Gramáticas y lenguajes libres de contexto

Sebastián Taboh

13 de mayo de 2020

Repaso

Definición de gramática

- Una gramática es una 4-upla $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ donde

Repaso

Definición de gramática

- Una gramática es una 4-upla $G = \langle V_N, V_T, P, S\rangle$ donde
  - V_N es un conjunto de símbolos llamados no-terminales, variables o categorías sintácticas.

Repaso

Definición de gramática

- Una gramática es una 4-upla $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ donde
  - V_N es un conjunto de símbolos llamados no-terminales, variables o categorías sintácticas.
  - V_T es un conjunto de símbolos terminales.

Repaso

Definición de gramática

- Una gramática es una 4-upla $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ donde
  - V_N es un conjunto de símbolos llamados no-terminales, variables o categorías sintácticas.
  - V_T es un conjunto de símbolos terminales.
  - P es el conjunto de “producciones”, que es un subconjunto finito de

$$(V_N \cup V_T)^* \; V_N \; (V_N \cup V_T)^* \times (V_N \cup V_T)^*$$

Repaso

Definición de gramática

- Una gramática es una 4-upla $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ donde
  - V_N es un conjunto de símbolos llamados no-terminales, variables o categorías sintácticas.
  - V_T es un conjunto de símbolos terminales.
  - P es el conjunto de "producciones", que es un subconjunto finito de

    $$(V_N \cup V_T)^* \ V_N \ (V_N \cup V_T)^* \times (V_N \cup V_T)^*$$

    Estas producciones son entonces pares ordenados (α, β), que usualmente son notados como $\alpha \to \beta$.

Repaso

Definición de gramática

- Una gramática es una 4-upla $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ donde
  - V_N es un conjunto de símbolos llamados no-terminales, variables o categorías sintácticas.
  - V_T es un conjunto de símbolos terminales.
  - P es el conjunto de "producciones", que es un subconjunto finito de

    $$(V_N \cup V_T)^* \; V_N \; (V_N \cup V_T)^* \times (V_N \cup V_T)^*$$

    Estas producciones son entonces pares ordenados (α, β), que usualmente son notados como $\alpha \to \beta$.
  - $S \in V_N$ es el símbolo distinguido de V_N.

Repaso

Derivación

- Derivación directa ($\Rightarrow$)

Repaso

Derivación

- Derivación directa ($\Rightarrow$)
  - Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $\beta \to \delta \in P$, se dice que $\alpha\delta\gamma$ se deriva directamente en G de $\alpha\beta\gamma$.

Repaso

Derivación

- Derivación directa ($\Rightarrow$)
  - Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $\beta \to \delta \in P$, se dice que $\alpha\delta\gamma$ se deriva directamente en G de $\alpha\beta\gamma$.
  - Se denota $\alpha\beta\gamma \underset{G}{\Rightarrow} \alpha\delta\gamma$.

Repaso

Derivación

- Derivación directa ($\Rightarrow$)
  - Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $\beta \to \delta \in P$, se dice que $\alpha\delta\gamma$ se deriva directamente en G de $\alpha\beta\gamma$.
  - Se denota $\alpha\beta\gamma \underset{G}{\Rightarrow} \alpha\delta\gamma$.
- Derivación en 0 o más pasos ($\overset{*}{\Rightarrow}$)

Repaso

Derivación

- Derivación directa ($\Rightarrow$)
  - Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $\beta \rightarrow \delta \in P$, se dice que $\alpha\delta\gamma$ se deriva directamente en G de $\alpha\beta\gamma$.
  - Se denota $\alpha\beta\gamma \underset{G}{\Rightarrow} \alpha\delta\gamma$.
- Derivación en 0 o más pasos ($\overset{*}{\Rightarrow}$)
  - $\alpha \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \alpha$ para cualquier $\alpha \in (V_N \cup V_T)^*$.

Repaso
Derivación

- Derivación directa ($\Rightarrow$)
  - Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $\beta \to \delta \in P$, se dice que $\alpha\delta\gamma$ se deriva directamente en G de $\alpha\beta\gamma$.
  - Se denota $\alpha\beta\gamma \underset{G}{\Rightarrow} \alpha\delta\gamma$.
- Derivación en 0 o más pasos ($\overset{*}{\Rightarrow}$)
  - $\alpha \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \alpha$ para cualquier $\alpha \in (V_N \cup V_T)^*$.
  - Si $\alpha \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \beta$ y $\beta \underset{G}{\Rightarrow} \gamma$ entonces $\alpha \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \gamma$.

Repaso

Derivación

- Derivación directa ($\Rightarrow$)
  - Si $\alpha\beta\gamma \in (V_N \cup V_T)^*$ y $\beta \to \delta \in P$, se dice que $\alpha\delta\gamma$ se deriva directamente en G de $\alpha\beta\gamma$.
  - Se denota $\alpha\beta\gamma \underset{G}{\Rightarrow} \alpha\delta\gamma$.
- Derivación en 0 o más pasos ($\overset{*}{\Rightarrow}$)
  - $\alpha \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \alpha$ para cualquier $\alpha \in (V_N \cup V_T)^*$.
  - Si $\alpha \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \beta$ y $\beta \underset{G}{\Rightarrow} \gamma$ entonces $\alpha \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \gamma$.
  - Es la clausura reflexiva y transitiva de $\Rightarrow$.

Repaso

Más definiciones y propiedades

- Lenguaje generado por G:

$$L(G) = \{\alpha \in {V_T}^* \mid S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha\}$$

Repaso

Más definiciones y propiedades

- Lenguaje generado por G:

$$L(G) = \{\alpha \in {V_T}^* \mid S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha\}$$

- Gramática libre de contexto (tipo 2): todas las producciones son de la forma

$$A \to \alpha \text{ con } A \in V_N,\ \alpha \in (V_N \cup V_T)^*$$

Repaso

Más definiciones y propiedades

- Lenguaje generado por G:

$$L(G) = \{\alpha \in {V_T}^* \mid S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha\}$$

- Gramática libre de contexto (tipo 2): todas las producciones son de la forma

$$A \to \alpha \text{ con } A \in V_N,\ \alpha \in (V_N \cup V_T)^*$$

- Los lenguajes libres de contexto son los generados por gramáticas libres de contexto.

Repaso

Más definiciones y propiedades

- Lenguaje generado por G:

$$L(G) = \{\alpha \in {V_T}^* \mid S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha\}$$

- Gramática libre de contexto (tipo 2): todas las producciones son de la forma

$$A \to \alpha \text{ con } A \in V_N,\ \alpha \in (V_N \cup V_T)^*$$

- Los lenguajes libres de contexto son los generados por gramáticas libres de contexto.
- Son los mismos que los generados por autómatas de pila.

Repaso

Más definiciones y propiedades

- Lenguaje generado por G:

$$L(G) = \{\alpha \in {V_T}^* \mid S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha\}$$

- Gramática libre de contexto (tipo 2): todas las producciones son de la forma

$$A \to \alpha \text{ con } A \in V_N,\ \alpha \in (V_N \cup V_T)^*$$

- Los lenguajes libres de contexto son los generados por gramáticas libres de contexto.
- Son los mismos que los generados por autómatas de pila.
- Los autómatas de pila determinísticos definen sólo un subconjunto propio de los lenguajes libres de contexto.

Repaso

Más definiciones y propiedades

- Lenguaje generado por G:
$$L(G) = \{\alpha \in {V_T}^* \mid S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha\}$$

- Gramática libre de contexto (tipo 2): todas las producciones son de la forma
$$A \to \alpha \text{ con } A \in V_N,\ \alpha \in (V_N \cup V_T)^*$$

- Los lenguajes libres de contexto son los generados por gramáticas libres de contexto.
- Son los mismos que los generados por autómatas de pila.
- Los autómatas de pila determinísticos definen sólo un subconjunto propio de los lenguajes libres de contexto.
- Los lenguajes regulares están propiamente incluidos en los lenguajes libres de contexto.

Ejercicio de parcial: 1P-1C-2017

Dados $\Sigma = \{0, 1, \#\}$ y $L = \{\omega\#1^i \mid \omega \in \{0,1\}^* \wedge i = |\omega|_{01}\}$

Ejercicio de parcial: 1P-1C-2017

Dados $\Sigma = \{0, 1, \#\}$ y $L = \{\omega\#1^i \mid \omega \in \{0,1\}^* \wedge i = |\omega|_{01}\}$

b) Dar una gramática libre de contexto para L.

Solución

$$L = \{\omega\#1^i \mid \omega \in \{0,1\}^* \wedge i = |\omega|_{01}\}$$

Solución

$$L = \{\omega\#1^i \mid \omega \in \{0,1\}^* \wedge i = |\omega|_{01}\}$$

- Reescribimos L como

$$L = \bigcup_{i \geq 0} L_i$$

donde para cada i fijado

$$L_i := \{\omega\#1^i \mid \omega \in \{0,1\}^* \wedge i = |\omega|_{01}\}$$

Solución

$$L = \{\omega\#1^i \mid \omega \in \{0,1\}^* \wedge i = |\omega|_{01}\}$$

- Reescribimos L como

  $$L = \bigcup_{i \geq 0} L_i$$

  donde para cada i fijado

  $$L_i := \{\omega\#1^i \mid \omega \in \{0,1\}^* \wedge i = |\omega|_{01}\}$$

  Ojo, L_i no es L porque para L_i el i está fijado y para L no.

Solución

$$L = \{\omega\#1^i \mid \omega \in \{0,1\}^* \wedge i = |\omega|_{01}\}$$

- Reescribimos L como

$$L = \bigcup_{i \geq 0} L_i$$

  donde para cada i fijado

$$L_i := \{\omega\#1^i \mid \omega \in \{0,1\}^* \wedge i = |\omega|_{01}\}$$

  Ojo, L_i no es L porque para L_i el i está fijado y para L no.

- $\alpha \in L_i$ es de la pinta $\gamma_1\ 01\ \gamma_2\ 01\ \ldots \gamma_i\ 01\ \gamma_{i+1}\#1^i$

  con $\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in \{0,1\}^*$ sin 01 como subcadena ($\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in L(1^*0^*)$).

Solución

- $\alpha \in L_i$ es de la pinta $\gamma_1\ 01\ \gamma_2\ 01\ \ldots \gamma_i\ 01\ \gamma_{i+1} \# 1^i$

  con $\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in \{0,1\}^*$ sin 01 como subcadena $(\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in L(1^*0^*))$.

Solución

- $\alpha \in L_i$ es de la pinta $\gamma_1\ 01\ \gamma_2\ 01\ \ \ldots \gamma_i\ 01\ \gamma_{i+1}\#1^i$

  con $\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in \{0,1\}^*$ sin 01 como subcadena $(\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in L(1^*0^*))$.
- Cualquier $\alpha \in L$ es de la pinta

$$(1^*0^*01)^i 1^*0^*\#1^i$$

  para algún $i \geq 0$.

Solución

- $\alpha \in L_i$ es de la pinta $\gamma_1\ 01\ \gamma_2\ 01\ \ \ldots \gamma_i\ 01\ \gamma_{i+1}\#1^i$

  con $\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in \{0,1\}^*$ sin 01 como subcadena ($\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in L(1^*0^*)$).
- Cualquier $\alpha \in L$ es de la pinta

$$(1^*0^*01)^i 1^*0^*\#1^i$$

  para algún $i \geq 0$.
  - $i = 0$: $1^*0^*\#$

Solución

- $\alpha \in L_i$ es de la pinta $\gamma_1\ 01\ \gamma_2\ 01\ \ldots \gamma_i\ 01\ \gamma_{i+1} \# 1^i$

  con $\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in \{0,1\}^*$ sin 01 como subcadena ($\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in L(1^*0^*)$).
- Cualquier $\alpha \in L$ es de la pinta

$$(1^*0^*01)^i 1^*0^* \# 1^i$$

  para algún $i \geq 0$.
  - $i = 0$: $1^*0^*\#$
  - $i = 1$: $(1^*0^*01)\ [1^*0^*\#]\ 1$

Solución

- $\alpha \in L_i$ es de la pinta $\gamma_1\ 01\ \gamma_2\ 01\ \ldots \gamma_i\ 01\ \gamma_{i+1}\#1^i$
  con $\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in \{0,1\}^*$ sin 01 como subcadena ($\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in L(1^*0^*)$).
- Cualquier $\alpha \in L$ es de la pinta
  $$(1^*0^*01)^i 1^*0^*\#1^i$$
  para algún $i \geq 0$.
  - $i = 0$: $1^*0^*\#$
  - $i = 1$: $(1^*0^*01)\ [1^*0^*\#]\ 1$
  - $i = 2$: $(1^*0^*01)\ [(1^*0^*01)1^*0^*\#1]\ 1$

Solución

- $\alpha \in L_i$ es de la pinta $\gamma_1\ 01\ \gamma_2\ 01\ \ldots \gamma_i\ 01\ \gamma_{i+1} \# 1^i$

  con $\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in \{0,1\}^*$ sin 01 como subcadena ($\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in L(1^*0^*)$).
- Cualquier $\alpha \in L$ es de la pinta

$$(1^*0^*01)^i 1^*0^* \# 1^i$$

  para algún $i \geq 0$.
  - $i = 0$: $1^*0^*\#$
  - $i = 1$: $(1^*0^*01)\ [1^*0^*\#]\ 1$
  - $i = 2$: $(1^*0^*01)\ [(1^*0^*01)1^*0^*\#1]\ 1$
  - $i = i'$: $(1^*0^*01)\ [(1^*0^*01)^{i'-1}1^*0^*\#1^{i'-1}]\ 1$

Solución

- $\alpha \in L_i$ es de la pinta $\gamma_1\ 01\ \gamma_2\ 01\ \ldots \gamma_i\ 01\ \gamma_{i+1}\#1^i$

  con $\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in \{0,1\}^*$ sin 01 como subcadena ($\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in L(1^*0^*)$).
- Cualquier $\alpha \in L$ es de la pinta

$$(1^*0^*01)^i 1^*0^*\#1^i$$

  para algún $i \geq 0$.
  - $i = 0$: $1^*0^*\#$
  - $i = 1$: $(1^*0^*01)\ [1^*0^*\#]\ 1$
  - $i = 2$: $(1^*0^*01)\ [(1^*0^*01)1^*0^*\#1]\ 1$
  - $i = i'$: $(1^*0^*01)\ [(1^*0^*01)^{i'-1}1^*0^*\#1^{i'-1}]\ 1$

$$L_i = \left\{ \right.$$

Solución

- $\alpha \in L_i$ es de la pinta $\gamma_1\ 01\ \gamma_2\ 01\ \ \dots \gamma_i\ 01\ \gamma_{i+1}\#1^i$ con $\gamma_1, \dots, \gamma_{i+1} \in \{0,1\}^*$ sin 01 como subcadena ($\gamma_1, \dots, \gamma_{i+1} \in L(1^*0^*)$).
- Cualquier $\alpha \in L$ es de la pinta

$$(1^*0^*01)^i 1^*0^*\#1^i$$

  para algún $i \geq 0$.
  - $i = 0$: $1^*0^*\#$
  - $i = 1$: $(1^*0^*01)\ [1^*0^*\#]\ 1$
  - $i = 2$: $(1^*0^*01)\ [(1^*0^*01)1^*0^*\#1]\ 1$
  - $i = i'$: $(1^*0^*01)\ [(1^*0^*01)^{i'-1}1^*0^*\#1^{i'-1}]\ 1$

$$L_i = \begin{cases} \{1^*0^*\#\} & \text{si } i = 0 \\ & \end{cases}$$

Solución

- $\alpha \in L_i$ es de la pinta $\gamma_1\ 01\ \gamma_2\ 01\ \ldots \gamma_i\ 01\ \gamma_{i+1}\#1^i$

  con $\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in \{0,1\}^*$ sin 01 como subcadena ($\gamma_1, \ldots, \gamma_{i+1} \in L(1^*0^*)$).
- Cualquier $\alpha \in L$ es de la pinta

$$(1^*0^*01)^i 1^*0^*\#1^i$$

  para algún $i \geq 0$.
  - $i = 0$: $1^*0^*\#$
  - $i = 1$: $(1^*0^*01)\ [1^*0^*\#]\ 1$
  - $i = 2$: $(1^*0^*01)\ [(1^*0^*01)1^*0^*\#1]\ 1$
  - $i = i'$: $(1^*0^*01)\ [(1^*0^*01)^{i'-1}1^*0^*\#1^{i'-1}]\ 1$

$$L_i = \begin{cases} \{1^*0^*\#\} & \text{si } i = 0 \\ \{(1^*0^*01)\alpha 1 \mid \alpha \in L_{i-1}\} & \text{si } i > 0 \end{cases}$$

Solución

- Tenemos

$$L_i = \begin{cases} \{1^*0^*\#\} & \textsf{si } i = 0 \\ \{(1^*0^*01)\alpha 1 \mid \alpha \in L_{i-1}\} & \textsf{si } i > 0 \end{cases}$$

Solución

- Tenemos

$$L_i = \begin{cases} \{1^*0^*\#\} & \text{si } i = 0 \\ \{(1^*0^*01)\alpha 1 \mid \alpha \in L_{i-1}\} & \text{si } i > 0 \end{cases}$$

- Damos la gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ que genera el lenguaje L:

Solución

- Tenemos
$$L_i = \begin{cases} \{1^*0^*\#\} & \text{si } i = 0 \\ \{(1^*0^*01)\alpha 1 \mid \alpha \in L_{i-1}\} & \text{si } i > 0 \end{cases}$$
- Damos la gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ que genera el lenguaje L:
  - P: $S \rightarrow$

Solución

- Tenemos

$$L_i = \begin{cases} \{1^*0^*\#\} & \text{si } i = 0 \\ \{(1^*0^*01)\alpha 1 \mid \alpha \in L_{i-1}\} & \text{si } i > 0 \end{cases}$$

- Damos la gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ que genera el lenguaje L:
  - P: $S \rightarrow S_1 S_0 \#$

Solución

- Tenemos

$$L_i = \begin{cases} \{1^*0^*\#\} & \text{si } i = 0 \\ \{(1^*0^*01)\alpha 1 \mid \alpha \in L_{i-1}\} & \text{si } i > 0 \end{cases}$$

- Damos la gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ que genera el lenguaje L:
  - P: $S \rightarrow S_1 S_0 \# \mid S_1 S_0 01 S 1$

Solución

- Tenemos

$$L_i = \begin{cases} \{1^*0^*\#\} & \text{si } i = 0 \\ \{(1^*0^*01)\alpha 1 \mid \alpha \in L_{i-1}\} & \text{si } i > 0 \end{cases}$$

- Damos la gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S\rangle$ que genera el lenguaje L:
  - P: $S \rightarrow S_1 S_0 \# \mid S_1 S_0 01 S 1$

    $S_1 \rightarrow \lambda \mid 1 S_1$

Solución

- Tenemos

$$L_i = \begin{cases} \{1^*0^*\#\} & \text{si } i = 0 \\ \{(1^*0^*01)\alpha 1 \mid \alpha \in L_{i-1}\} & \text{si } i > 0 \end{cases}$$

- Damos la gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ que genera el lenguaje L:
  - P: $S \rightarrow S_1 S_0 \# \mid S_1 S_0 01 S 1$

    $S_1 \rightarrow \lambda \mid 1 S_1$

    $S_0 \rightarrow \lambda \mid 0 S_0$

Solución

- Tenemos

$$L_i = \begin{cases} \{1^*0^*\#\} & \text{si } i = 0 \\ \{(1^*0^*01)\alpha 1 \mid \alpha \in L_{i-1}\} & \text{si } i > 0 \end{cases}$$

- Damos la gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ que genera el lenguaje L:
  - P: $S \to S_1 S_0 \# \mid S_1 S_0 01 S 1$

    $S_1 \to \lambda \mid 1 S_1$

    $S_0 \to \lambda \mid 0 S_0$
  - ¿Qué variables aparecen en las producciones?

Solución

- Tenemos

$$L_i = \begin{cases} \{1^*0^*\#\} & \text{si } i = 0 \\ \{(1^*0^*01)\alpha 1 \mid \alpha \in L_{i-1}\} & \text{si } i > 0 \end{cases}$$

- Damos la gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ que genera el lenguaje L:
  - P: $S \rightarrow S_1 S_0 \# \mid S_1 S_0 01 S 1$

    $S_1 \rightarrow \lambda \mid 1 S_1$

    $S_0 \rightarrow \lambda \mid 0 S_0$
  - ¿Qué variables aparecen en las producciones?

$$V_N = \{S, S_1, S_0\}$$

Solución

- Tenemos

$$L_i = \begin{cases} \{1^*0^*\#\} & \text{si } i = 0 \\ \{(1^*0^*01)\alpha 1 \mid \alpha \in L_{i-1}\} & \text{si } i > 0 \end{cases}$$

- Damos la gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ que genera el lenguaje L:
  - P: $S \rightarrow S_1 S_0 \# \mid S_1 S_0 01 S 1$

    $S_1 \rightarrow \lambda \mid 1 S_1$

    $S_0 \rightarrow \lambda \mid 0 S_0$
  - ¿Qué variables aparecen en las producciones?

$$V_N = \{S, S_1, S_0\}$$

  - ¿Qué símbolos aparecen en las cadenas del lenguaje L?

Solución

- Tenemos

$$L_i = \begin{cases} \{1^*0^*\#\} & \text{si } i = 0 \\ \{(1^*0^*01)\alpha 1 \mid \alpha \in L_{i-1}\} & \text{si } i > 0 \end{cases}$$

- Damos la gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ que genera el lenguaje L:
  - P: $S \rightarrow S_1 S_0 \# \mid S_1 S_0 01 S 1$

    $S_1 \rightarrow \lambda \mid 1 S_1$

    $S_0 \rightarrow \lambda \mid 0 S_0$
  - ¿Qué variables aparecen en las producciones?

$$V_N = \{S, S_1, S_0\}$$

  - ¿Qué símbolos aparecen en las cadenas del lenguaje L?

$$V_T = \{0, 1, \#\}$$

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \to \beta \in P$

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \to \beta \in P$
  - más a la izquierda: $\alpha_1 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la izquierda.

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \to \beta \in P$
  - más a la izquierda: $\alpha_1 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la izquierda.
- Ejemplo con la G del ejercicio para $0011\#1$:

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \to \beta \in P$
  - más a la izquierda: $\alpha_1 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la izquierda.
- Ejemplo con la G del ejercicio para $0011\#1$:

  S

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \rightarrow \beta \in P$
  - más a la izquierda: $\alpha_1 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la izquierda.
- Ejemplo con la G del ejercicio para $0011\#1$:

  $S \underset{l}{\Rightarrow} S_1 S_0 01 S 1$

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \to \beta \in P$
  - más a la izquierda: $\alpha_1 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la izquierda.
- Ejemplo con la G del ejercicio para $0011\#1$:

  $S \underset{l}{\Rightarrow} S_1 S_0 01 S 1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda S_0 01 S 1$

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \to \beta \in P$
  - más a la izquierda: $\alpha_1 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la izquierda.
- Ejemplo con la G del ejercicio para $0011\#1$:

  $S \underset{l}{\Rightarrow} S_1 S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 S_0 01S1$

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \to \beta \in P$
  - más a la izquierda: $\alpha_1 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la izquierda.
- Ejemplo con la G del ejercicio para $0011\#1$:

  $$S \underset{l}{\Rightarrow} S_1 S_0 01 S 1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda S_0 01 S 1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 S_0 01 S 1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01 S 1$$

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \to \beta \in P$
  - más a la izquierda: $\alpha_1 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la izquierda.
- Ejemplo con la G del ejercicio para $0011\#1$:

$$S \underset{l}{\Rightarrow} S_1 S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01 S_1 S_0 \#1$$

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \to \beta \in P$
  - más a la izquierda: $\alpha_1 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la izquierda.
- Ejemplo con la G del ejercicio para $0011\#1$:

  $$S \underset{l}{\Rightarrow} S_1 S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01 S_1 S_0 \#1$$
  $$\underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 S_1 S_0 \#1$$

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \rightarrow \beta \in P$
  - más a la izquierda: $\alpha_1 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la izquierda.
- Ejemplo con la G del ejercicio para $0011\#1$:

$$S \underset{l}{\Rightarrow} S_1 S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01 S_1 S_0 \#1$$
$$\underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 S_1 S_0 \#1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 \lambda S_0 \#1$$

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \to \beta \in P$
  - más a la izquierda: $\alpha_1 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la izquierda.
- Ejemplo con la G del ejercicio para $0011\#1$:

$$S \underset{l}{\Rightarrow} S_1 S_0 01 S 1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda S_0 01 S 1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 S_0 01 S 1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01 S 1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01 S_1 S_0 \#1$$

$$\underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 S_1 S_0 \#1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 \lambda S_0 \#1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 \lambda \lambda \#1$$

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \to \beta \in P$
  - más a la izquierda: $\alpha_1 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la izquierda.
- Ejemplo con la G del ejercicio para $0011\#1$:

$$S \underset{l}{\Rightarrow} S_1 S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01 S_1 S_0 \#1$$
$$\underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 S_1 S_0 \#1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 \lambda S_0 \#1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 \lambda\lambda \#1$$

- Una **derivación más a la derecha** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{r}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \rightarrow \beta \in P$
  - más a la izquierda: $\alpha_1 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la izquierda.
- Ejemplo con la G del ejercicio para $0011\#1$:

$$S \underset{l}{\Rightarrow} S_1 S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01 S_1 S_0 \#1$$
$$\underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 S_1 S_0 \#1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 \lambda S_0 \#1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 \lambda \lambda \#1$$

- Una **derivación más a la derecha** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{r}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \rightarrow \beta \in P$

Repaso

Más definiciones

- Una **derivación más a la izquierda** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \to \beta \in P$
  - más a la izquierda: $\alpha_1 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la izquierda.
- Ejemplo con la G del ejercicio para $0011\#1$:

$$S \underset{l}{\Rightarrow} S_1 S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 S_0 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01S1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 01 S_1 S_0 \#1$$
$$\underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 S_1 S_0 \#1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 \lambda S_0 \#1 \underset{l}{\Rightarrow} \lambda 0 \lambda 011 \lambda\lambda \#1$$

- Una **derivación más a la derecha** $\alpha_1 A \alpha_2 \underset{r}{\Rightarrow} \alpha_1 \beta \alpha_2$ se define por
  - ser una derivación: $A \to \beta \in P$
  - más a la derecha: $\alpha_2 \in {V_T}^*$

    A es el primer símbolo no-terminal desde la derecha.

Repaso

Más definiciones

- Sea $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ una gramática libre de contexto.

  Un **árbol de derivación** para G es tal que

Repaso

Más definiciones

- Sea $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ una gramática libre de contexto.

  Un **árbol de derivación** para G es tal que

  - todo vértice posee una etiqueta que pertenece al conjunto $V_N \cup V_T \cup \{\lambda\}$.

Repaso

Más definiciones

- Sea $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ una gramática libre de contexto.

  Un **árbol de derivación** para G es tal que

  - todo vértice posee una etiqueta que pertenece al conjunto $V_N \cup V_T \cup \{\lambda\}$.
  - la raíz tiene como etiqueta al símbolo distinguido S.

Repaso

Más definiciones

- Sea $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ una gramática libre de contexto.

  Un **árbol de derivación** para G es tal que

  - todo vértice posee una etiqueta que pertenece al conjunto $V_N \cup V_T \cup \{\lambda\}$.
  - la raíz tiene como etiqueta al símbolo distinguido S.
  - todo vértice interior tiene como etiqueta un símbolo de V_N.

Repaso

Más definiciones

- Sea $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ una gramática libre de contexto.

  Un **árbol de derivación** para G es tal que

  - todo vértice posee una etiqueta que pertenece al conjunto $V_N \cup V_T \cup \{\lambda\}$.
  - la raíz tiene como etiqueta al símbolo distinguido S.
  - todo vértice interior tiene como etiqueta un símbolo de V_N.
  - si

Repaso

Más definiciones

- Sea $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ una gramática libre de contexto.

  Un **árbol de derivación** para G es tal que

  - todo vértice posee una etiqueta que pertenece al conjunto $V_N \cup V_T \cup \{\lambda\}$.
  - la raíz tiene como etiqueta al símbolo distinguido S.
  - todo vértice interior tiene como etiqueta un símbolo de V_N.
  - si
    - un vértice n posee la etiqueta A

Repaso

Más definiciones

- Sea $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ una gramática libre de contexto.

  Un **árbol de derivación** para G es tal que

  - todo vértice posee una etiqueta que pertenece al conjunto $V_N \cup V_T \cup \{\lambda\}$.
  - la raíz tiene como etiqueta al símbolo distinguido S.
  - todo vértice interior tiene como etiqueta un símbolo de V_N.
  - si
    - un vértice n posee la etiqueta A
    - y sus hijos n_1, ..., n_k poseen etiquetas X_1, ..., X_k respectivamente,

Repaso

Más definiciones

- Sea $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ una gramática libre de contexto.

  Un **árbol de derivación** para G es tal que

  - todo vértice posee una etiqueta que pertenece al conjunto $V_N \cup V_T \cup \{\lambda\}$.
  - la raíz tiene como etiqueta al símbolo distinguido S.
  - todo vértice interior tiene como etiqueta un símbolo de V_N.
  - si
    - un vértice n posee la etiqueta A
    - y sus hijos n_1, ..., n_k poseen etiquetas X_1, ..., X_k respectivamente,

    entonces $A \to X_1 \dots X_k$ debe ser una producción de P.

Repaso

Más definiciones

- Sea $G = \langle V_N, V_T, P, S\rangle$ una gramática libre de contexto.

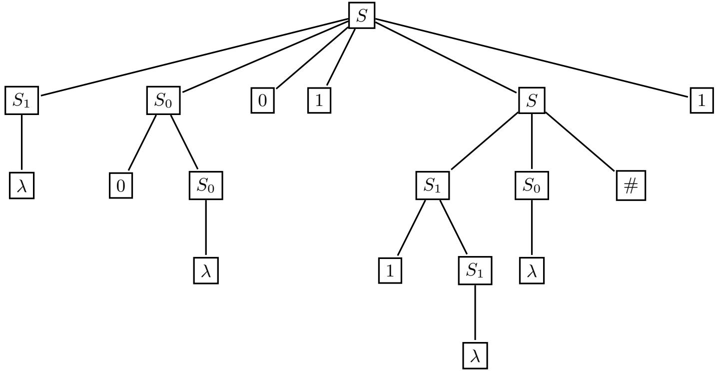
  Un **árbol de derivación** para G es tal que

  - todo vértice posee una etiqueta que pertenece al conjunto $V_N \cup V_T \cup \{\lambda\}$.
  - la raíz tiene como etiqueta al símbolo distinguido S.
  - todo vértice interior tiene como etiqueta un símbolo de V_N.
  - si
    - un vértice n posee la etiqueta A
    - y sus hijos n_1, ..., n_k poseen etiquetas X_1, ..., X_k respectivamente,

    entonces $A \to X_1 \dots X_k$ debe ser una producción de P.
  - todo vértice con la etiqueta λ es una hoja y es el único hijo de su padre.

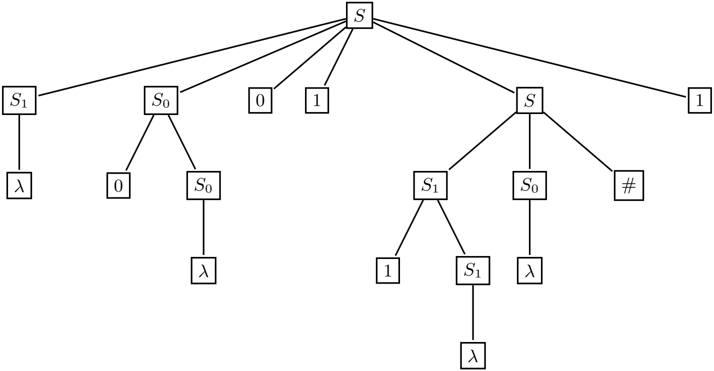
Repaso

Ejemplo de árbol de derivación



Repaso

Ejemplo de árbol de derivación



Hay una correspondencia uno a uno entre árboles de derivación, derivaciones más a la izquierda y derivaciones más a la derecha.

Repaso

Más definiciones

- Decimos que una gramática libre de contexto G es **ambigua** si existe $\alpha \in L(G)$ para la cual hay más de un árbol de derivación.

Repaso

Más definiciones

- Decimos que una gramática libre de contexto G es **ambigua** si existe $\alpha \in L(G)$ para la cual hay más de un árbol de derivación.

  La gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ con

  - P: $S \rightarrow S_1 S_0 \# \mid S_1 S_0 01 S1$

    $S_1 \rightarrow \lambda \mid 1 S_1$

    $S_0 \rightarrow \lambda \mid 0 S_0$
  - $V_N = \{S, S_1, S_0\}$
  - $V_T = \{0, 1, \#\}$

  ¿es ambigua?

Repaso

Más definiciones

- Decimos que una gramática libre de contexto G es **ambigua** si existe $\alpha \in L(G)$ para la cual hay más de un árbol de derivación.

  La gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ con

  - P: $S \rightarrow S_1 S_0 \# \mid S_1 S_0 01 S 1$

    $S_1 \rightarrow \lambda \mid 1 S_1$

    $S_0 \rightarrow \lambda \mid 0 S_0$
  - $V_N = \{S, S_1, S_0\}$
  - $V_T = \{0, 1, \#\}$

  ¿es ambigua? No.

Repaso

Más definiciones

- Decimos que una gramática libre de contexto G es **ambigua** si existe $\alpha \in L(G)$ para la cual hay más de un árbol de derivación.

  La gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ con

  - P: $S \rightarrow S_1S_0\# \mid S_1S_001S1$

    $S_1 \rightarrow \lambda \mid 1S_1$

    $S_0 \rightarrow \lambda \mid 0S_0$
  - $V_N = \{S, S_1, S_0\}$
  - $V_T = \{0, 1, \#\}$

  ¿es ambigua? No.

- Un lenguaje libre de contexto L es **intrínsecamente ambiguo** si toda gramática libre de contexto G que lo genere es ambigua.

Repaso

Más definiciones

- Decimos que una gramática libre de contexto G es **ambigua** si existe $\alpha \in L(G)$ para la cual hay más de un árbol de derivación.

  La gramática $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ con

  - P: $$\begin{aligned} S &\rightarrow S_1 S_0 \# \mid S_1 S_0 01 S 1 \\ S_1 &\rightarrow \lambda \mid 1 S_1 \\ S_0 &\rightarrow \lambda \mid 0 S_0 \end{aligned}$$
  - $V_N = \{S, S_1, S_0\}$
  - $V_T = \{0, 1, \#\}$

  ¿es ambigua? No.

- Un lenguaje libre de contexto L es **intrínsecamente ambiguo** si toda gramática libre de contexto G que lo genere es ambigua.

  $L(G)$ no es intrínsecamente ambiguo dado que G no es ambigua.

Ejemplos

- $L_= = \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$

Ejemplos

- $L_= = \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$

$$G_= = \langle\ \{I\}, \{a, b\}, \{I \to \lambda \mid aIb\}, I\ \rangle$$

Ejemplos

- $L_= = \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$

$$G_= = \langle\ \{I\}, \{a,b\}, \{I \to \lambda \mid aIb\}, I\ \rangle$$

- $L_{\neq} = \{a^i b^j \mid i,j \geq 0 \land i \neq j\}$

Ejemplos

- $L_= = \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$

$$G_= = \langle\ \{I\}, \{a, b\}, \{I \to \lambda \mid aIb\}, I\ \rangle$$

- $L_{\neq} = \{a^i b^j \mid i, j \geq 0 \wedge i \neq j\}$

$$G_{\neq} = \langle\ \{S, I, A, B\}, \{a, b\}, P, S\ \rangle$$

$$\begin{aligned} P:\quad S &\to aAI \mid IBb \\ I &\to \lambda \mid aIb \\ A &\to \lambda \mid a \mid aA \\ B &\to \lambda \mid b \mid bB \end{aligned}$$

Ejemplos

- $L_= = \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$

$$G_= = \langle\ \{I\}, \{a, b\}, \{I \rightarrow \lambda \mid aIb\}, I\ \rangle$$

- $L_{\neq} = \{a^i b^j \mid i, j \geq 0 \wedge i \neq j\}$

$$G_{\neq} = \langle\ \{S, I, A, B\}, \{a, b\}, P, S\ \rangle$$

$$\begin{aligned} P:\quad S &\rightarrow aAI \mid IBb \\ I &\rightarrow \lambda \mid aIb \\ A &\rightarrow \lambda \mid a \mid aA \\ B &\rightarrow \lambda \mid b \mid bB \end{aligned}$$

Es ambigua.

Ejemplos

- $L_{=} = \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$

$$G_{=} = \langle\ \{I\}, \{a, b\}, \{I \to \lambda \mid aIb\}, I\ \rangle$$

- $L_{\neq} = \{a^i b^j \mid i, j \geq 0 \wedge i \neq j\}$

$G_{\neq} = \langle\ \{S, I, A, B\}, \{a, b\}, P, S\ \rangle$

$$\begin{aligned} P:\quad S &\to aAI \mid IBb \\ I &\to \lambda \mid aIb \\ A &\to \lambda \mid a \mid aA \\ B &\to \lambda \mid b \mid bB \end{aligned}$$

Es ambigua.
$L_{\neq}$ puede ser intrínsecamente ambiguo.

Ejemplos

- $L_{=} = \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$

$$G_{=} = \langle\ \{I\}, \{a, b\}, \{I \to \lambda \mid aIb\}, I\ \rangle$$

- $L_{\neq} = \{a^i b^j \mid i, j \geq 0 \wedge i \neq j\}$

$$G_{\neq} = \langle\ \{S, I, A, B\}, \{a, b\}, P, S\ \rangle$$

$$\begin{aligned} P:\quad S &\to aAI \mid IBb \\ I &\to \lambda \mid aIb \\ A &\to \lambda \mid a \mid aA \\ B &\to \lambda \mid b \mid bB \end{aligned}$$

Es ambigua.
$L_{\neq}$ puede ser intrínsecamente ambiguo.

$$G_{\neq} = \langle\ \{S, I, A, B\}, \{a, b\}, P, S\ \rangle$$

$$\begin{aligned} P:\quad S &\to AI \mid IB \\ I &\to \lambda \mid aIb \\ A &\to a \mid aA \\ B &\to b \mid bB \end{aligned}$$

Ejemplos

- $L_{=} = \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$

$$G_{=} = \langle\ \{I\}, \{a, b\}, \{I \to \lambda \mid aIb\}, I\ \rangle$$

- $L_{\neq} = \{a^i b^j \mid i, j \geq 0 \wedge i \neq j\}$

$$G_{\neq} = \langle\ \{S, I, A, B\}, \{a, b\}, P, S\ \rangle$$

$$\begin{aligned} P:\quad S &\to aAI \mid IBb \\ I &\to \lambda \mid aIb \\ A &\to \lambda \mid a \mid aA \\ B &\to \lambda \mid b \mid bB \end{aligned}$$

Es ambigua.
$L_{\neq}$ puede ser intrínsecamente ambiguo.

$$G_{\neq} = \langle\ \{S, I, A, B\}, \{a, b\}, P, S\ \rangle$$

$$\begin{aligned} P:\quad S &\to AI \mid IB \\ I &\to \lambda \mid aIb \\ A &\to a \mid aA \\ B &\to b \mid bB \end{aligned}$$

No es ambigua.

Ejemplos

- $L_= = \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$

$$G_= = \langle\ \{I\}, \{a, b\}, \{I \to \lambda \mid aIb\}, I\ \rangle$$

- $L_{\neq} = \{a^i b^j \mid i, j \geq 0 \wedge i \neq j\}$

$$G_{\neq} = \langle\ \{S, I, A, B\}, \{a, b\}, P, S\ \rangle$$

$$\begin{aligned} P: \quad S &\to aAI \mid IBb \\ I &\to \lambda \mid aIb \\ A &\to \lambda \mid a \mid aA \\ B &\to \lambda \mid b \mid bB \end{aligned}$$

Es ambigua.
$L_{\neq}$ puede ser intrínsecamente ambiguo.

$$G_{\neq} = \langle\ \{S, I, A, B\}, \{a, b\}, P, S\ \rangle$$

$$\begin{aligned} P: \quad S &\to AI \mid IB \\ I &\to \lambda \mid aIb \\ A &\to a \mid aA \\ B &\to b \mid bB \end{aligned}$$

No es ambigua.
$L_{\neq}$ no es intrínsecamente ambiguo.

Más ejemplos

- Capicúas: $L_C = \{\alpha \mid \alpha \in \{0,1\}^* \wedge \alpha = \alpha^r\}$

Más ejemplos

- Capicúas: $L_C = \{\alpha \mid \alpha \in \{0,1\}^* \wedge \alpha = \alpha^r\}$

  $G_C = \langle\ \{C\}, \{0,1\}, P, C\ \rangle$

Más ejemplos

- Capicúas: $L_C = \{\alpha \mid \alpha \in \{0,1\}^* \wedge \alpha = \alpha^r\}$

  $G_C = \langle\ \{C\}, \{0,1\}, P, C\ \rangle$

  $P: \quad C \to 0C0 \mid 1C1$

Más ejemplos

- Capicúas: $L_C = \{\alpha \mid \alpha \in \{0,1\}^* \wedge \alpha = \alpha^r\}$

  $G_C = \langle\ \{C\}, \{0,1\}, P, C\ \rangle$

  $P: \quad C \to 0C0 \mid 1C1 \mid \lambda$

Más ejemplos

- Capicúas: $L_C = \{\alpha \mid \alpha \in \{0,1\}^* \wedge \alpha = \alpha^r\}$

  $G_C = \langle\ \{C\}, \{0,1\}, P, C\ \rangle$

  $P: \quad C \rightarrow 0C0 \mid 1C1 \mid \lambda \mid 0 \mid 1$

Más ejemplos

- Expresiones aritméticas

  $G_A = \langle\ \{E\}, \{+, *, id, const\}, P, E\ \rangle$

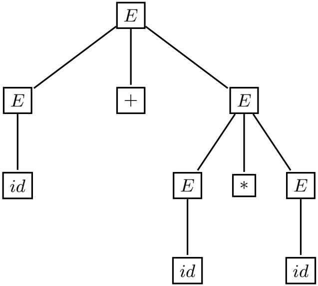
  $P: \quad E \rightarrow E + E \mid E * E \mid id \mid const$

Más ejemplos

- Expresiones aritméticas

  $G_A = \langle\ \{E\}, \{+, *, id, const\}, P, E\ \rangle$

  $P: \quad E \to E + E \mid E * E \mid id \mid const$

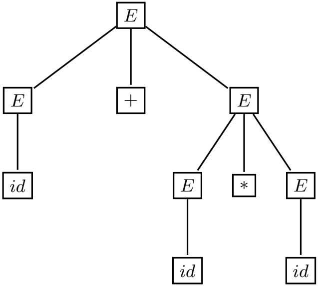


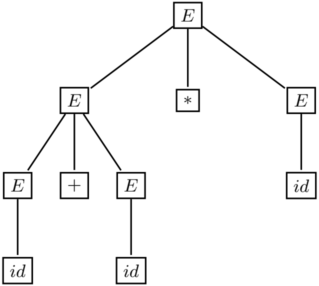
Más ejemplos

- Expresiones aritméticas

$$G_A = \langle\ \{E\}, \{+, *, id, const\}, P, E\ \rangle$$

$$P: \quad E \to E + E \mid E * E \mid id \mid const$$



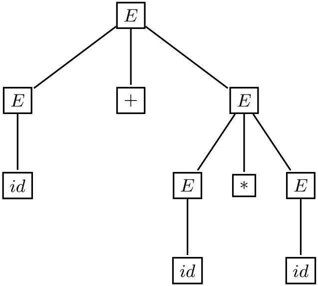


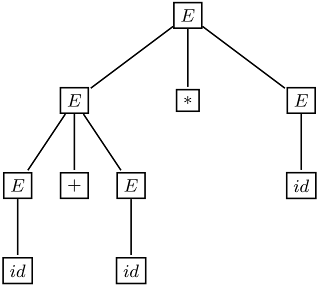
Más ejemplos

- Expresiones aritméticas

  $G_A = \langle\ \{E\}, \{+, *, id, const\}, P, E\ \rangle$

  $P: \quad E \to E + E \mid E * E \mid id \mid const$





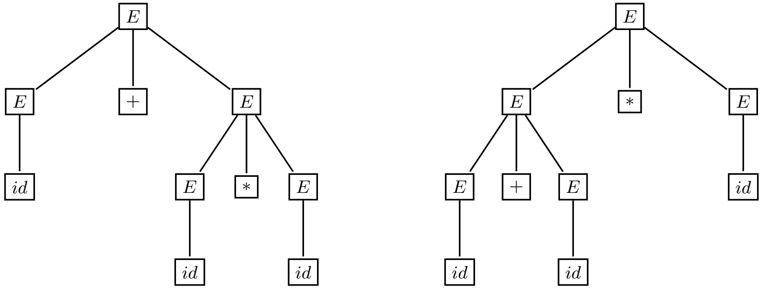
- Es ambigua.

Más ejemplos

- Expresiones aritméticas

  $G_A = \langle\ \{E\}, \{+, *, id, const\}, P, E\ \rangle$

  $P: \quad E \to E + E \mid E * E \mid id \mid const$



- Es ambigua.
- No sabemos cuál es el significado de $id + id * id$.

Más ejemplos

- Expresiones aritméticas

$$G_A = \langle\ \{E, T, F, I\}, \{+, *, (,), id, const\}, P, E\ \rangle$$

$$\begin{aligned} P:\quad E &\to T \mid E + T \\ T &\to F \mid T * F \\ F &\to I \mid (E) \\ I &\to id \mid const \end{aligned}$$

Más ejemplos

- Expresiones aritméticas

$$G_A = \langle\ \{E, T, F, I\}, \{+, *, (,), id, const\}, P, E\ \rangle$$

$$\begin{aligned} P:\quad E &\to T \mid E + T \\ T &\to F \mid T * F \\ F &\to I \mid (E) \\ I &\to id \mid const \end{aligned}$$

- No es ambigua.

Más ejemplos

- Expresiones aritméticas

$$G_A = \langle\ \{E, T, F, I\}, \{+, *, (,), id, const\}, P, E\ \rangle$$

$$\begin{aligned} P:\quad E &\to T \mid E + T \\ T &\to F \mid T * F \\ F &\to I \mid (E) \\ I &\to id \mid const \end{aligned}$$

- No es ambigua.
  - T sólo deriva términos: secuencias de uno o más factores conectados por $*$.

Más ejemplos

- Expresiones aritméticas

$$G_A = \langle \ \{E, T, F, I\}, \{+, *, (,), id, const\}, P, E \ \rangle$$

$$\begin{aligned} P: \quad E &\to T \mid E + T \\ T &\to F \mid T * F \\ F &\to I \mid (E) \\ I &\to id \mid const \end{aligned}$$

- No es ambigua.
  - T sólo deriva términos: secuencias de uno o más factores conectados por $*$.
  - E sólo deriva expresiones: secuencias de uno o más términos conectados por $+$.

Más ejemplos

- Expresiones aritméticas

$$G_A = \langle\ \{E, T, F, I\}, \{+, *, (,), id, const\}, P, E\ \rangle$$

$$\begin{aligned} P:\quad E &\rightarrow T \mid E + T \\ T &\rightarrow F \mid T * F \\ F &\rightarrow I \mid (E) \\ I &\rightarrow id \mid const \end{aligned}$$

- No es ambigua.
  - T sólo deriva términos: secuencias de uno o más factores conectados por $*$.
  - E sólo deriva expresiones: secuencias de uno o más términos conectados por $+$.
  - El único árbol de derivación para una secuencia de factores es el que separa $f_1 * \cdots * f_n$ para $n > 1$ en un término $f_1 * \cdots * f_{n-1}$ y un factor f_n, dado que F no puede derivar expresiones como $f_{n-1} * f_n$ sin agregar paréntesis alrededor.

Repaso

Propiedades de los lenguajes libres de contexto

Sean L_1 y L_2 lenguajes libres de contexto.

Repaso

Propiedades de los lenguajes libres de contexto

Sean L_1 y L_2 lenguajes libres de contexto.

Sean $G_1 = \langle V_{N1}, V_{T1}, P_1, S_1 \rangle$ y $G_2 = \langle V_{N2}, V_{T2}, P_2, S_2 \rangle$ con $V_{N1} \cap V_{N2} = \emptyset$ tales que $L(G_1) = L_1$ y $L(G_2) = L_2$.

Repaso

Propiedades de los lenguajes libres de contexto

Sean L_1 y L_2 lenguajes libres de contexto.

Sean $G_1 = \langle V_{N1}, V_{T1}, P_1, S_1 \rangle$ y $G_2 = \langle V_{N2}, V_{T2}, P_2, S_2 \rangle$ con $V_{N1} \cap V_{N2} = \emptyset$ tales que $L(G_1) = L_1$ y $L(G_2) = L_2$.

Entonces

Repaso

Propiedades de los lenguajes libres de contexto

Sean L_1 y L_2 lenguajes libres de contexto.

Sean $G_1 = \langle V_{N1}, V_{T1}, P_1, S_1 \rangle$ y $G_2 = \langle V_{N2}, V_{T2}, P_2, S_2 \rangle$ con $V_{N1} \cap V_{N2} = \emptyset$ tales que $L(G_1) = L_1$ y $L(G_2) = L_2$.

Entonces

- $L_1 \cup L_2$ es libre de contexto (cerrados por unión)

Repaso

Propiedades de los lenguajes libres de contexto

Sean L_1 y L_2 lenguajes libres de contexto.

Sean $G_1 = \langle V_{N1}, V_{T1}, P_1, S_1 \rangle$ y $G_2 = \langle V_{N2}, V_{T2}, P_2, S_2 \rangle$ con $V_{N1} \cap V_{N2} = \emptyset$ tales que $L(G_1) = L_1$ y $L(G_2) = L_2$.

Entonces

- $L_1 \cup L_2$ es libre de contexto (cerrados por unión)

  Dem.: Es el lenguaje generado por la gramática

  $$G = \langle V_{N1} \cup V_{N2} \cup \{S\}, V_{T1} \cup V_{T2}, P_1 \cup P_2 \cup \{S \to S_1, S \to S_2\}, S \rangle$$

  (con $S \notin V_{N1} \cup V_{N2}$).

Repaso

Propiedades de los lenguajes libres de contexto

Sean L_1 y L_2 lenguajes libres de contexto.

Sean $G_1 = \langle V_{N1}, V_{T1}, P_1, S_1 \rangle$ y $G_2 = \langle V_{N2}, V_{T2}, P_2, S_2 \rangle$ con $V_{N1} \cap V_{N2} = \emptyset$ tales que $L(G_1) = L_1$ y $L(G_2) = L_2$.

Entonces

- $L_1 \cup L_2$ es libre de contexto (cerrados por unión)

  Dem.: Es el lenguaje generado por la gramática

  $$G = \langle V_{N1} \cup V_{N2} \cup \{S\}, V_{T1} \cup V_{T2}, P_1 \cup P_2 \cup \{S \to S_1, S \to S_2\}, S \rangle$$

  (con $S \notin V_{N1} \cup V_{N2}$).

- $L_1 L_2$ es libre de contexto (cerrados por concatenación)

Repaso

Propiedades de los lenguajes libres de contexto

Sean L_1 y L_2 lenguajes libres de contexto.

Sean $G_1 = \langle V_{N1}, V_{T1}, P_1, S_1 \rangle$ y $G_2 = \langle V_{N2}, V_{T2}, P_2, S_2 \rangle$ con $V_{N1} \cap V_{N2} = \emptyset$ tales que $L(G_1) = L_1$ y $L(G_2) = L_2$.

Entonces

- $L_1 \cup L_2$ es libre de contexto (cerrados por unión)

  Dem.: Es el lenguaje generado por la gramática

  $$G = \langle V_{N1} \cup V_{N2} \cup \{S\}, V_{T1} \cup V_{T2}, P_1 \cup P_2 \cup \{S \to S_1, S \to S_2\}, S \rangle$$

  (con $S \notin V_{N1} \cup V_{N2}$).

- $L_1 L_2$ es libre de contexto (cerrados por concatenación)

  Dem.: Es el lenguaje generado por la gramática

  $$G = \langle V_{N1} \cup V_{N2} \cup \{S\}, V_{T1} \cup V_{T2}, P_1 \cup P_2 \cup \{S \to S_1 S_2\}, S \rangle$$

  (con $S \notin V_{N1} \cup V_{N2}$).

Repaso

Propiedades de los lenguajes libres de contexto

Sean L_1 y L_2 lenguajes libres de contexto.
Sean $G_1 = \langle V_{N1}, V_{T1}, P_1, S_1 \rangle$ y $G_2 = \langle V_{N2}, V_{T2}, P_2, S_2 \rangle$ con $V_{N1} \cap V_{N2} = \emptyset$ tales que $L(G_1) = L_1$ y $L(G_2) = L_2$.
Entonces

Repaso

Propiedades de los lenguajes libres de contexto

Sean L_1 y L_2 lenguajes libres de contexto.
Sean $G_1 = \langle V_{N1}, V_{T1}, P_1, S_1 \rangle$ y $G_2 = \langle V_{N2}, V_{T2}, P_2, S_2 \rangle$ con $V_{N1} \cap V_{N2} = \emptyset$ tales que $L(G_1) = L_1$ y $L(G_2) = L_2$.
Entonces

- ${L_1}^+$ es libre de contexto (cerrados por clausura positiva)

Repaso

Propiedades de los lenguajes libres de contexto

Sean L_1 y L_2 lenguajes libres de contexto.
Sean $G_1 = \langle V_{N1}, V_{T1}, P_1, S_1 \rangle$ y $G_2 = \langle V_{N2}, V_{T2}, P_2, S_2 \rangle$ con $V_{N1} \cap V_{N2} = \emptyset$ tales que $L(G_1) = L_1$ y $L(G_2) = L_2$.
Entonces

- ${L_1}^+$ es libre de contexto (cerrados por clausura positiva)
  Dem.: Es el lenguaje generado por la gramática

$$G = \langle V_{N1} \cup V_{N2} \cup \{S\}, V_{T1} \cup V_{T2}, P_1 \cup P_2 \cup \{S \to S_1, S \to S_1 S\}, S \rangle$$

  (con $S \notin V_{N1} \cup V_{N2}$).

Repaso

Propiedades de los lenguajes libres de contexto

Sean L_1 y L_2 lenguajes libres de contexto.
Sean $G_1 = \langle V_{N1}, V_{T1}, P_1, S_1 \rangle$ y $G_2 = \langle V_{N2}, V_{T2}, P_2, S_2 \rangle$ con $V_{N1} \cap V_{N2} = \emptyset$ tales que $L(G_1) = L_1$ y $L(G_2) = L_2$.
Entonces

- ${L_1}^+$ es libre de contexto (cerrados por clausura positiva)
  Dem.: Es el lenguaje generado por la gramática
  $$G = \langle V_{N1} \cup V_{N2} \cup \{S\}, V_{T1} \cup V_{T2}, P_1 \cup P_2 \cup \{S \to S_1, S \to S_1 S\}, S \rangle$$
  (con $S \notin V_{N1} \cup V_{N2}$).
- ${L_1}^*$ es libre de contexto (cerrados por clausura)

Repaso

Propiedades de los lenguajes libres de contexto

Sean L_1 y L_2 lenguajes libres de contexto.
Sean $G_1 = \langle V_{N1}, V_{T1}, P_1, S_1\rangle$ y $G_2 = \langle V_{N2}, V_{T2}, P_2, S_2\rangle$ con $V_{N1} \cap V_{N2} = \emptyset$ tales que $L(G_1) = L_1$ y $L(G_2) = L_2$.
Entonces

- ${L_1}^+$ es libre de contexto (cerrados por clausura positiva)
  Dem.: Es el lenguaje generado por la gramática

  $$G = \langle V_{N1} \cup V_{N2} \cup \{S\}, V_{T1} \cup V_{T2}, P_1 \cup P_2 \cup \{S \to S_1, S \to S_1 S\}, S\rangle$$

  (con $S \notin V_{N1} \cup V_{N2}$).

- ${L_1}^*$ es libre de contexto (cerrados por clausura)
  Dem.: ${L_1}^* = \{\lambda\} \cup {L_1}^+$ es la unión de dos lenguajes libres de contexto.

Repaso

Propiedades de los lenguajes libres de contexto

Sean L_1 y L_2 lenguajes libres de contexto.
Sean $G_1 = \langle V_{N1}, V_{T1}, P_1, S_1 \rangle$ y $G_2 = \langle V_{N2}, V_{T2}, P_2, S_2 \rangle$ con $V_{N1} \cap V_{N2} = \emptyset$ tales que $L(G_1) = L_1$ y $L(G_2) = L_2$.
Entonces

- ${L_1}^+$ es libre de contexto (cerrados por clausura positiva)
  Dem.: Es el lenguaje generado por la gramática

  $$G = \langle V_{N1} \cup V_{N2} \cup \{S\}, V_{T1} \cup V_{T2}, P_1 \cup P_2 \cup \{S \rightarrow S_1, S \rightarrow S_1 S\}, S \rangle$$

  (con $S \notin V_{N1} \cup V_{N2}$).

- ${L_1}^*$ es libre de contexto (cerrados por clausura)
  Dem.: ${L_1}^* = \{\lambda\} \cup {L_1}^+$ es la unión de dos lenguajes libres de contexto.

- $L_1 \cap L_2$ no necesariamente es libre de contexto (no cerrados por intersección)

Puntos importantes

- Analizar si los lenguajes no tienen cierta estructura recursiva.

Puntos importantes

- Analizar si los lenguajes no tienen cierta estructura recursiva.
- Es útil separar en sublenguajes para que generen distintos símbolos no terminales. Si son disjuntos, mejor.

Puntos importantes

- Analizar si los lenguajes no tienen cierta estructura recursiva.
- Es útil separar en sublenguajes para que generen distintos símbolos no terminales. Si son disjuntos, mejor.
- A veces sirve pensar en expresiones regulares para esos sublenguajes (no siempre existen).

Puntos importantes

- Analizar si los lenguajes no tienen cierta estructura recursiva.
- Es útil separar en sublenguajes para que generen distintos símbolos no terminales. Si son disjuntos, mejor.
- A veces sirve pensar en expresiones regulares para esos sublenguajes (no siempre existen).
- Practicar nos permite reutilizar gramáticas ya vistas.

Ejercicios de parciales :D

Ejercicio del 7 de mayo de 2018

Sea $L_1 = \{\omega a^n b^m \omega^r \mid \omega \in \{c, d\}^* \ \wedge \ n, m \in \mathbb{N}_0 \ \wedge \ m > n\}$.

Dar una gramática libre de contexto para L_1.

Ejercicio del 20 de octubre de 2018

Sea $L_2 = \{0^n 1^{2m} \mid n, m \in \mathbb{N}_0 \ \wedge \ n \neq m\}$.

Dar una gramática libre de contexto para L_2.

Ejercicio del 6 de diciembre de 2018

Sea $L_3 = \{0^n 1^{2m} a^i \mid n, m \in \mathbb{N}_0 \ \wedge \ n \neq m \ \wedge \ i = |n - m|\}$.

Dar una gramática libre de contexto para L_3.