# Relaciones: algunas definiciones

**Definición**

Dados los conjuntos $A$ y $B$, se llama **relación** de $A$ **en** $B$ a todo subconjunto de $A \times B$.

# Relaciones: algunas definiciones

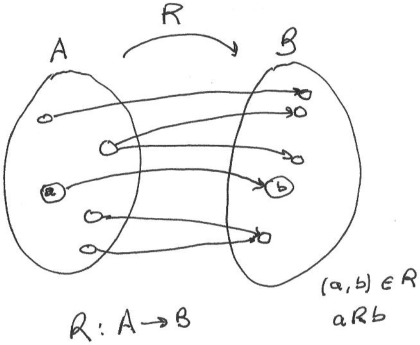
**Definición**

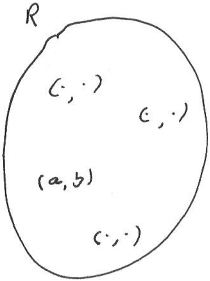
Dados los conjuntos $A$ y $B$, se llama **relación** de $A$ **en** $B$ a todo subconjunto de $A \times B$.

# Relaciones: algunas definiciones

**Definición**

Dados los conjuntos $A$ y $B$, se llama **relación** de $A$ **en** $B$ a todo subconjunto de $A \times B$.

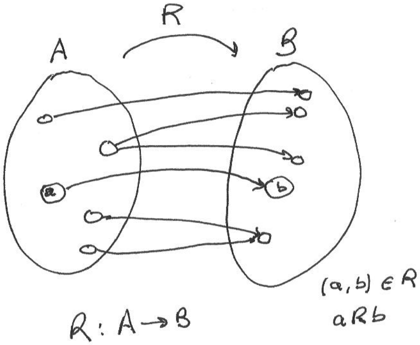


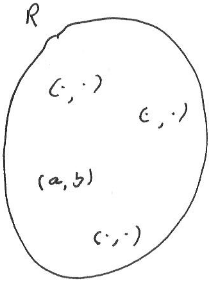



# Relaciones: algunas definiciones

**Notación**

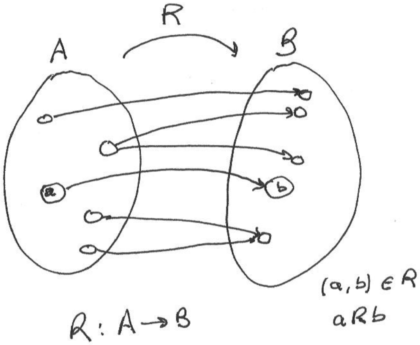
Si $R$ es una relación de $A$ en $B$ (o sea, $R \subset A \times B$) esto se denota como $R : A \to B$.

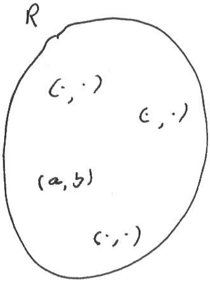


## Notación

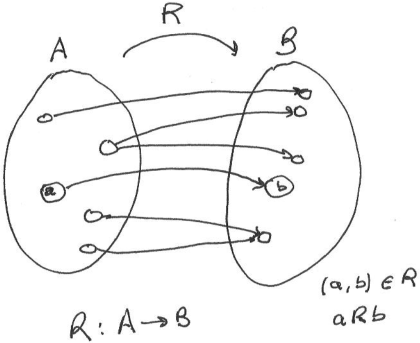
Si $R$ es una relación de $A$ en $B$ (o sea, $R \subset A \times B$) esto se denota como $R : A \to B$.

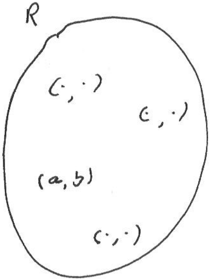


## Notación

$a\,R\,b$ denota el hecho de que el par $(a, b)$ pertenece a la relación $R$, esto es: $(a, b) \in R$.

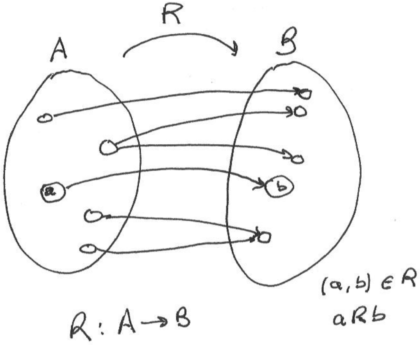


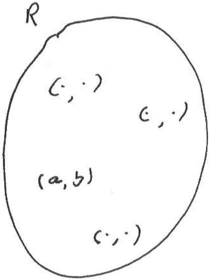



# Relaciones: algunas definiciones

**Notación**

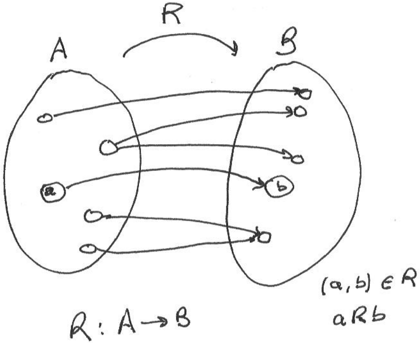
$a\,R\,b$ denota el hecho de que el par $(a,b)$ pertenece a la relación $R$, esto es: $(a,b) \in R$.

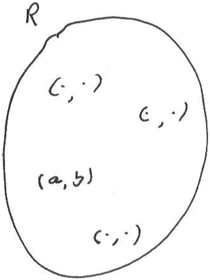


### Notación

$a\,R\,b$ denota el hecho de que el par $(a, b)$ pertenece a la relación $R$, esto es: $(a, b) \in R$.



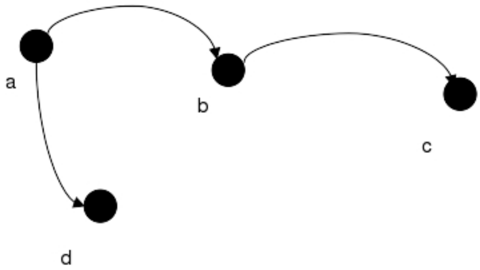
# Relaciones: algunas definiciones

**Definición**

En lo anterior, si $B = A$ se dice que $R$ es una relación sobre $A$.

### Definición

En lo anterior, si $B = A$ se dice que $R$ es una relación sobre $A$.




relación $R = \{(a, b), (a, d), (b, c)\}$ (Aho & Ullman, Vol. I)

### Reflexividad

Una relación $R : A \to A$ es reflexiva cuando todo elemento de $A$ está relacionado consigo mismo, o sea, cuando

$$\forall a \in A, \ (a, a) \in R.$$

# Relaciones: propiedades de una relación $R$ sobre $A$

## Reflexividad

Una relación $R : A \to A$ es reflexiva cuando todo elemento de $A$ está relacionado consigo mismo, o sea, cuando

$$\forall a \in A, \ (a, a) \in R.$$

### Reflexividad

Una relación $R : A \to A$ es reflexiva cuando todo elemento de $A$ está relacionado consigo mismo, o sea, cuando

$$\forall a \in A,\ (a, a) \in R.$$

### Reflexividad

Una relación $R : A \to A$ es reflexiva cuando todo elemento de $A$ está relacionado consigo mismo, o sea, cuando

$$\forall a \in A, \ (a, a) \in R.$$

# Relaciones: propiedades de una relación $R$ sobre $A$

## Reflexividad

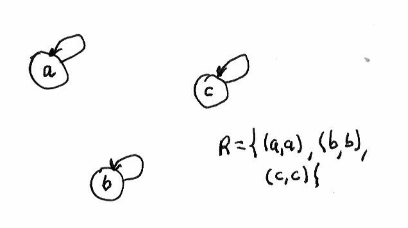
Una relación $R : A \to A$ es reflexiva cuando todo elemento de $A$ está relacionado consigo mismo, o sea, cuando

$$\forall a \in A,\ (a, a) \in R.$$

## Reflexividad

Una relación $R : A \to A$ es reflexiva cuando todo elemento de $A$ está relacionado consigo mismo, o sea, cuando

$$\forall a \in A,\ (a, a) \in R.$$




relación reflexiva

# Relaciones: propiedades de una relación $R$ sobre $A$

## Simetría

Una relación $R : A \to A$ es simétrica cuando el hecho de que el par $(a, b)$ pertenece a la relación $R$ implica que el par $(b, a)$ también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b \in A, \ (a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R.$$

# Relaciones: propiedades de una relación $R$ sobre $A$

## Simetría

Una relación $R : A \to A$ es simétrica cuando el hecho de que el par $(a, b)$ pertenece a la relación $R$ implica que el par $(b, a)$ también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b \in A, \ (a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R.$$

### Simetría

Una relación $R : A \to A$ es simétrica cuando el hecho de que el par $(a, b)$ pertenece a la relación $R$ implica que el par $(b, a)$ también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b \in A,\ (a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R.$$

## Simetría

Una relación $R : A \to A$ es simétrica cuando el hecho de que el par $(a, b)$ pertenece a la relación $R$ implica que el par $(b, a)$ también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b \in A, \ (a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R.$$

## Simetría

Una relación $R : A \to A$ es simétrica cuando el hecho de que el par $(a, b)$ pertenece a la relación $R$ implica que el par $(b, a)$ también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

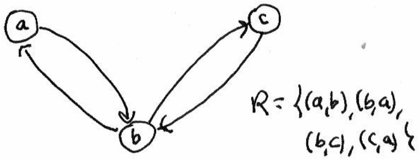
$$\forall a, b \in A,\ (a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R.$$

# Relaciones: propiedades de una relación $R$ sobre $A$

## Simetría

Una relación $R : A \to A$ es simétrica cuando el hecho de que el par $(a, b)$ pertenece a la relación $R$ implica que el par $(b, a)$ también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b \in A,\ (a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R.$$



## Relaciones: propiedades de una relación $R$ sobre $A$

### Transitividad

Una relación $R : A \to A$ es transitiva cuando el hecho de que los pares $(a, b)$ y $(b, c)$ pertenecen a la relación $R$ implica que el par $(a, c)$ también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b, c \in A, \ (a, b) \in R \land (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R.$$

## Transitividad

Una relación $R : A \to A$ es transitiva cuando el hecho de que los pares $(a, b)$ y $(b, c)$ pertenecen a la relación $R$ implica que el par $(a, c)$ también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b, c \in A,\ (a, b) \in R \land (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R.$$

## Relaciones: propiedades de una relación $R$ sobre $A$

### Transitividad

Una relación $R : A \to A$ es transitiva cuando el hecho de que los pares $(a, b)$ y $(b, c)$ pertenecen a la relación $R$ implica que el par $(a, c)$ también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b, c \in A,\ (a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R.$$

### Transitividad

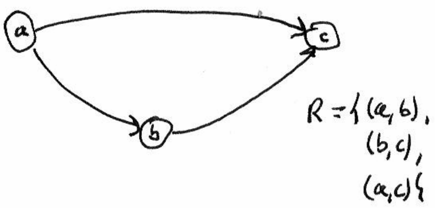
Una relación $R : A \to A$ es transitiva cuando el hecho de que los pares $(a, b)$ y $(b, c)$ pertenecen a la relación $R$ implica que el par $(a, c)$ también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b, c \in A,\ (a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R.$$

## Transitividad

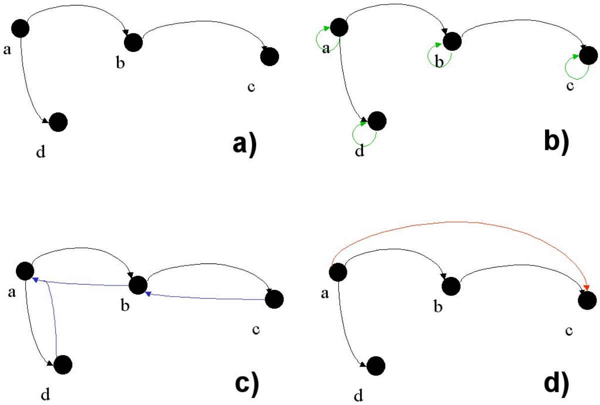
Una relación $R : A \to A$ es transitiva cuando el hecho de que los pares $(a, b)$ y $(b, c)$ pertenecen a la relación $R$ implica que el par $(a, c)$ también pertenece a dicha relación, o sea, cuando

$$\forall a, b, c \in A,\ (a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R.$$




relación transitiva

# Relaciones: propiedades de una relación $R$ sobre $A$




a) relación $R = \{(a,b), (a,d), (b,c)\}$, b) clausura reflexiva, c) clausura simétrica, d) clausura transitiva.

# Relaciones: definiciones

**Relación de equivalencia**

Una relación es de equivalencia, cuando es reflexiva, simétrica y transitiva.

**Propiedad:**

Una relación de equivalencia sobre un conjunto $A$ particiona al mismo en subconjuntos disjuntos a los cuales se los llama **clases de equivalencia**.

# Relaciones: definiciones

**Relación de equivalencia**

Una relación es de equivalencia, cuando es reflexiva, simétrica y transitiva.

**Propiedad:**

Una relación de equivalencia sobre un conjunto $A$ particiona al mismo en subconjuntos disjuntos a los cuales se los llama **clases de equivalencia**.

# Relaciones: definiciones

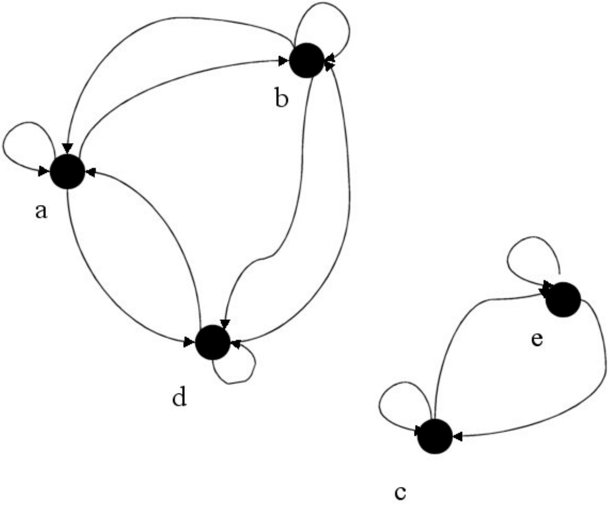
**Relación de equivalencia**

Una relación es de equivalencia, cuando es reflexiva, simétrica y transitiva.

**Propiedad:**

Una relación de equivalencia sobre un conjunto $A$ particiona al mismo en subconjuntos disjuntos a los cuales se los llama **clases de equivalencia**.

# Ejemplo de relación de equivalencia

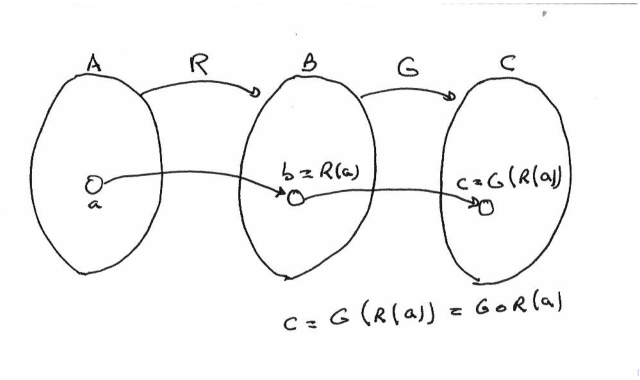


# Composición de relaciones

## Composición de relaciones:

Sean $A$, $B$ y $C$ tres conjuntos, y sean $R$ y $G$ dos relaciones tales que $R : A \to B$ y $G : B \to C$, se define la relación de composición $G \circ R$ como

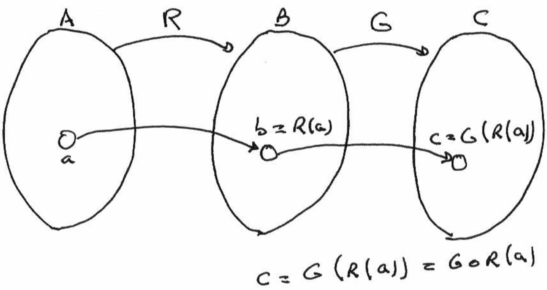
$$G \circ R = \{(a, c), a \in A, c \in C : \exists b \in B \text{ tal que } aRb \wedge bGc\}.$$



## Composición de relaciones:

Sean $A$, $B$ y $C$ tres conjuntos, y sean $R$ y $G$ dos relaciones tales que $R : A \to B$ y $G : B \to C$, se define la relación de composición $G \circ R$ como

$$G \circ R = \{(a, c), a \in A, c \in C : \exists b \in B \text{ tal que } aRb \wedge bGc\}.$$



# Composición de relaciones

**Relación de identidad:**

Una relación $R$ definida sobre $A$ es de identidad $(id_A)$ si se cumple que

$$\forall a, b \in A,\ a\, id_A\, b \Leftrightarrow a = b.$$

**Propiedad:**

la relación de identidad es el elemento neutro de la composición.

## Composición de relaciones

**Relación de identidad:**

Una relación $R$ definida sobre $A$ es de identidad $(id_A)$ si se cumple que

$$\forall a, b \in A,\ a\, id_A\, b \Leftrightarrow a = b.$$

**Propiedad:**

la relación de identidad es el elemento neutro de la composición.

**Relación de identidad:**

Una relación $R$ definida sobre $A$ es de identidad ($id_A$) si se cumple que

$$\forall a, b \in A,\ a\, id_A\, b \Leftrightarrow a = b.$$

**Propiedad:**

la relación de identidad es el elemento neutro de la composición.

## Composición de relaciones

**Relación de identidad:**

Una relación $R$ definida sobre $A$ es de identidad $(id_A)$ si se cumple que

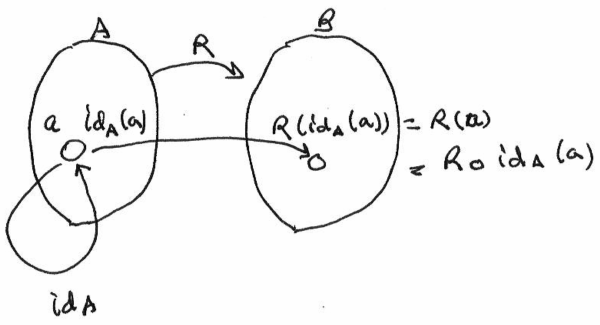
$$\forall a, b \in A,\ a\, id_A\, b \Leftrightarrow a = b.$$

**Propiedad:**

la relación de identidad es el elemento neutro de la composición.

Dada una relación $R : A \to B$ es cierto que

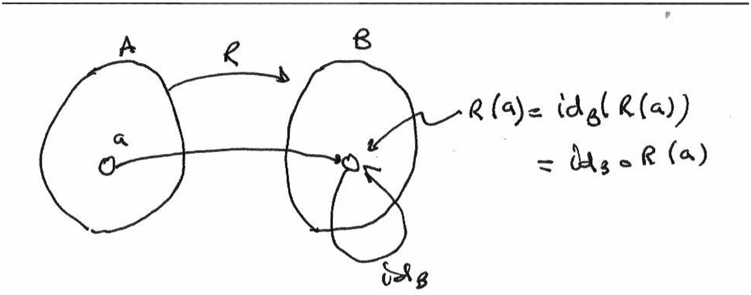
$$R \circ id_A = R$$



# Relación de identidad

Dada una relación $R : A \to B$ es cierto que

$$id_B \circ R = R$$



# Relación potencia:

Dada una relación $R$ sobre $A$, se define $R^n$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Entonces

$$\begin{array}{lllll} R^0 & = & id_A & & \\ R^1 & = & R \circ R^0 & = & R \circ id_A = R \\ R^n & = & R \circ R^{n-1} & = & \underbrace{R \circ R \ldots \circ R}_{n} \end{array}$$

# Relación potencia:

Dada una relación $R$ sobre $A$, se define $R^n$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Entonces

$$\begin{array}{rclcl} R^0 & = & id_A & & \\ R^1 & = & R \circ R^0 & = & R \circ id_A = R \\ R^n & = & R \circ R^{n-1} & = & \underbrace{R \circ R \ldots \circ R}_{n} \end{array}$$

# Relación potencia:

Dada una relación $R$ sobre $A$, se define $R^n$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Entonces

$$\begin{aligned} R^0 &= id_A \\ R^1 &= R \circ R^0 &&= R \circ id_A = R \\ R^n &= R \circ R^{n-1} &&= \underbrace{R \circ R \ldots \circ R}_{n} \end{aligned}$$

# Relación potencia:

Dada una relación $R$ sobre $A$, se define $R^n$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Entonces

$$\begin{aligned} R^0 &= id_A & & \\ R^1 &= R \circ R^0 &&= R \circ id_A = R \\ R^n &= R \circ R^{n-1} &&= \underbrace{R \circ R \ldots \circ R}_{n} \end{aligned}$$

# Relación potencia:

Dada una relación $R$ sobre $A$, se define $R^n$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Entonces

$$\begin{aligned} R^0 &= id_A \\ R^1 &= R \circ R^0 &&= R \circ id_A = R \\ R^n &= R \circ R^{n-1} &&= \underbrace{R \circ R \ldots \circ R}_{n} \end{aligned}$$

# Relación potencia:

Dada una relación $R$ sobre $A$, se define $R^n$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Entonces

$$\begin{array}{rcllll} R^0 & = & id_A & & \\ R^1 & = & R \circ R^0 & = & R \circ id_A = R \\ R^n & = & R \circ R^{n-1} & = & \underbrace{R \circ R \ldots \circ R}_{n} \end{array}$$

# Relación potencia:

Dada una relación $R$ sobre $A$, se define $R^n$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Entonces

$$\begin{aligned} R^0 &= id_A \\ R^1 &= R \circ R^0 &&= R \circ id_A = R \\ R^n &= R \circ R^{n-1} &&= \underbrace{R \circ R \ldots \circ R}_{n} \end{aligned}$$

# Relación potencia:

Dada una relación $R$ sobre $A$, se define $R^n$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Entonces

$$\begin{array}{lclcl} R^0 & = & id_A & & \\ R^1 & = & R \circ R^0 & = & R \circ id_A = R \\ R^n & = & R \circ R^{n-1} & = & \underbrace{R \circ R \ldots \circ R}_{n} \end{array}$$

# Relación potencia:

Dada una relación $R$ sobre $A$, se define $R^n$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Entonces

$$\begin{array}{rcl} R^0 & = & id_A \\ R^1 & = & R \circ R^0 & = & R \circ id_A = R \\ R^n & = & R \circ R^{n-1} & = & \underbrace{R \circ R \ldots \circ R}_{n} \end{array}$$

# Relación potencia:

Dada una relación $R$ sobre $A$, se define $R^n$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Entonces

$$\begin{array}{lclcl} R^0 & = & id_A & & \\ R^1 & = & R \circ R^0 & = & R \circ id_A = R \\ R^n & = & R \circ R^{n-1} & = & \underbrace{R \circ R \ldots \circ R}_{n} \end{array}$$

# Relación potencia:

Dada una relación $R$ sobre $A$, se define $R^n$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Entonces

$$\begin{aligned} R^0 &= id_A \\ R^1 &= R \circ R^0 &&= R \circ id_A = R \\ R^n &= R \circ R^{n-1} &&= \underbrace{R \circ R \ldots \circ R}_{n} \end{aligned}$$

# Relación potencia:

Dada una relación $R$ sobre $A$, se define $R^n$ como:

$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Entonces

$$\begin{array}{lcllcl} R^0 & = & id_A & & & \\ R^1 & = & R \circ R^0 & = & R \circ id_A = R \\ R^n & = & R \circ R^{n-1} & = & \underbrace{R \circ R \ldots \circ R}_{n} \end{array}$$

# Relación potencia:

Dada una relación $R$ sobre $A$, se define $R^n$ como:

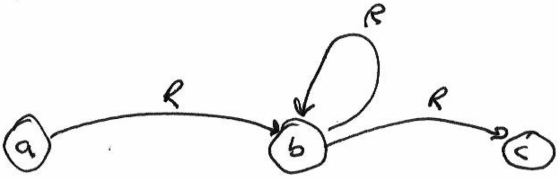
$$R^n = \begin{cases} id_A & \text{si } n = 0 \\ R \circ R^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

con $R = R^1$.

Entonces

$$\begin{array}{lcllcl} R^0 & = & id_A & & & \\ R^1 & = & R \circ R^0 & = & R \circ id_A = R \\ R^n & = & R \circ R^{n-1} & = & \underbrace{R \circ R \ldots \circ R}_{n} \end{array}$$

# Ejamplo de relación potencia



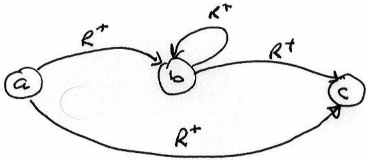

$(a,b) \in R^n$ con $n \geq 1$

$(a,c) \in R^n$ con $n \geq 2$

$(b,b) \in R^n$ con $n \geq 0$

$(b,c) \in R^n$ con $n \geq 1$

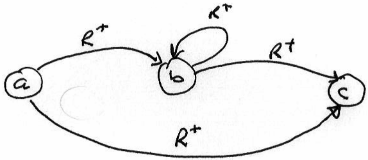
# Clausura transitiva




Dada una relación $R$ sobre $A$, se define clausura transitiva $R^+$ como:

$$R^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i, \text{ o sea}$$
$$R^+ = R \cup R^2 \cup R^3 \ldots$$

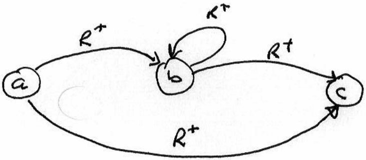
# Clausura transitiva




Dada una relación $R$ sobre $A$, se define clausura transitiva $R^+$ como:

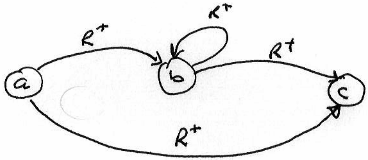
$$R^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i, \text{ o sea}$$
$$R^+ = R \cup R^2 \cup R^3 \ldots$$

# Clausura transitiva




Dada una relación $R$ sobre $A$, se define clausura transitiva $R^+$ como:

$$
\begin{aligned}
R^+ &= \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i, \text{ o sea} \\
R^+ &= R \cup R^2 \cup R^3 \dots
\end{aligned}
$$

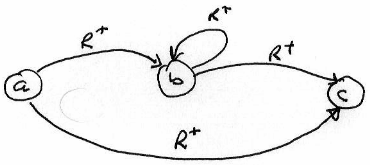



Dada una relación $R$ sobre $A$, se define clausura transitiva $R^+$ como:

$$R^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i, \text{ o sea}$$

$$R^+ = R \cup R^2 \cup R^3 \ldots$$

# Clausura transitiva

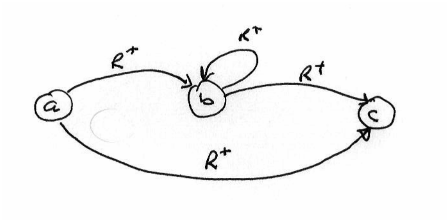



Dada una relación $R$ sobre $A$, se define clausura transitiva $R^+$ como:

$$R^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i, \text{ o sea}$$

$$R^+ = R \cup R^2 \cup R^3 \ldots$$

# Clausura transitiva

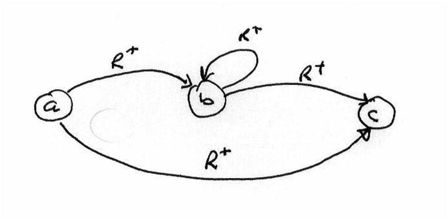



Dada una relación $R$ sobre $A$, se define clausura transitiva $R^+$ como:

$$R^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i, \text{ o sea}$$

$$R^+ = R \cup R^2 \cup R^3 \dots$$

# Clausura transitiva

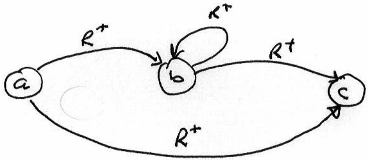



Dada una relación $R$ sobre $A$, se define clausura transitiva $R^+$ como:

$$R^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i, \text{ o sea}$$

$$R^+ = R \cup R^2 \cup R^3 \ldots$$

# Clausura transitiva




Dada una relación $R$ sobre $A$, se define clausura transitiva $R^+$ como:

$$
\begin{aligned}
R^+ &= \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i, \text{ o sea} \\
R^+ &= R \cup R^2 \cup R^3 \ldots
\end{aligned}
$$

**Propiedades:**

La clausura transitiva de una relación $R$ posee las siguientes propiedades:

1. $R \subseteq R^+$
2. $R^+$ es transitiva
3. para toda relación $G$ sobre $A$

$$R \subseteq G \quad \wedge \quad G\ transitiva \quad \Rightarrow \quad R^+ \subseteq G.$$

# Clausura Positiva

**Propiedades:**

La clausura transitiva de una relación $R$ posee las siguientes propiedades:

1. $R \subseteq R^+$
2. $R^+$ es transitiva
3. para toda relación $G$ sobre $A$

$$R \subseteq G \quad \wedge \quad G\ transitiva \quad \Rightarrow \quad R^+ \subseteq G.$$

## Clausura Positiva

**Propiedades:**

La clausura transitiva de una relación $R$ posee las siguientes propiedades:

1. $R \subseteq R^+$
2. $R^+$ es transitiva
3. para toda relación $G$ sobre $A$

$$R \subseteq G \quad \wedge \quad G\ transitiva \quad \Rightarrow \quad R^+ \subseteq G.$$

**Propiedades:**

La clausura transitiva de una relación $R$ posee las siguientes propiedades:

1. $R \subseteq R^+$
2. $R^+$ es transitiva
3. para toda relación $G$ sobre $A$

$$R \subseteq G \quad \wedge \quad G \; transitiva \quad \Rightarrow \quad R^+ \subseteq G.$$

# Clausura Positiva

**Propiedades:**

La clausura transitiva de una relación $R$ posee las siguientes propiedades:

1. $R \subseteq R^+$
2. $R^+$ es transitiva
3. para toda relación $G$ sobre $A$

$$R \subseteq G \quad \wedge \quad G\ transitiva \quad \Rightarrow \quad R^+ \subseteq G.$$

**Propiedades:**

La clausura transitiva de una relación $R$ posee las siguientes propiedades:

1. $R \subseteq R^+$
2. $R^+$ es transitiva
3. para toda relación $G$ sobre $A$

$$R \subseteq G \quad \wedge \quad G\ transitiva \quad \Rightarrow \quad R^+ \subseteq G.$$

# Clausura Positiva

## Propiedades:

La clausura transitiva de una relación $R$ posee las siguientes propiedades:

1. $R \subseteq R^+$
2. $R^+$ es transitiva
3. para toda relación $G$ sobre $A$

$$R \subseteq G \quad \wedge \quad G \; transitiva \quad \Rightarrow \quad R^+ \subseteq G.$$

**Propiedades:**

La clausura transitiva de una relación $R$ posee las siguientes propiedades:

1. $R \subseteq R^+$
2. $R^+$ es transitiva
3. para toda relación $G$ sobre $A$

$$R \subseteq G \quad \wedge \quad G\ transitiva \quad \Rightarrow \quad R^+ \subseteq G.$$

# Clausura Positiva

**Propiedades:**

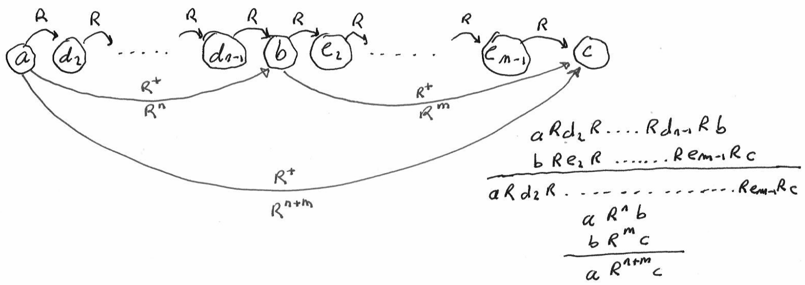
La clausura transitiva de una relación $R$ posee las siguientes propiedades:

1. $R \subseteq R^+$
2. $R^+$ es transitiva
3. para toda relación $G$ sobre $A$

$$R \subseteq G \quad \wedge \quad G\ transitiva \quad \Rightarrow \quad R^+ \subseteq G.$$

# Demostración: $R^+$ es transitiva

Queremos probar que si $aR^+b$ y $bR^+c$ enonces $aR^+c$.
Si $aR^+b$, entonces existe una secuencia de elementos $d_1, \ldots, d_n$ tal que $d_1Rd_2, \ldots, d_{n-1}Rd_n$, donde $d_1 = a$ y $d_n = b$.
Análogamente, como $bR^+c$ entonces existe una secuencia de elementos $e_1, \ldots, e_m$ tal que $e_1Re_2, \ldots, e_{m-1}Re_m$, donde $e_1 = b$ y $e_m = c$.
Por lo tanto, $aR^{n+m}c$, lo que a su vez implica que $aR^+c$.

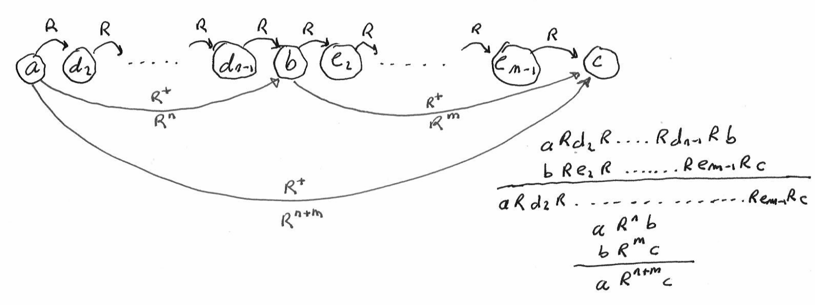


Queremos probar que si $aR^+b$ y $bR^+c$ enonces $aR^+c$.

Si $aR^+b$, entonces existe una secuencia de elementos $d_1, \ldots, d_n$ tal que $d_1Rd_2, \ldots, d_{n-1}Rd_n$, donde $d_1 = a$ y $d_n = b$.

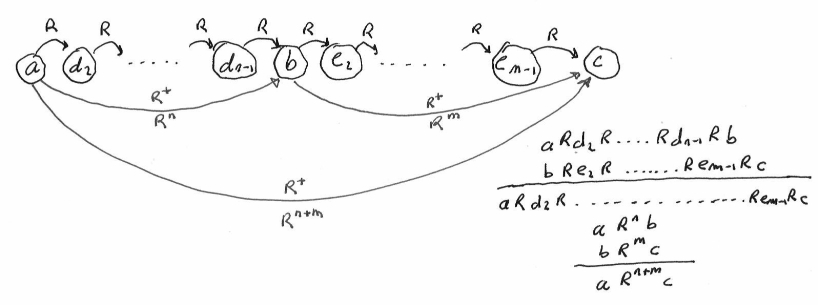
Análogamente, como $bR^+c$ entonces existe una secuencia de elementos $e_1, \ldots, e_m$ tal que $e_1Re_2, \ldots, e_{m-1}Re_m$, donde $e_1 = b$ y $e_m = c$.

Por lo tanto, $aR^{n+m}c$, lo que a su vez implica que $aR^+c$.



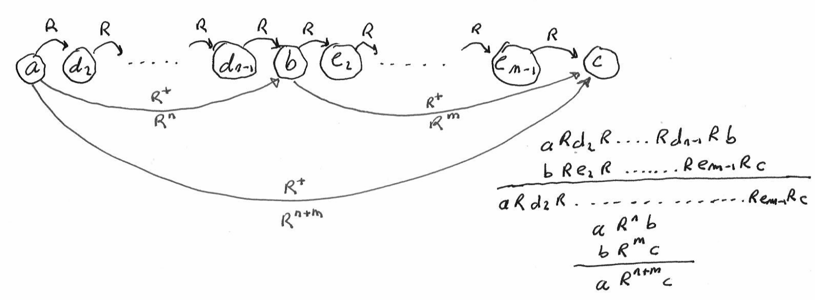
# Demostración: $R^+$ es transitiva

Queremos probar que si $aR^+b$ y $bR^+c$ enonces $aR^+c$.
Si $aR^+b$, entonces existe una secuencia de elementos $d_1, \ldots, d_n$ tal que $d_1Rd_2, \ldots, d_{n-1}Rd_n$, donde $d_1 = a$ y $d_n = b$.
Análogamente, como $bR^+c$ entonces existe una secuencia de elementos $e_1, \ldots, e_m$ tal que $e_1Re_2, \ldots, e_{m-1}Re_m$, donde $e_1 = b$ y $e_m = c$.
Por lo tanto, $aR^{n+m}c$, lo que a su vez implica que $aR^+c$.



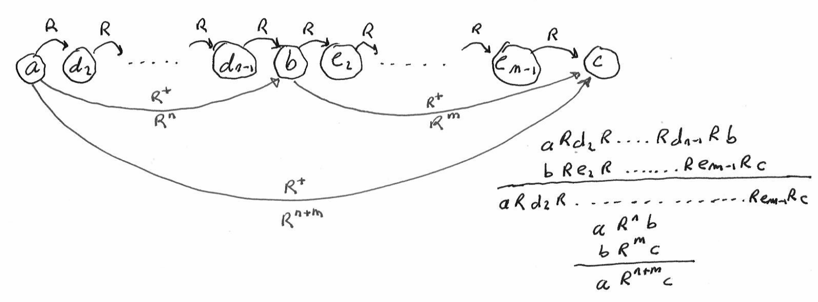
# Demostración: $R^+$ es transitiva

Queremos probar que si $aR^+b$ y $bR^+c$ enonces $aR^+c$.
Si $aR^+b$, entonces existe una secuencia de elementos $d_1, \ldots, d_n$ tal que $d_1Rd_2, \ldots, d_{n-1}Rd_n$, donde $d_1 = a$ y $d_n = b$.
Análogamente, como $bR^+c$ entonces existe una secuencia de elementos $e_1, \ldots, e_m$ tal que $e_1Re_2, \ldots, e_{m-1}Re_m$, donde $e_1 = b$ y $e_m = c$.
Por lo tanto, $aR^{n+m}c$, lo que a su vez implica que $aR^+c$.



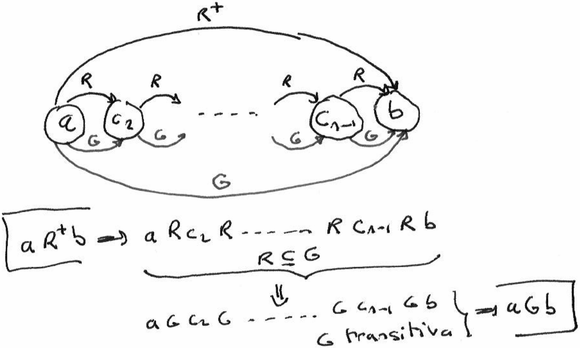
## Demostración: $R^+$ es transitiva

Queremos probar que si $aR^+b$ y $bR^+c$ enonces $aR^+c$.
Si $aR^+b$, entonces existe una secuencia de elementos $d_1, \ldots, d_n$ tal que $d_1Rd_2, \ldots, d_{n-1}Rd_n$, donde $d_1 = a$ y $d_n = b$.
Análogamente, como $bR^+c$ entonces existe una secuencia de elementos $e_1, \ldots, e_m$ tal que $e_1Re_2, \ldots, e_{m-1}Re_m$, donde $e_1 = b$ y $e_m = c$.
Por lo tanto, $aR^{n+m}c$, lo que a su vez implica que $aR^+c$.



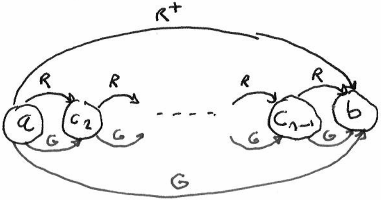
# Demostración: $R \subseteq G \ \wedge \ G \ transitiva \Rightarrow R^+ \subseteq G$

si $aR^+b$, entonces existe una secuencia de elementos $c_1, \ldots, c_n$ tal que $c_1Rc_2, \ldots, c_{n-1}Rc_n$, donde $c_1 = a$ y $c_n = b$.
Como $R \subseteq G$ tenemos que $c_1Gc_2, \ldots, c_{n-1}Gc_n$, y como $G$ es transitiva entonces, la aplicación repetida de la transitividad nos lleva a que $c_1Gc_n$, o sea $aGb$.



# Demostración: $R \subseteq G \ \wedge \ G\ transitiva \Rightarrow R^+ \subseteq G$

si $aR^+b$, entonces existe una secuencia de elementos $c_1, \ldots, c_n$ tal que $c_1Rc_2, \ldots, c_{n-1}Rc_n$, donde $c_1 = a$ y $c_n = b$.
Como $R \subseteq G$ tenemos que $c_1Gc_2, \ldots, c_{n-1}Gc_n$, y como $G$ es transitiva entonces, la aplicación repetida de la transitividad nos lleva a que $c_1Gc_n$, o sea $aGb$.




$$\boxed{a R^+ b} \Rightarrow \underbrace{a R c_2 R \ldots R c_{n-1} R b}_{R \subseteq G}$$

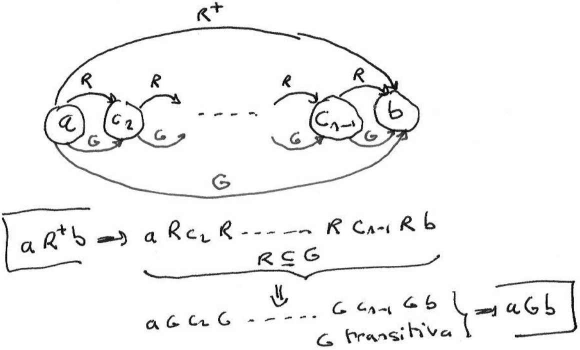
$$\Downarrow$$

$$\left.\begin{array}{c} a G c_2 G \ldots G c_{n-1} G b \\ G \text{ transitiva} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{aGb}$$

# Demostración: $R \subseteq G \;\wedge\; G\ transitiva \Rightarrow R^+ \subseteq G$

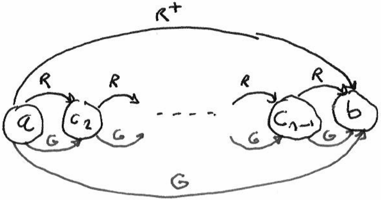
si $aR^+b$, entonces existe una secuencia de elementos $c_1, \ldots, c_n$ tal que $c_1Rc_2, \ldots, c_{n-1}Rc_n$, donde $c_1 = a$ y $c_n = b$.

Como $R \subseteq G$ tenemos que $c_1Gc_2, \ldots, c_{n-1}Gc_n$, y como $G$ es transitiva entonces, la aplicación repetida de la transitividad nos lleva a que $c_1Gc_n$, o sea $aGb$.



# Demostración: $R \subseteq G \ \wedge \ G \ transitiva \Rightarrow R^+ \subseteq G$

si $aR^+b$, entonces existe una secuencia de elementos $c_1, \ldots, c_n$ tal que $c_1Rc_2, \ldots, c_{n-1}Rc_n$, donde $c_1 = a$ y $c_n = b$.
Como $R \subseteq G$ tenemos que $c_1Gc_2, \ldots, c_{n-1}Gc_n$, y como $G$ es transitiva entonces, la aplicación repetida de la transitividad nos lleva a que $c_1Gc_n$, o sea $aGb$.



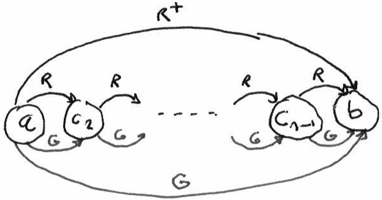

$$\boxed{a R^+ b} \Rightarrow \underbrace{a R c_2 R \ldots R c_{n-1} R b}_{R \subseteq G}$$

$$\Downarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} a G c_2 G \ldots G c_{n-1} G b \\ G \text{ transitiva} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{aGb}$$

# Demostración: $R \subseteq G \ \wedge \ G \ transitiva \Rightarrow R^+ \subseteq G$

si $aR^+b$, entonces existe una secuencia de elementos $c_1, \ldots, c_n$ tal que $c_1Rc_2, \ldots, c_{n-1}Rc_n$, donde $c_1 = a$ y $c_n = b$.
Como $R \subseteq G$ tenemos que $c_1Gc_2, \ldots, c_{n-1}Gc_n$, y como $G$ es transitiva entonces, la aplicación repetida de la transitividad nos lleva a que $c_1Gc_n$, o sea $aGb$.



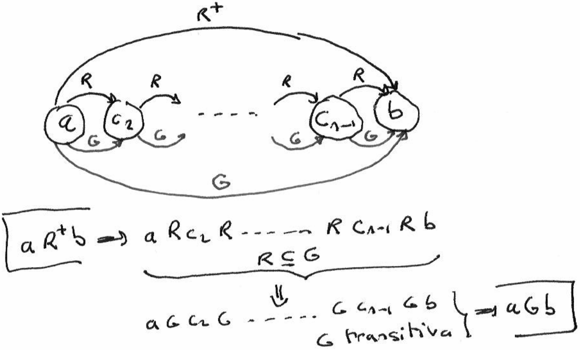

$$\boxed{aR^+b} \Rightarrow \underbrace{a R c_2 R \cdots R c_{n-1} R b}_{R \subseteq G}$$

$$\Downarrow$$

$$\left.\begin{array}{c} a G c_2 G \cdots G c_{n-1} G b \\ G \text{ transitiva} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{aGb}$$

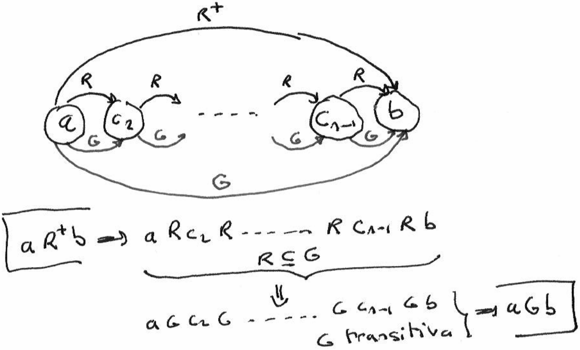
# Demostración: $R \subseteq G \ \wedge \ G\ transitiva \Rightarrow R^+ \subseteq G$

si $aR^+b$, entonces existe una secuencia de elementos $c_1, \dots, c_n$ tal que $c_1Rc_2, \dots, c_{n-1}Rc_n$, donde $c_1 = a$ y $c_n = b$.
Como $R \subseteq G$ tenemos que $c_1Gc_2, \dots, c_{n-1}Gc_n$, y como $G$ es transitiva entonces, la aplicación repetida de la transitividad nos lleva a que $c_1Gc_n$, o sea $aGb$.



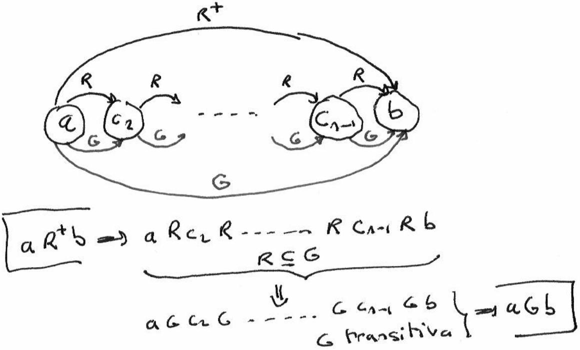
# Demostración: $R \subseteq G \ \wedge \ G\ transitiva \Rightarrow R^+ \subseteq G$

si $aR^+b$, entonces existe una secuencia de elementos $c_1, \ldots, c_n$ tal que $c_1Rc_2, \ldots, c_{n-1}Rc_n$, donde $c_1 = a$ y $c_n = b$.
Como $R \subseteq G$ tenemos que $c_1Gc_2, \ldots, c_{n-1}Gc_n$, y como $G$ es transitiva entonces, la aplicación repetida de la transitividad nos lleva a que $c_1Gc_n$, o sea $aGb$.



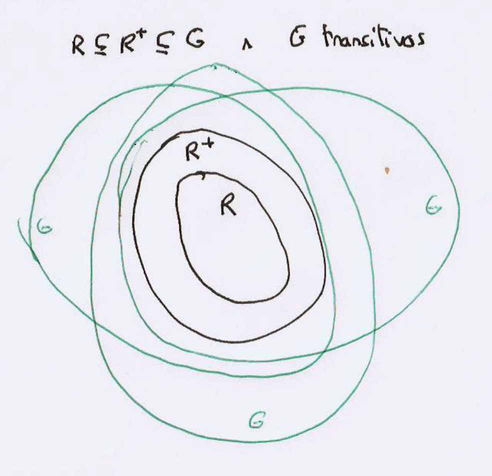
# Demostración: $R \subseteq G \ \wedge \ G \ transitiva \Rightarrow R^+ \subseteq G$

si $aR^+b$, entonces existe una secuencia de elementos $c_1, \ldots, c_n$ tal que $c_1Rc_2, \ldots, c_{n-1}Rc_n$, donde $c_1 = a$ y $c_n = b$.
Como $R \subseteq G$ tenemos que $c_1Gc_2, \ldots, c_{n-1}Gc_n$, y como $G$ es transitiva entonces, la aplicación repetida de la transitividad nos lleva a que $c_1Gc_n$, o sea $aGb$.

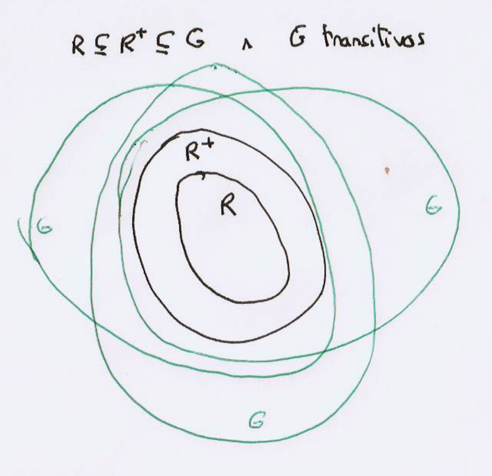


## Demostración: $R \subseteq G \;\wedge\; G\ transitiva \Rightarrow R^+ \subseteq G$

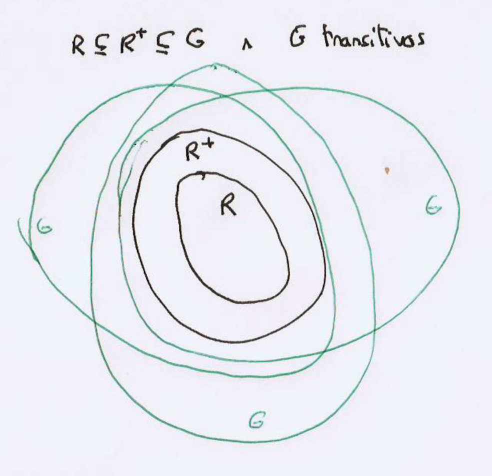
De lo anterior surge que $R^+$ es la menor relación transitiva que incluye a la relación $R$.



De lo anterior surge que $R^+$ es la menor relación transitiva que incluye a la relación $R$.



De lo anterior surge que $R^+$ es la menor relación transitiva que incluye a la relación $R$.

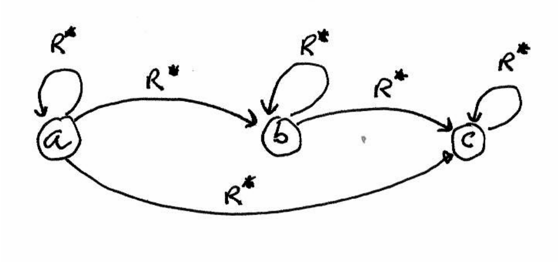


# Clausura transitiva reflexiva: $R^*$

**Definición**

$$R^* = R^0 \cup R^+ = R^0 \cup R^1 \cup R^2 \ldots = \bigcup_{i=0}^{\infty} R^i.$$

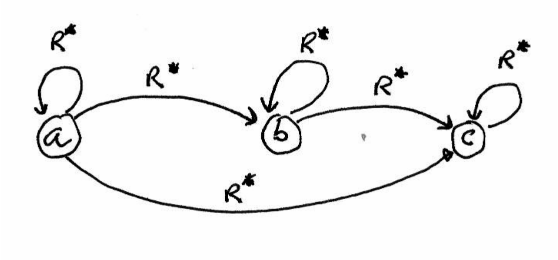
donde $R^0$ es la relación identidad.



## Definición

$$R^* = R^0 \cup R^+ = R^0 \cup R^1 \cup R^2 \ldots = \bigcup_{i=0}^{\infty} R^i.$$

donde $R^0$ es la relación identidad.

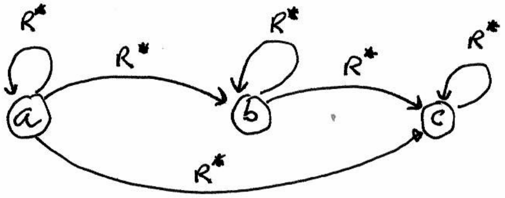


# Clausura transitiva reflexiva: $R^*$

## Definición

$$R^* = R^0 \cup R^+ = R^0 \cup R^1 \cup R^2 \ldots = \bigcup_{i=0}^{\infty} R^i.$$

donde $R^0$ es la relación identidad.

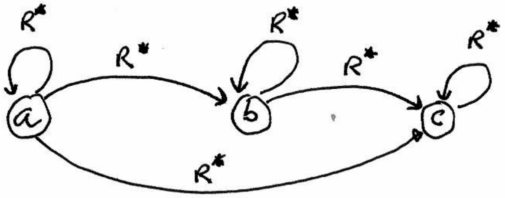


# Clausura transitiva reflexiva: $R^*$

**Definición**

$$R^* = R^0 \cup R^+ = R^0 \cup R^1 \cup R^2 \ldots = \bigcup_{i=0}^{\infty} R^i.$$

donde $R^0$ es la relación identidad.

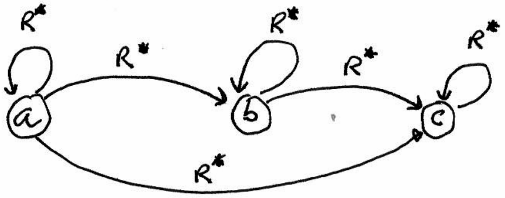


# Clausura transitiva reflexiva: $R^*$

## Definición

$$R^* = R^0 \cup R^+ = R^0 \cup R^1 \cup R^2 \ldots = \bigcup_{i=0}^{\infty} R^i.$$

donde $R^0$ es la relación identidad.



# Algunas preguntas

**Pregunta:**

Dada una relación $R : A \to A$, si el conjunto $A$ es finito, la relación $R$ puede ser infinita?

**Respuesta:**

No, porque $R \subseteq A \times A$ y porque como $A$ es finito, $A \times A$ también lo es.

**Pregunta:**

Puede darse que $R^* = R^+$?

**Respuesta:**

Sí, si la relación $R$ es reflexiva.

# Algunas preguntas

**Pregunta:**

Dada una relación $R : A \to A$, si el conjunto $A$ es finito, la relación $R$ puede ser infinita?

**Respuesta:**

No, porque $R \subseteq A \times A$ y porque como $A$ es finito, $A \times A$ también lo es.

**Pregunta:**

Puede darse que $R^* = R^+$?

**Respuesta:**

Sí, si la relación $R$ es reflexiva.

# Algunas preguntas

**Pregunta:**

Dada una relación $R : A \to A$, si el conjunto $A$ es finito, la relación $R$ puede ser infinita?

**Respuesta:**

No, porque $R \subseteq A \times A$ y porque como $A$ es finito, $A \times A$ también lo es.

**Pregunta:**

Puede darse que $R^* = R^+$?

**Respuesta:**

Sí, si la relación $R$ es reflexiva.

# Algunas preguntas

**Pregunta:**

Dada una relación $R : A \to A$, si el conjunto $A$ es finito, la relación $R$ puede ser infinita?

**Respuesta:**

No, porque $R \subseteq A \times A$ y porque como $A$ es finito, $A \times A$ también lo es.

**Pregunta:**

Puede darse que $R^* = R^+$?

**Respuesta:**

Sí, si la relación $R$ es reflexiva.

# Algunas preguntas

**Pregunta:**

Dada una relación $R : A \to A$, si el conjunto $A$ es finito, la relación $R$ puede ser infinita?

**Respuesta:**

No, porque $R \subseteq A \times A$ y porque como $A$ es finito, $A \times A$ también lo es.

**Pregunta:**

Puede darse que $R^* = R^+$?

**Respuesta:**

Sí, si la relación $R$ es reflexiva.

## Alfabeto

Es un conjunto finito de elementos o caracteres.

## Cadena

Es un conjunto ordenado de elementos de un alfabeto.

## Ejemplo

Dado el alfabeto: $\Sigma = \{a, b, c\}$, tenemos como cadenas posibles: $aaabbbccc$, $aaabbc$, $cbbbbbb$, etc.

## Notación

Los símbolos son notados respetando el orden. Ejemplo: la cadena $(a, b, c)$ (que es un conjunto ordenado) es notada $abc$.

## Alfabeto

Es un conjunto finito de elementos o caracteres.

## Cadena

Es un conjunto ordenado de elementos de un alfabeto.

## Ejemplo

Dado el alfabeto: $\Sigma = \{a, b, c\}$, tenemos como cadenas posibles: $aaabbbccc$, $aaabbc$, $cbbbbbb$, etc.

## Notación

Los símbolos son notados respetando el orden. Ejemplo: la cadena $(a, b, c)$ (que es un conjunto ordenado) es notada $abc$.

## Alfabeto

Es un conjunto finito de elementos o caracteres.

## Cadena

Es un conjunto ordenado de elementos de un alfabeto.

## Ejemplo

Dado el alfabeto: $\Sigma = \{a, b, c\}$, tenemos como cadenas posibles: $aaabbbccc$, $aaabbc$, $cbbbbbb$, etc.

## Notación

Los símbolos son notados respetando el orden. Ejemplo: la cadena $(a, b, c)$ (que es un conjunto ordenado) es notada $abc$.

## Alfabeto

Es un conjunto finito de elementos o caracteres.

## Cadena

Es un conjunto ordenado de elementos de un alfabeto.

## Ejemplo

Dado el alfabeto: $\Sigma = \{a, b, c\}$, tenemos como cadenas posibles: $aaabbbccc$, $aaabbc$, $cbbbbbb$, etc.

## Notación

Los símbolos son notados respetando el orden. Ejemplo: la cadena $(a, b, c)$ (que es un conjunto ordenado) es notada $abc$.

### Alfabeto

Es un conjunto finito de elementos o caracteres.

### Cadena

Es un conjunto ordenado de elementos de un alfabeto.

### Ejemplo

Dado el alfabeto: $\Sigma = \{a, b, c\}$, tenemos como cadenas posibles: $aaabbbccc$, $aaabbc$, $cbbbbbb$, etc.

### Notación

Los símbolos son notados respetando el orden. Ejemplo: la cadena $(a, b, c)$ (que es un conjunto ordenado) es notada $abc$.

## Alfabeto

Es un conjunto finito de elementos o caracteres.

## Cadena

Es un conjunto ordenado de elementos de un alfabeto.

## Ejemplo

Dado el alfabeto: $\Sigma = \{a, b, c\}$, tenemos como cadenas posibles: $aaabbbccc$, $aaabbc$, $cbbbbbb$, etc.

## Notación

Los símbolos son notados respetando el orden. Ejemplo: la cadena $(a, b, c)$ (que es un conjunto ordenado) es notada $abc$.

## Concatenación $\circ$

Es una operación entre un símbolo del alfabeto $\Sigma$ y una cadena sobre dicho alfabeto

$$\circ : \Sigma \times \{\text{cadenas sobre } \Sigma\} \to \{\text{cadenas sobre } \Sigma\} .$$

## Ejemplo

Si el alfabeto es $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\alpha = ab$ es una cadena, y entonces $a \circ ab = aab$ es también una cadena.

## Cadena nula $\lambda$

Es el neutro de la concatenación:

$$\forall a \in \Sigma, \ a \circ \lambda = a$$

## Concatenación $\circ$

Es una operación entre un símbolo del alfabeto $\Sigma$ y una cadena sobre dicho alfabeto

$$\circ : \Sigma \times \{\text{cadenas sobre } \Sigma\} \to \{\text{cadenas sobre } \Sigma\}\,.$$

## Ejemplo

Si el alfabeto es $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\alpha = ab$ es una cadena, y entonces $a \circ ab = aab$ es también una cadena.

## Cadena nula $\lambda$

Es el neutro de la concatenación:

$$\forall a \in \Sigma,\ a \circ \lambda = a$$

## Concatenación $\circ$

Es una operación entre un símbolo del alfabeto $\Sigma$ y una cadena sobre dicho alfabeto

$$\circ : \Sigma \times \{\text{cadenas sobre } \Sigma\} \rightarrow \{\text{cadenas sobre } \Sigma\}.$$

## Ejemplo

Si el alfabeto es $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\alpha = ab$ es una cadena, y entonces $a \circ ab = aab$ es también una cadena.

## Cadena nula $\lambda$

Es el neutro de la concatenación:

$$\forall a \in \Sigma, \; a \circ \lambda = a$$

## Concatenación $\circ$

Es una operación entre un símbolo del alfabeto $\Sigma$ y una cadena sobre dicho alfabeto

$$\circ : \Sigma \times \{\text{cadenas sobre } \Sigma\} \to \{\text{cadenas sobre } \Sigma\}\,.$$

## Ejemplo

Si el alfabeto es $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\alpha = ab$ es una cadena, y entonces $a \circ ab = aab$ es también una cadena.

## Cadena nula $\lambda$

Es el neutro de la concatenación:

$$\forall a \in \Sigma,\ a \circ \lambda = a$$

## Concatenación $\circ$

Es una operación entre un símbolo del alfabeto $\Sigma$ y una cadena sobre dicho alfabeto

$$\circ : \Sigma \times \{\text{cadenas sobre } \Sigma\} \to \{\text{cadenas sobre } \Sigma\}.$$

## Ejemplo

Si el alfabeto es $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\alpha = ab$ es una cadena, y entonces $a \circ ab = aab$ es también una cadena.

## Cadena nula $\lambda$

Es el neutro de la concatenación:

$$\forall a \in \Sigma,\ a \circ \lambda = a$$

## Clausura de Kleene de $\Sigma$: $\Sigma^*$

- $\lambda \in \Sigma^*$
- $\alpha \in \Sigma^* \Rightarrow a \circ \alpha \in \Sigma^*$, $a \in \Sigma$

## Clausura positiva de $\Sigma$: $\Sigma^+$

Si $\alpha \in \Sigma^*$entonces $a \circ \alpha \in \Sigma^+$, $a \in \Sigma$.

## Ejemplo

Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$, entonces $ccba \in \Sigma^*$ porque $\lambda \in \Sigma^*$, $a \circ \lambda = a \in \Sigma^*$, $b \circ a = ba \in \Sigma^*$, $c \circ ba = cba \in \Sigma^*$, y $c \circ cba = ccba \in \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene de $\Sigma$: $\Sigma^*$

- $\lambda \in \Sigma^*$
- $\alpha \in \Sigma^* \Rightarrow a \circ \alpha \in \Sigma^*$, $a \in \Sigma$

## Clausura positiva de $\Sigma$: $\Sigma^+$

Si $\alpha \in \Sigma^*$entonces $a \circ \alpha \in \Sigma^+$, $a \in \Sigma$.

## Ejemplo

Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$, entonces $ccba \in \Sigma^*$ porque $\lambda \in \Sigma^*$, $a \circ \lambda = a \in \Sigma^*$, $b \circ a = ba \in \Sigma^*$, $c \circ ba = cba \in \Sigma^*$, y $c \circ cba = ccba \in \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene de $\Sigma$: $\Sigma^*$

- $\lambda \in \Sigma^*$
- $\alpha \in \Sigma^* \Rightarrow a \circ \alpha \in \Sigma^*,\ a \in \Sigma$

## Clausura positiva de $\Sigma$: $\Sigma^+$

Si $\alpha \in \Sigma^*$entonces $a \circ \alpha \in \Sigma^+$, $a \in \Sigma$.

## Ejemplo

Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$, entonces $ccba \in \Sigma^*$ porque $\lambda \in \Sigma^*$, $a \circ \lambda = a \in \Sigma^*$, $b \circ a = ba \in \Sigma^*$, $c \circ ba = cba \in \Sigma^*$, y $c \circ cba = ccba \in \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene de $\Sigma$: $\Sigma^*$

- $\lambda \in \Sigma^*$
- $\alpha \in \Sigma^* \Rightarrow a \circ \alpha \in \Sigma^*$, $a \in \Sigma$

## Clausura positiva de $\Sigma$: $\Sigma^+$

Si $\alpha \in \Sigma^*$entonces $a \circ \alpha \in \Sigma^+$, $a \in \Sigma$.

## Ejemplo

Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$, entonces $ccba \in \Sigma^*$ porque $\lambda \in \Sigma^*$, $a \circ \lambda = a \in \Sigma^*$, $b \circ a = ba \in \Sigma^*$, $c \circ ba = cba \in \Sigma^*$, y $c \circ cba = ccba \in \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene de $\Sigma$: $\Sigma^*$

- $\lambda \in \Sigma^*$
- $\alpha \in \Sigma^* \Rightarrow a \circ \alpha \in \Sigma^*$, $a \in \Sigma$

## Clausura positiva de $\Sigma$: $\Sigma^+$

Si $\alpha \in \Sigma^*$entonces $a \circ \alpha \in \Sigma^+$, $a \in \Sigma$.

## Ejemplo

Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$, entonces $ccba \in \Sigma^*$ porque $\lambda \in \Sigma^*$, $a \circ \lambda = a \in \Sigma^*$, $b \circ a = ba \in \Sigma^*$, $c \circ ba = cba \in \Sigma^*$, y $c \circ cba = ccba \in \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene de $\Sigma$: $\Sigma^*$

- $\lambda \in \Sigma^*$
- $\alpha \in \Sigma^* \Rightarrow a \circ \alpha \in \Sigma^*$, $a \in \Sigma$

## Clausura positiva de $\Sigma$: $\Sigma^+$

Si $\alpha \in \Sigma^*$entonces $a \circ \alpha \in \Sigma^+$, $a \in \Sigma$.

## Ejemplo

Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$, entonces $ccba \in \Sigma^*$ porque $\lambda \in \Sigma^*$, $a \circ \lambda = a \in \Sigma^*$, $b \circ a = ba \in \Sigma^*$, $c \circ ba = cba \in \Sigma^*$, y $c \circ cba = ccba \in \Sigma^*$.

### Clausura de Kleene de $\Sigma$: $\Sigma^*$

- $\lambda \in \Sigma^*$
- $\alpha \in \Sigma^* \Rightarrow a \circ \alpha \in \Sigma^*,\ a \in \Sigma$

### Clausura positiva de $\Sigma$: $\Sigma^+$

Si $\alpha \in \Sigma^*$entonces $a \circ \alpha \in \Sigma^+,\ a \in \Sigma$.

### Ejemplo

Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$, entonces $ccba \in \Sigma^*$ porque $\lambda \in \Sigma^*$, $a \circ \lambda = a \in \Sigma^*$, $b \circ a = ba \in \Sigma^*$, $c \circ ba = cba \in \Sigma^*$, y $c \circ cba = ccba \in \Sigma^*$.

**Lenguaje sobre un alfabeto $\Sigma$:** Conjunto de cadenas sobre un alfabeto $\Sigma$.

### Ejemplo:

- $\phi$ es un lenguaje
- $\{\lambda\}$ es un lenguaje ($\neq$ de $\phi$)
- Dado $\Sigma = \{0, 1\}$, $\{0, 01, 011, 0111, 01111, \ldots\ldots\}$, es un lenguaje sobre $\Sigma$.

### Concatenación de lenguajes

Sea $L_1$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_1$, y sea $L_2$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_2$, se define la concatenacion de $L_1$ y $L_2$ como el lenguaje

$$L_1 L_2 = \{xy : x \in L_1 \wedge y \in L_2\},$$

definido sobre el alfabeto $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$.

**Lenguaje sobre un alfabeto $\Sigma$:** Conjunto de cadenas sobre un alfabeto $\Sigma$.

Ejemplo:

- $\phi$ es un lenguaje
- $\{\lambda\}$ es un lenguaje ($\neq$ de $\phi$)
- Dado $\Sigma = \{0, 1\}$, $\{0, 01, 011, 0111, 01111, \ldots\ldots\}$, es un lenguaje sobre $\Sigma$.

Concatenación de lenguajes

Sea $L_1$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_1$, y sea $L_2$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_2$, se define la concatenacion de $L_1$ y $L_2$ como el lenguaje

$$L_1 L_2 = \{xy : x \in L_1 \wedge y \in L_2\},$$

definido sobre el alfabeto $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$.

**Lenguaje sobre un alfabeto $\Sigma$:** Conjunto de cadenas sobre un alfabeto $\Sigma$.

## Ejemplo:

- $\phi$ es un lenguaje
- $\{\lambda\}$ es un lenguaje ($\neq$ de $\phi$)
- Dado $\Sigma = \{0, 1\}$, $\{0, 01, 011, 0111, 01111, \ldots\ldots\}$, es un lenguaje sobre $\Sigma$.

## Concatenación de lenguajes

Sea $L_1$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_1$, y sea $L_2$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_2$, se define la concatenacion de $L_1$ y $L_2$ como el lenguaje

$$L_1 L_2 = \{xy : x \in L_1 \wedge y \in L_2\},$$

definido sobre el alfabeto $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$.

**Lenguaje sobre un alfabeto $\Sigma$:** Conjunto de cadenas sobre un alfabeto $\Sigma$.

**Ejemplo:**

- $\phi$ es un lenguaje
- $\{\lambda\}$ es un lenguaje ($\neq$ de $\phi$)
- Dado $\Sigma = \{0, 1\}$, $\{0, 01, 011, 0111, 01111, \ldots\ldots\}$, es un lenguaje sobre $\Sigma$.

**Concatenación de lenguajes**

Sea $L_1$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_1$, y sea $L_2$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_2$, se define la concatenacion de $L_1$ y $L_2$ como el lenguaje

$$L_1 L_2 = \{xy : x \in L_1 \wedge y \in L_2\},$$

definido sobre el alfabeto $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$.

**Lenguaje sobre un alfabeto $\Sigma$:** Conjunto de cadenas sobre un alfabeto $\Sigma$.

## Ejemplo:

- $\phi$ es un lenguaje
- $\{\lambda\}$ es un lenguaje ($\neq$ de $\phi$)
- Dado $\Sigma = \{0, 1\}$, $\{0, 01, 011, 0111, 01111, \ldots\ldots\}$, es un lenguaje sobre $\Sigma$.

## Concatenación de lenguajes

Sea $L_1$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_1$, y sea $L_2$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_2$, se define la concatenacion de $L_1$ y $L_2$ como el lenguaje

$$L_1 L_2 = \{xy : x \in L_1 \wedge y \in L_2\},$$

definido sobre el alfabeto $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$.

**Lenguaje sobre un alfabeto $\Sigma$:** Conjunto de cadenas sobre un alfabeto $\Sigma$.

## Ejemplo:

- $\phi$ es un lenguaje
- $\{\lambda\}$ es un lenguaje ($\neq$ de $\phi$)
- Dado $\Sigma = \{0, 1\}$, $\{0, 01, 011, 0111, 01111, \ldots\ldots\}$, es un lenguaje sobre $\Sigma$.

## Concatenación de lenguajes

Sea $L_1$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_1$, y sea $L_2$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_2$, se define la concatenacion de $L_1$ y $L_2$ como el lenguaje

$$L_1L_2 = \{xy : x \in L_1 \wedge y \in L_2\},$$

definido sobre el alfabeto $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$.

**Lenguaje sobre un alfabeto $\Sigma$:** Conjunto de cadenas sobre un alfabeto $\Sigma$.

## Ejemplo:

- $\phi$ es un lenguaje
- $\{\lambda\}$ es un lenguaje ($\neq$ de $\phi$)
- Dado $\Sigma = \{0, 1\}$, $\{0, 01, 011, 0111, 01111, \ldots\ldots\}$, es un lenguaje sobre $\Sigma$.

## Concatenación de lenguajes

Sea $L_1$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_1$, y sea $L_2$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_2$, se define la concatenacion de $L_1$ y $L_2$ como el lenguaje

$$L_1L_2 = \{xy : x \in L_1 \wedge y \in L_2\},$$

definido sobre el alfabeto $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$.

**Lenguaje sobre un alfabeto $\Sigma$:** Conjunto de cadenas sobre un alfabeto $\Sigma$.

## Ejemplo:

- $\phi$ es un lenguaje
- $\{\lambda\}$ es un lenguaje ($\neq$ de $\phi$)
- Dado $\Sigma = \{0, 1\}$, $\{0, 01, 011, 0111, 01111, \ldots\ldots\}$, es un lenguaje sobre $\Sigma$.

## Concatenación de lenguajes

Sea $L_1$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_1$, y sea $L_2$ un lenguaje definido sobre el alfabeto $\Sigma_2$, se define la concatenacion de $L_1$ y $L_2$ como el lenguaje

$$L_1 L_2 = \{xy : x \in L_1 \wedge y \in L_2\},$$

definido sobre el alfabeto $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$.

### Clausura de Kleene $L^*$

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n$.

### Clausura positiva $L^+$

Se define por:

$$L^+ = \bigcup_{n \geq 1} L^n.$$

De lo anterior se ve que $L^+ = LL^* = L^*L$, y que $L^* = L^+ \cup \{\lambda\}$.
También se ve que, si $L$ es un lenguaje definido sobre $\Sigma$, entonces, $L \subseteq \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene $L^*$

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n$.

## Clausura positiva $L^+$

Se define por:

$$L^+ = \bigcup_{n \geq 1} L^n.$$

De lo anterior se ve que $L^+ = LL^* = L^*L$, y que $L^* = L^+ \cup \{\lambda\}$.
También se ve que, si $L$ es un lenguaje definido sobre $\Sigma$, entonces, $L \subseteq \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene $L^*$

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n$.

## Clausura positiva $L^+$

Se define por:

$$L^+ = \bigcup_{n \geq 1} L^n.$$

De lo anterior se ve que $L^+ = LL^* = L^*L$, y que $L^* = L^+ \cup \{\lambda\}$.
También se ve que, si $L$ es un lenguaje definido sobre $\Sigma$, entonces, $L \subseteq \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene $L^*$

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n$.

## Clausura positiva $L^+$

Se define por:

$$L^+ = \bigcup_{n \geq 1} L^n.$$

De lo anterior se ve que $L^+ = LL^* = L^*L$, y que $L^* = L^+ \cup \{\lambda\}$.
También se ve que, si $L$ es un lenguaje definido sobre $\Sigma$, entonces, $L \subseteq \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene $L^*$

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup_{n\geq 0} L^n$.

## Clausura positiva $L^+$

Se define por:

$$L^+ = \bigcup_{n\geq 1} L^n.$$

De lo anterior se ve que $L^+ = LL^* = L^*L$, y que $L^* = L^+ \cup \{\lambda\}$.
También se ve que, si $L$ es un lenguaje definido sobre $\Sigma$, entonces, $L \subseteq \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene $L^*$

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n$.

## Clausura positiva $L^+$

Se define por:

$$L^+ = \bigcup_{n \geq 1} L^n.$$

De lo anterior se ve que $L^+ = LL^* = L^*L$, y que $L^* = L^+ \cup \{\lambda\}$.
También se ve que, si $L$ es un lenguaje definido sobre $\Sigma$, entonces, $L \subseteq \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene $L^*$

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n$.

## Clausura positiva $L^+$

Se define por:

$$L^+ = \bigcup_{n \geq 1} L^n.$$

De lo anterior se ve que $L^+ = LL^* = L^*L$, y que $L^* = L^+ \cup \{\lambda\}$.
También se ve que, si $L$ es un lenguaje definido sobre $\Sigma$, entonces, $L \subseteq \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene $L^*$

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n$.

## Clausura positiva $L^+$

Se define por:

$$L^+ = \bigcup_{n \geq 1} L^n.$$

De lo anterior se ve que $L^+ = LL^* = L^*L$, y que $L^* = L^+ \cup \{\lambda\}$.
También se ve que, si $L$ es un lenguaje definido sobre $\Sigma$, entonces, $L \subseteq \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene $L^*$

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n$.

## Clausura positiva $L^+$

Se define por:

$$L^+ = \bigcup_{n \geq 1} L^n.$$

De lo anterior se ve que $L^+ = LL^* = L^*L$, y que $L^* = L^+ \cup \{\lambda\}$.
También se ve que, si $L$ es un lenguaje definido sobre $\Sigma$, entonces, $L \subseteq \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene $L^*$

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n$.

## Clausura positiva $L^+$

Se define por:

$$L^+ = \bigcup_{n \geq 1} L^n.$$

De lo anterior se ve que $L^+ = LL^* = L^*L$, y que $L^* = L^+ \cup \{\lambda\}$.

También se ve que, si $L$ es un lenguaje definido sobre $\Sigma$, entonces, $L \subseteq \Sigma^*$.

## Clausura de Kleene $L^*$

Se define por:

- $L^0 = \{\lambda\}$
- $L^n = LL^{n-1}$ para $n \geq 1$
- $L^* = \bigcup_{n\geq 0} L^n.$

## Clausura positiva $L^+$

Se define por:

$$L^+ = \bigcup_{n\geq 1} L^n.$$

De lo anterior se ve que $L^+ = LL^* = L^*L$, y que $L^* = L^+ \cup \{\lambda\}$.
También se ve que, si $L$ es un lenguaje definido sobre $\Sigma$, entonces, $L \subseteq \Sigma^*$.

**Definición**

Una gramática es una 4-upla $G =< V_N, V_T, P, S >$ donde

- $V_N$ es un conjunto de símbolos llamados no-terminales (o también, variables o categorías sintácticas)
- $V_T$ es un conjunto de símbolos terminales (tal como lo era $\Sigma$ en los ejemplos anteriores)
- $P$ es el conjunto de "producciones", el cual es un subconjunto finito de

  $$(V_N \cup V_T)^* \, V_N \, (V_N \cup V_T)^* \times (V_N \cup V_T)^* \, ,$$

  estas producciones son entonces pares ordenados $(\alpha, \beta)$, que usualmente son notados como $\alpha \to \beta$.
- $S \in V_N$ es el símbolo distinguido de $V_N$.

**Definición**

Una gramática es una 4-upla $G =< V_N, V_T, P, S >$ donde

- $V_N$ es un conjunto de símbolos llamados no-terminales (o también, variables o categorías sintácticas)
- $V_T$ es un conjunto de símbolos terminales (tal como lo era $\Sigma$ en los ejemplos anteriores)
- $P$ es el conjunto de "producciones", el cual es un subconjunto finito de
$$(V_N \cup V_T)^* V_N (V_N \cup V_T)^* \times (V_N \cup V_T)^*,$$
estas producciones son entonces pares ordenados $(\alpha, \beta)$, que usualmente son notados como $\alpha \to \beta$.
- $S \in V_N$ es el símbolo distinguido de $V_N$.

**Definición**

Una gramática es una 4-upla $G =< V_N, V_T, P, S >$ donde

- $V_N$ es un conjunto de símbolos llamados no-terminales (o también, variables o categorías sintácticas)
- $V_T$ es un conjunto de símbolos terminales (tal como lo era $\Sigma$ en los ejemplos anteriores)
- $P$ es el conjunto de "producciones", el cual es un subconjunto finito de

$$(V_N \cup V_T)^* V_N (V_N \cup V_T)^* \times (V_N \cup V_T)^*,$$

estas producciones son entonces pares ordenados $(\alpha, \beta)$, que usualmente son notados como $\alpha \to \beta$.
- $S \in V_N$ es el símbolo distinguido de $V_N$.

**Definición**

Una gramática es una 4-upla $G =< V_N, V_T, P, S >$ donde

- $V_N$ es un conjunto de símbolos llamados no-terminales (o también, variables o categorías sintácticas)
- $V_T$ es un conjunto de símbolos terminales (tal como lo era $\Sigma$ en los ejemplos anteriores)
- $P$ es el conjunto de "producciones", el cual es un subconjunto finito de
$$(V_N \cup V_T)^* \, V_N \, (V_N \cup V_T)^* \times (V_N \cup V_T)^* \, ,$$
estas producciones son entonces pares ordenados $(\alpha, \beta)$, que usualmente son notados como $\alpha \to \beta$.
- $S \in V_N$ es el símbolo distinguido de $V_N$.

**Definición**

Una gramática es una 4-upla $G = < V_N, V_T, P, S >$ donde

- $V_N$ es un conjunto de símbolos llamados no-terminales (o también, variables o categorías sintácticas)
- $V_T$ es un conjunto de símbolos terminales (tal como lo era $\Sigma$ en los ejemplos anteriores)
- $P$ es el conjunto de "producciones", el cual es un subconjunto finito de

$$(V_N \cup V_T)^* V_N (V_N \cup V_T)^* \times (V_N \cup V_T)^* ,$$

  estas producciones son entonces pares ordenados $(\alpha, \beta)$, que usualmente son notados como $\alpha \to \beta$.
- $S \in V_N$ es el símbolo distinguido de $V_N$.

### Forma sentencial de una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

- $S$ es una forma sentencial de $G$.
- Si $\alpha\beta\gamma$ es una forma sentencial de $G$, y $(\beta \to \delta) \in P$, entonces $\alpha\delta\gamma$ es también una forma sentencial de $G$.

### Derivación directa en $G$

Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $(\beta \to \delta) \in P$, se dice que $\alpha\delta\gamma$ se deriva directamente en $G$ de $\alpha\beta\gamma$ y se denota como

$$\alpha\beta\gamma \underset{G}{\to} \alpha\delta\gamma$$

## Forma sentencial de una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S\rangle$

- $S$ es una forma sentencial de $G$.
- Si $\alpha\beta\gamma$ es una forma sentencial de $G$, y $(\beta \to \delta) \in P$, entonces $\alpha\delta\gamma$ es también una forma sentencial de $G$.

## Derivación directa en $G$

Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $(\beta \to \delta) \in P$, se dice que $\alpha\delta\gamma$ se deriva directamente en $G$ de $\alpha\beta\gamma$ y se denota como

$$\alpha\beta\gamma \underset{G}{\to} \alpha\delta\gamma$$

## Forma sentencial de una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

- $S$ es una forma sentencial de $G$.
- Si $\alpha\beta\gamma$ es una forma sentencial de $G$, y $(\beta \to \delta) \in P$, entonces $\alpha\delta\gamma$ es también una forma sentencial de $G$.

## Derivación directa en $G$

Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $(\beta \to \delta) \in P$, se dice que $\alpha\delta\gamma$ se deriva directamente en $G$ de $\alpha\beta\gamma$ y se denota como

$$\alpha\beta\gamma \underset{G}{\to} \alpha\delta\gamma$$

## Forma sentencial de una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

- $S$ es una forma sentencial de $G$.
- Si $\alpha\beta\gamma$ es una forma sentencial de $G$, y $(\beta \to \delta) \in P$, entonces $\alpha\delta\gamma$ es también una forma sentencial de $G$.

## Derivación directa en $G$

Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $(\beta \to \delta) \in P$, se dice que $\alpha\delta\gamma$ se deriva directamente en $G$ de $\alpha\beta\gamma$ y se denota como

$$\alpha\beta\gamma \underset{G}{\to} \alpha\delta\gamma$$

## Forma sentencial de una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S\rangle$

- $S$ es una forma sentencial de $G$.
- Si $\alpha\beta\gamma$ es una forma sentencial de $G$, y $(\beta \to \delta) \in P$, entonces $\alpha\delta\gamma$ es también una forma sentencial de $G$.

## Derivación directa en $G$

Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $(\beta \to \delta) \in P$, se dice que $\alpha\delta\gamma$ se deriva directamente en $G$ de $\alpha\beta\gamma$ y se denota como

$$\alpha\beta\gamma \underset{G}{\to} \alpha\delta\gamma$$

**Definición**

Denotaremos con $\xrightarrow[G]{+}$ y con $\xrightarrow[G]{*}$ a las clausura transitiva y a la clausura transitiva y reflexiva de $\xrightarrow[G]{}$ respectivamente.

**Definición**

Denotaremos con $\xrightarrow[G]{k}$ a la potencia $k$ de la relación $\xrightarrow[G]{}$.

**Definición**

Lenguaje generado por una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S\rangle$, el cual se denotará como $\mathcal{L}(G)$,

$$\mathcal{L}(G) = \left\{ \alpha \in V_T^* : S \xrightarrow[G]{+} \alpha \right\}$$

### Definición

Denotaremos con $\xrightarrow[G]{+}$ y con $\xrightarrow[G]{*}$ a las clausura transitiva y a la clausura transitiva y reflexiva de $\underset{G}{\rightarrow}$ respectivamente.

### Definición

Denotaremos con $\xrightarrow[G]{k}$ a la potencia $k$ de la relación $\underset{G}{\rightarrow}$.

### Definición

Lenguaje generado por una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$, el cual se denotará como $\mathcal{L}(G)$,

$$\mathcal{L}(G) = \left\{ \alpha \in V_T^* : S \xrightarrow[G]{+} \alpha \right\}$$

### Definición

Denotaremos con $\overset{+}{\underset{G}{\rightarrow}}$ y con $\overset{*}{\underset{G}{\rightarrow}}$ a las clausura transitiva y a la clausura transitiva y reflexiva de $\underset{G}{\rightarrow}$ respectivamente.

### Definición

Denotaremos con $\overset{k}{\underset{G}{\rightarrow}}$ a la potencia $k$ de la relación $\underset{G}{\rightarrow}$.

### Definición

Lenguaje generado por una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$, el cual se denotará como $\mathcal{L}(G)$,

$$\mathcal{L}(G) = \left\{ \alpha \in V_T^* : S \overset{+}{\underset{G}{\rightarrow}} \alpha \right\}$$

### Definición

Denotaremos con $\underset{G}{\overset{+}{\rightarrow}}$ y con $\underset{G}{\overset{*}{\rightarrow}}$ a las clausura transitiva y a la clausura transitiva y reflexiva de $\underset{G}{\rightarrow}$ respectivamente.

### Definición

Denotaremos con $\underset{G}{\overset{k}{\rightarrow}}$ a la potencia $k$ de la relación $\underset{G}{\rightarrow}$.

### Definición

Lenguaje generado por una gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$, el cual se denotará como $\mathcal{L}(G)$,

$$\mathcal{L}(G) = \left\{ \alpha \in V_T^* : S \underset{G}{\overset{+}{\rightarrow}} \alpha \right\}$$

# Clasificación de gramáticas (Chomsky)

**Gramáticas regulares (tipo 3)**

- Si todas las producciones son de la forma $A \to xB$ o $A \to x$, donde $A, B \in V_N$ y $x \in V_T^*$, entonces la gramática es llamada "lineal a derecha".
- Si todas las producciones son de la forma $A \to Bx$ o $A \to x$, donde $A, B \in V_N$ y $x \in V_T^*$, entonces la gramática es llamada "lineal a izquierda".

ambos tipos de gramática son llamados regulares.

## Clasificación de gramáticas (Chomsky)

### Gramáticas regulares (tipo 3)

- Si todas las producciones son de la forma $A \rightarrow xB$ o $A \rightarrow x$, donde $A, B \in V_N$ y $x \in V_T^*$, entonces la gramática es llamada "lineal a derecha".
- Si todas las producciones son de la forma $A \rightarrow Bx$ o $A \rightarrow x$, donde $A, B \in V_N$ y $x \in V_T^*$, entonces la gramática es llamada "lineal a izquierda".

ambos tipos de gramática son llamados regulares.

### Gramáticas regulares (tipo 3)

- Si todas las producciones son de la forma $A \to xB$ o $A \to x$, donde $A, B \in V_N$ y $x \in V_T^*$, entonces la gramática es llamada "lineal a derecha".
- Si todas las producciones son de la forma $A \to Bx$ o $A \to x$, donde $A, B \in V_N$ y $x \in V_T^*$, entonces la gramática es llamada "lineal a izquierda".

ambos tipos de gramática son llamados regulares.

### Gramáticas regulares (tipo 3)

- Si todas las producciones son de la forma $A \rightarrow xB$ o $A \rightarrow x$, donde $A, B \in V_N$ y $x \in V_T^*$, entonces la gramática es llamada "lineal a derecha".
- Si todas las producciones son de la forma $A \rightarrow Bx$ o $A \rightarrow x$, donde $A, B \in V_N$ y $x \in V_T^*$, entonces la gramática es llamada "lineal a izquierda".

ambos tipos de gramática son llamados regulares.

# Clasificación de gramáticas (Chomsky)

## Gramáticas regulares (tipo 3)

Una forma alternativa de escribir las gramáticas regulares es el siguiente:

- Todas las producciones son de la forma $A \to aB$ o $A \to a$, donde $A, B \in V_N$ y $a \in V_T$, para el caso de gramáticas "lineales a derecha".
- Todas las producciones son de la forma $A \to Ba$ o $A \to a$, donde $A, B \in V_N$ y $a \in V_T$, para el caso de gramáticas "lineales a izquierda".

ambos tipos de gramática son llamados regulares.

## Gramáticas regulares (tipo 3)

Una forma alternativa de escribir las gramáticas regulares es el siguiente:

- Todas las producciones son de la forma $A \to aB$ o $A \to a$, donde $A, B \in V_N$ y $a \in V_T$, para el caso de gramáticas "lineales a derecha".
- Todas las producciones son de la forma $A \to Ba$ o $A \to a$, donde $A, B \in V_N$ y $a \in V_T$, para el caso de gramáticas "lineales a izquierda".

ambos tipos de gramática son llamados regulares.

# Clasificación de gramáticas (Chomsky)

## Gramáticas regulares (tipo 3)

Una forma alternativa de escribir las gramáticas regulares es el siguiente:

- Todas las producciones son de la forma $A \to aB$ o $A \to a$, donde $A, B \in V_N$ y $a \in V_T$, para el caso de gramáticas "lineales a derecha".
- Todas las producciones son de la forma $A \to Ba$ o $A \to a$, donde $A, B \in V_N$ y $a \in V_T$, para el caso de gramáticas "lineales a izquierda".

ambos tipos de gramática son llamados regulares.

## Clasificación de gramáticas (Chomsky)

### Gramáticas regulares (tipo 3)

Una forma alternativa de escribir las gramáticas regulares es el siguiente:

- Todas las producciones son de la forma $A \to aB$ o $A \to a$, donde $A, B \in V_N$ y $a \in V_T$, para el caso de gramáticas "lineales a derecha".
- Todas las producciones son de la forma $A \to Ba$ o $A \to a$, donde $A, B \in V_N$ y $a \in V_T$, para el caso de gramáticas "lineales a izquierda".

ambos tipos de gramática son llamados regulares.

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow aA & B \rightarrow bB & C \rightarrow cC \\ A \rightarrow aA & B \rightarrow bC & C \rightarrow c \\ A \rightarrow aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena *aabbbbccc*

$$\begin{array}{llll} S & \rightarrow aA & \rightarrow aaB & \rightarrow aabB \\ & \rightarrow aabbB & \rightarrow aabbbB & \rightarrow aabbbbC \\ & \rightarrow aabbbbcC & \rightarrow aabbbbccC & \rightarrow aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\left\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\right\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\left\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\right\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena *aabbbbccc*

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\left\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\right\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lll}
S \to aA & B \to bB & C \to cC \\
A \to aA & B \to bC & C \to c \\
A \to aB & &
\end{array}
$$

## Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\
 & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\
 & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\left\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\right\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lll}
S \to aA & B \to bB & C \to cC \\
A \to aA & B \to bC & C \to c \\
A \to aB & &
\end{array}
$$

## Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\
 & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\
 & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

## Gramática

Gramática para generar $\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lll}
S \to aA & B \to bB & C \to cC \\
A \to aA & B \to bC & C \to c \\
A \to aB & &
\end{array}
$$

## Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\
 & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\
 & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\left\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\right\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow aA & B \rightarrow bB & C \rightarrow cC \\ A \rightarrow aA & B \rightarrow bC & C \rightarrow c \\ A \rightarrow aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena *aabbbbccc*

$$\begin{array}{llll} S & \rightarrow aA & \rightarrow aaB & \rightarrow aabB \\ & \rightarrow aabbB & \rightarrow aabbbB & \rightarrow aabbbbC \\ & \rightarrow aabbbbcC & \rightarrow aabbbbccC & \rightarrow aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$\begin{array}{lllll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\left\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\right\}$,
$G = \langle\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P\rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena *aabbbbccc*

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\left\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\right\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P\rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow aA & B \rightarrow bB & C \rightarrow cC \\ A \rightarrow aA & B \rightarrow bC & C \rightarrow c \\ A \rightarrow aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena *aabbbbccc*

$$\begin{array}{llll} S & \rightarrow aA & \rightarrow aaB & \rightarrow aabB \\ & \rightarrow aabbB & \rightarrow aabbbB & \rightarrow aabbbbC \\ & \rightarrow aabbbbcC & \rightarrow aabbbbccC & \rightarrow aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\left\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\right\}$,
$G = \langle\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P\rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena *aabbbbccc*

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

## Gramática

Gramática para generar $\left\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\right\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

## Ejemplo: derivación de la cadena *aabbbbccc*

$$\begin{array}{lllll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

## Ejemplo de gramática tipo 3 (regular):

### Gramática

Gramática para generar $\left\{a^n b^m c^k : m, n, k \geq 1\right\}$,
$G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lll} S \to aA & B \to bB & C \to cC \\ A \to aA & B \to bC & C \to c \\ A \to aB & & \end{array}$$

### Ejemplo: derivación de la cadena $aabbbbccc$

$$\begin{array}{llll} S & \to aA & \to aaB & \to aabB \\ & \to aabbB & \to aabbbB & \to aabbbbC \\ & \to aabbbbcC & \to aabbbbccC & \to aabbbbccc \end{array}$$

# Clasificación de gramáticas (Chomsky)

**Gramáticas independientes del contexto (libres de contexto, tipo 2)**

Cada producción es de la forma $A \rightarrow \alpha$, donde $A \in V_N$ y $\alpha \in (V_N \cup V_T)^*$.

De la definición anterior puede inferirse que toda gramática regular es independiente de (o libre del) contexto

**Gramáticas independientes del contexto (libres de contexto, tipo 2)**

Cada producción es de la forma $A \to \alpha$, donde $A \in V_N$ y $\alpha \in (V_N \cup V_T)^*$.

De la definición anterior puede inferirse que toda gramática regular es independiente de (o libre del) contexto

**Gramáticas independientes del contexto (libres de contexto, tipo 2)**

Cada producción es de la forma $A \to \alpha$, donde $A \in V_N$ y $\alpha \in (V_N \cup V_T)^*$.

De la definición anterior puede inferirse que toda gramática regular es independiente de (o libre del) contexto

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

### Gramática

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow E + T \\
E &\rightarrow T \\
T &\rightarrow T * F \\
T &\rightarrow F \\
F &\rightarrow (E) \\
F &\rightarrow a
\end{aligned}
$$

### derivación de $a * (a + a)$

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow T \rightarrow T * F \\
&\rightarrow T * (E) \rightarrow F * (E) \\
&\rightarrow a * (E) \rightarrow a * (E + T) \\
&\rightarrow a * (T + T) \rightarrow a * (F + T) \\
&\rightarrow a * (a + T) \rightarrow a * (a + F) \\
&\rightarrow a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T\\
E &\to T\\
T &\to T * F\\
T &\to F\\
F &\to (E)\\
F &\to a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F\\
&\to T * (E) \to F * (E)\\
&\to a * (E) \to a * (E + T)\\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T)\\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F)\\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

## Gramática

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

## derivación de $a * (a + a)$

$$E \to T \to T * F$$

$$\to T * (E) \to F * (E)$$

$$\to a * (E) \to a * (E + T)$$

$$\to a * (T + T) \to a * (F + T)$$

$$\to a * (a + T) \to a * (a + F)$$

$$\to a * (a + a)$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

## Gramática

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

## derivación de $a * (a + a)$

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

## Gramática

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{aligned} E &\rightarrow E + T \\ E &\rightarrow T \\ T &\rightarrow T * F \\ T &\rightarrow F \\ F &\rightarrow (E) \\ F &\rightarrow a \end{aligned}$$

## derivación de $a * (a + a)$

$$\begin{aligned} E &\rightarrow T \rightarrow T * F \\ &\rightarrow T * (E) \rightarrow F * (E) \\ &\rightarrow a * (E) \rightarrow a * (E + T) \\ &\rightarrow a * (T + T) \rightarrow a * (F + T) \\ &\rightarrow a * (a + T) \rightarrow a * (a + F) \\ &\rightarrow a * (a + a) \end{aligned}$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow E + T \\
E &\rightarrow T \\
T &\rightarrow T * F \\
T &\rightarrow F \\
F &\rightarrow (E) \\
F &\rightarrow a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow T \rightarrow T * F \\
&\rightarrow T * (E) \rightarrow F * (E) \\
&\rightarrow a * (E) \rightarrow a * (E + T) \\
&\rightarrow a * (T + T) \rightarrow a * (F + T) \\
&\rightarrow a * (a + T) \rightarrow a * (a + F) \\
&\rightarrow a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G =$
$\langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$,
donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow E + T \\
E &\rightarrow T \\
T &\rightarrow T * F \\
T &\rightarrow F \\
F &\rightarrow (E) \\
F &\rightarrow a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow T \rightarrow T * F \\
&\rightarrow T * (E) \rightarrow F * (E) \\
&\rightarrow a * (E) \rightarrow a * (E + T) \\
&\rightarrow a * (T + T) \rightarrow a * (F + T) \\
&\rightarrow a * (a + T) \rightarrow a * (a + F) \\
&\rightarrow a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow E + T \\
E &\rightarrow T \\
T &\rightarrow T * F \\
T &\rightarrow F \\
F &\rightarrow (E) \\
F &\rightarrow a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow T \rightarrow T * F \\
&\rightarrow T * (E) \rightarrow F * (E) \\
&\rightarrow a * (E) \rightarrow a * (E + T) \\
&\rightarrow a * (T + T) \rightarrow a * (F + T) \\
&\rightarrow a * (a + T) \rightarrow a * (a + F) \\
&\rightarrow a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

### Gramática

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

### derivación de $a * (a + a)$

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G =$
$\langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$,
donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

## Gramática

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

## derivación de $a * (a + a)$

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

## Gramática

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

## derivación de $a * (a + a)$

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

## Gramática

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow E + T \\
E &\rightarrow T \\
T &\rightarrow T * F \\
T &\rightarrow F \\
F &\rightarrow (E) \\
F &\rightarrow a
\end{aligned}
$$

## derivación de $a * (a + a)$

$$
\begin{aligned}
E &\rightarrow T \rightarrow T * F \\
&\rightarrow T * (E) \rightarrow F * (E) \\
&\rightarrow a * (E) \rightarrow a * (E + T) \\
&\rightarrow a * (T + T) \rightarrow a * (F + T) \\
&\rightarrow a * (a + T) \rightarrow a * (a + F) \\
&\rightarrow a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 2 (independiente del contexto)

**Gramática**

$G = \langle \{E, T, F\}, \{a, +, *, (, )\}, E, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{aligned}
E &\to E + T \\
E &\to T \\
T &\to T * F \\
T &\to F \\
F &\to (E) \\
F &\to a
\end{aligned}
$$

**derivación de $a * (a + a)$**

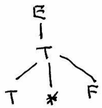
$$
\begin{aligned}
E &\to T \to T * F \\
&\to T * (E) \to F * (E) \\
&\to a * (E) \to a * (E + T) \\
&\to a * (T + T) \to a * (F + T) \\
&\to a * (a + T) \to a * (a + F) \\
&\to a * (a + a)
\end{aligned}
$$

# Arbol de derivación

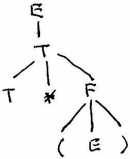
E

# Arbol de derivación

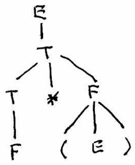
# Arbol de derivación



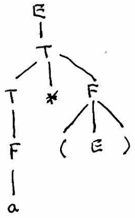
# Arbol de derivación



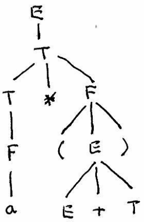
# Arbol de derivación



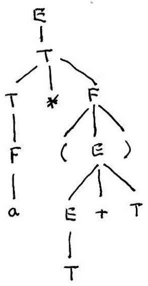
# Arbol de derivación



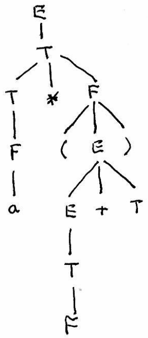
# Arbol de derivación



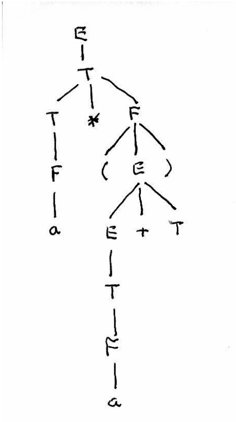
# Arbol de derivación



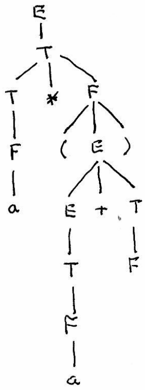
# Arbol de derivación



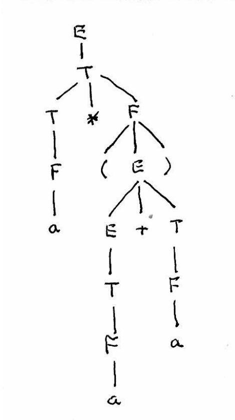
# Arbol de derivación



# Arbol de derivación



# Arbol de derivación



## Dependientes del contexto (Sensitivas al contexto, tipo 1)

Cada producción es de la forma $\alpha \rightarrow \beta$, donde $\alpha, \beta \in (V_N \cup V_T)^*$ y $|\alpha| \leq |\beta|$. (Notar que esto impide la generación de la cadena nula $\lambda$)

De la definición anterior puede inferirse que:toda gramática independiente del (o libre del) contexto, que no posea reglas borradoras (o sea, reglas del tipo $A \rightarrow \lambda$, es también una gramática dependiente del (o sensitiva al) contexto

**Dependientes del contexto (Sensitivas al contexto, tipo 1)**

Cada producción es de la forma $\alpha \to \beta$, donde $\alpha, \beta \in (V_N \cup V_T)^*$ y $|\alpha| \leq |\beta|$. (Notar que esto impide la generación de la cadena nula $\lambda$)

De la definición anterior puede inferirse que:toda gramática independiente del (o libre del) contexto, que no posea reglas borradoras (o sea, reglas del tipo $A \to \lambda$, es también una gramática dependiente del (o sensitiva al) contexto

## Dependientes del contexto (Sensitivas al contexto, tipo 1)

Cada producción es de la forma $\alpha \to \beta$, donde $\alpha, \beta \in (V_N \cup V_T)^*$ y $|\alpha| \leq |\beta|$. (Notar que esto impide la generación de la cadena nula $\lambda$)

De la definición anterior puede inferirse que: toda gramática independiente del (o libre del) contexto, que no posea reglas borradoras (o sea, reglas del tipo $A \to \lambda$, es también una gramática dependiente del (o sensitiva al) contexto

**Dependientes del contexto (Sensitivas al contexto, tipo 1)**

Cada producción es de la forma $\alpha \to \beta$, donde $\alpha, \beta \in (V_N \cup V_T)^*$ y $|\alpha| \leq |\beta|$. (Notar que esto impide la generación de la cadena nula $\lambda$)

De la definición anterior puede inferirse que:toda gramática independiente del (o libre del) contexto, que no posea reglas borradoras (o sea, reglas del tipo $A \to \lambda$, es también una gramática dependiente del (o sensitiva al) contexto

## Dependientes del contexto (Sensitivas al contexto, tipo 1)

Cada producción es de la forma $\alpha \to \beta$, donde $\alpha, \beta \in (V_N \cup V_T)^*$ y $|\alpha| \leq |\beta|$. (Notar que esto impide la generación de la cadena nula $\lambda$)

De la definición anterior puede inferirse que:toda gramática independiente del (o libre del) contexto, que no posea reglas borradoras (o sea, reglas del tipo $A \to \lambda$, es también una gramática dependiente del (o sensitiva al) contexto

## Dependientes del contexto (Sensitivas al contexto, tipo 1)

Cada producción es de la forma $\alpha \to \beta$, donde $\alpha, \beta \in (V_N \cup V_T)^*$ y $|\alpha| \leq |\beta|$. (Notar que esto impide la generación de la cadena nula $\lambda$)

De la definición anterior puede inferirse que:toda gramática independiente del (o libre del) contexto, que no posea reglas borradoras (o sea, reglas del tipo $A \to \lambda$, es también una gramática dependiente del (o sensitiva al) contexto

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

### Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

### derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\ \to aaabbbccC & \to aaabbbccc & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \rightarrow aSBC & CB \rightarrow BC & bB \rightarrow bb & cC \rightarrow cc \\
S \rightarrow abC & & bC \rightarrow bc &
\end{array}
$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{lll}
S \rightarrow & & \\
\rightarrow aSBC & \rightarrow aaSBCBC & \rightarrow aaabCBCBC \\
\rightarrow aaabBCCBC & \rightarrow aaabBCBCC & \rightarrow aaabBBCCC \\
\rightarrow aaabbBCCC & \rightarrow aaabbbCCC & \rightarrow aaabbbcCC \\
\rightarrow aaabbbccC & \rightarrow aaabbbccc &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\ \to aaabbbccC & \to aaabbbccc & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

**Gramática**

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

**derivación de $aaabbbccc$:**

$S \to$

$$\begin{array}{lll} \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\ \to aaabbbccC & \to aaabbbccc & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\ \to aaabbbccC & \to aaabbbccc & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \rightarrow aSBC & CB \rightarrow BC & bB \rightarrow bb & cC \rightarrow cc \\
S \rightarrow abC & & bC \rightarrow bc &
\end{array}
$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{lll}
S \rightarrow & & \\
\rightarrow aSBC & \rightarrow aaSBCBC & \rightarrow aaabCBCBC \\
\rightarrow aaabBCCBC & \rightarrow aaabBCBCC & \rightarrow aaabBBCCC \\
\rightarrow aaabbBCCC & \rightarrow aaabbbCCC & \rightarrow aaabbbcCC \\
\rightarrow aaabbbccC & \rightarrow aaabbbccc &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \rightarrow aSBC & CB \rightarrow BC & bB \rightarrow bb & cC \rightarrow cc \\
S \rightarrow abC & & bC \rightarrow bc &
\end{array}
$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{lll}
S \rightarrow & & \\
\rightarrow aSBC & \rightarrow aaSBCBC & \rightarrow aaabCBCBC \\
\rightarrow aaabBCCBC & \rightarrow aaabBCBCC & \rightarrow aaabBBCCC \\
\rightarrow aaabbBCCC & \rightarrow aaabbbCCC & \rightarrow aaabbbcCC \\
\rightarrow aaabbbccC & \rightarrow aaabbbccc &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow aSBC & CB \rightarrow BC & bB \rightarrow bb & cC \rightarrow cc \\ S \rightarrow abC & & bC \rightarrow bc & \end{array}$$

## derivación de *aaabbbccc*:

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow & & \\ \rightarrow aSBC & \rightarrow aaSBCBC & \rightarrow aaabCBCBC \\ \rightarrow aaabBCCBC & \rightarrow aaabBCBCC & \rightarrow aaabBBCCC \\ \rightarrow aaabbBCCC & \rightarrow aaabbbCCC & \rightarrow aaabbbcCC \\ \rightarrow aaabbbccC & \rightarrow aaabbbccc & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P\rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow aSBC & CB \rightarrow BC & bB \rightarrow bb & cC \rightarrow cc \\ S \rightarrow abC & & bC \rightarrow bc & \end{array}$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow & & \\ \rightarrow aSBC & \rightarrow aaSBCBC & \rightarrow aaabCBCBC \\ \rightarrow aaabBCCBC & \rightarrow aaabBCBCC & \rightarrow aaabBBCCC \\ \rightarrow aaabbBCCC & \rightarrow aaabbbCCC & \rightarrow aaabbbcCC \\ \rightarrow aaabbbccC & \rightarrow aaabbbccc & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\ \to aaabbbccC & \to aaabbbccc & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\
S \to abC & & bC \to bc &
\end{array}
$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{lll}
S \to & & \\
\to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\
\to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\
\to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\
\to aaabbbccC & \to aaabbbccc &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow aSBC & CB \rightarrow BC & bB \rightarrow bb & cC \rightarrow cc \\ S \rightarrow abC & & bC \rightarrow bc & \end{array}$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow & & \\ \rightarrow aSBC & \rightarrow aaSBCBC & \rightarrow aaabCBCBC \\ \rightarrow aaabBCCBC & \rightarrow aaabBCBCC & \rightarrow aaabBBCCC \\ \rightarrow aaabbBCCC & \rightarrow aaabbbCCC & \rightarrow aaabbbcCC \\ \rightarrow aaabbbccC & \rightarrow aaabbbccc & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\
S \to abC & & bC \to bc &
\end{array}
$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{lll}
S \to & & \\
\to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\
\to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\
\to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\
\to aaabbbccC & \to aaabbbccc &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\
S \to abC & & bC \to bc &
\end{array}
$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{lll}
S \to & & \\
\to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\
\to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\
\to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\
\to aaabbbccC & \to aaabbbccc &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\
S \to abC & & bC \to bc &
\end{array}
$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{lll}
S \to & & \\
\to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\
\to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\
\to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\
\to aaabbbccC & \to aaabbbccc &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\ \to aaabbbccC & \to aaabbbccc & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \rightarrow aSBC & CB \rightarrow BC & bB \rightarrow bb & cC \rightarrow cc \\ S \rightarrow abC & & bC \rightarrow bc & \end{array}$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow & & \\ \rightarrow aSBC & \rightarrow aaSBCBC & \rightarrow aaabCBCBC \\ \rightarrow aaabBCCBC & \rightarrow aaabBCBCC & \rightarrow aaabBBCCC \\ \rightarrow aaabbBCCC & \rightarrow aaabbbCCC & \rightarrow aaabbbcCC \\ \rightarrow aaabbbccC & \rightarrow aaabbbccc & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \rightarrow aSBC & CB \rightarrow BC & bB \rightarrow bb & cC \rightarrow cc \\
S \rightarrow abC & & bC \rightarrow bc &
\end{array}
$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{lll}
S \rightarrow & & \\
\rightarrow aSBC & \rightarrow aaSBCBC & \rightarrow aaabCBCBC \\
\rightarrow aaabBCCBC & \rightarrow aaabBCBCC & \rightarrow aaabBBCCC \\
\rightarrow aaabbBCCC & \rightarrow aaabbbCCC & \rightarrow aaabbbcCC \\
\rightarrow aaabbbccC & \rightarrow aaabbbccc &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\
S \to abC & & bC \to bc &
\end{array}
$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{lll}
S \to & & \\
\to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\
\to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\
\to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\
\to aaabbbccC & \to aaabbbccc &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\ \to aaabbbccC & \to aaabbbccc & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\
S \to abC & & bC \to bc &
\end{array}
$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{lll}
S \to & & \\
\to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\
\to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\
\to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\
\to aaabbbccC & \to aaabbbccc &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{llll}
S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\
S \to abC & & bC \to bc &
\end{array}
$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$
\begin{array}{lll}
S \to & & \\
\to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\
\to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\
\to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\
\to aaabbbccC & \to aaabbbccc &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\ \to aaabbbccC & \to aaabbbccc & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\ \to aaabbbccC & \to aaabbbccc & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\ \to aaabbbccC & \to aaabbbccc & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 1 (dependiente del contexto):

## Gramática

$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P \rangle$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{llll} S \to aSBC & CB \to BC & bB \to bb & cC \to cc \\ S \to abC & & bC \to bc & \end{array}$$

## derivación de $aaabbbccc$:

$$\begin{array}{lll} S \to & & \\ \to aSBC & \to aaSBCBC & \to aaabCBCBC \\ \to aaabBCCBC & \to aaabBCBCC & \to aaabBBCCC \\ \to aaabbBCCC & \to aaabbbCCC & \to aaabbbcCC \\ \to aaabbbccC & \to aaabbbccc & \end{array}$$

## Sin restricciones (tipo 0)

No poseen ninguna restricción como las anteriores.

Un lenguaje generado por una gramática tipo $t$ es llamado "lenguaje $t$", p.ej.: un lenguaje generado por una gramática independiente del contexto es llamado también: "lenguaje independiente del contexto".

Alternativamente estos lenguajes son llamados tipo 3, 2, 1 y 0, respectivamente, p.ej.: un lenguaje generado por una gramática regular es llamado también: "lenguaje tipo 3".

El conjunto de las gramáticas tipo 0 incluye a todas las gramáticas.

## Sin restricciones (tipo 0)

No poseen ninguna restricción como las anteriores.

Un lenguaje generado por una gramática tipo $t$ es llamado "lenguaje $t$", p.ej.: un lenguaje generado por una gramática independiente del contexto es llamado también: "lenguaje independiente del contexto".

Alternativamente estos lenguajes son llamados tipo 3, 2, 1 y 0, respectivamente, p.ej.: un lenguaje generado por una gramática regular es llamado también: "lenguaje tipo 3".

El conjunto de las gramáticas tipo 0 incluye a todas las gramáticas.

## Sin restricciones (tipo 0)

No poseen ninguna restricción como las anteriores.

Un lenguaje generado por una gramática tipo $t$ es llamado "lenguaje $t$", p.ej.: un lenguaje generado por una gramática independiente del contexto es llamado también: "lenguaje independiente del contexto".

Alternativamente estos lenguajes son llamados tipo 3, 2, 1 y 0, respectivamente, p.ej.: un lenguaje generado por una gramática regular es llamado también: "lenguaje tipo 3".

El conjunto de las gramáticas tipo 0 incluye a todas las gramáticas.

### Sin restricciones (tipo 0)

No poseen ninguna restricción como las anteriores.

Un lenguaje generado por una gramática tipo $t$ es llamado "lenguaje $t$", p.ej.: un lenguaje generado por una gramática independiente del contexto es llamado también: "lenguaje independiente del contexto".

Alternativamente estos lenguajes son llamados tipo 3, 2, 1 y 0, respectivamente, p.ej.: un lenguaje generado por una gramática regular es llamado también: "lenguaje tipo 3".

El conjunto de las gramáticas tipo 0 incluye a todas las gramáticas.

## Sin restricciones (tipo 0)

No poseen ninguna restricción como las anteriores.

Un lenguaje generado por una gramática tipo $t$ es llamado "lenguaje $t$", p.ej.: un lenguaje generado por una gramática independiente del contexto es llamado también: "lenguaje independiente del contexto".

Alternativamente estos lenguajes son llamados tipo 3, 2, 1 y 0, respectivamente, p.ej.: un lenguaje generado por una gramática regular es llamado también: "lenguaje tipo 3".

El conjunto de las gramáticas tipo 0 incluye a todas las gramáticas.

## Sin restricciones (tipo 0)

No poseen ninguna restricción como las anteriores.

Un lenguaje generado por una gramática tipo $t$ es llamado "lenguaje $t$", p.ej.: un lenguaje generado por una gramática independiente del contexto es llamado también: "lenguaje independiente del contexto".

Alternativamente estos lenguajes son llamados tipo 3, 2, 1 y 0, respectivamente, p.ej.: un lenguaje generado por una gramática regular es llamado también: "lenguaje tipo 3".

El conjunto de las gramáticas tipo 0 incluye a todas las gramáticas.

## Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

### Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}$$

### derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}$$

### Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

### derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
& \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
& \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
& \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
& \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
& \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

## derivación de *abaaabaa*

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\ & \to abaaabaaD & \to abaaabaa & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

## derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\ & \to abaaabaaD & \to abaaabaa & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

## derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\ & \to abaaabaaD & \to abaaabaa & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}$$

## derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}$$

## derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \rightarrow CD & AD \rightarrow aD & Aa \rightarrow aA & Ba \rightarrow aB & C \rightarrow \lambda \\
C \rightarrow aCA & BD \rightarrow bD & Ab \rightarrow bA & Bb \rightarrow bB & D \rightarrow \lambda \\
C \rightarrow bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \rightarrow CD & \rightarrow aCAD & \rightarrow abCBAD \\
 & \rightarrow abaCABAD & \rightarrow abaaCAABAD & \rightarrow abaaAABAD \\
 & \rightarrow abaaAABaD & \rightarrow abaaAAaBD & \rightarrow abaaAaABD \\
 & \rightarrow abaaaAABD & \rightarrow abaaaAAbD & \rightarrow abaaaAbAD \\
 & \rightarrow abaaabAAD & \rightarrow abaaabAaD & \rightarrow abaaabaAD \\
 & \rightarrow abaaabaaD & \rightarrow abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

## derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\ & \to abaaabaaD & \to abaaabaa & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \rightarrow CD & AD \rightarrow aD & Aa \rightarrow aA & Ba \rightarrow aB & C \rightarrow \lambda \\
C \rightarrow aCA & BD \rightarrow bD & Ab \rightarrow bA & Bb \rightarrow bB & D \rightarrow \lambda \\
C \rightarrow bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de *abaaabaa*

$$
\begin{array}{llll}
S & \rightarrow CD & \rightarrow aCAD & \rightarrow abCBAD \\
 & \rightarrow abaCABAD & \rightarrow abaaCAABAD & \rightarrow abaaAABAD \\
 & \rightarrow abaaAABaD & \rightarrow abaaAAaBD & \rightarrow abaaAaABD \\
 & \rightarrow abaaaAABD & \rightarrow abaaaAAbD & \rightarrow abaaaAbAD \\
 & \rightarrow abaaabAAD & \rightarrow abaaabAaD & \rightarrow abaaabaAD \\
 & \rightarrow abaaabaaD & \rightarrow abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

## derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\ & \to abaaabaaD & \to abaaabaa & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

## derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\ & \to abaaabaaD & \to abaaabaa & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}$$

## derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

## derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\ & \to abaaabaaD & \to abaaabaa & \end{array}$$

## Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

### Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

### derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\},\{a,b\},S,P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

## derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\ & \to abaaabaaD & \to abaaabaa & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

## derivación de *abaaabaa*

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\ & \to abaaabaaD & \to abaaabaa & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}$$

## derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\},\{a,b\},S,P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

## derivación de $abaaabaa$

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\ & \to abaaabaaD & \to abaaabaa & \end{array}$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$
\begin{array}{lllll}
S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\
C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\
C \to bCB & & & &
\end{array}
$$

## derivación de $abaaabaa$

$$
\begin{array}{llll}
S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\
 & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\
 & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\
 & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\
 & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\
 & \to abaaabaaD & \to abaaabaa &
\end{array}
$$

# Ejemplo de gramática tipo 0 (sin restricciones):

## Gramática

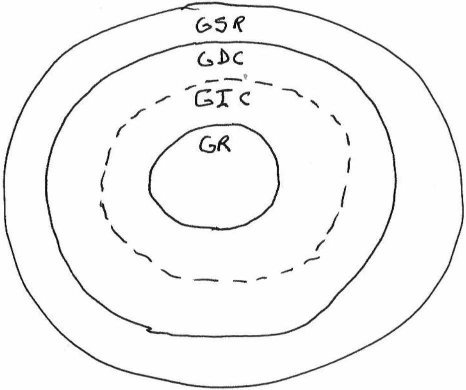
Gramática para generar $\{ww : w \in \{a,b\}^*\}$
$G = (\{S,A,B,C,D\}, \{a,b\}, S, P)$, donde $P$ está dado por

$$\begin{array}{lllll} S \to CD & AD \to aD & Aa \to aA & Ba \to aB & C \to \lambda \\ C \to aCA & BD \to bD & Ab \to bA & Bb \to bB & D \to \lambda \\ C \to bCB & & & & \end{array}$$

## derivación de *abaaabaa*

$$\begin{array}{llll} S & \to CD & \to aCAD & \to abCBAD \\ & \to abaCABAD & \to abaaCAABAD & \to abaaAABAD \\ & \to abaaAABaD & \to abaaAAaBD & \to abaaAaABD \\ & \to abaaaAABD & \to abaaaAAbD & \to abaaaAbAD \\ & \to abaaabAAD & \to abaaabAaD & \to abaaabaAD \\ & \to abaaabaaD & \to abaaabaa & \end{array}$$

# Jerarquía de Chomsky




GSR = Gramáticas sin Restricciones – Tipo 0

GDC = Gramáticas Dependientes del Contexto – Tipo 1

GIC = Gramáticas Independientes del Contexto – Tipo 2

GR = Gramáticas Regulares – Tipo 3