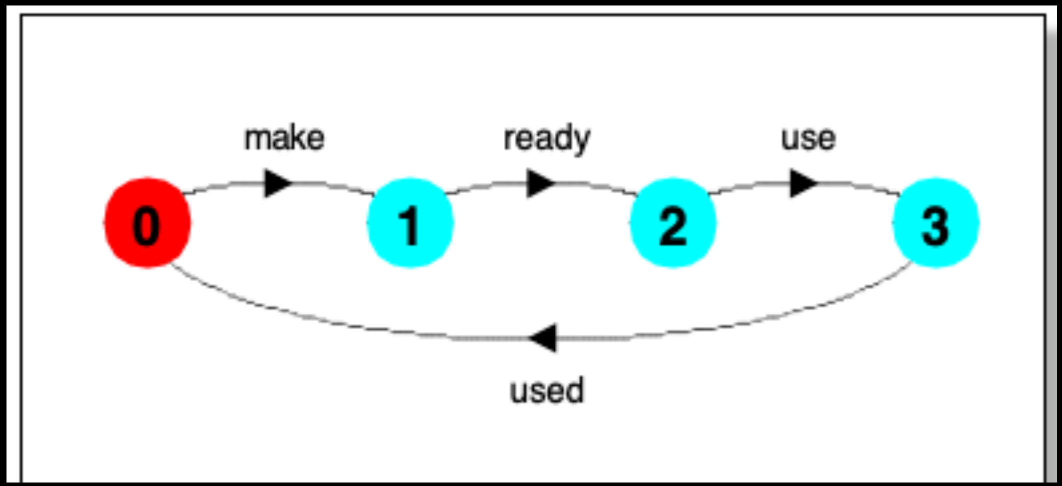




Propuesta #2

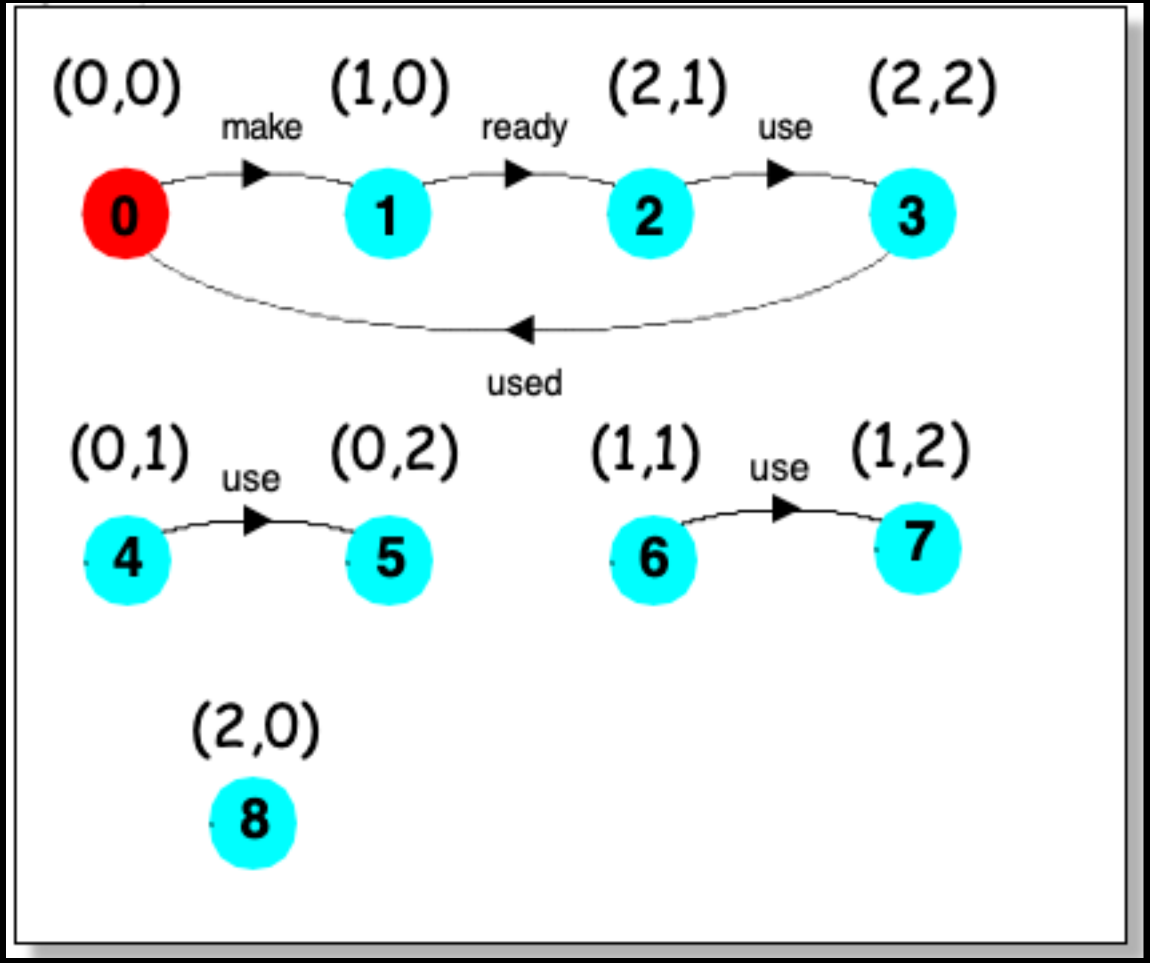
- *“Dos LTS son equivalentes si y solo si son idénticos”*

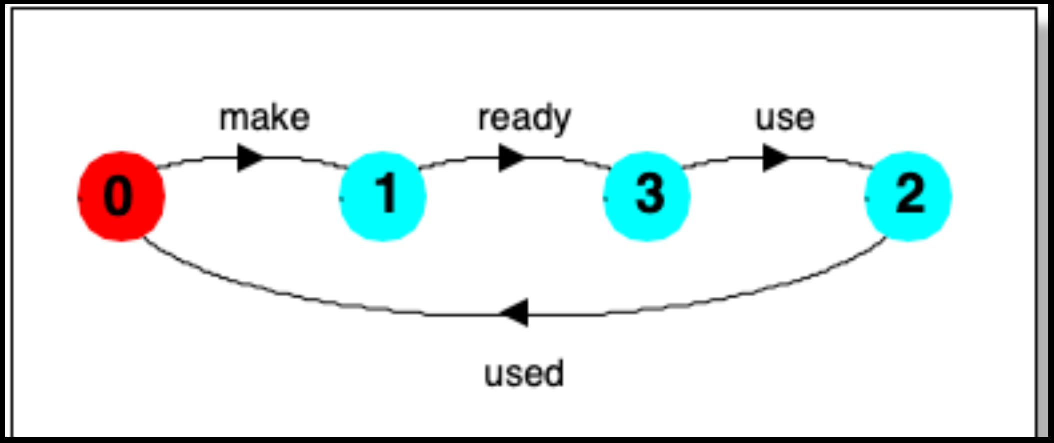




Propuesta #3

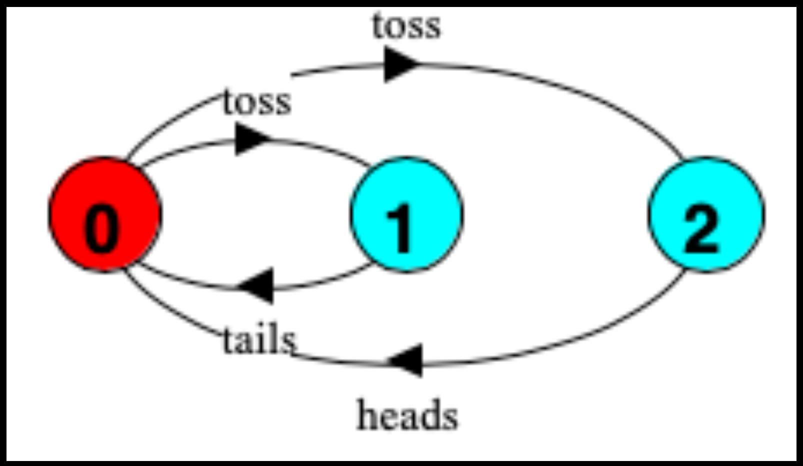
- *"Dos LTS son equivalentes si y solo si al quitar sus estados no alcanzables son **idénticos**"*

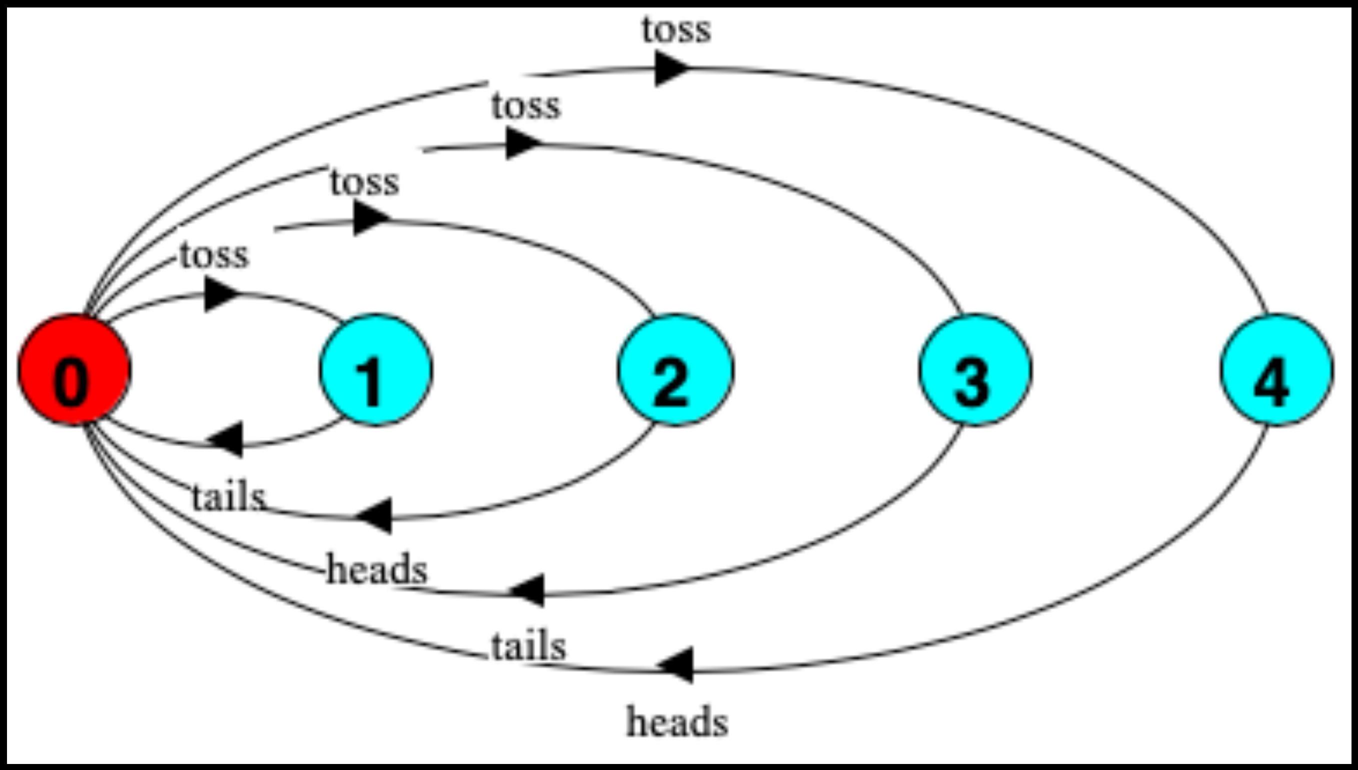




Propuesta #4

- *“Dos LTS son equivalentes si y solo si al quitar sus estados no alcanzables son **isomorfos**”*





¿Qué buscamos?

- Una relación entre LTS...
  - que sea una equivalencia
    - Reflexiva (P≡P)
    - Transitiva (P≡Q y Q≡R implica P≡R)
    - Simétrica (P≡Q implica Q≡P)
- que “encaje” con nuestro lenguaje de especificación
  - Ej: si P≡Q entonces P || R ≡ Q || R

Bisimilaridad Fuerte

Definición. *(Strong Bisimulation)* Sea $\mathcal{P}$ el universo de todos los LTS. Una relacion binaria $R \subseteq \mathcal{P} \times \mathcal{P}$ es una bisimulacion fuerte si y solo si cuando $(P, Q) \in R$ entonces para cada accion $a \in Act \cup \{\tau\}$:

- $(P \xrightarrow{a} P') \Rightarrow (\exists Q' \cdot Q \xrightarrow{a} Q' \ \wedge \ (P', Q') \in R)$
- $(Q \xrightarrow{a} Q') \Rightarrow (\exists P' \cdot P \xrightarrow{a} P' \ \wedge \ (P', Q') \in R)$

Definición. *(Strong Bisimilarity)* Dos LTS $P, Q \in \mathcal{P}$ son fuertemente bisimilares $(P \sim Q)$ si y solo si existe una bisimulacion fuerte R tal que $(P, Q) \in R$.

$$\sim = \bigcup \{R \mid R \text{ es una bisimulacion fuerte }\}$$

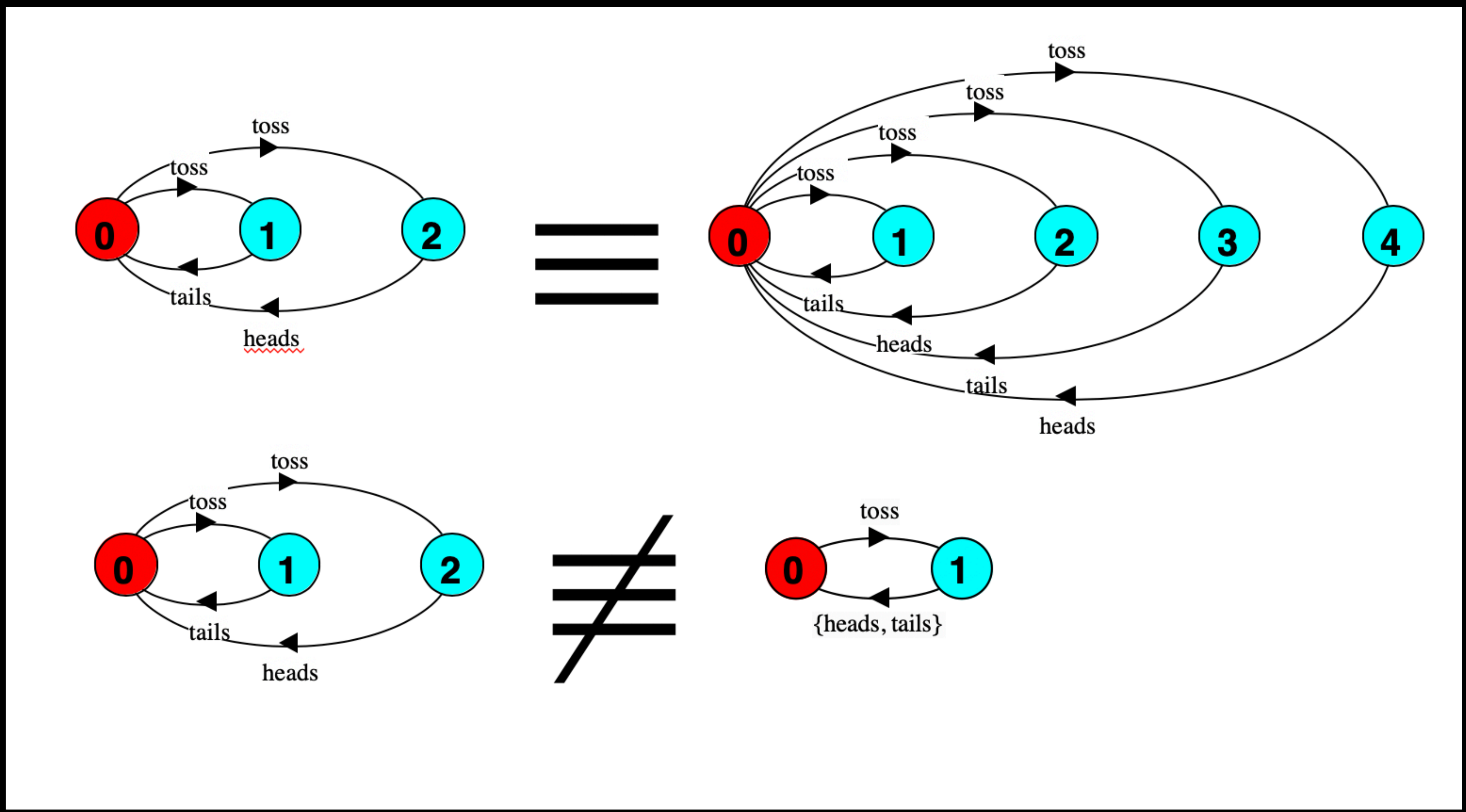
Propiedades de ~

- ~ es una bisimulación fuerte
- ~ es una relación de equivalencia

Teorema 1. $(P \sim Q)$ entonces para cada accion $a \in Act$:

- $(P \xrightarrow{a} P') \Rightarrow (\exists Q' \cdot Q \xrightarrow{a} Q' \ \wedge \ P' \sim Q')$
- $(Q \xrightarrow{a} Q') \Rightarrow (\exists P' \cdot P \xrightarrow{a} P' \ \wedge \ P' \sim Q')$

Bisimilitud Fuerte

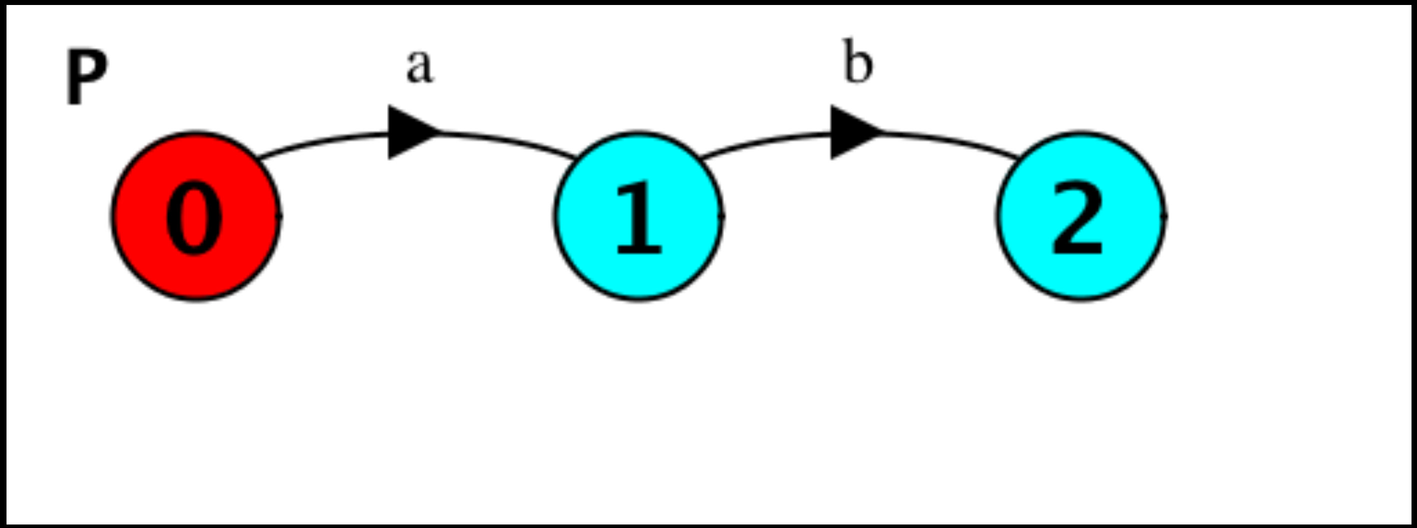


Ejemplo

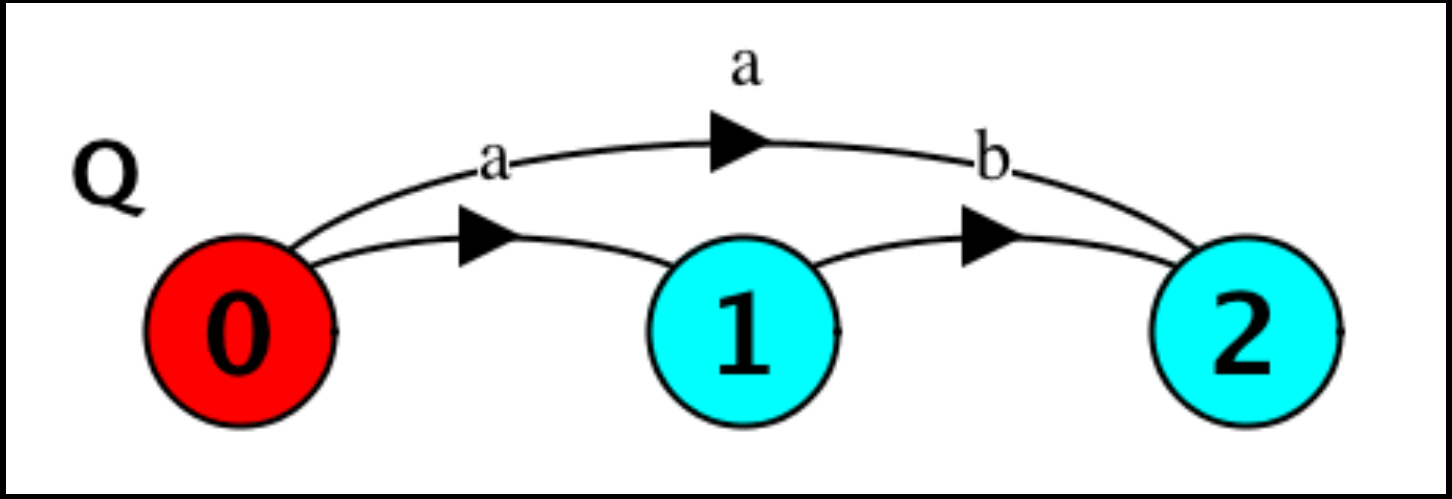
- ¿Son estos dos FSPs bisimilares?
  - P = (a -> b -> STOP).
  - Q = (a -> STOP | a -> b->STOP).

Ejemplo

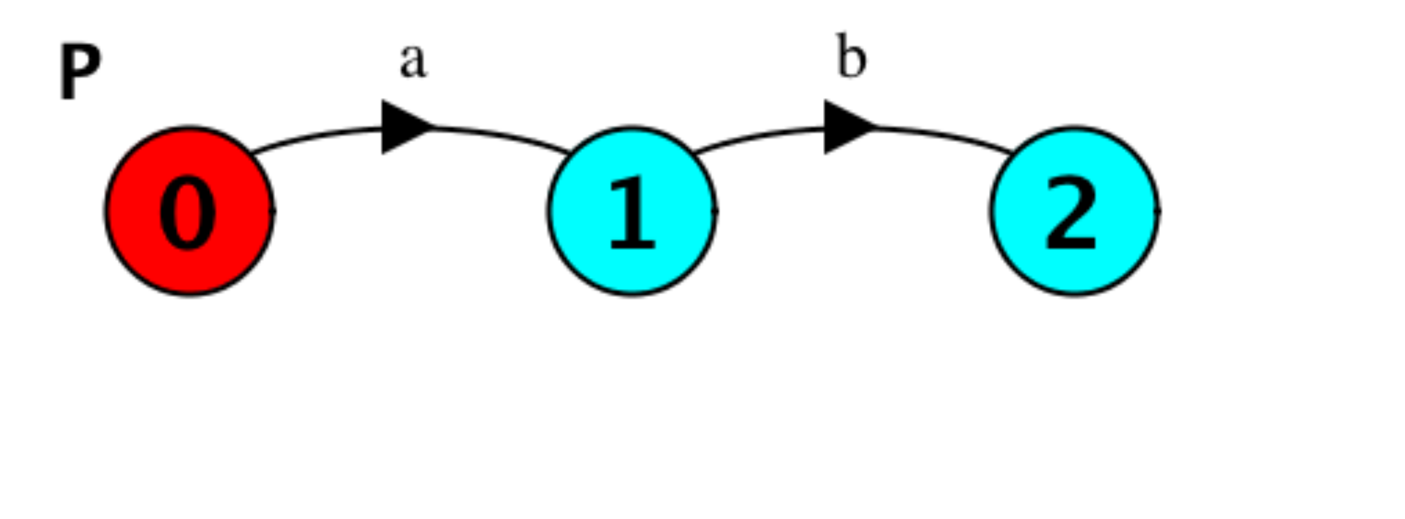
P = (a -> b -> STOP).



Q = (a -> STOP | a -> b->STOP).

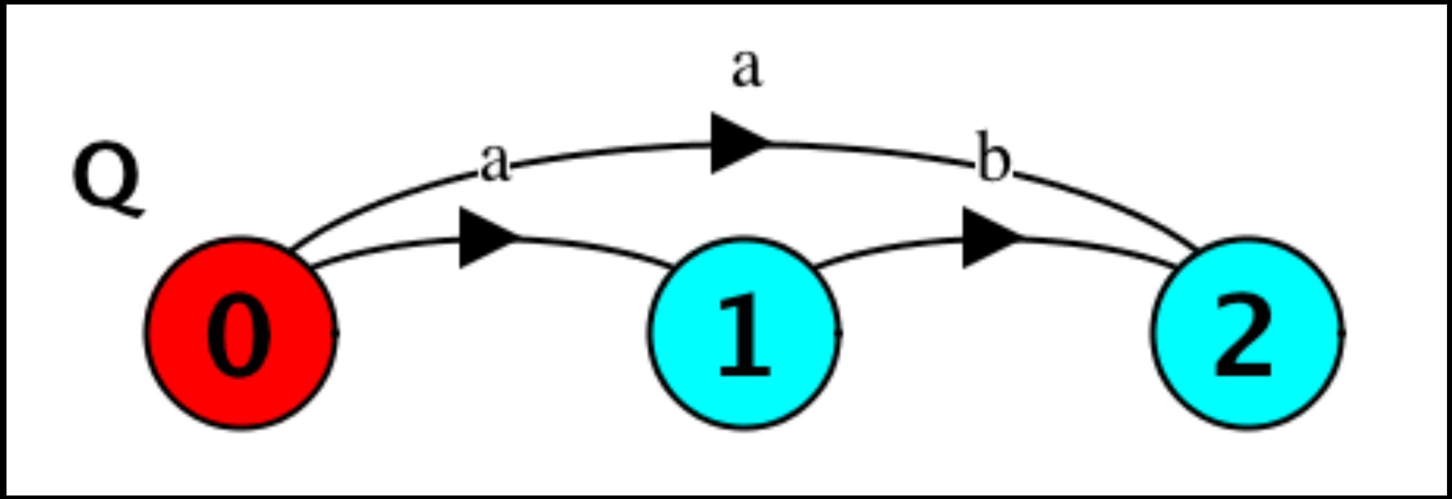


Ejemplo



Puedo simular P con Q, pero no puedo simular Q con P

Por lo tanto, no son fuertemente bisimilares.



Bisimulación

En otras palabras, vamos a decir que dos procesos

P y Q son "no equivalentes" (i.e. fuertemente bisimilares)

si un observador externo (i.e. otro proceso) los puede

distinguir.

Strong Simulation

Definición. *(Strong Simulation)* Sea $\mathcal{P}$ el universo de todos los LTS. Una relacion binaria $R \subseteq \mathcal{P} \times \mathcal{P}$ es una simulacion fuerte si y solo si cuando $(P, Q) \in R$ entonces para cada accion $a \in Act \cup \{\tau\}$

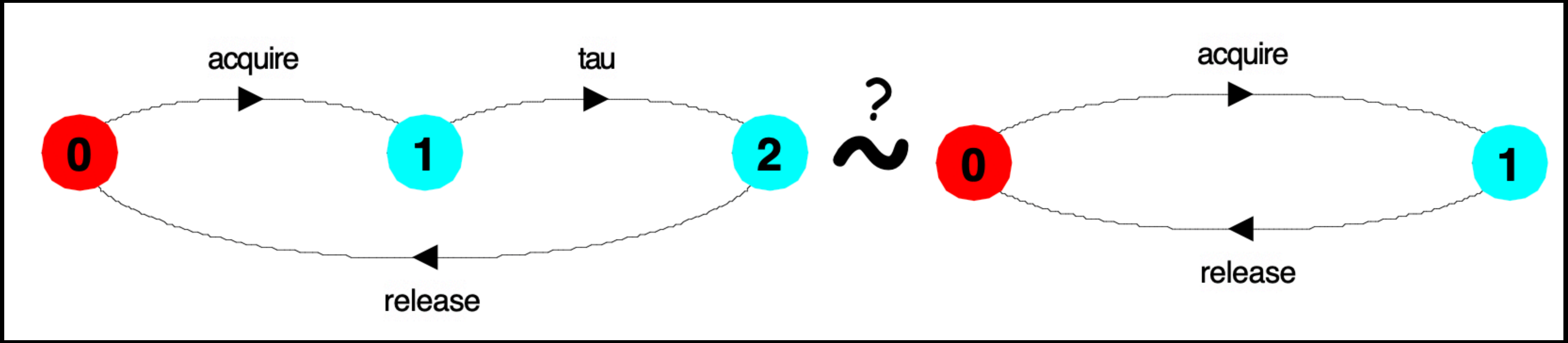
- $(P \xrightarrow{a} P') \Rightarrow (\exists Q' \cdot Q \xrightarrow{a} Q' \ \wedge \ (P', Q') \in R)$

Es común utilizar el símbolo de orden $\leq$ para representar simulación: $P \leq Q$ (Q simula a P).

En el ejemplo anterior, P <= Q (*"Q simula a P"*),

pero no es cierto que Q <= P (*"P simula a Q"*).

Limitaciones de la Bisimilitud Fuerte



- ¿Qué pasa entre estos dos LTS?
- No son fuertemente bisimilares
- No obstante, nos gustaría poder capturar su **similitud**

Transición Débil

$$\overset{a}{\Longrightarrow} \;=\; \begin{cases} (\overset{\tau}{\longrightarrow})^{*} \circ \overset{a}{\longrightarrow} \circ (\overset{\tau}{\longrightarrow})^{*} & \text{if } a \neq \tau \\ (\overset{\tau}{\longrightarrow})^{*} & \text{if } a = \tau \end{cases}$$

Bisimilaridad Débil

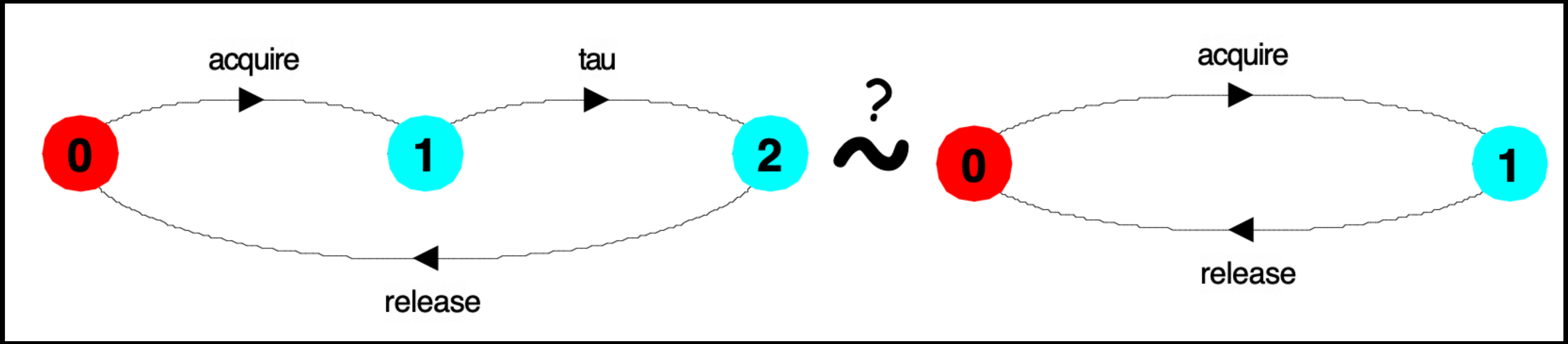
Definicion 3 (Weak Bisimulation) *Sea $\mathcal{P}$ el universo de todos los LTS. Una relacion binaria $R \subseteq \mathcal{P} \times \mathcal{P}$ es una bisimulacion debil si y solo si cuando $(P, Q) \in R$ entonces para cada accion $a \in Act \cup \{\tau\}$:*

- $(P \xrightarrow{a} P') \Rightarrow (\exists Q' \cdot Q \xRightarrow{a} Q' \ \wedge \ (P', Q') \in R)$
- $(Q \xrightarrow{a} Q') \Rightarrow (\exists P' \cdot P \xRightarrow{a} P' \ \wedge \ (P', Q') \in R)$

Definicion 4 (Weak Bisimilarity) *Dos LTS $P, Q \in \mathcal{P}$ son debilmente bisimilares ($P \approx Q$) si y solo si existe una bisimulacion debil R tal que $(P, Q) \in R$.*

$$\approx = \bigcup \{R \mid R \textit{ es una bisimulacion debil } \}$$

Limitaciones de la Bisimilitud Fuerte



- No son fuertemente bisimilares
- Pero son débilmente bisimilares

Propiedades

- Es una relación de equivalencia
- Bisimulación fuerte implica Bisimiluación Débil