

Teoría de Lenguajes

Práctica 1 (Autómatas finitos)

1. Construir autómatas finitos para los siguientes lenguajes:
 - a) Cadenas sobre $\Sigma = \{0\}$ de longitud par.
 - b) Cadenas sobre $\Sigma = \{0, 1\}$ con cantidad par de ceros.
 - c) Cadenas sobre $\Sigma = \{0, 1\}$ con cantidad par de ceros y cantidad impar de unos.
 - d) Cadenas sobre $\Sigma = \{0, 1\}$ que, interpretadas como un número binario, sean congruentes a cero módulo 5.
2. Construir autómatas finitos para los siguientes lenguajes sobre $\Sigma = \{0, 1\}$:
 - a) Cadenas que comiencen con 010.
 - b) Cadenas que terminen con 010.
 - c) Cadenas que contengan la subcadena 000.
 - d) Cadenas que no contengan la subcadena 000.
 - e) Cadenas que contengan la subcadena 000 exactamente una vez.
(la cadena 0000 no pertenece a este lenguaje).
 - f) Cadenas que no contengan la subcadena 000 ni la 010.
3. Construir autómatas finitos para los siguientes lenguajes:
 - a) Identificadores de cualquier longitud que comiencen con una letra o guión y contengan letras, dígitos o guiones.
 - b) Constantes enteras con signo.
 - c) Constantes enteras con signo opcional.
 - d) Constantes reales con signo. Ejemplos: +123.456, -55.0, +00.430
 - e) Constantes reales con signo opcional y partes enteras y fraccionarias opcionales. Ejemplos: los anteriores más 123.456, -55., +.43
 - f) Constantes reales con notación exponencial opcional. Ejemplos: los anteriores más -55.E5, +.43E-6
4. Dado un autómata finito para L , indicar cómo construir autómatas finitos para los siguientes lenguajes. Indicar en cada caso si es necesario que el autómata de entrada sea determinístico o no, y de qué tipo es el autómata resultante:

- a) Complemento de L
 - b) L^*
 - c) Reversa de L
 - d) Cadenas iniciales de L : $I(L) = \{\alpha \mid \exists \beta(\alpha\beta \in L)\}$
 - e) Cadenas finales de L : $F(L) = \{\alpha \mid \exists \gamma(\gamma\alpha \in L)\}$
 - f) Subcadenas de L : $S(L) = \{\alpha \mid \exists \beta \exists \gamma(\gamma\alpha\beta \in L)\}$
 - g) Cadenas maximales de L : $\text{máx}(L) = \{\omega \in L \mid \forall \alpha \in \Sigma^+ : \omega\alpha \notin L\}$
 - h) Cadenas minimales de L :
 $\text{mín}(L) = \{\omega \in L \mid \text{ningún prefijo propio de } \omega \text{ pertenece a } L\}$
 Es decir, $\text{mín}(L) = \{\omega \in L \mid \neg \exists \alpha \exists \beta(\alpha\beta = \omega \wedge \beta \neq \lambda \wedge \alpha \in L)\}$.
 - i) $L_T = \{\omega \in \Sigma^* \mid \exists \alpha \in L \exists \beta \in \Sigma^* \omega = \alpha\beta\} = L.\Sigma^*$
5. Dados autómatas finitos para L_1 y L_2 indicar cómo construir autómatas finitos para los siguientes lenguajes, con las mismas consideraciones que en el ejercicio anterior:
- a) $L_1 \cup L_2$
 - b) $L_1 \cap L_2$
 - c) $L_1.L_2$
 - d) $L_1 \setminus L_2$
6. Demostrar que para todo autómata finito determinístico su relación de transición \vdash cumple:
- a) Determinismo:
 $((q, \alpha) \vdash^*(r, \lambda) \wedge (q, \alpha) \vdash^*(s, \lambda)) \implies r = s$
 - b) Concatenación:
 $((q, \alpha) \vdash^*(q_1, \lambda) \wedge (q_1, \beta) \vdash^*(r, \lambda)) \implies (q, \alpha\beta) \vdash^*(r, \lambda)$
 - c) Siempre toma un estado:
 $(q, \alpha\beta) \vdash^*(r, \lambda) \implies \exists q_1 ((q, \alpha) \vdash^*(q_1, \lambda) \wedge (q_1, \beta) \vdash^*(r, \lambda))$
 - d) Linealidad:
 $(q, \alpha) \vdash^n(r, \lambda) \iff |\alpha| = n$
 - e) Invariancia:
 $(q, \alpha) \vdash^*(q, \lambda) \implies \forall i \in \mathbf{N} (q, \alpha^i) \vdash^*(q, \lambda)$
7. Construir un autómata finito determinístico para el lenguaje $\{a^k \mid k = 2i + 3j \wedge 0 \leq i \wedge 0 \leq j\}$
8. Dar un autómata finito determinístico que acepte todas las cadenas sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$ que cumplan simultáneamente las siguientes reglas:
- a) Cada a debe estar seguida inmediatamente de una b .
 - b) La cantidad de b debe ser par.
 - c) La cadena no debe terminar en c .

9. Decimos que una subcadena de otra cadena es un grupo de repetición (o meseta) si todos sus símbolos son iguales y ninguno de los símbolos adyacentes a ella coincide con los que la forman. Por ejemplo, en la palabra *aaabbbbbaaa* hay tres grupos de repetición (*aaa*, *bbbb* y *aaa*).

Se considera el lenguaje L sobre el alfabeto $\{a, b\}$ formado por las cadenas en las que, si existen grupos de repetición, su longitud es alternativamente par e impar. Esto es, la palabra *aabbbbaaab* pertenece al lenguaje L , ya que esta formada por cuatro grupos de repetición de longitud 2, 3, 4 y 1, mientras que la palabra *bbaa* no pertenece, al estar formada por dos grupos de repetición de longitud 2 y 2.

Se pide dar un autómata finito que acepte L .