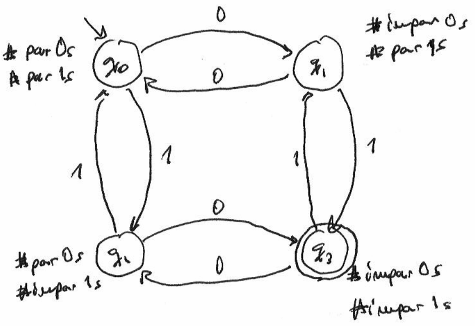
Autómata Finito Determinístico (AFD)

Definition (Definición de Autómata Finito Determinístico (AFD))

5-upla $\langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ donde

- Q es un conjunto finito de estados
- Σ es un conjunto finito de símbolos que constituye el alfabeto de entrada
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es la función de transición
- $q_0 \in Q$ es el estado inicial
- $F \subseteq Q$ es el conjunto de estados finales



$\delta: Q \times \Sigma \to Q$

δ	0	1
q_0	q_1	q_2
q_1	q_0	q_3
q_2	q_3	q_0
q_3	q_2	q_1

$\Sigma = \{0,1\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

$F = \{q_3\}$

q_0 = estado inicial

Análisis de la cadena: 011010

$q_0 \xrightarrow{0} q_1 \xrightarrow{1} q_3 \xrightarrow{1} q_1 \xrightarrow{0} q_0 \xrightarrow{1} q_4 \xrightarrow{0} \boxed{q_3}$

$q_3 \in F \Rightarrow$ cadena aceptada

Autómata Finito Determinístico (AFD)

La función de transición puede extenderse para que acepte como 2do argumento cadenas en Σ, o sea $\widehat{\delta} : Q \times \Sigma^* \to Q$, definiéndola de la siguiente manera:

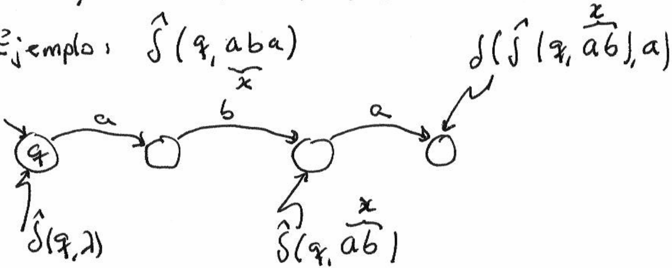
Definition (Func. de transc. generalizada $\widehat{\delta}$)

- $\widehat{\delta}\,(q, \lambda) = q$
- $\widehat{\delta}\,(q, xa) = \delta\left(\widehat{\delta}\,(q, x)\,, a\right)$, con $x \in \Sigma^*$ y $a \in \Sigma$.

Notar que $\widehat{\delta}\,(q, a) = \delta\left(\widehat{\delta}\,(q, \lambda)\,, a\right) = \delta\,(q, a)$. Por esto puede utilizarse el símbolo δ para aludir a ambos tipos de transición.

- $\hat{\delta}(q, \lambda) = q$
- $\hat{\delta}(q, xa) = \delta(\hat{\delta}(q, x), a)$

Ejemplo: $\hat{\delta}(q, \underbrace{ab}_{x}a)$



Autómata Finito Determinístico (AFD)

Definition (Definición: Cadena aceptada por un AFD)

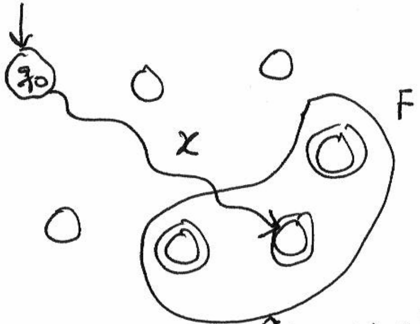
Se dice que una cadena x es aceptada por un AFD $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ sii $\widehat{\delta}\,(q_0, x) \in F$.

Definition (Definición: Lenguaje aceptado por un AFD)

Dado un AFD $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$, el lenguaje aceptado por M, el cual se denotará $\mathcal{L}\,(M)$, es el conjunto de cadenas aceptadas por M y se define como

$$\mathcal{L}\,(M) = \{x : \delta\,(q_0, x) \in F\}\,.$$

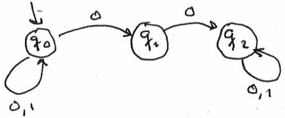
Cadena aceptada por un AFD



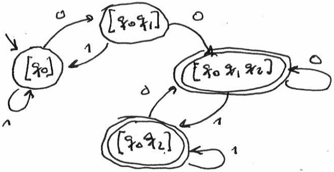
x es aceptada sii $\hat{\delta}(q_0, x) \in F$

Autómata Finito No Determinístico (AFND)

δ	0	1
q_0	$\{q_0\, q_1\}$	$\{q_0\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$



δ'	0	1
$\{q_0\}$	$\{q_0\, q_1\}$	$\{q_0\}$
$\{q_0\, q_1\}$	$\{q_0\, q_1\, q_2\}$	$\{q_0\}$
$\{q_0\, q_1\, q_2\}$	$\{q_0\, q_1\, q_2\}$	$\{q_0\, q_2\}$
$\{q_0\, q_2\}$	$\{q_0\, q_1\, q_2\}$	$\{q_0\, q_2\}$



análisis de la cadena 010011

$[q_0] \xrightarrow{0} [q_0 q_1] \xrightarrow{1} [q_0] \xrightarrow{0} [q_0 q_1] \xrightarrow{0} [q_0 q_1 q_2] \xrightarrow{1} [q_0 q_2] \xrightarrow{1} [q_0 q_2]$

$q_0 \xrightarrow{0} q_0 \xrightarrow{1} q_0 \xrightarrow{0} q_1 \xrightarrow{0} q_2 \xrightarrow{1} q_2 \xrightarrow{1} q_2$

$q_0 \xrightarrow{0} q_1 \xrightarrow{1} \times$

$q_0 \xrightarrow{0} q_0 \xrightarrow{0} q_1 \xrightarrow{1} \times$

$q_0 \xrightarrow{0} q_0 \xrightarrow{1} q_0 \xrightarrow{1} q_0$

Definition (Definición de Autómata Finito No Determinístico (AFND))

5-upla $\langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F\rangle$ donde Q, Σ, q_0 y F tienen el mismo significado que para el AFD, pero $\delta : Q \times \Sigma \to \mathcal{P}(Q)$

La función de transición puede extenderse para que acepte como 2do argumento cadenas en Σ, o sea $\widehat{\delta} : Q \times \Sigma^* \to \mathcal{P}(Q)$, definiéndola de la siguiente manera:

Autómata Finito No Determinístico (AFND)

Definition (Definición de func. de transc. generalizada $\widehat{\delta}$)

- $\widehat{\delta}\left(q,\lambda\right)=\{q\}$
- $\widehat{\delta}\left(q,xa\right)=\Big\{p:\exists r\in\widehat{\delta}\left(q,x\right)$ tal que $p\in\delta\left(r,a\right)\Big\}$, con $x\in\Sigma^{*}$ y $a\in\Sigma$.

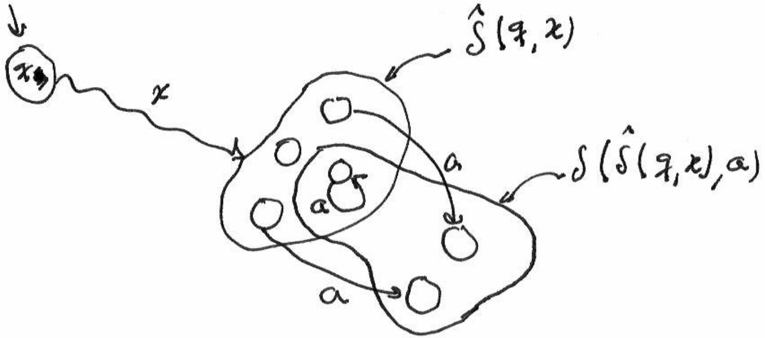
Si generalizamos la función de tranción δ a conjuntos de estados $\delta:\mathcal{P}\left(Q\right)\times\Sigma\rightarrow\mathcal{P}\left(Q\right)$ dada por

$$\widehat{\delta}\left(P,a\right)=\bigcup_{q\in P}\widehat{\delta}\left(q,a\right),$$

podemos escribir $\widehat{\delta}\left(q,xa\right)$ como

$$\widehat{\delta}\left(q,xa\right)=\delta\left(\widehat{\delta}(q,x),a\right)$$

Autómata Finito No Determinístico (AFND)



Autómata Finito No Determinístico (AFND)

Notar que

$$\begin{aligned}\widehat{\delta}\,(q,a) &= \widehat{\delta}\,(q,\lambda a) = \left\{p : \exists r \in \widehat{\delta}\,(q,\lambda) \text{ tal que } p \in \delta\,(r,a)\right\} \\ &= \{p : \exists r \in \{q\} \text{ tal que } p \in \delta\,(r,a)\} \\ &= \{p : p \in \delta\,(q,a)\} = \delta\,(q,a)\,.\end{aligned}$$

Por esto puede utilizarse el símbolo δ para aludir a ambos tipos de transición.

Autómata Finito No Determinístico (AFND)

Definition (Definición de cadena aceptada por un AFND)

Se dice que una cadena x es aceptada por un AFND $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ sii $\delta\left(q_0, x\right) \cap F \neq \phi$.

Definition (Definición de Lenguaje aceptado por un AFND)

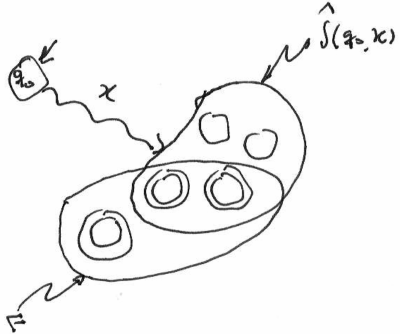
Dado un AFND $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$, el lenguaje aceptado por M, el cual se denotará $\mathcal{L}\left(M\right)$, es el conjunto de cadenas aceptadas por M y se define como

$$\mathcal{L}\left(M\right) = \left\{x : \delta\left(q_0, x\right) \cap F \neq \phi\right\}.$$

Cadena aceptada en un AFND:

$x \in \Sigma^*$ es aceptada sii

$\hat{\delta}(q_0, x) \cap F \neq \emptyset$



Autómata Finito No Determinístico (AFND)

Podemos extender la función de transición aún más, haciendo que mapee conjuntos de estados y cadenas en conjuntos de estados, o sea

Definition

Función de transición $\delta : \mathcal{P}(Q) \times \Sigma^* \to \mathcal{P}(Q)$ dada por

$$\widehat{\delta}(P, x) = \bigcup_{q \in P} \widehat{\delta}(q, x).$$

Es trivial ver que, para todo AFD existe un AFND equivalente.
Lo que no es tan obvio es que lo inverso también es cierto:

Para cada AFND existe un AFD equivalente.

Theorem (Equivalencia entre AFND y AFD)

Dado un AFND $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$*, existe un AFD* $M' = \langle Q', \Sigma, \delta', q_0', F' \rangle$ *tal que* $\mathcal{L}(M) = \mathcal{L}(M')$*.*

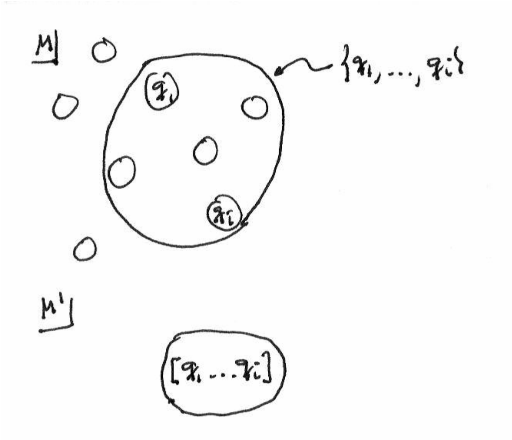
Demostración.

Se construye un AFD, M' cuyos los estados se denotan $[q_1, \ldots, q_i]$, con $q_1, \ldots, q_i \in Q$ y corresponden a $\mathcal{P}(Q)$. El conjunto de estados finales en M' es

$$F' = \left\{ [q_1, \ldots, q_i] \in Q' : \{q_1, \ldots, q_i\} \cap F \neq \phi \right\}$$

y $q_0' = [q_0]$. $\square$

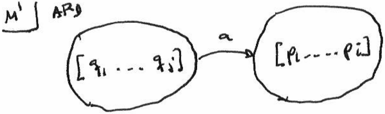
Autómata Finito No Determinístico (AFND)

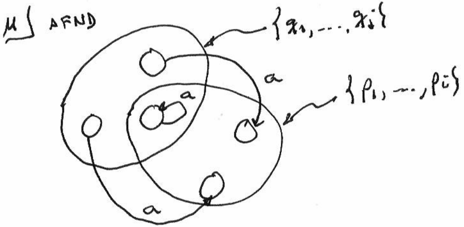


AFD M'

$$\delta'([q_1,\dots,q_j],a) = [p_1 \cdots p_i] \iff$$

$$\delta(\{q_1,\dots,q_j\},a) = \{p_1 \cdots p_i\} \quad \text{AFND } M$$





Demostración (cont.)

Definimos δ' mediante

$$\delta'\left([q_1,\dots,q_j],a\right)=[p_1,\dots,p_i]\Longleftrightarrow$$
$$\delta\left(\{q_1,\dots,q_j\},a\right)=\{p_1,\dots,p_i\}.$$

Como paso intermedio queremos probar que

$$\delta'\left(q_0',x\right)=[q_1,\dots,q_i]\Longleftrightarrow\delta\left(q_0,x\right)=\{q_1,\dots,q_i\}.$$

Base: $|x|=0$, o sea $x=\lambda$.
En este caso, debido a la definición de la función δ generalizada,

$$\delta'\left(q_0',\lambda\right)=[q_0]\ \text{ y }\ \delta\left(q_0,\lambda\right)=\{q_0\},$$

por lo que $\delta'\left(q_0',\lambda\right)=[q_0]\Longleftrightarrow\delta\left(q_0,\lambda\right)=\{q_0\}$. □

Demostración (cont.)

Paso inductivo: suponiéndolo válido para x tal que $|x| = n$, para la cadena xa tenemos que

$$\delta'\left(q_0', xa\right) = \delta'\left(\delta'\left(q_0', x\right), a\right) \text{,por definición de func.de trans. en AFDs}$$

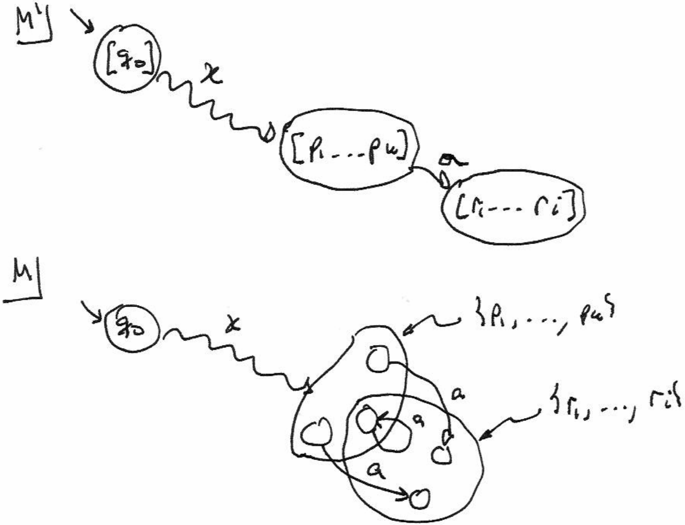
$$\delta\left(q_0, xa\right) = \delta\left(\delta\left(q_0, x\right), a\right) \text{,por definición de func. de trans. en AFNDs}$$

$$\delta'\left(q_0', x\right) = [p_1, \ldots, p_k] \Longleftrightarrow \delta\left(q_0, x\right) = \{p_1, \ldots, p_k\}, \text{ por h.i.}$$

$$\delta'\left([p_1, \ldots, p_k], a\right) = [r_1, \ldots, r_i] \Longleftrightarrow \delta\left(\{p_1, \ldots, p_k\}, a\right) = \{r_1, \ldots, r_i\} \text{ , por def. de } \delta'.$$

□

Autómata Finito No Determinístico (AFND)



Demostración (cont.)

entonces,

$$\begin{aligned}
\delta'\left(q_0', xa\right) &= \delta'\left(\delta'\left(q_0', x\right), a\right) = \left[r_1, \ldots, r_i\right] \\
\Leftrightarrow \exists \left[p_1, \ldots, p_k\right], \delta'\left(q_0', x\right) &= \left[p_1, \ldots, p_k\right] \wedge \\
\delta'\left(\left[p_1, \ldots, p_k\right], a\right) &= \left[r_1, \ldots, r_i\right] \\
\Leftrightarrow \exists \left\{p_1, \ldots, p_k\right\}, \delta\left(q_0, x\right) &= \left\{p_1, \ldots, p_k\right\} \wedge \\
\delta\left(\left\{p_1, \ldots, p_k\right\}, a\right) &= \left\{r_1, \ldots, r_i\right\} \\
\Leftrightarrow \delta\left(q_0, xa\right) &= \delta\left(\delta\left(q_0, x\right), a\right) = \left\{r_1, \ldots, r_i\right\}
\end{aligned}$$

por por definición de func de trans. en AFDs, por h.i., por definición de δ' y por por definición de func de trans. en AFNDs.
Por lo que

$$\delta'\left(q_0', xa\right) = \left[r_1, \ldots, r_i\right] \Leftrightarrow \delta\left(q_0, xa\right) = \left\{r_1, \ldots, r_i\right\}$$

. $\square$

Demostración (cont.)

entonces, hemos probado que

$$\delta'\left(q_0', x\right) = [q_1, \ldots, q_i] \Longleftrightarrow \delta\left(q_0, x\right) = \left\{q_1, \ldots, q_i\right\}.$$

Ahora nos queda probar que

$$\mathcal{L}\left(M\right) = \mathcal{L}\left(M'\right)$$

$\square$

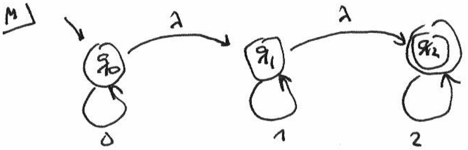
Demostración (cont.)

para eso veamos lo siguiente

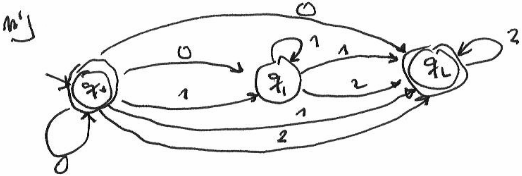
$$\begin{aligned} & x \in \mathcal{L}(M) \\ & \Leftrightarrow \delta(q_0, x) = \{q_1, \ldots, q_i\} \wedge \{q_1, \ldots, q_i\} \cap F \neq \phi \\ & \Leftrightarrow \delta'\left(q_0', x\right) = [q_1, \ldots, q_i] \wedge [q_1, \ldots, q_i] \in F' \\ & \Leftrightarrow x \in \mathcal{L}\left(M'\right). \end{aligned}$$

por def. de pertenencia a $\mathcal{L}(M)$, porque $\delta'(q_0', x) = [q_1, \ldots, q_i] \Longleftrightarrow \delta(q_0, x) = \{q_1, \ldots, q_i\}$, por def. de F' y por def. de pertenencia a $\mathcal{L}(M')$. $\square$

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \longrightarrow \mathcal{P}(Q)$$



δ	0	1	2	λ
q_0	$\{q_0\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1\}$
q_1	$\emptyset$	$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_2\}$	λ



δ'	0	1	2
q_0	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_2\}$
q_1	$\emptyset$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_2\}$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_2\}$

Autómata Finito No Determinístico con Transiciones λ

Definition (AFND-λ)

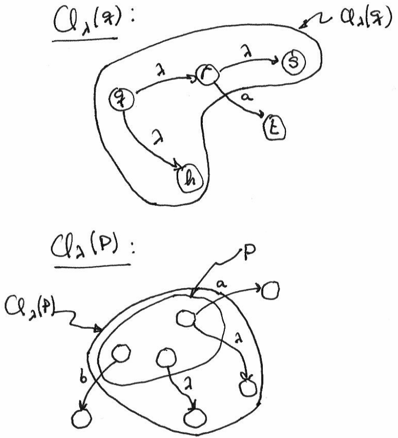
Autómata Finito No Determinístico con transiciones λ (AFND-λ) 5-upla $\langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ donde Q, Σ, q_0 y F tienen el mismo significado que para el AFND, pero

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \to \mathcal{P}(Q)$$

-

Definition (Clausura λ)

Clausura λ de un estado q.
La clausura λ de un estado q, la cual se denota como $Cl_\lambda(q)$, es el conjunto de estados, alcanzable desde q, siguiendo sólo transiciones λ.
El estado q pertenece a su clausura λ.



$Cl_\lambda(q)$:
$Cl_\lambda(q)$
λ
λ
λ
a
q
r
s
t
h
$Cl_\lambda(P)$:
P
$Cl_\lambda(P)$
a
λ
λ
b

Definition

Clausura λ de un conjunto de estados P

$$Cl_\lambda(P) = \bigcup_{q \in P} Cl_\lambda(q)$$

La función de transición puede extenderse para que acepte como 2do argumento cadenas en Σ, o sea $\widehat{\delta} : Q \times \Sigma^* \to \mathcal{P}(Q)$, definiéndola de la siguiente manera:

Definition

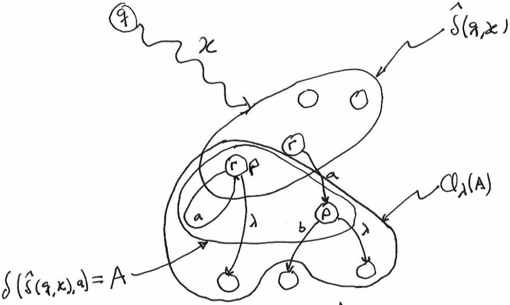
Función de transición extendida $\widehat{\delta}$

- $\widehat{\delta}(q, \lambda) = Cl_\lambda(q)$
- $\widehat{\delta}(q, xa) = Cl_\lambda\left(\left\{p : \exists r \in \widehat{\delta}(q, x) \text{ tal que } p \in \delta(r, a)\right\}\right)$

  , con $x \in \Sigma^*$ y $a \in \Sigma$, o sea, $\widehat{\delta}(q, xa) = Cl_\lambda\left(\bigcup_{r \in \widehat{\delta}(q,x)} \delta(r, a)\right)$

- $\hat{\delta}(q,\lambda) = Cl_\lambda(q)$
- $\hat{\delta}(q,xa) = Cl_\lambda\Big(\overbrace{\{p : \exists r \in \hat{\delta}(q,x) \text{ tal que } p \in \delta(r,a)\}}^{A}\Big)$

$$= Cl_\lambda\Big(\bigcup_{r \in \hat{\delta}(q,x)} \delta(r,a)\Big)$$



$$\hat{\delta}(q,xa) = Cl_\lambda\big(\overbrace{\delta(\hat{\delta}(q,x),a)}^{A}\big)$$

Extendiendo la definición de δ y $\widehat{\delta}$ a conjuntos de estados, tenemos que

- $\delta\left(P, a\right) = \bigcup_{q \in P} \delta\left(q, a\right)$
- $\widehat{\delta}\left(P, x\right) = \bigcup_{q \in P} \widehat{\delta}\left(q, x\right)$

Utilizando esto último, $\widehat{\delta}\left(q, xa\right)$ puede escribirse como

$$\widehat{\delta}\left(q, xa\right) = Cl_{\lambda}\left(\delta\left(\widehat{\delta}\left(q, x\right), a\right)\right).$$

Notar que $\widehat{\delta}\left(q, a\right)$ puede ser distinto de $\delta\left(q, a\right)$

$$\widehat{\delta}\left(q, a\right) = Cl_{\lambda}\left(\delta\left(\widehat{\delta}\left(q, \lambda\right), a\right)\right) = Cl_{\lambda}\left(\delta\left(Cl_{\lambda}\left(q\right), a\right)\right) \neq \delta\left(q, a\right),$$

por lo que, a diferencia de los puntos anteriores, se mantendrá la diferencia en notación entre ellas.

Definition (Cadena aceptada por un AFND-λ)

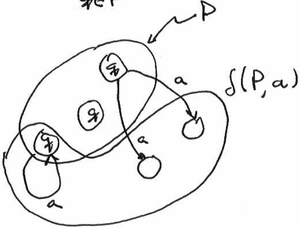
Se dice que una cadena x es aceptada por un AFND-λ $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ sii $\widehat{\delta}\left(q_0, x\right) \cap F \neq \phi$.

Definition (Lenguaje aceptado por un AFND-λ)

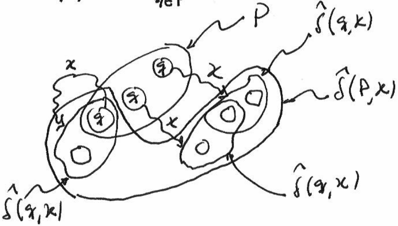
Dado un AFND-λ $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$, el lenguaje aceptado por M, el cual se denotará $\mathcal{L}\left(M\right)$, es el conjunto de cadenas aceptadas por M y se define como

$$\mathcal{L}\left(M\right) = \left\{x : \widehat{\delta}\left(q_0, x\right) \cap F \neq \phi\right\}.$$

$$\delta(P,a) = \bigcup_{q \in P} \delta(q,a)$$

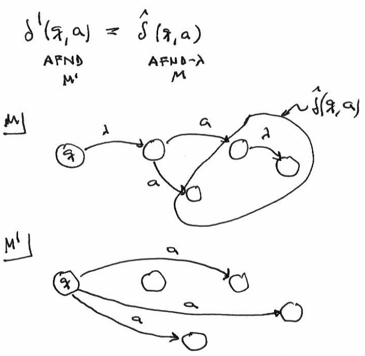


$$\hat{\delta}(P,x) = \bigcup_{q \in P} \hat{\delta}(q,x)$$



Theorem (Equivalencia entre AFND y AFND-λ)

Dado un AFND-λ $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$, puede encontrarse un AFND $M' = \langle Q, \Sigma, \delta', q_0, F' \rangle$ que reconoce el mismo lenguaje.


δ'(q, a) = δ̂(q, a)
AFND
M'
AFND-λ
M
δ̂(q, a)
M
λ
a
a
λ
q
M'
a
a
a
q

Demostración.

Tomemos

$$F' = \begin{cases} F \cup \{q_0\} & \text{si } Cl_\lambda(q_0) \cap F \neq \emptyset \\ F & \text{si no} \end{cases},$$

y hagamos $\delta'(q,a) = \widehat{\delta}(q,a)$. Como paso intermedio, deseamos probar que

$$\delta'(q_0,x) = \widehat{\delta}(q_0,x) \text{ para } |x| \geq 1.$$

□

Demostración (cont.)

Para $|x| = 1$: $x = a$,y por lo tanto $\delta'(q, a) = \widehat{\delta}(q, a)$, por def. de δ'.
Para $|x| > 1$: $x = wa$ entonces

$$\delta'(q_0, wa) = \delta'(\underbrace{\delta'(q_0, w)}_{\substack{= \\ \times h.i.}}, a)$$

$$= \delta'(\overbrace{\widehat{\delta}(q_0, w)}, a)$$

Por otro lado,es inmediato que para $P \subseteq Q$ es cierto que $\delta'(P, a) = \widehat{\delta}(P, a)$, ya que

$$\delta'(P, a) = \bigcup_{q \in P} \delta'(q, a) = \bigcup_{q \in P} \widehat{\delta}(q, a) = \widehat{\delta}(P, a)$$

. $\square$

Demostración.

Por lo tanto, haciendo $P = \widehat{\delta}(q_0, w)$, tenemos que

$$\delta'(q_0, wa) = \delta'(\widehat{\delta}(q_0, w), a) = \widehat{\delta}(\widehat{\delta}(q_0, w), a)$$
$$= \widehat{\delta}(q_0, wa)$$

Entonces veamos ahora que $\mathcal{L}(M') = \mathcal{L}(M)$, para $x = \lambda$

$$\lambda \in \mathcal{L}(M) \Leftrightarrow$$
$$Cl_\lambda(q_0) \cap F \neq \varnothing \Rightarrow$$
$$q_0 \in F' \Leftrightarrow$$
$$\lambda \in \mathcal{L}(M')$$

ver que $\widehat{\delta}(q_0, \lambda) = Cl_\lambda(q_0)$ $\square$

Demostración.

$$\lambda \in \mathcal{L}\left(M'\right) \Leftrightarrow$$

$$q_0 \in F' \Rightarrow$$

$$\underbrace{q_0 \in F}_{\begin{array}{c}\Downarrow \\ Cl_\lambda\left(q_0\right) \cap F \neq \varnothing \\ \Downarrow \\ \lambda \in \mathcal{L}\left(M\right)\end{array}} \quad \vee \quad \underbrace{Cl_\lambda\left(q_0\right) \cap F \neq \varnothing}_{\begin{array}{c}\Downarrow \\ \lambda \in \mathcal{L}\left(M\right)\end{array}}$$

por lo tanto

$$\lambda \in \mathcal{L}\left(M'\right) \Leftrightarrow \lambda \in \mathcal{L}\left(M\right)$$

ver que $\widehat{\delta}(q_0, \lambda) = Cl_\lambda\left(q_0\right)$. □

Demostración.

Para $x \neq \lambda$

$$x \in \mathcal{L}\left(M\right) \Leftrightarrow$$

$$\widehat{\delta}\left(q_0, x\right) \cap F \neq \varnothing \Rightarrow \text{ por def. cadena acept. en AFND-}\lambda$$

$$\delta'\left(q_0, x\right) \cap F' \neq \varnothing \Rightarrow \text{ por el paso interm. y porque } F \subset F'$$

$$x \in \mathcal{L}\left(M'\right)$$

$\square$

Demostración.

por otro lado,

$$x \in \mathcal{L}\left(M'\right) \Leftrightarrow$$

$$\delta'\left(q_0, x\right) \cap F' \neq \varnothing \Rightarrow \text{ por def. cadena acept. en AFND}$$

$$\widehat{\delta}\left(q_0, x\right) \cap F \neq \varnothing \vee$$

$$\left(\widehat{\delta}\left(q_0, x\right) \cap \{q_0\} \neq \varnothing \wedge Cl_\lambda\left(q_0\right) \cap F \neq \varnothing\right),$$

por el paso interm. y por def. de F'.

□

Demostración.

pero,

$$\widehat{\delta}\left(q_0, x\right) \cap F \neq \varnothing \Rightarrow x \in \mathcal{L}\left(M\right),$$

y,

$$\left(\widehat{\delta}\left(q_0, x\right) \cap \{q_0\} \neq \varnothing \wedge Cl_\lambda\left(q_0\right) \cap F \neq \varnothing\right) \Rightarrow x \in \mathcal{L}\left(M\right),$$

por lo que

$$x \in \mathcal{L}\left(M'\right) \Leftrightarrow x \in \mathcal{L}\left(M\right)$$

$\square$

$x \in \mathcal{L}(M') \iff$

M' $\quad \delta'(q_0', x) \cap F' \neq \emptyset \Rightarrow$

M $\quad (\hat{\delta}(q_0, x) \cap F \neq \emptyset) \vee$

$$(\underbrace{(\hat{\delta}(q_0, x) \cap \{q_0\} \neq \emptyset)} \wedge (Cl_\lambda(q_0) \cap F \neq \emptyset))$$

$$\Downarrow$$

$$q_0 \in \hat{\delta}(q_0, x)$$

$$\Downarrow$$

$$Cl_\lambda(q_0) \subseteq \hat{\delta}(q_0, x)$$

$$F' = \begin{cases} F \cup \{q_0\} & \text{si } Cl_\lambda(q_0) \cap F \neq \emptyset \\ F & \text{si no} \end{cases}$$

entonces,

- si $\hat{\delta}(q_0, x) \cap F \neq \emptyset$ entonces $x \in \mathcal{L}(M)$
- si $(Cl_\lambda(q_0) \subseteq \hat{\delta}(q_0, x)) \wedge (Cl_\lambda(q_0) \cap F \neq \emptyset)$

entonces $\hat{\delta}(q_0, x) \cap F \neq \emptyset$

y, por lo tanto $x \in \mathcal{L}(M)$