

# Teoría de Lenguajes

Manuel Mena

27 de mayo de 2020

## Índice

<b>0. Práctica 0</b>	<b>4</b>
0.1. . . . .	4
0.2. . . . .	4
0.3. . . . .	4
0.3.a. . . . .	4
0.3.b. . . . .	4
0.3.c. . . . .	4
0.3.d. . . . .	4
0.3.e. . . . .	4
0.3.f. . . . .	4
0.4. . . . .	4
0.5. . . . .	5
0.6. . . . .	5
0.6.a. . . . .	5
0.6.b. . . . .	5
0.6.c. . . . .	5
0.6.d. . . . .	5
0.6.e. . . . .	5
0.6.f. . . . .	5
0.6.g. . . . .	5
0.6.h. . . . .	5
0.7. . . . .	5
0.7.a. . . . .	5
0.7.b. . . . .	5
0.7.c. . . . .	5
0.7.d. . . . .	6
0.7.e. . . . .	6
0.7.f. . . . .	6
0.7.g. . . . .	6
0.7.h. . . . .	6
0.8. . . . .	6
0.9. . . . .	6
0.9.a. . . . .	6
0.10. . . . .	6
0.10.a. . . . .	6
0.10.b. . . . .	6
0.10.c. . . . .	6

<b>1. Práctica 1</b>	<b>8</b>
1.4. . . . .	8
1.4.a. . . . .	8
1.4.b. . . . .	8
1.4.c. . . . .	8
1.4.d. . . . .	8
1.4.e. . . . .	8
1.4.f. . . . .	8
1.4.g. . . . .	8
1.4.h. . . . .	8
1.4.i. . . . .	8
1.5. . . . .	8
1.5.a. . . . .	8
1.5.b. . . . .	8
1.5.c. . . . .	9
1.5.d. . . . .	9
<b>2. Práctica 2</b>	<b>10</b>
2.2. . . . .	10
2.2.a. . . . .	10
2.2.b. . . . .	10
2.2.c. . . . .	10
2.2.d. . . . .	10
2.2.e. . . . .	10
2.2.f. . . . .	10
2.2.g. . . . .	10
2.3. . . . .	11
2.3.a. . . . .	11
2.3.b. . . . .	12
2.4. . . . .	12
2.4.a. . . . .	12
2.4.b. . . . .	13
2.4.c. . . . .	13
2.6. . . . .	14
2.6.a. . . . .	14
2.6.b. . . . .	14
2.6.c. . . . .	14
2.6.d. . . . .	14
2.7. . . . .	14
2.7.a. . . . .	14
2.7.b. . . . .	14
2.7.c. . . . .	14
2.7.d. . . . .	14
2.7.e. . . . .	14
2.8. . . . .	14
2.9. . . . .	15
<b>4. Práctica 4</b>	<b>17</b>
4.1. . . . .	17
4.1.a. . . . .	17

<b>5. Práctica 5</b>	<b>18</b>
5.1. . . . .	18
5.1.a. . . . .	18
5.1.b. . . . .	18
5.1.c. . . . .	18
5.1.d. . . . .	18
5.1.e. . . . .	18
5.1.f. . . . .	18
5.1.g. . . . .	18
5.1.h. . . . .	18
5.1.i. . . . .	19
5.1.j. . . . .	19
5.1.k. . . . .	19
5.1.l. . . . .	19

## 0. Práctica 0

### 0.1.

$$\begin{aligned}\Sigma^0 &= \{\lambda\} \\ \Sigma^1 &= \Sigma = \{a, b\} \\ \Sigma^2 &= \Sigma.\Sigma = \{aa, ab, ba, bb\} \\ \Sigma^* &= \cup_{i \geq 0} \Sigma^i = \{\lambda, a, b, aa, bb, ab, ba, aaa, \dots\} \\ \Sigma^+ &= \cup_{i \geq 1} \Sigma^i = \{a, b, aa, bb, ab, ba, aaa, \dots\} \\ |\Sigma| &= 2 \\ |\Sigma^0| &= 1\end{aligned}$$

### 0.2.

$$\begin{aligned}x^0 &= \lambda \\ x^1 &= abb \\ x^2 &= abbabb \\ x^3 &= abbabbabb \\ x^0.x^1.x^2.x^3 &= abbabbabbabbabbabb \\ x^r &= bba\end{aligned}$$

### 0.3.

#### 0.3.a.

Falso

#### 0.3.b.

Falso.  $\lambda$  ni siquiera es un conjunto

#### 0.3.c.

Falso

#### 0.3.d.

Verdadero

#### 0.3.e.

Verdadero

#### 0.3.f.

Falso

### 0.4.

$$\begin{aligned}xy &= abbacb \\ (xy)^r &= cbabba \\ y^r &= cba \\ y^r x^r &= cbabba \\ \lambda x &= abb \\ \lambda y &= abc \\ x\lambda y &= abbabc \\ x^2\lambda^3y^2 &= abbabbabcabc\end{aligned}$$

**0.5.**

$$\Sigma \cup A = \{a, b, c\}$$

$$\Sigma \cap A = \{a\}$$

$$\Sigma.A = \{aa, ac, ba, bc\}$$

$$\Sigma.A^+ = \{aa, ba, ac, bc, aaa, baa, aca, bca, \dots\}$$

$$\Sigma^+.A = \{aa, ba, ac, bc, aaa, baa, aba, abc, \dots\}$$

$$(\Sigma.A)^+ = \{aa, ac, ba, bc, aaaa, aaac, aaba, aabc, acaa, acac, acba, acbc, \dots\}$$

$$(\Sigma.A)^* = \{\lambda, aa, ac, ba, bc, aaaa, aaac, aaba, aabc, acaa, acac, acba, acbc, \dots\}$$

$$\Sigma^*.A^* = \{\lambda, aa, ac, ba, bc, aaa, aac, aba, abc, baa, bac, bba, bbc, aca, acc, bca, bcc, \dots\}$$

$$\Sigma.\Lambda.A = \Sigma.A = \{aa, ac, ba, bc\}$$

**0.6.****0.6.a.**

Verdadero

**0.6.b.**

Verdadero

**0.6.c.**

Verdadero

**0.6.d.**

Verdadero

**0.6.e.**

Falso

**0.6.f.**

Verdadero

**0.6.g.**

Verdadero

**0.6.h.**

Verdadero

**0.7.****0.7.a.**

a, b,  $\lambda$ , aa, ab

**0.7.b.**

a, b, aa, ab

**0.7.c.**

b, ab, bb, abb, aabb

**0.7.d.**

a, ab, aa, aab, aabb

**0.7.e.**

acbababbab, aacbabbabbab, aaaaacbababbab, aaaaacacbababbabbab

**0.7.f.**

$\lambda$ , aaa, aba, abb, bab, baa, aaaaba, baaabb, bababa, bbbbbb

**0.7.g.**

aa, bb, abba, bbbb, aaaa, baab

**0.7.h.**

a, b, aa, bb, aaaa, abba, baab, bbbb

**0.8.**

$$\begin{aligned} L_1 &= \{a^k b^k \mid k \geq 1\} \\ L_2 &= \{a^{2^k} b^k \mid k \geq 1\} \\ L_3 &= \{a^k b c^k \mid k \geq 3\} \end{aligned}$$

**0.9.****0.9.a.**

$$|a.(a.\alpha)| = 1 + |a.\alpha| = 2 + |\alpha|$$

**0.10.****0.10.a.**

$$\begin{aligned} \text{Quiero ver que } \forall \alpha (\alpha \in F(F(A)) \Leftrightarrow \alpha \in F(A)) \\ \alpha \in F(F(A)) &\Leftrightarrow \exists \beta (\beta \alpha \in F(A)) \\ &\Leftrightarrow \exists \beta \exists \gamma (\gamma \beta \alpha \in A) \\ &\Leftrightarrow \exists \phi (\phi \in A) \text{ tal que } \phi = \gamma \beta \end{aligned}$$

**0.10.b.**

$$\begin{aligned} \text{Quiero ver que } \forall \alpha (\alpha \in F(F(A)) \Leftrightarrow \alpha \in F(A)) \\ \alpha \in S(S(A)) &\Leftrightarrow \exists \beta (\alpha \beta \in S(A)) \\ &\Leftrightarrow \exists \beta \exists \gamma (\alpha \beta \gamma \in A) \\ &\Leftrightarrow \exists \phi (\phi \alpha \in A) \text{ tal que } \phi = \gamma \beta \end{aligned}$$

**0.10.c.**

$$\begin{aligned} \text{Quiero ver que } \forall \alpha (\alpha \in F(AB) \Leftrightarrow \alpha \in F(B) \vee \alpha \in F(A)B) \\ \Rightarrow) \\ \alpha \in F(AB) &\Rightarrow \exists w (w\alpha \in AB) \\ &\Rightarrow wxyz \in AB \text{ con } xyz = \alpha \\ &\Rightarrow (w \in A \wedge xyz \in B) \vee (wx \in A \wedge yz \in B) \vee (wxy \in A \wedge z \in B) \\ &\Rightarrow (xyz \in B) \vee (x \in F(A) \wedge yz \in B) \vee (xy \in (F(A) \wedge z \in B)) \\ &\Rightarrow (xyz \in B) \vee (xyz \in F(A)B) \vee (xyz \in F(A)B) \\ &\Rightarrow (xyz \in B) \vee (xyz \in F(A)B) \\ &\Rightarrow (\alpha \in B) \vee (\alpha \in F(A)B) \\ &\Rightarrow (\alpha \in F(B) \vee (\alpha \in F(A)B)) \end{aligned}$$

$\Leftarrow$ )

$$\begin{aligned}\alpha \in F(B) &\Rightarrow \exists \beta (\beta \alpha \in B) \\ &\Rightarrow \exists \gamma (\gamma \beta \alpha \in AB) \text{ con } \gamma \in A \\ &\Rightarrow \alpha \in F(AB)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha \in F(A)B &\Rightarrow \text{reemplazando } \alpha \text{ por } yz, yz \in F(A)B \text{ con } y \in F(A), z \in B \\ &\Rightarrow \exists x (xy \in A) \\ &\Rightarrow xyz \in AB \\ &\Rightarrow x\alpha \in AB \\ &\Rightarrow \alpha \in F(AB)\end{aligned}$$

## 1. Práctica 1

### 1.4.

#### 1.4.a.

Convertir los estados finales en no finales y viceversa. Es necesario que sea determinístico, de lo contrario podría aceptar casos que no pertenecerían al complemento

#### 1.4.b.

Convertir el estado inicial en final para permitir la cadena nula, pero tener precaución con automatas que vuelvan al estado inicial, en ese caso habra que crear un estado aparte. Luego hacer que todos los estados finales tengan las mismas transiciones que el estado inicial, lo cual haria que una vez que se llego a una cadena aceptada por el automata, comience a leer las siguiente parte de la cadena, como si estuvieran concatenadas, como sucede en  $L^*$

#### 1.4.c.

Hacer el estado inicial el estado final y los estados finales el inicial (puede transformarse en no deterministico)

#### 1.4.d.

Hacer que todos los estados anteriores al estado final, sean finales. Tener cuidado si el estado final puede volver a uno anterior, en ese caso se deben crear nuevos estados

#### 1.4.e.

Convertirlo como en el de cadenas iniciales del ejercicio anterior, pero luego de haberlo convertido en la reversa

#### 1.4.f.

Convertirlo en iniciales de finales

#### 1.4.g.

Convertir en no finales los estados finales que vayan a cualquier estado que no sea el trampa, incluidos ellos mismos

#### 1.4.h.

Hacer que todos los estados finales lleven al trampa

#### 1.4.i.

Hacer que todos los finales redirijan a ellos mismos siempre

### 1.5.

#### 1.5.a.

Se genera un estado inicial que se dirige mediante  $\lambda$  a ambos estados iniciales de  $L_1$  y  $L_2$ . Es no determinístico

#### 1.5.b.

Se hace el complemento de la union de los complementos de  $L_1$  y  $L_2$  ya que  $L_1 \cap L_2 = \neg(\neg L_1 \cup \neg L_2)$



**1.5.c.**

Los estados finales de  $L_1$  pasan a ser no finales

**1.5.d.**

Se hace el complemento de la union entre  $L_2$  y el complemento de  $L_1$  ya que  $L_1 \cap L_2 = \neg(L_2 \cup \neg L_1)$

## 2. Práctica 2

### 2.2.

#### 2.2.a.

$$\partial_1(10^*1) = 0^*1$$

#### 2.2.b.

$$\partial_\lambda(10^*1) = 10^*1$$

#### 2.2.c.

$$\partial_0(10^*1) = \emptyset$$

#### 2.2.d.

$$\partial_a(ab^*|ac|c^+) = b^*|c$$

#### 2.2.e.

$$\partial_a(a^+ba) = \partial_a(aa^*ba) = a^*ba$$

#### 2.2.f.

$$\partial_a(a^*ba) = \partial_a(a^*)ba|\epsilon(a^*)\partial_a(ba) = a^*ba|\emptyset = a^*ba$$

#### 2.2.g.

$$\partial_{01}(0(1|\lambda)|1^+) = \partial_1(\partial_0(0(1|\lambda)|1^+)) = \partial_1(\partial_0(0(1|\lambda))|\partial_0(1^+)) = \partial_1(\partial_0(0(1|\lambda))|\emptyset) = \partial_1(\partial_0(0(1|\lambda))) = \partial_1(1|\lambda) = \lambda$$

## 2.3.

### 2.3.a.

$$\begin{aligned}
\partial_0(L_0) &= \partial_0((0|1)^*01) \\
&= \partial_0((0|1)^*01|\epsilon((0|1)^*)\partial_0(01)) \\
&= \partial_0(0|1)(0|1)^*01|\partial_0(01) \\
&= (0|1)^*01|1 \\
&= L_1 \\
\partial_1(L_0) &= \partial_1((0|1)^*01) \\
&= \partial_1((0|1)^*01|\epsilon((0|1)^*)\partial_1(01)) \\
&= \partial_1(0|1)(0|1)^*01|\partial_1(01) \\
&= (0|1)^*01|\emptyset \\
&= (0|1)^*01 \\
&= L_0 \\
\partial_0(L_1) &= \partial_0((0|1)^*01|1) \\
&= \partial_0((0|1)^*01)|\partial_0(1) \\
&= \partial_0((0|1)^*01) \\
&= \partial_0(L_0) \\
&= L_1 \\
\partial_1(L_1) &= \partial_1((0|1)^*01|1) \\
&= \partial_1((0|1)^*01)|\partial_1(1) \\
&= \partial_1((0|1)^*01)|\lambda \\
&= \partial_1((0|1)^*01|\epsilon((0|1)^*)\partial_1(01)|\lambda) \\
&= \partial_1((0|1)^*01|\epsilon((0|1)^*)\emptyset|\lambda) \\
&= \partial_1((0|1)^*01|\lambda) \\
&= \partial_1(0|1)(0|1)^*01|\lambda \\
&= (0|1)^*01|\lambda \\
&= L_2 \\
\partial_0(L_2) &= \partial_0((0|1)^*01|\lambda) \\
&= \partial_0((0|1)^*01) \\
&= \partial_0(L_0) \\
&= L_1 \\
\partial_1(L_2) &= \partial_1((0|1)^*01|\lambda) \\
&= \partial_1((0|1)^*01) \\
&= \partial_1(L_0) \\
&= L_0
\end{aligned}$$

### 2.3.b.

$$\begin{aligned}
\partial_a(L_0) &= \partial_a(a(b|\lambda)|b^+) \\
&= \partial_a(a(b|\lambda))|\partial_a(b+) \\
&= b|\lambda \\
&= L_1 \\
\partial_b(L_0) &= \partial_b(a(b|\lambda)|b^+) \\
&= \partial_b(a(b|\lambda))|\partial_b(b+) \\
&= \partial_b(b+) \\
&= b^* \\
&= L_2 \\
\partial_a(L_1) &= \partial_a(b|\lambda) \\
&= \emptyset \\
&= L_T \\
\partial_b(L_1) &= \partial_b(b|\lambda) \\
&= \lambda \\
&= L_3 \\
\partial_a(L_2) &= \partial_a(b^*) \\
&= \emptyset \\
&= L_T \\
\partial_b(L_2) &= \partial_b(b^*) \\
&= b^* \\
&= L_2 \\
\partial_a(L_3) &= \partial_a(\lambda) \\
&= \emptyset \\
&= L_T \\
\partial_b(L_3) &= \partial_b(\lambda) \\
&= \emptyset \\
&= L_T
\end{aligned}$$

### 2.4.

#### 2.4.a.

$$\begin{aligned}
L_0 &= a.L_1|b.L_1 = (a|b).L_1 \\
L_1 &= a.L_1|b.L_0|\lambda \\
&= a.L_1|b.(a|b).L_1|\lambda \\
&= a.L_1|(b.(a|b).L_1|\lambda) \\
&= a^*b.(a|b).L_1|a^*\lambda \\
&= (a^*b.(a|b))^*.a^*\lambda \\
&= (a^*b.(a|b))^*.a^* \\
&= (a^*ba|a^*bb)^*.a^* \\
L_0 &= (a|b)(a^*ba|a^*bb)^*.a^*
\end{aligned}$$

#### 2.4.b.

$$L_1 = a.L_2|b.L_3$$

$$L_2 = a.L_1|b.L_2|\lambda$$

$$L_3 = (a|b).L_2$$

$$L_1 = a.L_2|b(a|b).L_2 = (a|b(a|b)).L_2$$

$$\begin{aligned} L_2 &= a(a|b(a|b)).L_2|b.L_2|\lambda \\ &= (a(a|b(a|b))|b).L_2|\lambda \\ &= (a(a|b(a|b))|b)^* \end{aligned}$$

$$L_1 = (a|b(a|b))(a(a|b(a|b))|b)^*$$

#### 2.4.c.

Pasamos a deterministico

	a	b
0	1	-
1	12	-
12	123	2
123	123	023
2	3	2
023	13	023
3	3	03
13	123	03
03	13	03

Y luego resolvemos las ecuaciones

$$L_0 = a.L_1$$

$$L_1 = a.L_{12}$$

$$L_{12} = a.L_{123}|b.L_2$$

$$L_{123} = a.L_{123}|b.L_{023}$$

$$L_2 = a.L_3|b.L_2$$

$$L_{023} = a.L_{13}|b.L_{023}$$

$$L_3 = a.L_3|b.L_{03}$$

$$L_{13} = a.L_{123}|b.L_{03}$$

$$L_{03} = a.L_{13}|b.L_{03}$$

Quedan por resolver las ecuaciones

**2.6.****2.6.a.**

$$R = \{a\}$$

**2.6.b.**

$$R = \{a\}, S = \{b\}$$

**2.6.c.**

$$R = \{a\}$$

**2.6.d.**

$$R = \{a\}, S = \{b\}, T = \{c\}$$

$$\{a, bc\} \neq \{aa, ac, ba, bc\}$$

**2.7.****2.7.a.**

$$R = \{a, \lambda\}$$

**2.7.b.**

$$R = \{a\}, S = \{aa\}$$

**2.7.c.**

$$R = \{\lambda\}$$

$$R = \Sigma^*$$

**2.7.d.**

$$R = \{a\}^*, S = \{a\}, T = \{a\}$$

**2.7.e.**

$$R = \{a\}^*, S = \{\lambda\}$$

**2.8.**

Primero se pasa  $L$  a  $I(L)$  convirtiendo todos sus estados en finales. Obtenemos la expresion regular de  $I(L)$

$$L_0 = a.L_1|b.L_3|\lambda$$

$$L_1 = c.L_2|\lambda$$

$$\begin{aligned} L_2 &= b.L_1|\lambda \\ &= b.c.L_2|\lambda \\ &= (bc)^* \end{aligned}$$

$$L_3 = a.L_3|c.L_1|\lambda$$

$$\begin{aligned} L_1 &= c.L_2|\lambda \\ &= c(bc)^*|\lambda \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_3 &= a.L_3|c.L_1|\lambda \\ &= a.L_3|c.(c(bc)^*|\lambda)|\lambda \\ &= a.L_3|cc(bc)^*|c|\lambda \\ &= a.L_3|(cc(bc)^*|c|\lambda) \\ &= acc(bc)^*|ac|a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_0 &= a.L_1|b.L_3|\lambda \\ &= a(c(bc)^*|\lambda)|b(acc(bc)^*|ac|a) \\ &= ac(bc)^*|a|bacc(bc)^*|bac|ba \end{aligned}$$

Por lo tanto  $I(L) = ac(bc)^*|a|bacc(bc)^*|bac|ba$  y  $I(L)^* = (ac(bc)^*|a|bacc(bc)^*|bac|ba)^*$

## 2.9.

Es necesario primero pasarlo a deterministico:

	a	b	c
0	01	T	T
01	012	T	T
012	012	2	T
2	T	2	T
T	T	T	T

Con estados finales  $F = \{012, 2\}$

Luego obtenemos  $L^c$  simplemente invirtiendo los estados finales  $F^c = \{0, 01, T\}$

Ahora hacemos las ecuaciones para determinar la expresion regular de  $L^c$

$$L_0 = a.L_{01}|(b|c).L_T|\lambda$$

$$L_{01} = a.L_{012}|(b|c).L_T|\lambda$$

$$L_{012} = a.L_{012}|b.L_2|c.L_T$$

$$L_2 = b.L_2|(a|c).L_T$$

$$\begin{aligned} L_T &= (a|b|c).L_T|\lambda \\ &= (a|b|c)^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_2 &= b.L_2|(a|c).L_T \\ &= b.L_2|(a|c)(a|b|c)^* \\ &= b^*(a|c)(a|b|c)^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{012} &= a.L_{012}|b.L_2|c.L_T \\ &= a.L_{012}|bb^*(a|c)(a|b|c)^*|c(a|b|c)^* \\ &= a^*(bb^*(a|c)(a|b|c)^*|c(a|b|c)^*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{01} &= a.L_{012}|(b|c).L_T|\lambda \\ &= aa^*(bb^*(a|c)(a|b|c)^*|c(a|b|c)^*)|(b|c)(a|b|c)^*|\lambda \end{aligned}$$

$$L_0 = a(aa^*(bb^*(a|c)(a|b|c)^*|c(a|b|c)^*)|(b|c)(a|b|c)^*|\lambda)|(b|c)(a|b|c)^*|\lambda$$

Y luego todo eso elevado a la 3



## 4. Práctica 4

### 4.1.

#### 4.1.a.

Pasamos a determinístico

	a	b
$q_0$	$q_{01}$	$q_0$
$q_{01}$	$q_{012}$	$q_0$
$q_{012}$	$q_{0123}$	$q_0$
$q_{0123}$	$q_{0123}$	$q_{03}$
$q_{03}$	$q_{013}$	$q_{03}$
$q_{013}$	$q_{0123}$	$q_{03}$

Con estados finales  $\{q_{0123}, q_{03}, q_{013}\}$

Luego separamos en clases de equivalencia para minimizar

	$\equiv_0$	$a$	$b$	$\equiv_1$	$a$	$b$	$\equiv_2$	$a$	$b$	$\equiv_3$
$q_0$	$NF$	$NF$	$NF$	$C_1$	$C_1$	$C_1$	$D_1$	$D_2$	$D_1$	$E_1$
$q_{01}$	$NF$	$NF$	$NF$	$C_1$	$C_2$	$C_1$	$D_2$	$D_3$	$D_1$	$E_2$
$q_{012}$	$NF$	$F$	$NF$	$C_2$	$C_1$	$C_1$	$D_3$	$D_4$	$D_1$	$E_3$
$q_{0123}$	$F$	$F$	$F$	$C_3$	$C_3$	$C_3$	$D_4$	$D_4$	$D_4$	$E_4$
$q_{03}$	$F$	$F$	$F$	$C_3$	$C_3$	$C_3$	$D_4$	$D_4$	$D_4$	$E_4$
$q_{013}$	$F$	$F$	$F$	$C_3$	$C_3$	$C_3$	$D_4$	$D_4$	$D_4$	$E_4$

Nos quedamos con los estados  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$  donde  $E_4$  es final

## 5. Práctica 5

### 5.1.

#### 5.1.a.

Es regular  $(00)^+$

#### 5.1.b.

Un lenguaje  $L$  es regular si vale

$$\forall \alpha, \alpha \in L | \alpha | \geq n \implies \exists x \exists y \exists z \alpha = xyz |xy| \leq n |y| \geq 1 \forall i (xy^i z \in L)$$

Si  $L = \{0^m 1^n 0^{m+n} \mid m, n \geq 1\}$  es regular, debe ocurrir que para algun  $n$ , todas las cadenas que pueda formar con longitud  $\geq n$  cumplan  $\exists x \exists y \exists z \alpha = xyz |xy| \leq n |y| \geq 1 \forall i (xy^i z \in L)$

Consideramos la cadena  $\alpha = 0^n 1^n 0^{2n} = xyz$ . Ocorre que  $xy$  son todos 0s, por lo que  $y$  esta compuesta por uno o mas 0s.

Si tomamos  $i = 0$ , la cadena  $x = 0^j, y = 0^k$  con  $j + k \leq n, j \geq 0, k \geq 1$ , por lo que  $xz = 0^j 0^{n-k-j} 1^n 0^{2n} = 0^{n-k} 1^n 0^{2n}$  como  $k \geq 1, n - k \leq n$  pero para ser aceptado deberia ser  $n - k = 2n - n$ . Absurdo, por lo tanto  $L$  no es regular

#### 5.1.c.

Si  $L = \{0^p | p \text{ es primo}\}$  es regular, debe ocurrir que para algun  $n$ , todas las cadenas que pueda formar con longitud  $\geq n$  cumplan  $\exists x \exists y \exists z \alpha = xyz |xy| \leq n |y| \geq 1 \forall i (xy^i z \in L)$

Consideramos  $0^p$  con  $p$  el siguiente número primo a  $n$ .  $x = 0^j, y = 0^k$  con  $j + k \leq n, j \geq 0, k \geq 1$ . Por lo que  $xy^i z = 0^j 0^{ik} 0^{p-j-k} = 0^{p+(i-1)k}$

Supongo que no puede valer para toda  $i$  porque los numeros primos no se comportan de manera lineal, por lo que debe existir un  $i$  para el cual que  $p + (i - 1)k$  no puede ser primo.

#### 5.1.d.

Es regular  $(0|1|\lambda)(01|10|11)^*(0|1|\lambda)$

#### 5.1.e.

Considero la cadena  $0^n 1^n$ . Ocorre que  $xy$  son todos 0s, por lo que  $y$  esta compuesta por uno o mas 0s.

$xy^i z$  con  $i = 0$  tendra 1 o más 0s faltantes, dejando de cumplir la igualdad de 0s y 1s, y así no perteneciendo al lenguaje. Por lo que no es regular.

#### 5.1.f.

Si  $L = \{\omega \in \{0,1\}^* \mid |\omega|_0 \neq |\omega|_1\}$  fuera regular, entonces su complemento también lo sería. Pero como vimos en el ejercicio anterior, no lo es. Por lo tanto  $L$  no es regular.

#### 5.1.g.

Consideramos  $1^n 0^{n+1}$ .  $xy$  estara formada solo por 1s, por lo que  $y$  también. Entonces con  $i > 1$ , se deja de cumplir la condición para  $xy^i z$ . No es regular.

#### 5.1.h.

Consideremos la cadena  $(\prod_{i=1}^n i)(\prod_{i=1}^n (n-i))$ , es decir, "123...(n-1)nn(n-1)...321"

$xy$  seran los numeros del 1 a  $j$  con  $j \leq n$ , por lo que  $y$  está conformada por alguna cadena empezando por alguno de esos números hasta  $j$ . Por lo que si tomamos  $i = 0$ , ocurre que  $xy^i z = xz$  deja de tener algunos de los numeros que conformaban  $xy$ , ya que  $|y| \geq 1$ , y por lo tanto deja de cumplir la propiedad de ser palíndromo. Por lo tanto no es regular.

**5.1.i.**

Es regular  $A = \langle \{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_0\} \rangle$  con

$$\delta =$$

	0	1
$q_0$	$q_1$	$q_0$
$q_1$	$q_0$	$q_1$

**5.1.j.**

Es regular  $A = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_0, q_2, q_3\} \rangle$  con

$$\delta =$$

	0	1
$q_0$	$q_1$	$q_2$
$q_1$	$q_0$	$q_3$
$q_2$	$q_3$	$q_0$
$q_3$	$q_2$	$q_1$

Es regular  $A = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\} \rangle$  con

$$\delta =$$

	0	1
$q_0$	$q_1$	$q_2$
$q_1$	$q_0$	$q_3$
$q_2$	$q_3$	$q_0$
$q_3$	$q_2$	$q_1$

**5.1.k.**

Consideramos  $1^n 0^{n+1}$ .  $xy$  esta formada solo por 1s por lo que  $y$  también. Con  $i = 0$  ocurre que  $xy^i z = xz$  donde como  $y$  tenia al menos un 1,  $xz = 1^k 0^{n+1}$ , con  $k \leq n - 1$ ,  $|xz|_0 = n + 1$ ,  $|xz|_1 = k$  y por lo tanto, para el prefijo  $\gamma = xz$ ,  $|\gamma|_0 = n + 1$ ,  $|\gamma|_1 = k$  por lo que  $|\gamma|_0 - |\gamma|_1 = n + 1 - k \geq n + 1 - (n - 1) = 2$ , por lo que  $xy^i z$  no es parte del lenguaje para  $i = 0$  y entonces no es regular.

**5.1.l.**

Considero la cadena  $1^n 0^n$ . Ocurre que  $xy$  son todos 0s, por lo que  $y$  esta compuesta por uno o mas 0s.

$xy^i z$  con  $i = 0$  tendra 1 o más 0s faltantes, dejando de cumplir la igualdad de 0s y 1s, y así no perteneciendo al lenguaje. Por lo que no es regular.