# **RUIDO**

Tutorial por Jorge Márquez Flores – CCADET-UNAM 2014

### Tabla de Contenido temático

- 1. Introducción y definiciones.
- 2. <u>Tipos Fundamentales de Ruido.</u>
- 3. Medidas de Calidad de una Señal con Ruido.
- 4. Tipos de Ruido por su Origen Físico.
- 5. Técnicas Elementales de Filtrado/Atenuación de Ruido.
- 6. Notas Especiales.
- 7. Ruido (o Señal) descrito por propiedades de periodicidad.
- **\* 8.** Ruido o Fluctuaciones Morfológicos.
  - 9. Conceptos Interrelacionados.
    - \* ANEXOS

<u>Selected notes from the Basic Electronic Handbook</u> <u>Using Electronic Instruments</u>

**BIBLIOGRAFIA** 

El texto en gris pertenece a los cursos de Procesamiento de Imágenes y de Instrumentación de la maestría de Ingeniería Eléctrica) y no es necesario leerlo en el presente curso. Se incluye por completez y por si resulta de interés personal, pero no se evaluará.

<sup>&</sup>quot;\*" Indica una sección que puede omitirse en las primeras lecturas.

# Ruido en datos $\{u\}$ , señales f(t), imágenes I(x, y), ...

Tutorial por Jorge Márquez Flores – CCADET-UNAM 2014

# 1. Introducción y definiciones.

Definimos *ruido* como todo aquello en un conjunto de datos, señal, imagen o información en general, que

- no es de interés¹ (se decide que "no es de interés" o es irrelevante), y/o
- degrada o distorsiona la señal (datos, etc.) de interés, la contamina, y/o
- impide o limita el estudio o uso de tal información (estorba).

Puede existir ruido **antes**, **después** o **radicar** en el sensor, transductor o actuador con los que interacciona la señal, o bien, se encuentra en el medio que la genera, amplifica, copia, transmite o recibe; en el canal o en la interfaz entre mesurando y sensor, y entre cada etapa. Puede haber ruido en la representación de una señal, en su codificación, en el método de análisis y hasta en su interpretación, modelado, etc. Incluso ciertos métodos de procesamiento y análisis pueden introducir algún ruido, <u>perturbación</u> o modificación colateral, aunque puede ser el costo de obtener otros beneficios.

Al depender del interés o aplicación, **el ruido puede resultar relativo**. Puede por tanto contener información pero que es irrelevante y contamina a una señal u otra información que es lo que se desea estudiar o utilizar (en este caso, por ejemplo, mandos de control o un despliegue).

El ruido no sólo incluye fluctuaciones desde muy suaves (offsets, bajas frecuencias, *deriva* o gradientes), hasta aquellas muy abruptas (altas frecuencias), sino que también comprende señales coherentes y "limpias", pero cuya información **no es relevante al estudio**, es externa a los datos de interés y debe ser separada o *filtrada*.

En general <u>rara vez se puede separar</u> o "eliminar" totalmente un ruido, sino que **se atenúa o reduce**. En muchas aplicaciones la atenuación puede ser tan

Curso Instrumentación y Señales – CCADET-UNAM 2012

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Excepto cuando se quiere caracterizar o identificar al propio ruido; entonces resulta ser aquello de "interés".

elevada que parece no existir ruido, o se cuenta con un mecanismo de discriminación de señales y de corrección de errores que en efecto lo eliminan al 100% (o más bien se corrige la señal o se recurre a un modelo para su restauración); por ejemplo, las señales digitales dentro de una computadora o en una transmisión inalámbrica, para todo fin práctico "no contienen ruido".

**Nota:** El mejor ejemplo de la relatividad de lo que es o no es de interés es la selección de una banda estrecha, por ejemplo, en frecuencia modulada (FM) de radio: aparte de ruido, o despreciando su efecto, si deseamos escuchar una estación de radio, el selector consiste en un filtro *pasa-banda* que atenúa todas las frecuencias que no interesan (y que corresponden a las demás estaciones de radio). Si cambiamos de estación, el filtro se ajusta para una banda diferente (v.g., centrada en 102.6 MHz; teniendo la banda un ancho de unos cuantos cientos de Hz.); si falla la selección o la señal, o esta llega distorsionada, una señal puede contener elementos de otra (otra estación de radio, que no es la que nos interesa en ese momento). Decimos que "tiene ruido", porque estorba a lo que nos interesa escuchar. Otro ejemplo es una reunión con varias conversaciones simultáneas: en muchos casos el oído humano puede filtrar aproximadamente una conversación en particular y enseguida otra distinta ("pone atención en aquello que le interesa"); en tal caso el resto de las conversaciones adquieren es status de "ruido".

**Nota:** Muchos autores excluyen del ruido los problemas de **degradación**: información fragmentada, desordenada, distorsionada (hasta ser irreconocible), artefactos, o los efectos de sub-muestreo, intervalo o área parcial, etc.; el problema es que estos problemas y el ruido pueden ser imposibles o muy difíciles de separar. Por otro lado muchas técnicas de realce, restauración y filtrado son empleadas para abordar tanto los problemas de degradación, como a aquel ruido que "no es degradación".

**Nota:** En la práctica, un ruido puede ser la combinación de varias componentes provenientes de fuentes y causas distintas, de modo que la reducción o atenuación puede ser desigual, o limitarse a ciertas componentes del ruido (por ejemplo, sólo *glitches*, *deriva* y *artefactos*). El ruido puede ser también intermitente, o depender de gran cantidad de condiciones, lo cual dificulta su estudio y tratamiento.

**Nota**: Es claro que al estudiar el ruido mismo, se convierte en "señal o información de interés", pero de lo anterior, puede haber componentes distintas y una es ruido relativo respecto a otra. Es por esto que muchas herramientas y métodos de estudio se aplican tanto a ruido como a señales, sin diferenciarlas; de hecho el tratamiento estadístico de señales las trata como variaciones aleatorias, como si fuesen ruido.

### Variaciones (o fluctuaciones) intrínsecas y extrínsecas.

Las fluctuaciones naturales de un valor, por ejemplo la variación estadística de estaturas en adultos de la misma edad, se puede confundir con variaciones debidas a factores externos. En el primer caso se habla de *variación intrínseca* o *propia* del fenómeno o atributo y suele ser de gran interés conocerla y caracterizarla, aunque puede ser tan compleja, que puede parecer confundirse con ruido. Dos modas en una distribución de tales variaciones puede indicar la presencia de dos poblaciones. En el segundo caso es *variación extrínseca* o sea ajena al fenómeno o atributo y, no siendo de interés (es ruido), se desea eliminar o reducir para dejar únicamente al primer tipo de fluctuaciones. El problema es que se pueden combinar de forma inextricable; tratar de filtrar al ruido (variaciones extrínsecas) puede ocasionar que se allanen y filtren también las variaciones intrínsecas. En cambio, para elaborar modelos muy simplificados, tales variaciones intrínsecas no interesan en primera instancia, y se filtran o ignoran. Un promedio adecuado suele conseguir tal efecto.

Por último, el carácter intrínseco o extrínseco puede por un lado ser relativo y/o tener gradaciones, aunque aparente ser una propiedad binaria (es o no es).

Fin§ **►Indice** 

# 2. Tipos Fundamentales de Ruido.

**Ruido Aditivo** (o *modelo aditivo* del ruido):

$$x_{obs}(t) = x_{in}(t) + \eta(t) \tag{1}$$

Notar que cada muestra de entrada es afectada por un valor diferente, desde 0 hasta un valor de saturación ( $x_{min}$  o  $x_{max}$ ).  $\eta(t)$  puede ser totalmente aleatoria, periódica o ser una señal con información. Puede inclusive existir correlación entre  $\eta(t)$  y x(t).

**Ejercicio:** Escriba el equivalente para datos 2D  $(I_{obs}(x,y))$  y 3D  $(V_{obs}(x,y,z))$ .

**Nota:** Siendo (1) un modelo, por un lado no se tienen los elementos por separado del lado derecho de la ecuación, acaso se tiene alguna información limitada de  $\eta(t)$ , tal como su media, varianza y el *espectro de potencia* de algunas de sus componentes. Por otro lado, en la realidad, si se llega a conocer  $x_{in}(t)$  por otro medio, puede ocurrir que  $x_{obs}-x_{in}-\eta(t)$  no sea cero, es decir que el modelo resulte sólo aproximado. Notar que es un caso muy particular y de hecho idealizado del *modelo lineal de degradación*.

**Ruido Binario o Impulsivo;** en imágenes es ruido de "sal y pimienta"; pixeles blancos o negros en un captor dañado o con fallas en la línea correspondiente (sensor, transmisión o almacenamiento). Puntos blancos o negros en general.

Incluye los "spikes", "glitches" (pulsos de espiga) y "chirps" (pulsos con cierta estructura) – se reduce con un filtro pasabajas o mejor aún, con el filtro *mediana* (ver más adelante). El modelo matemático es:

$$x_{obs}(t) = x_{in}(t) + A \sum_{n=0}^{N_{glitch}} \delta(t - T_n); \quad \delta(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t = 0 \\ 0 & \text{si } t \neq 0 \end{cases}$$
 (2)

Donde  $T_n$  son valores aleatorios en el dominio de la señal, A es una amplitud con signo y  $\delta(t)$  la función impulso, o *Delta de Dirac*.  $N_{glitch}$  es el número de impulsos presentes y es una medida de la cantidad de ruido impulsivo. Si la señal original tiene N muestras, desaparece por completo cuando  $N_{glitch} = N$ .

**Ejercicio:** Escriba el equivalente para una imagen 2D:  $I_{obs}(x, y)$ .

**Nota:** En 2D el impulso (función  $\delta(\cdot)$ ) puede corresponder al perfil unidimensional en casi cualquier dirección de "pelos" en 2D (quizás con ramificaciones) o puntas, de modo que estos artefactos pueden estar presentes en una imagen y ser modelados y tratados como ruido impulsivo.

En la práctica, en vez de una amplitud constante A, se consideran amplitudes variables  $A_n$ , una por cada impulso, y pueden ser positivas y negativas. Estrictamente, el nombre "sal y pimienta" designa el caso en que cada valor de salida  $(x_{in} + A_n)$  corresponde ya sea al valor máximo (saturación) o al mínimo, en el codominio de la señal o imagen (máximo: blanco o "sal", y mínimo: negro o "pimienta").

# **Ruido Multiplicativo** (a veces "ruido estructurado"<sup>2</sup>):

$$x_{obs}(t) = x_{in}(t) \ \eta(t) \tag{3}$$

El ejemplo clásico es el ruido de "speckle" (motas, pecas o manchas), debido a **interferencia constructiva** (en una imagen: manchas claras) **o destructiva** (ídem, obscuras) de la energía (longitud de onda del orden de la mancha). Presente principalmente en *Percepción Remota* (Radar), *Ecografía* (US), *tomografía foto-acústica* y toda técnica donde el carácter ondulatorio de la energía es importante: reflexiones, superposición, interferencia y otras interacciones. A veces se forman patrones de Moiré o texturas características.

# Distribución Estadística de la Amplitud el Ruido.

Independientemente del modelo y de otros atributos, la distribución de intensidades presentes en una señal puede ayudar a caracterizar ciertas señales y algunos tipos de ruido, permitiendo evaluar la contaminación e inferir información perdida o distorsionada. El ruido *per se* suele caracterizarse por el tipo de *distribución o función de densidad probabilística* (PDF) de las amplitudes presentes; por ejemplo *Gaussiana*, de *Poisson*, de *Rice*, de *Rayleigh*, *uniforme*, etc. Cada una de estas suele estar asociada, a su vez, a ciertos fenómenos físicos distintivos del origen del ruido. Sin embargo, la amplitud por sí sola es insuficiente y suele acompañarse por descripciones

Curso Instrumentación y Señales – CCADET-UNAM 2012

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> El ruido aditivo también puede estar estructurado.

del espectro en frecuencia de la señal; es común por ejemplo el *ruido blanco Gaussiano*, cuya distribución en amplitud es descrita por una PDF Gaussiana y un espectro de *ruido blanco*, tal como se describe a continuación. La manera empírica de describir una PDF en (A) amplitud o (B) en frecuencia es mediante (A) histogramas de la amplitud o (B) el espectro en frecuencia, ambos de la señal o el ruido. La <u>Figura 1</u> ilustra un ruido cuyas <u>amplitudes</u> siguen una distribución Gaussiana.

# Caracterización de Señales Mediante el Espectro de Densidad en Potencia (PSD) (f = frecuencia en Hertz)

En lo que sigue, se habla de características tanto del ruido como de una señal (entendiendo a esta como información estructurada o no, y de cualquier dimensionalidad o formato). Es común que se hable de "espectro del ruido", etc., como si el ruido existiera por separado, pero como hemos visto, el concepto de ruido es relativo y de todos modos se tienen señal y ruido integrados (además de otras distorsiones posibles). Seguiremos la convención de muchos textos, hablando de modelos del ruido, espectro del ruido, filtrado del ruido (aunque puede ser filtrado de alguna señal específica), etc., pero muchas características se deben entender de forma más general, como características de cualquier señal; esta generalización es útil no sólo para separar o analizar ruido, sino para separar dos señales (ambas de interés), compararlas, analizarlas, estudiar detalles, etc. Existe de hecho la disciplina de señales estocásticas y todas las herramientas probabilísticas y estadísticas, que tratan la información mediante variables estocásticas, funciones de densidad probabilística, etc., que son aplicables tanto a ruido como a señales que en principio son determinísticas.

En circuitos eléctricos pero también en otro tipo de señales y en imágenes, el ruido (o una señal, en general), se describe en términos de su *densidad de potencia espectral*, a veces llamada simplemente "espectro", pues mide la distribución o contenido (concretamente amplitud) del ruido o señal por unidad de frecuencia. En el caso de un voltaje se mide en Volts<sup>2</sup>seg/radianes o bien, en Volts<sup>2</sup>/Hz. (potencia por radian o Hz.), y suele graficarse en decibeles como log  $S(\omega)$  vs. log  $\omega$  (o también, log S(f) vs. log f), con  $S(\omega)$  definida por el cuadrado de la magnitud de la transformada de Fourier de la señal. Si dicha señal está dada por x(t), entonces:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \right|^2 = \frac{1}{2\pi} X(\omega) X^*(\omega)$$
 (4)

**Nota:** En la literatura de ingeniería eléctrica y señales la densidad de potencia espectral suele definirse más bien en términos de la *auto-covariancia* de x(t).

Para muestras discretas (lo común en instrumentación moderna), la *densidad de potencia* espectral (en adelante *PSD*, por *power spectral density*) se generaliza a series de tiempo finitas  $x_n$  con  $1 \le n \le N$  (total de muestras) como señal muestreada a intervalos discretos  $x_n = x(n\Delta t)$  en un período de medición neto  $T = N\Delta t$  y período de muestreo  $\Delta t$ :

$$PSD(\omega) \approx \frac{(\Delta t)^2}{T} \left| \sum_{n=1}^{N} x_n e^{-i\omega n} \right|^2$$
 (5)

El promedio de varias mediciones de este tipo se denomina *periodograma* y converge a la PSD teórica para  $T \to \infty$ .

**Nota:** En inglés se usan varios términos para referirse a la PSD, sea S(f) o  $S(\omega)$ : power spectrum, spectral density, spectral density function o energy spectral density (ESD), aunque existen ciertas diferencias. No confundir con PDF ni con PSF.

- **Ruido de espectro "Gaussiano".** Una forma de la S(ω) para modelar ruido es el **Espectro de densidad espectral con distribución Gaussiana** (distribución espectral normal); autocorrelación =  $0^{(3)}$ . Para evitar confusiones, el término "ruido Gaussiano" se ha reservado a la **distribución en amplitud** con una PDF (función de densidad probabilística) normal. Otras PDFs como la de Poisson o la de Raleygh pueden modelar la PSD y debe tenerse cuidado en no confundir con la PDF de la amplitud, que puede ser muy diferente.
- Color (del ruido). Se refiere a la predominancia de una región espectral, o combinaciones de bandas, por analogía al color característico de una zona relativa del espectro visible (v. g., parte intermedia o en cada extremo). En muchas aplicaciones es relativo a una banda de interés en señales electrónicas, de audio, de intensidad luminosa, etc. En señales multicanal, puede existir una densidad

<sup>(3)</sup> La autocorrelación de una señal x(t) se define como  $R(\tau) = \frac{E[(x(t) - \mu_x)(x(t+\tau) - \mu_x)]}{\sigma_{\tau}^2}$ 

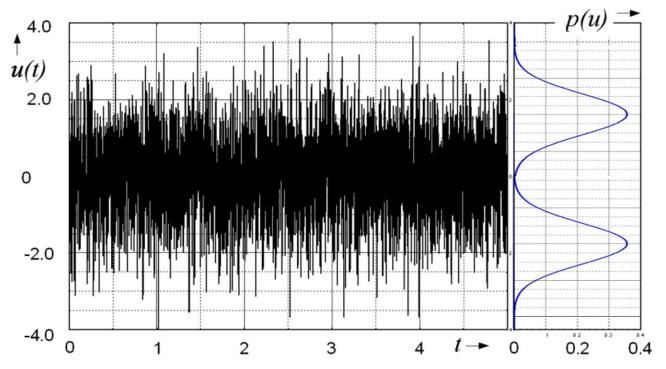
espectral diferente por cada canal. Notar que en una imagen en color, el canal rojo podría contener "ruido azul" o "verde", pero usualmente se refieren a variaciones en frecuencia espacial. Un "color compuesto" es la combinación de dos o más bandas espectrales de "colores primarios".

- o **Blanco** (distribución uniforme en banda predefinida) "1/f<sup>0</sup>" indica que la densidad espectral es ∞1 (constante). Autocorrelación ≈ 0. El ruido blanco es comúnmente conocido también como <u>estática</u> y un ejemplo notable es el ruido de fondo *CMB* o *CMBR* (*Cosmic Microwave Background Radiation*), que se considera efecto residual del *Big Bang*. El **ruido blanco Gaussiano** se refiere a un ruido con espectro de frecuencia (o de potencia espectral) uniforme y amplitud con distribución Gaussiana. Las <u>Figuras 1</u> y 2 muestran ejemplos. La derivada de un ruido *Browniano* es un ruido blanco.
- o *Browniano* o *café* densidad espectral (PSD) ∝ 1/f ², este ruido presenta una máxima autocorrelación, al aumentar la frecuencia, con un decremento de −6 dB por octava. "Caminata aleatoria" = movimiento browniano. La derivada de ruido Browniano es ruido blanco. El movimiento Browniano de una partícula, descubierto por Einstein, se debe a colisiones aleatorias y permite modelar fenómenos de difusión y agregación, en distintas disciplinas. Este ruido, en términos de color, también se denomina *ruido café* ("brown" es una coincidencia). Se ilustra la forma de la PSD en la <u>Figura 3</u> y en la <u>Figura 5</u>. La integral de un ruido blanco es un ruido *Browniano*.
- o *Rojo* (bajas frecuencias; relativo a señal de referencia: deriva). Se considera sinónimo del ruido Browniano o inclusive del ruido rosa.
- o *Azul* ("altas frecuencias"; relativo a señal de referencia, fluctuaciones, pulsos de espiga (*glitches*, *spikes*). Densidad en potencia aumenta 3 dB por octava (∝ f).
- o *Fraccionario* (integral fraccionaria de un ruido blanco, o derivada fraccionaria de un ruido *Browniano*), con densidad espectral  $\propto 1/f$ , o más en general: PSD  $\propto 1/f^{\beta}$ . Cuando  $\beta=1$ , el ruido se denomina *flicker*, o ruido *Rosa* (ver abajo). Es un modelo presente en señales y ruido de origen fisiológico, pero también se ha visto que, aunque en menor grado que el ruido rosa o 1/f, modela una enorme gama de

señales y fenómenos naturales y de origen humano, como la música. Los modelos de relieves montañosos, nubes y perfile costeños recurren a modelos  $1/f^{\beta}$ , con  $\beta < 1$ .

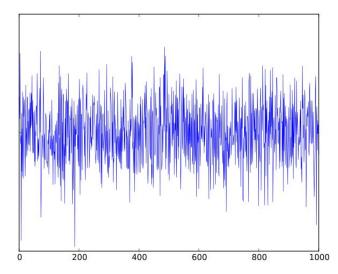
- o Rosa ("blanco + rojo"), parecido a browniano, perceptualmente (audio) igual al blanco. Decremento de −3 dB por octava (cada vez que se duplica la frecuencia), densidad espectral ∞ 1/f. Notar que hay un alto contenido de ruido en frecuencias bajas. Este ruido también es conocido como ruido "1/f", ruido de centelleo o de parpadeo (flicker). Se ha observado que las señales con este tipo de densidad espectral con mucha frecuencia provienen de fenómenos naturales y en la actividad humana aparece como característica de la música, imágenes artísticas, señales vitales, las fluctuaciones en la economía, conversaciones, textos literarios, etc.
- o **Púrpura** (o **violeta**). La función de densidad en potencia espectral aumenta 6 dB por octava ( $\propto$  f<sup>2</sup>). Se puede obtener como derivada de un ruido blanco.
- Hay ruidos de otros "colores": gris, naranja, verde y hasta "negro".

**Nota:** Es claro que no sólo el ruido sino también una señal de interés puede caracterizarse por los "colores" predominantes de su espectro de frecuencias. Ciertos procesamientos o fenómenos externos al observador, tal como el *corrimiento Doppler* (fuente de la señal alejándose o acercándose al observador) alteran el contenido espectral; es de aquí el conocido "corrimiento hacia el rojo" o "hacia el azul", en imágenes de ultrasonido Doppler, en señales de radar, en imágenes astronómicas o en señales de radioastronomía.



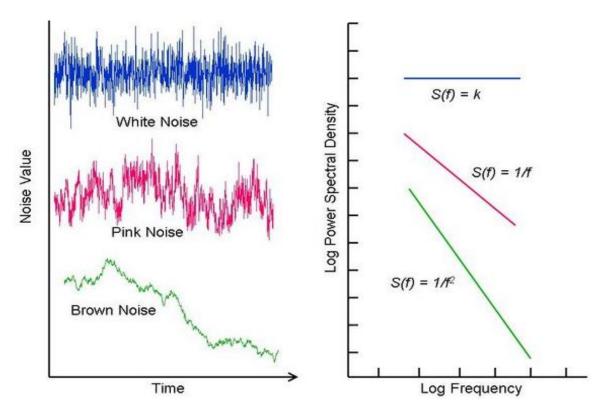
**Figura 1.** Ruido "Gaussiano": la distribución de amplitudes (fluctuaciones sobre el promedio que aquí es cero) sigue una distribución Gaussiana (en amplitud positiva y en negativa), como se ve a la derecha: la desviacion estándar respecto la media 0 es la sigma de la PDF. En este caso la media absoluta es cero, pero las modas son aproximadamente ±1.8. Si la PDF fuera uniforme, el ruido sería "Blanco" en amplitud y no habría amplitud predominante.

♣ Ejercicio: ¿Puede una señal determinista. sin ruido, tener una función de densidad espectral (PSD) que resulte ser (aproximada o exactamente) una Gaussiana? ¿de forma  $\propto 1/f$ , ó  $\propto 1/f^2$ , ó  $\propto f$ ? ¿de ruido blanco? Recuerde que <u>casi</u> siempre es posible cambiar una imagen B/N con cierta riqueza en intensidades y formas para que tenga un histograma casi arbitrario, mediante una función de transferencia en niveles de gris ¿es posible hacer algo parecido con su espectro, es decir su distribución de frecuencias, sin que cambie demasiado la imagen original?

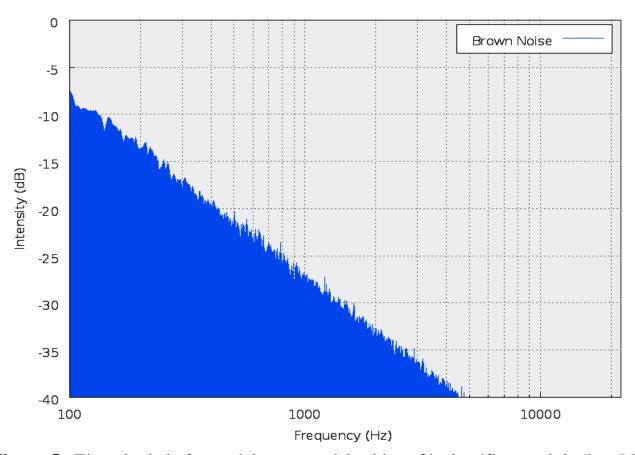


**Figura 2a.** Señal de ruido blanco puro. Dos picos adyacentes no se relacionan, sus valores son aleatorios.

**Figura 2b.** Imagen B/N de ruido blanco. Un perfil de la intensidad a lo largo de una línea cualquiera de la imagen presenta una variación semejante al de la Figura 2a.



**Figura 3.** (*Izquierda*) ejemplos de señales (o ruido) con PSD uniforme o "Blanco" (en azul), con PSD de frecuencia  $\sim 1/f$  o "Rosa" (en rojo), y con PSD  $\sim 1/f^2$  o "Café" (abajo, en verde). (*Derecha*) Respectivas curvas de PSD en escalas log-log.



**Figura 5.** Ejemplo de la forma del espectro del ruido café; el gráfico es el de ( $\log PSD$ ) vs. ( $\log f$ ), en dB y en Hz, respectivamente; la pendiente es de -6 dB/octava (en este gráfico aparecen *décadas*). La forma de la curva es  $\log PSD \propto \log(1/f^2) = -2\log f$ .

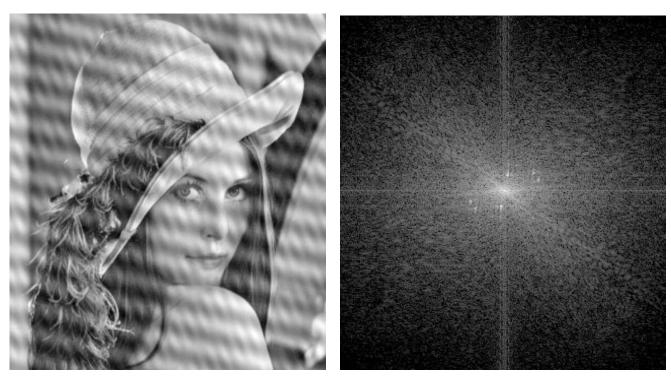
El <u>ruido aditivo</u> puede a veces ser de tipo *estructurado*, cuando tiene un origen determinístico y un espectro de Fourier consistente de impulsos (y entonces se puede describir como *ruido impulsivo en dominio espectral*):

$$\mathcal{F}[x_{obs}(t)] = \mathcal{F}[x_{in}(t)] + \sum_{n=0}^{N_{glitch}} (\pm) A_n \delta(\omega - \omega_n) e^{j\phi_n}$$
(6)

▶ Recordar que cada pareja de impulsos en el dominio de frecuencia corresponde a una onda sinusoidal en el dominio temporal, de frecuencia  $\omega_n$  y fase  $\phi_n$ . Aquí los valores de amplitud,  $N_{gitch}$  las frecuencias y fases son aleatorias., aunque pueden estar determinadas por algún proceso no controlado (fuente de ruido estructurado).

Notar la semejanza con el equivalente en dominio temporal (ecuación (2)). En la práctica los impulsos son picos de ancho de banda finita; debido a la facilidad de identificar las componentes sinusoidales, este es el ruido más

fácil de filtrar, mediante ventanas que atenúan cada impulso. El filtrado es casi perfecto si la señal original tiene poca energía en las frecuencias afectadas. La <u>Figura 6</u> muestra un ejemplo en el caso 2D, con tres parejas de impulsos  $\pm \delta (\omega_x - \omega_{xn}, \omega_y - \omega_{yn})$ , n=1,2,3 y fases 0, contaminando el espectro. Este ruido es común en cristalografía y en sistemas analógicos de telecomunicaciones.



**Figura 6.** Imagen con ruido estructurado aditivo. A la derecha se muestra el espectro de Fourier; los impulsos de bajas y medias frecuencias aparecen cerca de (0,0). Al atenuar esos picos, se atenúan las ondas sinusoidales de la imagen original.

### \*Ruido correlacionado con la señal. Por ejemplo ruido de la forma

$$\eta(t) = g(x_{in}(t - t_{delay})) + \eta'(t)$$
 (7)

# ♣Ruido en la Fase (jitter):

$$x_{obs}(t) = x_{in}(t + \eta(t)) \tag{8}$$

Hay dos formas generales en que se presentan fluctuaciones en la fase de una señal x(t): si en t=0 (inicio de la medición de la señal),  $\eta(0) \neq 0$ , y luego,

para t > 0,  $\eta(t) = 0$ , entonces cada medición de la señal tendrá un corrimiento inicial, aleatorio, que altera, limita o imposibilita el <u>promedio coherente</u>. Un problema asociado son los errores de sincronización. Una solución en ambos casos es (re)sincronizar o "alinear" la señal, usando como referencia rasgos robustos (picos, escalones etc.). Si  $\eta(t)$  es arbitrario para toda t, los rasgos de la señal sufrirán una distorsión de corrimiento respecto al caso ideal de  $\eta(t)=0$  y los eventos aparecerán "desalineados", aún si las señales ocupan un mismo intervalo  $[\tau_n, T+\tau_n]$ , siendo T la duración de la señal y  $\tau_n$  el momento de cada observación (señal medida).

Un ejemplo, con jitter  $\eta(t)$  pequeño, es el ritmo cardiaco; el complejo PQRST en un cardiograma es ligeramente diferente cada vez y el período (pulso) fluctúa ligeramente alrededor del valor medio.  $\clubsuit$  Una forma de entender y manejar estas señales denominadas *casi-periódicas* (*almost periodic*) y otras (distintas, al menos en Matemáticas) llamadas *cuasiperiódicas* (*quasiperiodic*) es mediante modelos no lineales; algunos basados en la *Teoría del Caos*. La <u>Figura 7</u> muestra un ejemplo típico, bajo la forma de error de sincronización.



**Figura 7.** Dos ejemplos de error de sincronización sistemática en el barrido horizontal (caso particular del ruido de jitter en que se vería además una distorsión horizontal). Este problema era típico en la TV analógica y hasta los años 90's existían perillas para que el usuario mismo re-sincronizara la señal. Hoy es automática.



**Figura 8.** Ejemplos de error de sincronización aleatoria (corrimiento de fase en cada línea) en el barrido horizontal. Este tipo de error también puede deberse a una pérdida de pixeles o introducción de pixeles falsos, en cada inicio durante una transmisión y decodificación. También puede producirse a tazas de barrido demasiado elevadas para el circuito de despliegue o problemas de diseño o de software.



**Figura 9.** (Izquierda) *jitter* uniforme con *auto-interferencia* de señal, en forma de "fantasma". (Derecha) Una degradación distinta, sin relación con la sincronía, es la interferencia cruzada, por ejemplo entre dos canales, señales o fuentes. En televisión el fantasma puede aparecer de forma intermitente junto con otros artefactos y ruidos.

### \*Ruido o Distorsión en Dominio.

En ciertas situaciones puede ser útil un modelo de fluctuación de la forma:

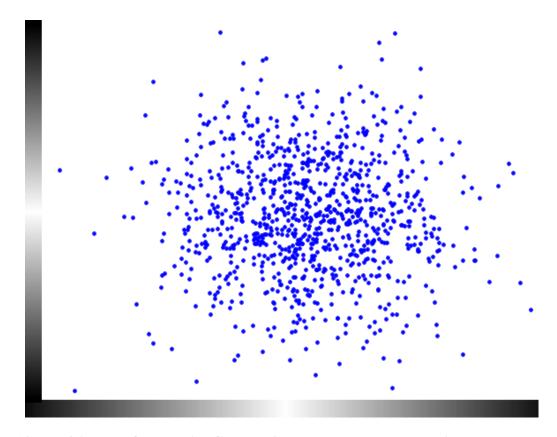
$$x_{obs}(t) = x_{in}(\eta_1(t) \cdot t + \eta_2(t)) \tag{9}$$

En este modelo, aunque las amplitudes de picos y valles individuales se conservan, los rasgos de la señal sufren estiramientos y contracciones y estrechamientos (*stretching*) locales, en el dominio *t*. Las causas abarcan defectos del sensor, retardos en los canales de transmisión/recepción ("*Tx/Rx*"), componentes de retroalimentación positiva, o bien, son provocados por el medio: en imágenes astronómicas el origen son perturbaciones astronómicas, del medio interestelar, o por lentes gravitacionales; en imágenes subacuáticas por turbulencia y cambios de índices de refracción y en imágenes terrestres y aéreas, por gradientes de temperatura (como en los espejismos), humedad, presión y polución. Ver también *Ruido* y *Fluctuaciones Morfológicas*.

Fin§ ►Indice

# \*Distribución Temporal o Espacial del Ruido.

Independientemente de su amplitud o espectro de frecuencia, una fluctuación, un glitch o pulso de espiga individual (ver ruido impulsivo), o cualquier perturbación (un tren de ondas, un error o defecto de un captor o el pixel de un despliegue, o un evento de duración finita en una señal temporal, por ejemplo) puede aparecer de forma aleatoria o seguir alguna forma de densidad o distribución, sea temporal o espacial, como un tercer elemento, además de amplitud y espectro; juntos contribuyen a la energía y potencia del ruido en relación a las de la señal. Si en una imagen tales eventos ocurren principalmente en el centro y son raros en la periferia, una PDF bidimensional como la Gaussiana puede describir tal distribución, como en el ejemplo de la Figura 10. Tales distribuciones pueden ayudar a caracterizar un fenómeno físico en particular o modelar una señal o evento estocástico.



**Figura** 10. Ruido en forma de fluctuaciones con centro en los puntos azules; su distribución es en este caso de tipo Normal (aproximadamente isotrópica, o sea *radial*), con media en el centro de la imagen y una sigma de alrededor de un octavo del ancho del dominio. Las bandas en escala de gris indican la densidad de puntos en cada eje.

Fin§ ►Indice

### 3. Medidas de Calidad de una Señal con Ruido.

# Razón o Tasa Señal a Ruido (SNR: Signal-to-Noise-Ratio).

La Raz'on  $Se\~nal$  a Ruido (SNR) es una medida de cuánto ha corrompido el ruido  $\eta(t)$  a una señal x(t). Permite evaluar la información de una señal, en particular la presencia o ausencia de eventos (v. g., picos o transiciones) que pueden confundirse con artefactos o ruido. Si en vez de ruido se tiene una segunda señal, el mismo cociente  $(\sin denominarlo SNR)$  pues la 2a. señal no es exactamente ruido) sigue sirviendo como indicador del grado de contaminación entre ambas señales, o de diferencia o de similitud siendo una la de mayor interés o de referencia.

Dados los valores de potencia (o sea los valores  $RMS^{(4)}$  al cuadrado de las amplitudes de la señal x(t), y del ruido  $\eta(t)$ ), la SNR se define (en escalas logarítmicas) como el **cociente entre la potencia de la señal y la potencia del ruido**; o en términos de las amplitudes RMS:

$$SNR_{dB} = 10\log_{10}\left[\frac{x_{rms}^2}{\eta_{rms}^2}\right] = 20\log_{10}\left[\frac{x_{rms}}{\eta_{rms}}\right] \quad \text{(en decibeles)} \quad (10)$$

o también, *dos veces* la *diferencia entre los logaritmos de las amplitudes*, medidas en decibeles. Una tasa menor a 1:1 indica más ruido que señal. En general, como los valores *RMS* esta definición <u>se limita a la banda de frecuencias de interés</u>. También *SNR* se define a veces en escala lineal (sobre todo al relacionado con conteo de eventos) y el ruido *RMS* corresponde a la desviación estándar de la señal (o sea, el promedio de diferencias cuadráticas respecto al valor *RMS* de una señal x(t) –ver abajo). Recordemos que el valor *RMS* en el intervalo  $[T_1, T_2]$  se define (señal continua, integrable) como:

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Root Mean Square, o sea el promedio cuadrático (a veces llamado suma en cuadratura).

$$x_{RMS} = \left[ \frac{1}{(T_2 - T_1)} \int_{T_1}^{T_2} x^2(t) dt \right]^{1/2}$$
(11)

y en el caso de muestras discretas  $\{x_n\}$ , con n=1,...,N:

$$x_{RMS} = \sqrt{\overline{x(t)^2}} = \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} x_n^2\right)^{1/2}$$
 (12)

A veces, la gama o <u>intervalo dinámico</u> (*dynamic range* o *DR*) de una señal x(t), se define en términos no del nivel base (por omisión 0), sino del nivel de ruido  $\eta_{RMS}$ , debido a que pierde sentido una medición donde la señal es del orden de  $\eta$ :  $DR = x_{max}/\eta_{RMS}$ . No confundir con el intervalo de variación [ $x_{min}$ ,  $x_{max}$ ] o su cardinalidad  $x_{max} - x_{min}$ .

Una definición alternativa de la *SNR*, en escala lineal, es el recíproco de *CV* (coeficiente de variación = desviación estándar entre la media), conocido también como *Tasa Señal a Ruido*:

$$SNR_{CV} = \frac{\mu_x}{\sigma_x} \tag{13}$$

En el caso del número de fotones y en general partículas detectadas (contadas o recolectadas) por un instrumento, el *SNR* está dado por:

$$SNR = \frac{N}{\sqrt{N}} = \sqrt{N} \tag{14}$$

siendo N el promedio  $\mu$  de partículas detectadas y  $\sigma = \sqrt{N}$ ; el proceso puede ser modelado por una distribución de Poisson.

**Nota:** en una señal o imagen la SNR puede variar, y ser mayor en ciertas zonas. Un ejemplo es la <u>Figura 10</u>, donde el centro presenta una mayor densidad de fluctuaciones y por ende, un valor menor de SNR.

**Ejercicio:** ¿Cuál es la *SNR* de una imagen con ruido impulsivo, si hay  $M \times N$  pixeles y  $L_{glitch}$  pulsos como en la ecuación (2), pero en 2D?

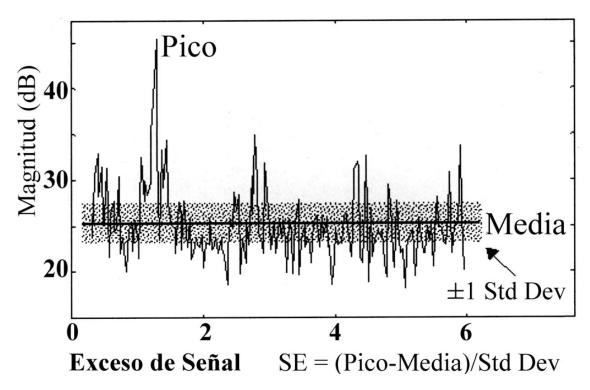
### Exceso de Señal.

Otra medida comparativa es el *Exceso de Señal* (*Signal Excess*, o *SE*). Permite distinguir rasgos (picos y valles) por encima del nivel de ruido, caracterizado por la desviación estándar de la señal x(t):

$$SE = \frac{PeakValue - Mean}{Std.dev.} = \frac{x_{\text{max}} - \overline{x}}{\sigma_x}$$
 (15)

La <u>Figura 11</u> ilustra el concepto del *SE*; la franja sombreada tiene el ancho neto de casi dos desviaciones estándar. Para que una señal sea significativa, debe sobresalir de dicha franja (el exceso); un criterio común es que *SE* sea de al menos una desviación estándar adicional.

**Nota**: SE suele medirse en "desviaciones estándar" (en muchos ámbitos se habla de "sigmas") y un pico se considera significativo cuando su SE es como mínimo dos desviaciones estándar (ó  $2\sigma$ ) en el caso de ruido con distribución Gaussiana.



**Figura 11.** El exceso de señal de un pico es la proporción en que su altura rebasa la altura que alcanza la desviación estándar de la señal respecto a la media.

# \* Factor de Ruido y Cifra o Figura de Ruido (Noise Figure)

El factor de ruido (F) y la cifra de ruido (NF) (noise figure) son medidas de degradación del SNR, causada por componentes en una cadena de señales.

La magnitud del ruido generado por un dispositivo electrónico, óptico, etc., por ejemplo un amplificador o un filtro, se puede expresar mediante el denominado *factor del ruido* (F), que es el resultado de dividir la relación señal/ruido en la entrada (S/R)<sub>in</sub> por la relación señal/ruido en la salida (S/R)<sub>out</sub>, cuando los valores del señal y el ruido se expresan en número simples:

$$F = \frac{\left(S/R\right)_{in}}{\left(S/R\right)_{out}} \tag{16}$$

F mide por tanto la degradación del cociente señal a ruido provocada por el dispositivo, en particular cuando el ruido térmico en su entrada es el que corresponde a la temperatura ambiente (unos 290 Kelvin).

Por otro lado, con los valores de relación señal/ruido suelen expresarse en forma logarítmica, normalmente en decibeles (también decibelios) [dB], el factor del ruido en dB será, por lo tanto, la diferencia entre las relaciones S/R en la entrada y en la salida del elemento bajo esta prueba:

$$NF[dB] = 10\log(F) = 10\log\left(\frac{SNR_{in}}{SNR_{out}}\right) = SNR_{in}[dB] - SNR_{out}[dB]$$
 (17)

El factor del ruido se expresa en decibeles y se llama **figura del ruido** *NF*.

El factor del ruido es un parámetro importante en los sistemas de transmisión, ya que mientras el ruido externo nunca se podrá eliminar totalmente, la reducción del ruido generado por los equipos dependen de su diseño.

Cuando la terminal de entrada del dispositivo en cuestión no se encuentra a la temperatura ambiente, una corrección al factor de ruido relaciona F con la temperatura  $T_{\varepsilon}$  del dispositivo. Es posible demostrar que entonces:

$$F = 1 + \frac{T_{\varepsilon}}{T_0} \tag{18}$$

**Nota:** hay muchas otras medidas, estándares técnicos, factores y "cifras" (*figures*) para medir la calidad de una señal, tanto analógica como discreta, de acuerdo a la aplicación y el tipo de ruido; algunas son especiales para video, telecomunicaciones, acústica, etc.

- ♣Nota: Hay parámetros de fenómenos que dan lugar a diversas medidas asociadas al ruido. Aparte de la ya examinadas, tenemos por ejemplo:
  - PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio),
  - SQNR (Signal to Quantization-Noise Ratio), ver adelante,
  - SINAD (Signal-to-Noise And Distortion Ratio),
  - SNIR (Signal-to-Noise plus Interference),
  - SII (Signal-to-Interference Ratio),
  - NET (Noise-Equivalent Temperature),
  - NEP (*Noise-Equivalent Power*),
  - THD (Total Harmonic Distorsion),
  - ENOB (Effective Number of Bits),
  - MER (*Modulation Error Ratio*),
  - CNR (Carrier-to-Noise Ratio),
  - CNR (Carrier-to-Noise Ratio),
  - ClkT o CRND (Carrier-to-Receiver Noise Density),
  - EVM (Error Vector Magnitude),
  - PEVQ (Perceptual Evaluation of Video Quality),
  - MTIE (Maximum Time Interval Error),
  - ISI (Intersymbol Interference),
  - Eb/NO (Energy per bit to Noise Density),

• Es/NO (Energy per symbol to Noise Density),

- BER (Bit Error Rate),
- G-R Noise (Generation-Recombination noise),
- EINT (*Effective Input Noise Temperature*),
- FPN (Fixed Pattern Noise)
- OSNR (Optical Signal to Noise Ratio)
- ETC.

Fin§ ►Indice

# 4. Tipos de Ruido por su Origen Físico.

### Ruido Cuántico

También conocido como ruido de disparo (shot noise):

- En circuitos eléctricos, es un ruido electromagnético no correlacionado, también llamado ruido de transistor, producido por la llegada aleatoria de componentes portadores (electrones y agujeros) en el elemento de salida de un dispositivo, como un diodo, un transistor (de *efecto de campo* o *bipolar*) o un tubo de vacío. El ruido de disparo está yuxtapuesto a cualquier ruido presente, y se puede demostrar que es aditivo respecto al ruido térmico y a él mismo.
- En sistemas fotónicos y de imagenología, se denomina *ruido fotónico* (*photon noise*); proviene de fluctuaciones estadísticas cuánticas por ejemplo en las regiones más luminosas de un sensor de imagen. (ver <u>Figura 12</u>) Consiste en cambios en el número de fotones detectados para un cierto nivel de exposición. Su distribución sigue una ley de Poisson, no muy diferente a una Gaussiana. Existe también un ruido de *corriente de fuga*, para las regiones obscuras dando lugar al *ruido de disparo de corriente obscura*. Si no se filtran adecuadamente, mediante substracción de la imagen correspondiente sin exposición (cegando al sensor), se produce el ruido de <u>sal y pimienta</u>. El *SNR* del ruido cuántico está dado por la ecuación (14). Como estos ruidos dependen a veces de la temperatura, una solución en tales casos son las cámaras enfriadas (usualmente con nitrógeno a –196°C), cuando hay muy poca iluminación y el captor debe ser muy sensible.



**Figura 12**. Ejemplo de *ruido fotónico* en una fotografía en color bajo condiciones de muy baja iluminación. Intencionalmente se aumentó el brillo y contraste en esta figura para poder apreciar señal y ruido. La distribución es Poissoniana.

### Estática (ruido de)

Usualmente es ruido blanco, de baja intensidad, debido principalmente al ruido cósmico de fondo o *Cosmic Microwave Background Radiation* (CMBR), cuyo origen podría ser el *Big Bang*, pero incluye los rayos cósmicos por diversas fuentes y otras locales: rayos, electricidad estática, motores, líneas de transmisión, y ionización cercana. Las tormentas solares ionizan partículas de la estratósfera, perturban el campo EM de la Tierra y todo esto afecta las telecomunicaciones. La <u>Figura 13</u> muestra un ejemplo visual muy conocido. Al utilizar amplitud, fase o frecuencia modulada en las telecomunicaciones, es posible evitarlo al sintonizar y amplificar sólo señales que modulan una *portadora*.



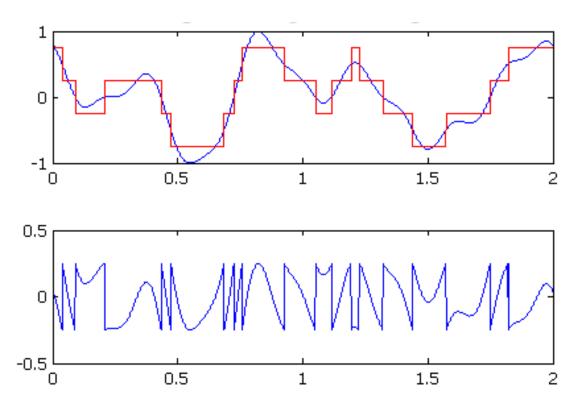
**Figura 13**. En los televisores con receptor analógico (con antena) era posible visualizar el ruido de estática. Comparar con la imagen "en blanco" (sin señal) con ruido blanco de la Figura 2b. El audio en la señal también es afectado (ruido de "siseo").

## Ruido (o más bien Error) de Cuantización

También, *q*-noise en inglés; no es un ruido aleatorio sino un error sistemático debido a la cuantización de niveles de intensidad a un número discreto de niveles de gris. No debe confundirse con ruido cuántico, aunque sí puede relacionarse con el error entre modelos continuos, pero que físicamente son discretos (notar el carácter dual con la 1ª. definición, que supone una señal continua, medida de forma discreta). Se habla de *ruido de cuantización* como un **modelo del error de cuantización**, que es un error de redondeo entre la entrada analógica al *convertidor analógico digital* (*ADC*, o *A/D*) y en general es un ruido no lineal y puede o no depender de la señal. Su distribución es uniforme en un *ADC* ideal y la *Tasa Señal a Ruido de Cuantización* (*SQNR*) está dado por:

$$SQNR = 20\log_{10}(2^{Q}) \approx 6.02 \cdot Q \, dB$$
 (19)

donde Q es el número de bits de cuantización (típicamente 8 en una imagen en niveles de gris). La <u>Figura 14</u> muestra un ejemplo de *error de cuantización* para una señal muestreada (cuantizada) en su atributo.



**Figura 14.** Ruido o error de cuantización para un convertidor analógico digital (A/D, o ADC) de dos bits, operando a una taza de muestreo infinita (sin discretización temporal). Arriba se muestran las señales azul (original) y roja (la señal cuantizada producida por el convertidor A/D); abajo se muestra la diferencia; o sea el error de cuantización, que es "sumado" como ruido a la señal original. Con una discretización finita (o sea en el dominio), sin submuestreo, el error no es realmente mayor, pero sí más complejo.

### Ruido Térmico en circuitos eléctricos

El ruido térmico, también conocido como *ruido de Johnson-Nyquist*, se manifiesta como fluctuaciones en el voltaje; si consideramos el voltaje a través de una resistencia R, a una temperatura T, y para un ancho de banda (frecuencias)  $\Delta f$  en Hertz, tenemos:

$$\eta_V = \sqrt{4k_B T R \Delta f} \tag{20}$$

con  $k_B$  la constante de Boltzmann (1.38×10<sup>-23</sup> Joules/Kelvin). La densidad espectral del ruido térmico es ruido blanco (función constante respecto la frecuencia).  $\clubsuit$ En *An Introduction to Scientific Research*, de E. Bright Wilson Jr., Edit. Dover, se expone una deducción de (20).

**Ejercicios:** ¿Cuál es el ruido térmico de la corriente, en el mismo circuito resistivo? ¿Cuál es la potencia de un ruido térmico?

#### Ruido Fotoelectrónico.

Combina al ruido térmico, independiente de la señal y al ruido *fotónico*, que depende de la señal. Un modelo usado para este ruido tiene la forma:

$$x_{obs}(t) = \underbrace{\eta_f(t)\sqrt{x_{in}(t)}}_{ruido\ fot\'onico} + \eta_t(t)$$
(21)

#### **Ecos**

El eco es una señal de las mismas características que la original, pero atenuada y retardada respecto a ella. El efecto nocivo del eco afecta tanto a las conversaciones telefónicas como a las transmisión de datos y es mayor cuanto menos "atenuada" y más "retardada" llega la señal del eco. El eco puede ser *del que habla* y *del que escucha*, según el modo de afectar a los interlocutores. El eco del que escucha es el que más perjudica a las comunicaciones de datos. En una imagen los <u>fantasmas</u> tienen un origen diferente a los ecos acústicos o de señales eléctricas, aunque parece semejante.

Para que las señales del eco reflejadas se reciban con un retardo "apreciable" han de recorrer grandes distancias, por ejemplo, en las comunicaciones intercontinentales o vía satélite. Una solución que se implantaba en los circuitos telefónicos para evitar el eco en estos casos consistía en instalar un elemento denominado "supresor de eco", que era un dispositivo que impedía la transmisión simultánea en ambos sentidos. Evidentemente, era necesario inhibir estos dispositivos cuando se establecían por canales telefónicos

circuitos de datos en modo dúplex mediante módem. Los propios módem inhibían a los supresores de eco emitiendo un tono especial.

### Ruido de intermodulación

Es la energía generada por las sumas y las diferencias creadas por la amplificación de dos o más frecuencias en un amplificador no lineal.

# Ruido de parpadeo

Es una señal o proceso con una frecuencia de espectro que cae constantemente a altas frecuencias con un espectro <u>rosa</u>.

# Ruido a ráfagas

En circuitos eléctricos este ruido consiste en una sucesiones de escalones en transiciones entre dos o más niveles (no gaussianos), del orden de cientos de milivolts, en momentos aleatorios e impredecibles.

#### Ruido de tránsito

Está producido por la agitación a la que se encuentra sometida la corriente de electrones desde que entra hasta que sale del dispositivo, lo que produce una variación aleatoria irregular de la energía con respuesta plana.

# Ruido de Cruce Aparente (crosstalk)

Diafonía o cruce aparente: es ocasionada por las interferencias que producen otros pares de hilos telefónicos próximos (conocida como cruce de líneas o crosstalk). Es un fenómeno mediante el cual una señal que transita por un circuito se induce en otro que discurre paralelo, perturbándolo. Si las señales inducidas se pueden entender, se denomina «diafonía inteligible». Este es un fenómeno muy perjudicial ya que afecta al secreto de las telecomunicaciones. La diafonía próxima se denomina "paradifonía" y la que se observa en el extremo remoto "telediafonía".

Fin§ ►Indice

## 5. Técnicas Elementales de Filtrado/Atenuación de Ruido.

**Nota**: El término "filtrar" suele tener un significado fijado por el contexto; a veces significa "no dejar pasar", excluir, (to filter out) y a veces lo contrario (filtro de agua, filtro de café, hallar una filtración, filtrar a las cucarachas, filtrarse a una fiesta (infiltrarse), etc., o sea to filter in). En ingeniería eléctrica suele precisarse por el efecto en dominio de frecuencia (temporal o espacial): filtro pasa-bajas, pasa-banda, pasa-altas, o rechaza-banda, etc. "Filtrar una señal" suele indicar que se atenúa el ruido que contiene, pero también se dice "filtrar el ruido" para querer decir lo mismo. En este curso no adoptaremos una definición fija y, siguiendo la práctica en ingeniería de señales e imágenes, dejaremos que el contexto o formulación determinen qué significado adquiere el término.

#### En Dominio de Frecuencia:

- *Filtrado*: Se aíslan la o las bandas de frecuencia de interés, atenuando las componentes de la señal con ruido en otras bandas (comúnmente altas frecuencias). Cuando interesa la "textura", o detalles de altas frecuencias, es más difícil distinguirlas del ruido. En muchos casos, las técnicas que consideran la correlación en una señal, permiten distinguir ruido de textura. Este filtrado suele requerir del espectro en frecuencia que se obtiene mediante la transformada de Fourier. En el dominio de frecuencia, un filtrado es una modulación (ventana pasa bajas, pasa altas o pasa banda (caso general)). Una aproximación, en dominio temporal (o espacial, para 2D, 3D) son el promedio y el promedio ponderado.
- Corrimiento en frecuencia: En algunos casos es posible recorrer espectralmente la señal de interés; por ejemplo en el caso del ruido rosa (o 1/f), éste se presenta en las bajas frecuencias, por lo que el corrimiento "mueve" la señal de interés a frecuencias más elevadas. Un ejemplo sencillo es la transmisión de señales de radio mediante modulación en frecuencia. Nota: el método se aplica para evitar que el ruido se mezcle con la señal; al separarlos se facilita su filtrado.

**Ejercicio:** la modulación es un producto ¿puede explicar por qué se habla de "corrimiento" (Hint: *decibeles,... décadas...*)?

**Ejercicio:** En una señal electromagnética es posible entender por qué las altas frecuencias contienen menos ruido y es mejor recorrer en frecuencia una transmisión: es una cuestión de mayor o menor energía; diga cómo, dadas dos frecuencias  $f_1$  y  $f_2$  que caracterizan el centro de bandas del ruido, suponiendo que su potencia es constante a todo lo largo del espectro EM.

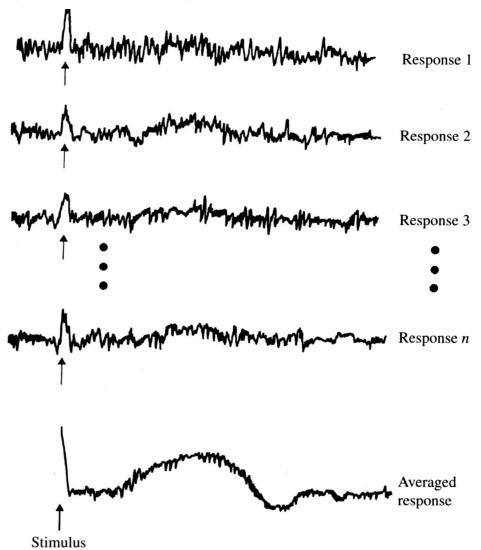
- Codificación y digitalización: La señal se hace más robusta y a veces en extremo inmune al ruido, mediante varios métodos de codificación usados en radiocomunicaciones: aparte de frecuencia modulada y amplitud modulada, existen métodos de modulación de fase y otros que "inmunizan" la señal. En la digitalización, la señal se codifica como un número binario, usando dos valores de voltaje (u otro atributo), por ejemplo 0 y 5 Volts, quedando el ruido muy por debajo de 5 volts; el ruido en fase se filtra al sincronizar las subidas y bajadas y efectuar lecturas sólo en medio del pulso del bit (unidad de dato). Las señales digitales, el uso de redundancia, la verificación de integridad y algoritmos de corrección de errores, son actualmente la opción más eficaz, al grado de ser virtualmente inexistentes los problemas por ruido en el mundo digital.
- Cancelación por filtrado activo. En audio el ruido ambiental puede distinguirse, pero no hay forma eficaz y práctica de aislar perfectamente los oídos con audífonos. Se reduce el ruido por cancelación: se reproduce el ruido ambiente con una fase de 180°, o sea produciendo el negativo del original, el cual se suma con su negativo dando casi cero; un problema es cierta degradación del audio de interés por la misma imposibilidad de aislamiento perfecto al grabar el ruido ambiente para su reproducción en negativo. La técnica se aplica en sistemas mecánicos y cada vez en muchos más.

**Ejercicio**: si la suma "da cero", ¿a dónde va toda la energía acústica que además duplica la del ruido original?

En general, para reducción de ruido, de acuerdo al modelo tenemos:

**Para** <u>Ruido Aditivo</u> (para cualquier distribución en amplitud o de la densidad espectral):

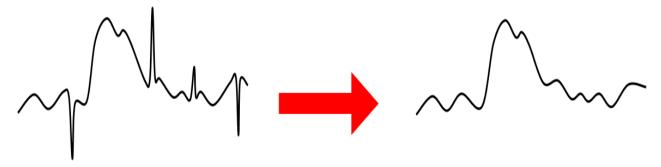
• **Promedio Coherente.** Promedio de N instancias de la señal x(t), obteniendo  $\{x_n(t)\}$ , n=1,...,N, sincronizadas (o coherentes), es decir, alineadas a la misma referencia  $[t_{\text{inicial}}, t_{\text{final}}]$ . La sincronización puede hacerse respecto un evento (usualmente un pico o un escalón) de interés;. La atenuación producida en el ruido es de 1/N y la SNR mejora en un factor de  $\sqrt{N}$ . Un promedio ponderado equivale a convolución, cuando la ventana (núcleo o mascarilla) es simétrica.



**Figura 15.** Técnica de señales promediadas (*promedio coherente*) para mejorar en un factor de  $\sqrt{N}$  la tasa SNR en señales que repetitivas (el ruido no) o siento transitorias, son respuesta a un estímulo conocido. La última señal es el resultado <u>amplificado</u> (la amplitud del ruido es N veces menor y aunque dice "averaged" es quizás la suma, antes de dividir entre N), sobresale el rasgo redondeado poco apreciable en cada observación al ser mayor el ruido.

• Salvo por consideraciones de soporte finito/infinito en cada dominio, una convolución equivale al filtrado en dominio de frecuencia (modulación, o "ventaneo" pasa banda, en general). La condición aproximada (filtrado casi perfecto) es:  $1/N \sum_n \eta_n(t) \approx 0$ . Ver ejemplo en la Figura 15. Si los eventos de interés no se hallan alineados en t, entonces se denomina *promedio incoherente* y los rasgos de interés sufren la misma atenuación que el ruido, haciendo inútil el filtrado. En tal caso es mejor intentar el *promedio de espectros*.

- **Promedios ponderados.** Cada sumando es pre-multiplicado por un factor o peso  $w_n$  que debe normalizarse (digamos a un valor  $w_n$ ') para que  $\Sigma_n^N w_n$ ' = 1. Dicho factor penaliza componentes ya sean dudosas, lejanas a la media no ponderada, o es una medida de confianza en la medición. Pueden combinarse distintos factores de penalización. Un ejemplo clásico es escoger  $w_n = 1/(\varepsilon + \delta_n^2)$ , con  $\delta_n$  las desviaciones individuales respecto al promedio y  $\varepsilon$  un factor de ajuste  $\geq 0$ . **Ejercicio:** establecer criterios para escoger  $\varepsilon$ .
- **Promedio móvil** (o local) **y ponderado** de cada muestra  $x_i(t)$ . Atenuación variable. En un extremo equivale a una convolución, o sea un filtro pasabajas. En el otro, al filtrar bajas frecuencias posibilita una forma de remoción (o substracción) de fondo.
- *Filtro mediana* (óptimo para <u>ruido impulsivo</u>, menos robusto para gaussiano y también óptimo para <u>ruido de sal y pimienta</u>). En general, la "relajación" estadística permite asociar el valor dominante de los vecinos a los puntos cuyo atributo se aleja de dicho valor dominante (tales puntos se denominan *outliers*). La <u>Figura 16</u> muestra un ejemplo de filtrado local de ruido impulsivo.
- Ver el tema de *Filtrado*, para métodos en dominio espectral: la convolución, cuando los espectros de n(t) y de x(t) no se traslapan ("ventana"). Posible atenuación máxima. Útil en ruido Gaussiano y de diversas distribuciones (excepto en binario).



**Figura 16.** Filtro mediana en una dimensión. (*Izquierda*) Señal con ruido impulsivo o casi impulsivo ("glitches", "spikes" o pulsos de espiga). (*Derecha*) misma señal tras aplicar un filtro mediana local, en una vecindad de  $\pm 3$  muestras (siete, en total).



**Figura 17.** Filtro mediana en dos dimensiones. (*Izquierda*) Imagen "Lena" con ruido "sal y pimienta", tanto puntual como lineal ("pelos"). (*Derecha*) Misma imagen tras aplicar un filtro mediana en color, de radio igual a dos pixeles (aproximadamente una ventana de  $4\times4$ ). El filtro puede reiterarse sin degradar la imagen y es posible eliminar el ruido restante, pero también algunos detalles del mismo tamaño. Es importante que la distribución sea simétrica y de media L/2, que en una imagen de L=256 valores es 128.

# Para Ruido Multiplicativo:

• Filtrado *homomórfico*, donde se tiene:

$$Log x_{obs}(t) = Log (x_{in}(t) n(t)) = Log x_{in}(t) + Log n(t)$$
 (22)

Como en un <u>ruido de tipo aditivo</u>, se promedian N instancias de señales (observaciones) con ruido: {Log  $x_{obs}^{j}(t)$ }, con j = 0,..., N-1.

- Cambiar geometría del sistema de adquisición para reducir o alterar el ruido estructurado y acoplamientos capacitivos con la señal  $x_{in}(t)$  o con la línea de alimentación (60 Hz).
- Speckle: atenuación con filtrado Gaussiano. Cambiar la geometría del sistema para reducir correlación con señal y promediar imágenes con dichos cambios (los objetos de interés no deben cambiar).

Para atenuar el **ruido o distorsión en dominio**, ver *Ruido y Fluctuaciones Morfológicas* 

Fin§ ►Indice

# ♣ 6. Notas Especiales.

## **0. Mitos sobre el ruido.** Es común creer que:

- (A) "la amplitud del ruido es menor que la de la señal";
- (B) "el ruido son las altas frecuencias";
- (C) "basta con restar el ruido cuando es aditivo";
- (D) "el ruido siempre es aleatorio";
- (E) "el ruido no contiene ninguna información".
- (A) Es falso, la <u>SNR</u> justo mide la taza señal a ruido, puede ser menor a 1 y es posible que, al contrario, una señal de interés se encuentre "ahogada" por un ruido de mayor amplitud, o contaminada con <u>pulsos</u> que saturan la medición. Procesar varias adquisiciones (por ejemplo, para un <u>promedio coherente</u>) y aplicar otras técnicas pueden paliar este problema e inclusive resolverlo.
- (B) En general no es verdad; la señal de interés puede contener altas frecuencias ("textura" en la señal, pulsos o escalones) y el ruido a su vez puede tener componentes de baja frecuencia, como en el caso de la deriva. La dificultad de filtrar el ruido obliga a veces a suavizar la señal, perdiendo detalles.
- (C) Es en general falso, pues no suele conocerse el ruido; sólo es parcialmente cierto en el caso de la <u>cancelación por filtrado activo</u> donde lo que se conoce de antemano es la señal sin ruido, antes de su conversión a una señal de audio y verse contaminada por el ruido ambiente; aún en tal caso la "resta" no siempre es satisfactoria pues degrada perceptiblemente la señal original.
- (D) No siempre es cierto: una señal determinista no deseada que se encuentra mezclada con aquella de interés, es ruido; el ruido puede tener estructura y orígenes deterministas.
- (E) No siempre es cierto: una señal con información puede contaminar a otra; es menos erróneo decir que el ruido, si acaso contiene información, tal vez no es relevante o no es útil. Hay también información de interés que se encuentra tan distorsionada y degradada (o incluso cuidadosamente encriptada y reorganizada) que se confunde con "ruido puro". Algo que es cierto es que la autorrelación de un <u>ruido blanco</u> es cero (en promedio), lo cual se interpreta como ausencia de información (algo semejante ocurre con parámetros como la *entropía*).

1. Procesamiento. El derivar una señal, la acentúa y altera su fase (e igual para el ruido que contiene), introduciendo altas frecuencias en los cambios rápidos, mientras que el integrar localmente una señal, la suaviza y atenúa (al igual que al ruido), funcionando como filtro pasa-bajas de acuerdo a la vecindad de integración (dado que es un promedio local corrido). Un filtro de realce de señal puede mejorarla un poco (mayor nitidez) pero a costa de realzar desproporcionadamente el ruido, sobre todo si se ajustan indiscriminadamente los parámetros del filtro y a veces el resultado es peor que sin realce. Al sumar o multiplicar (en modulación) dos o más señales, debe cuidarse que su inicio (fase), fin (dominio de definición) y rasgos importantes (picos y valles) se correspondan, para minimizar la propagación de incertidumbres y efectos de superposición constructiva o destructiva. En general debe conocerse cómo medir al final un error o ruido que acompaña a las señales durante su procesamiento.

- **2. Regla de sentido común**: Antes de aplicar sofisticadas técnicas computacionales para filtrar o atenuar señales y ruido, revisar a fondo los sistemas de generación, adquisición, interfaces (=conexiones), transmisión y recepción: identificar fuentes de ruido e interferencia entre elementos del sistema (por ejemplo cables entrecruzados o que están funcionando como antenas) y reducirlo **antes** de digitalizar los datos.
- 3. Impedancia. Para guiarse en dicha revisión, recordar que el acoplamiento de impedancias debe minimizar las pérdidas (transducción o conversión a otras formas de energía) de potencia transmitida. La pérdida consiste en transformaciones a diversas formas de energía que en parte se revierten al sistema como ruido: las señales medidas se contaminan de ruido térmico, vibracional u ondulatorio (varios modos posibles), acústico, electro-magnético, hidráulico, etc., por las diversas interacciones de la energía disipada con el medio y el sistema. En la reflexión, por ejemplo, partes de la señal pueden interferir consigo misma; el calor cambia la resistencia en los circuitos electrónicos, la vibración ocasiona efectos piezoeléctricos y genera componentes de campo electromagnético (porque se están agitando electrones), la inducción y auto-inducción magnéticas (por el campo EM) produce impedancia; un ruido con frecuencias cercanas a las frecuencias características producen resonancias, así como una retroalimentación no deseada, o cambios en su fase, que es en principio negativa, etc.
- 4. Degradación. Para una imagen  $I_{in}(x, y, t)$ , el modelo lineal de degradación es

$$I_{obs}(x, y, t) = I_{in}(x, y, t) * \psi(x, y) + \eta(x, y, t)$$
 (23)

Incluye una función  $\psi$  de apertura o de dispersión puntual (PSF) invariante a corrimiento que, siendo una distorsión, a veces puede considerarse o tratarse como parte del ruido. Notar que (23) generaliza el modelo aditivo de la ecuación (1). El ruido bidimensional en imágenes monocromáticas suele también llamarse *campo* (escalar) de ruido. Puede haber ruido por cada canal en imágenes vectoriales, auquue es muy común que se encuentren correlacionados. Los *campos aleatorios* modelan tanto imágenes (determinísticas) como ruido n-dimensionales.

Aunque se conozca  $\psi$ , su *deconvolución* o filtrado son afectados por el ruido (que a su vez puede contener ruido convolucionado con  $\psi$ ) y constituyen lo que se denomina un *problema mal planteado* (*idle defined*), de difícil solución. La ecuación (23) incluye el caso común en que la señal contiene ruido <u>antes</u> del sistema de adquisición, es decir que  $I_{in}$  puede ser en realidad ( $I_{in}(x, y, t) + \eta_{in}(x, y, t)$ ); por linealidad este ruido sale de la convolución con la PSF y se incorpora en el término de <u>ruido aditivo</u>. Es común intentar modelar el ruido aditivo como suma de pixeles con valores aleatorios, olvidando que puede existir una componente adicional tipo  $\eta(x, y, t)^*\psi(x, y)$ , que "difumina" tal ruido puntual (i.e, se tienen manchas). Por otro lado, la PSF puede no ser constante, o sea, contener además componentes que fluctúan, o el sistema puede no ser *invariante a corrimiento espacial* y el modelo es entonces más complejo.

- **5. Distorsión y deformaciones** (geométricas). En una degradación o en una distorsión, no tiene sentido hablar de "separar" el ruido, pues no hay nada adicional; se trataría en todo caso de corregir la señal, restaurar su forma original sus detalles u otras características globales, etc. En el caso de una imagen la deconvolución puede corregir a veces casi totalmente el efecto de una PSF. Si la distorsión es geométrica, se habla de deformaciones y la restauración puede consistir de una transformación sencilla (rotación, cambio de escala o alineación en general) o de tipo no lineal. En ambos casos se habla de *registro*, cuando existe una imagen o un marco de referencia para tal registro. En inglés las deformaciones de denominan *warps* y el proceso de su corrección de llama *unwarp*. Ver tema de *Ruido y Fluctuaciones Morfológicas*. Algunos autores diferencían distorsión de deformación indicando que la primera es un efecto extrínseco y la segunda uno intrínseco (variaciones naturales respecto una forma de referencia).
- **6. Ruido como incertidumbre**. Dado que el ruido puede causar sesgos o errores, sean <u>sistemáticos</u> y/o <u>aleatorios</u> (dispersión), afecta, respectivamente, la <u>exactitud</u> (*accuracy* y *trueness*) y/o la <u>precisión</u> (*precision*) en una medición. En consecuencia, en las mediciones derivadas de una señal con ruido, tales errores se propagan, siguiendo las mismas reglas que las de la *propagación de incertidumbres*.

**Ejercicio:** dado un sistema cuya salida es función de la entrada, y(t)=T(x(t)) y dada una señal de entrada con ruido  $x(t) + \eta(t)$ , escriba la salida con ruido, en términos de la entrada con ruido, usando la técnica de propagación de incertidumbres.

- 7. Degradación acumulativa. Cuando se procesa información repetidamente, es posible que se introduzca en cada tratamiento un poco de degradación. En sistemas analógicos el origen es la infiltración de ruido o degradación por la PSF de cada etapa del circuito sistema. En el caso digital dos fuentes comunes son la precisión computacional limitada y la práctica de comprimir la información usando métodos que degradan la calidad. Si se comprime por ejemplo 50% una imagen, puede ocurrir que se sacrifique su calidad en digamos, un 10% (o sea con una calidad de 100-10 = 90% del original); si al hacer un tratamiento se vuelve a salvar la nueva imagen con esa compresión, la calidad es ahora de 81% (pérdida de 19%) y así sucesivamente. No es raro que se deban hacer con el tiempo más procesamientos y al cabo de 10 nuevas compresiones la calidad es de sólo un 9% del original- Aunado a esto la precisión limitada en los cálculos, se puede obtener una degradación mayor y un ejemplo es realizar varios cambios de escala, rotaciones o transformaciones sucesivas en una imagen. Al trabajar sobre intensidades (funciones de transferencia para mejora del contraste), igualmente se va perdiendo resolución en el atributo.
- **8. "Aplicaciones del ruido".** *El ruido no siempre es nocivo o indeseable*; al contrario, hay ocasiones en que las fluctuaciones en una medición permiten *afinarla*, si es repetida con diversos valores de tal fluctuación, si su amplitud es mayor al doble de la mínima escala y si su valor promedio tiende a cero (cancelación). O sea que idealmente, con *N* muestras donde *N* >>1:

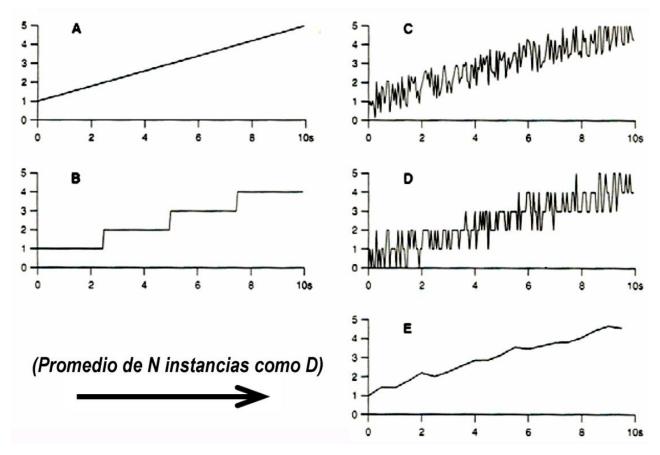
$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} (x_n + \eta_n) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} x_n + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \eta_n$$

$$cancelación + atenuación$$
(24)

**Nota:** recordar que se tienen las observaciones  $(x_n + \eta_n)$ , <u>asumiendo un modelo aditivo</u>, pero no se tienen los datos sin ruido  $x_n$ , ni a las componentes  $\eta_n$ .

Promediar *N* muestras de una señal no sólo atenúa el ruido presente, sino que **hace posible aumentar el número de cifras significativas** de la medición promediada (una cifra por cada diez muestras promediadas, en una dimensión, o bien, su raíz cuadrada, en dos dimensiones, etc.). Se han desarrollado técnicas de *superresolución* donde se introduce intencionalmente un ruido que hace fluctuar un valor promedio que, sin ruido, redondearía siempre a una división fija de la escala de medición. La <u>figura 18</u> ilustra este aumento de precisión cuando el valor RMS del ruido es mayor a la resolución de cuantización; el costo es la necesidad de medir varias instancias de

una señal y es necesario que el ruido sea aproximadamente <u>estacionario</u> (al menos de media constante) y de tipo aditivo, para que exista cancelación (o atenuación de 1/N, al promediar N muestras).



**Figura 18**. (A) Señal analógica original, sin ruido; (B) Señal A, digitalizada; los escalones de la cuantización son independientes de la taza de muestreo; (C) Señal analógica A con un ruido estacionario pico a pico de al menos un bit menos significativo (LSB; puede ser mayor); (D) Señal C digitalizada. Los pasos de cuantización se han mesclado con el ruido; la frecuencia de muestreo es de 20 Hz. (E) Tras promediar cada 0.5 segs. varias instancias de D con ruido distinto en cada ocasión, la señal restaurada tiene mayor precisión, en comparación a la versión digitalizada B.

Hay otros casos en que, para atenuar un ruido o ciertos <u>artefactos</u> de imagen (por ejemplo patrones que pueden resultar muy visibles, por efecto de interferencia constructiva/destructiva), se introduce otro ruido que rompe con periodicidades que ocasionan superposición (efecto de *Moïré*). En electrónica y fenómenos ondulatorios (vibraciones mecánicas y acústicas) esto permite inclusive el evitar o controlar fenómenos de resonancia, especialmente en sistemas con retroalimentación positiva. El ruido no sólo es en amplitud, sino en corrimiento de fase, modulación en frecuencia, etc. Inclusive para simulación numérica por elemento finito, a veces se introduce una variación aleatoria en la representación geométrica, por ejemplo en la orientación y alineación de los lados de los triángulos o tetraedros de un mallado, para minimizar ciertos patrones.

Hay en la naturaleza y en algunas aplicaciones tecnológicas en donde componentes de ruido en una entrada mejoran o hasta posibilitan el funcionamiento de algunos sistemas y son parte de lo que origina su complejidad. En el contexto de información se definió como *aquello que no interesa*, pero en la dinámica de un sistema podríamos distinguir entra entradas que *son o no son útiles*. Un ejemplo es una señal que porta energía (por ejemplo vibraciones) y no interesa la información, sino el efecto en el sistema. Un ejemplo de efecto útil es la influencia de la entrada en el *acoplamiento de impedancias* entre partes del sistema.

Por otro lado, el generar números aleatorios con características de ciertos tipos de ruido (asociados a procesos estocásticos) es algo muy usado en los métodos numéricos de Monte Carlo. La síntesis de patrones texturales y otros modelos utilizan generadores de ruido, con características muy específicas, tales como un espectro determinado y ciertas densidades de distribución probabilística.

Como con todo lo que ofrece ventajas & desventajas (pros & cons), es necesario saber establecer un compromiso cuando por ejemplo filtrar ruido (o una señal) degrada la información por un lado, pero la hace más clara o permite afinarla. Tal compromiso requiere de priorizar lo que interesa. Una forma cuantitativa sencilla es promediar dos valores extremos A, B (o dos señales, dos imágenes), etc. Una generalización sencilla es la mezcla o degradado, con un parámetro de mezcla  $\alpha$  que perite ir de un extremo ( $\alpha$ =0) al otro ( $\alpha$ =1), con el promedio cuando  $\alpha$ =1/2:

$$C_{\alpha} = (1 - \alpha)A + \alpha B, \quad \alpha \in [0, 1]$$
(25)

Finalmente, muchas señales, donde en principio no hay ruido o este es insignificante, son modeladas como si fuesen ruido, o mejor dicho (por la cuestión de "información de interés") son estudiadas mediante modelos que también describen diversas formas de ruido (fluctuaciones de un campo, o constituyen un *proceso estocástico*). A continuación vemos algunos ejemplos de tal práctica.

# 7. Ruido (o Señal) descrito por propiedades de periodicidad.

Considérese una señal temporal f(t), una imagen I(x,y), o cualquier otro conjunto de información estructurada. **Una señal, o el ruido mismo** pueden ser descritos por sus características periódicas como:

- (a) **Determinístico**, exhibiendo frecuencias **periódicas o cuasi- periódicas.** Pocas frecuencias dominantes concentran la mayoría de la energía en el espacio de Fourier. Hay propiedades de *invariancia a corrimiento*.
- (b) *No-deterministico* (aleatorio), pero estacionario. Las propiedades estadísticas son más o menos constantes, no hay frecuencias dominantes ni propiedades de *invariancia al corrimiento*.
- (c) *Aleatorio no estacionario*. Propiedades estadísticas cambian con la posición o con el tiempo.
- (d) Deterministico o no deterministico, pero con una *estructura de transientes* (gradientes, discontinuidades, escalones, sobretiros, y en general *perfiles característicos* ("firmas") siendo el *análisis por ondeletas* (wavelets) un enfoque más útil que el análisis de Fourier espacio-frecuencia.
- (e) *Caótico*, comportamiento determinístico especial y complejo modelado por *atractores* de sistemas dinámicos en un espacio fase y por análisis fractal. Periodicidades o *cuasi-periodicidades* pueden existir localmente, o con modulación en frecuencia compleja. Las cuasi-periodicidades pueden deberse a *ruido en fase*.

La <u>Figura 19</u> ilustra cada ejemplo; estos son modelos y en la práctica un cierto ruido o señal puede tener componentes de varios tipos y la clasificación se referirá más bien a aquella característica que predomine.

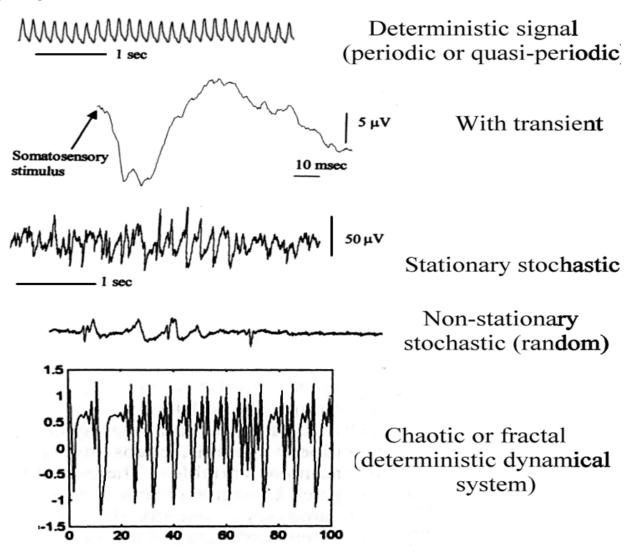
En imágenes digitales multidimensionales existen combinaciones de las características anteriores más otras que son propias de la dimensionalidad de la señal. La más simple es la *isotropía* y la *anisotropía*: una característica o

rasgo no depende o depende, respectivamente, de la dirección (orientación) en que son medidos.

Los marcos de trabajo más usados y apropiados para caracterizar, filtrar o sintetizar cada tipo de ruido o señal son los siguientes:

- a) *Información determinística*, *periódica*: Técnicas en dominio de frecuencia temporal/espacial, principalmente el análisis de Fourier, los espectros de potencia y los periodogramas.
- b) *Información determinística, cuasi-periódica*: *Wavelets* u otras técnicas en dominio de frecuencia temporal/espacial, tales como la transformada "corta" de Fourier. El uso de *variogramas* es también una estrategia posible para análisis de correlación espacial.
- c) *Transientes*: *Wavelets* u otras técnicas en dominio de frecuencia temporal/espacial; análisis de la respuesta a impulso o a escalón, y enfoques no lineales.
- d) *Información estocástica estacionaria*: Diversos modelos estadísticos, el promedio móvil auto-regresivo (*Auto-Regressive Moving average* (ARMA), teoría de procesos estocásticos y el *Análisis de Componentes Principales* (PCA).
- e) Información estocástica no-estationaria: Análisis de Componentes Independientes (ICA: Independent Component Analysis), análisis de campos aleatorios Markovianos y teoría de procesos estocásticos.
- f) *Información caótica*: Análisis de sistemas dinámicos complejos (lineal y no-lineal), análisis de atractores en el *espacio fase* y análisis fractal de estos últimos, dado que dichos patrones poseen *invariancia en escala*. un ejemplo de rasgo fractal significativo en análisis fractal de señales es la *dimensión de correlación*.

El marco de estudio o tratamiento más adecuado para las imágenes de dos o más dimensiones ya sea con o sin ruido, pero que presentan variaciones como las arriba descritas, es el *análisis textural*.



**Figura 19.** Ejemplos de ruido o señal caracterizados por propiedades en dominio temporal (espacial) y propiedades en dominio de frecuencias (temporal o espacial).

- ♣Nota: Un método para generar ejemplos de ruido 2D (imágenes) caracterizados por propiedades de periodicidad en el dominio de frecuencia espacial, es recurrir al *producto tensorial* de dos señales de cada ejemplo en la Figura 19 (hay 25 casos). Es claro que se puede tener ruido periódico en una dimensión pero estocástico en otra, sin embargo existen muchas más imágenes que no provienen de tales productos.
- ♣ Nota: La estacionareidad depende de la escala de análisis, pues la desviación estándar se mide en una ventana (temporal o espacial). Mientras más grande, es posible que la propiedad se cumpla, aunque también depende de cómo se cuantice la estadística.

# **\*8.** Ruido o Fluctuaciones Morfológicos.

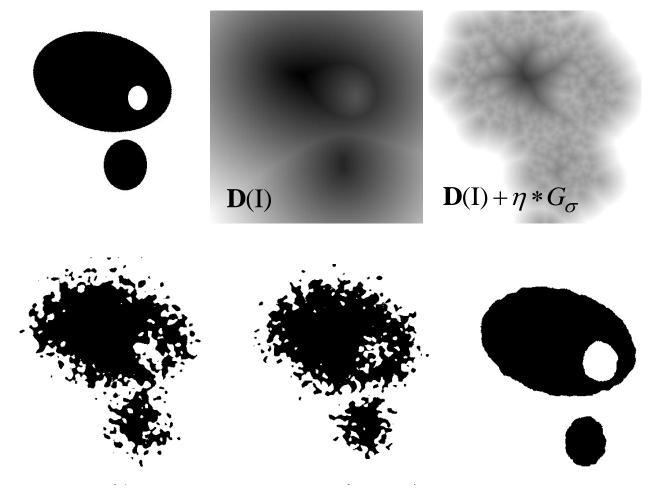
En imágenes o volúmenes, el ruido o fluctuación morfológicos comprende las variaciones de forma (usualmente pequeñas), sea por (1) distorsión en el sistema de adquisición: fluctuaciones cuánticas de un detector, vibraciones, ruido electrónico, o inclusive luz a través de aire con variaciones de temperatura, o atravesando un medio con coeficiente de refracción variable, en general; o también (2) por simple variabilidad natural; por ejemplo, considérese los rostros humanos o las circunvoluciones en el cerebro humano: cambian entre individuos pareciendo deformaciones de uno respecto al otro. Un modelo sencillo propuesto por [Marquez2012] es aquel de ruido ordinario pero en un espacio de forma, el cuál puede modelarse mediante la Transformada de Distancia Euclidiana (EDT), de una imagen binaria, denotado por **D**(I). El modelo de degradación morfológica es semejante al convencional, pero en dominio morfológico:  $\mathbf{D}(I)^*\psi + \eta$ . El efecto de la función de dispersión puntual morfológica  $\psi$  es de suavizar los contornos. El filtrado de las fluctuaciones morfológicas se realiza mediante promedio, en el dominio morfológico espacial (dominio de la EDT, sin relación con la transformada de Fourier) y puede extenderse a imágenes en niveles de gris, pero el ejemplo de la Figura 20 es con una imagen binaria. Notar que al no tener datos con niveles de gris (es decir, la función I(x, y) sólo tiene dos valores 0 y 1), no es posible usar, al menos directamente, el análisis de Fourier para el filtrado de tales fluctuaciones. En cambio, sí es posible usar el filtrado tradicional en el dominio morfológico definido por el campo escalar de distancia o transformada de distancia de la imagen, **D**(I).

La EDT *con signo*, y en precisión de punto flotante, de una forma A, perteneciente a imagen escalar binaria *n*-dimensional, se define como el campo escalar:

$$[\mathbf{D}(\mathbf{A})](\mathbf{p}) \triangleq \{d(\mathbf{p}) \mid d = \operatorname{sgn} \cdot \min_{\mathbf{q} \in \partial \mathbf{A}} \|\mathbf{p} - \mathbf{q}\|, \ \mathbf{p} \in \mathbb{R}^n \}$$

$$\operatorname{sgn} = \begin{cases} +1 & \text{if } \mathbf{p} \in \mathbf{A}^c \text{ (exterior of } \mathbf{A}) \\ -1 & \text{if } \mathbf{p} \in \mathbf{A} \end{cases}$$
(26)

donde  $\partial A$  es la frontera de A, consistente de puntos  $\mathbf{q}$  tales que para cualquier vecindad de  $\mathbf{q}$  existen puntos ya sea en A o en  $A^c$  (el fondo).



**Figura 20.** *Ruido morfológico*. Imagen original (I), EDT con signo: **D**(I), EDT con ruido aditivo (suavizado) y dos instancias (abajo) de ejemplo, la última es el resultado del promedio morfológico de 20 instancias; hay cancelación y atenuación de las fluctuaciones de forma, las cuales incluyen cambios en la topología (los agujeros y fragmentos).

Existen varios modelos de ruido o fluctuación morfológicos, dependiendo de su origen, y en los sistemas de adquisición un ruido o fluctuación de este tipo se combina con ruido en intensidad aditivo o inclusive multiplicativo, siendo difícil separar y filtrar cada tipo de ruido. Otro ejemplo de fluctuación morfológica, de naturaleza más coherente que en la Figura 20, es parecido a la distorsión que sufre la luz al atravesar un medio donde cambia el índice de refracción gradualmente, por ejemplo en gradientes de temperatura o a través de una superficie líquida agitada. Un modelo simple de esta fluctuación son los *cambios vectoriales de desplazamiento*; una deformación no lineal T en una imagen I(x, y) se puede modelar como

$$I'(x', y') = I(\mathbf{T}(x, y))) = I(x + \Delta_x(x, y), y + \Delta_y(x, y)), \tag{27}$$

donde el *campo vectorial de desplazamiento*  $\Delta(x, y)$  cambia punto a punto. Un ejemplo se ilustra en la <u>Figura 21</u>. Como en la <u>Figura 20</u>, es posible filtrar este tipo de deformación promediando varios campos EDT de la imagen deformada  $\mathbf{D}(\Gamma_n) = \mathbf{D}(\mathbf{I}(\mathbf{T}(x,y)))$ , con  $n=1,\ldots,N$ , si los campos  $\Delta_n(x,y)$  del modelo son por ejemplo función del tiempo y promediando sobre un cierto lapso (N muestras), la suma tiende a cero. Tal propiedad es físicamente posible si existe un estado (inicial) de mínima energía o de equilibrio en que  $\Delta(x,y,t) = 0$  (agua quieta, atmósfera sin viento ni turbulencias y a temperatura uniforme, etc.), la cancelación de fluctuaciones equivale al refrán anónimo "todo lo que sube tiene que bajar": las fluctuaciones oscilan alrededor de un punto de equilibrio (si no fuera así, se redefine tal punto de equilibrio a partir del promedio de las fluctuaciones con N grande, de modo que constituya el "0" de referencia —notar que tal referencia puede ser una señal con subidas y bajadas, por eso encomillamos "0").

Aunque para un promedio morfológico estrictamente se debería contar con una alineación perfecta (más en general un *registro geométrico*) de cada instancia de imagen (o volumen), en la práctica eso es difícil. Además, la deformación podría ser intrínseca (variación natural), y no existir correspondencia satisfactoria entre rasgos. Sin embargo, justamente un tipo particular de fluctuación morfológica consiste en (pequeñas) variaciones de la orientación, y posicionamiento (corrimientos) e inclusive de la escala, de modo que el promedio morfológico es hasta cierto punto robusto frente a estas fluctuaciones especiales, porque también las filtra. Por razones semejantes, pequeñas variaciones intrínsecas (formas ligeramente distintas) pueden igualmente filtrarse, dando lugar a una forma representativa (promedio). La magnitud de las variaciones de alineación que pueden filtrarse depende del número de instancias y del tamaño de los detalles más finos presentes en la señal o imagen.



**Figura 21.** Fluctuación morfológica coherente en una imagen. (Arriba) componentes horizontal y vertical usados en la ecuación (27) para el *campo vectorial de desplazamiento*  $\Delta(x, y)$ ; la intensidad de gris es la magnitud de la fluctuación en X y en Y, respectivamente (sé añadió un offset de gris medio para poder desplegar valores negativos). El resultado de la deformación aplicada se muestra abajo a la derecha.

**Nota:** Se han observado situaciones en que un fenómeno o característica que cambia, sea en forma aleatoria o controlada, puede modelarse como un ruido o fluctuación. Se puede inclusive introducir intencionalmente, para obtener mediciones que rebasen los

valores cuantizados o discretizados del sistema de medición. Así, su filtrado no sólo permite restaurar la imagen sin ruido, sino que inclusive permite **aumentar su resolución** bajo ciertas condiciones, a partir de varias instancias. Este aumento, distinto cualitativamente de una magnificación (zoom), ocurre por debajo del límite de resolución del sistema de adquisición, y se denomina *superresolución*.

♣Nota: No hay que olvidar que el dominio morfológico, el dominio en frecuencia (temporal o espacial) y otros relacionados con diversas transformadas, son representación de la información cuyo dominio "natural" es el temporal para señales o espacial para imágenes, etc.; cuando se habla de ruido o fluctuaciones en dominio espectral o ruido o fluctuaciones en dominio morfológio, estos son parte de la representación, para facilitar la descripción y entendimiento de ruido o fluctuaciones complejas. Esto es cierto, a menos que se tenga un sistema en que se transforma física y explícitamente la señal en un dominio transformado y entonces se introduzca ruido y se vuelva la información al dominio original. Es de hecho lo que se hizo en los ejemplos sobre ruido impulsivo en dominio espectral y de fluctuaciones morfológicas; son casos simulados, aunque debe haber sido claro que en la realidad existen tales situaciones.

# 9. Conceptos Interrelacionados:

• <u>Ruido</u>: partes **no deseadas** de una señal (definición relativa a la información de interés), modificaciones o degradaciones de la misma que dificultan su estudio, almacenamiento, transmisión o uso.

- **Degradación:** modificación no deseada en una señal; puede ser originada en alguna forma de ruido o ser ocasionada por la PSF del sistema de adquisición, diversas condiciones de la adquisición o en la transmisión y procesamiento. Ver el *modelo lineal de degradación*.
- Interferencia o perturbación; fluctuación (eventos aislados o ruido que suele ser transitorios o temporal), o también señales que invaden el canal de una señal de interés; todo aquello que altera una señal que viaja de una fuente a un receptor. Una connotación frecuente es de un *transiente*.
- **Transiente**; perturbación de duración finita, usualmente con las características de las <u>señales no estacionarias</u>. Lo contrario es el *estado estacionario* o de equilibrio (no necesariamente es "cero": una oscilación puede durar indefinidamente si no hay disipación de energía, o existe una fuente regular de la misma que compensa la disipada).
- Estática (ruido de): usualmente es ruido blanco debido al ruido cósmico de fondo o *Cosmic Microwave Background Radiation*.
- Siseo: equivalente en audio del <u>ruido de estática</u> (varias fuentes posibles).
- **Aberraciones**. Desviación de lo considerado "normal", distorsión de cierta forma. Aquellas ópticas se ven en el tema de *Microscopia Optica*.
- Error, incertidumbre, imprecisión, inexactitud, desviación (recordar definiciones). El *error morfológico* es aquel en el dominio de la EDT. El error puede tener origen humano (*mistake*), deberse a una aproximación, como en el <u>error por cuantización o discretización</u>, defectos o fallas en los sistemas de adquisición, transmisión, procesamiento, o por la precisión en los cálculos, o por la inexactitud del propio modelo. En los problemas *mal condicionados* y en los sistemas caóticos, una pequeña diferencia se puede amplificar desproporcionadamente. En todo caso la diferencia sólo puede conocerse si se cuenta con un valor, señal, imagen, etc., de referencia, y existen muchos criterios de comparación.

• **Diferencia, similitud o semejanza.** Usan la misma formulación que para los errores, desviaciones, etc., lo que cambia es la interpretación.

- **Dispersión, difuminado, desenfoque o** *borrosidad* ("traducción" de *blur*), un tipo de aberración debida a la PSF; aunque no se considera propiamente ruido, se mezcla con el mismo; el efecto es semejante a sufrir un filtrado pasa-bajas, o de suavizado.
- **Textura**, <u>fluctuaciones intrínsecas</u> que a veces siguen cierto patrón (por lo común: <u>altas frecuencias</u>). La *textura morfológica* (en dominio EDT) da lugar a variaciones de forma aleatorias (bordes suaves o rugosos).
- Fondo, deriva, tendencia (por lo común: <u>bajas frecuencias</u>, o nivel DC).
- **Distorsión:** con frecuencia se entiende como una variabilidad inducida y extrínseca a la información de interés. Muchos autores no hacen tal distinción y se entiende como sinónimo de **deformación**.
- **Deformación:** a veces se refiere a variaciones naturales (intrínsecas o propias de la información de interés). En dominio de la EDT, una deformación morfológica sigue siendo una deformación geométrica (quizás diferente). Más que ruido, la distorsión y deformación son tipos de degradaciones.
- Falsos Positivos o Falsos Negativos (o "falsas alarmas"). Se tratan como tema aparte y dependen de los métodos de detección y clasificación.
- Outlier(s). Datos o muestras que no pertenecen a la población de interés ("datos intrusos") y son dudosos, quizás lecturas erróneas o efecto de alguna perturbación, y "contaminan" la información de interés. Si es posible detectarlos, se excluyen del análisis (por ejemplo un promedio o una regresión lineal), y este problema (identificación y exclusión) es importante en *estadística robusta*.
- Artefacto: eventos de señal no deseados, estructura o ruido con cierta estructura o forma que a veces se confunde con la señal u objetos de interés. El artefacto de discretización son las "escaleras" de pixeles a baja resolución o al magnificar a orden 0. Algunos artefactos son el efecto de la presencia física de partículas u objetos y aparecen aislados; son "basuras", lo mismo el efecto de manchas en una lente, reflejos complejos,

irregularidades en un espejo que debería ser perfectamente plano u otros defectos. Otros son *efecto colateral* del método o sistema de adquisición.

- "Sal y pimienta": pixeles negros o blancos (usualmente daño o fallas del sensor CCD) en imágenes digitales. Ver <u>ruido impulsivo</u>. Cuando este ruido es denso en algunas zonas, s crean hoyos y manchas donde se ha perdido la información que el ruido reemplaza; es posible cierta restauración en base a información vecina.
- **Speckle**, ruido en forma de manchas (suele ser ruido de tipo multiplicativo o estructurado); da también lugar a texturas y patrones de Moïré.
- Campos aleatorios. En general cualquier información de interés puede modelarse o analizarse usando métodos probabilísticos, como si fuese "ruido", para ciertos fines, como en restauración, segmentación de imágenes y síntesis de texturas.
- Efecto de valor parcial (usualmente conocido como efecto de área parcial, efecto de volumen parcial, etc.). En sistemas que integran (acumulan) una señal o asignan como atributo un valor promedio, el efecto de valor parcial (en un elemento discreto: bin, pixel, voxel, etc) es un error debido a la discretización con dos causas posibles: (1) cuando el objeto o rasgo con el atributo de interés resulta es menor que el elemento discreto y aparece con un valor de atributo promediado con el fondo (el problema califica como un submuestreo) y (2) cuando los elementos discretos pertenecen a la interfaz o frontera entre dos regiones con atributos diferentes: el atributo será un promedio ponderado por cada fracción de área; el efecto sólo desaparece en un sistema de imagenología para un captor binario o cuántico perfecto: un evento (partícula, fotón, cuanto de energía) o nada. Aunque este efecto no es exactamente ruido, es una forma de distorsión de los datos presente en las fronteras entre regiones y puede combinarse con otras formas de ruido o de artefactos, en particular con el efecto debido a la PSF del sistema, que suele ser más grande que el paso o ventana de muestreo (intervalo, pixel, voxel, etc).

Algunos autores manejan los términos de *ruido determinístico* y *ruido aleatorio* para distinguir modelos subyacentes y si hay un tratamiento estadístico.

\* Referencia cruzada entre estadística e ingeniería eléctrica e instrumentación.

| Statistics             | Instrumentation                    |
|------------------------|------------------------------------|
| Null hypothesis        | Noise-only hypothesis              |
| Alternative hypothesis | Signal + noise hypothesis          |
| Critical region        | Signal present decision region     |
| Type I error           | False alarm (FA) or False positive |
| Type II error          | Miss                               |

La distinción entre señal y ruido cuando el ruido consiste de otras señales (otra información, pero en interferencia) puede ser más compleja de lo que se espera, dado que la noción de "información de interés" depende no sólo de una definición y delimitación precisas de qué es lo que interesa (y hasta de discernir el objeto y ámbito de estudio) sino del hecho de que lo que se cree que es de interés, puede al final no resultar tan útil como aquello que inicialmente se creía que no es de interés, o resultar difícil o imposible delimitar el ámbito de interés. Un ejemplo son las variaciones extrínsecas que se hallan mezcladas ("enredadas") con las variaciones intrínsecas.

\*ANEXOS

A continuación de anexan notas seleccionadas del *Basic Electronic Handbook*. (todo lo que sigue tiene "\*" y se deja en inglés, dada su especialización; al final se da una bibliografía).

# Selected notes from the Basic Electronic Handbook

### INTRODUCTION

In a communication or measurement situation, any signal disturbance other than the desired signal is termed *interference*. These extraneous signals, which hinder the measurement of the desired signals, assume a variety of forms and can find many devious ways of getting into or out of electronic equipment. This chapter is devoted to describing these unwanted conditions and means of reducing or eliminating their effects.

#### GLOSSARY OF INTERFERENCE AND NOISE TERMINOLOGY

**ATMOSPHERIC NOISE OR INTERFERENCE:** Radio-wave disturbances originating in the atmosphere, principally because of lightning discharges. Also called "atmospherics" or simply "sferies."

**COMMON-MODE INTERFERENCE:** Conducted interference caused by voltage drops across wires (usually grounds) common to two circuits or systems.

**CONDUCTED INTERFERENCE:** Interference caused by direct coupling of extraneous signals through wires, components, etc.

**COSMIC NOISE**: Interference caused by radio waves emanating from extraterrestrial sources.

**COUPLING:** The transfer of power between two or more circuits or systems.

**CROSSTALK:** Electrical disturbances in one circuit as a result of coupling with other circuits.

**ELECTROMAGNETIC INTERFERENCE (EMI):** A general term for electrical interference throughout the frequency spectrum from subaudio up to microwave frequencies.

**ELECTROSTATIC INDUCTION:** Signals coupled to the measuring circuit through stray capacitances, also commonly called "capacitive pickup."

**HUM:** Electrical disturbance at the ac power-supply frequency or harmonies thereof.

**IMPULSE NOISE:** Noise generated in a discrete energy burst (not of random nature) which has an individual characteristic waveshape. This is normally the type of noise which is generated by rotating machinery such as a de motor or generator.

**INTERFERENCE:** Extraneous signals, noises, etc., which hinder proper measurements in electronic systems.

**MAGNETIC INDUCTION:** Interference coupled to the measuring circuit by magnetic fields.

**NOISE:** Unwanted signals, commonly used to identify statistically random disturbances.

**RADIATED INTERFERENCE:** Interference transmitted from a source to another remote point with no apparent connection between the points.

**RADIO-FREQUENCY INTERFERENCE** (**RFI**): Electromagnetic interference (EMI) in the frequency band normally used for communications (approximately 10, to Iffl HZ).

**RANDOM NOISE:** Irregular signal whose instantaneous amplitude is distributed randomly with respect to time. Mathematically the distribution follows a normal or gaussian curve (also called gaussian noise).

**SIGNAL-TO-NOISE RATIO:** A ratio of signal level to noise level, usually in rms volts. The higher the signal-to-noise ratio, the less the importance of interference.

**STATIC:** Radio interference detectable as noise (crackling sound) in the audio stage of a receiver.

**THERMAL NOISE:** Random radio-frequency noise generated by thermal agitation of electrons in a resistor.

**WHITE NOISE:** An electrical signal whose frequency spectrum (power) is continuous and uniform.

### **INSTRUMENT NOISE**

Internal noise is generated in all electronic equipment and limits the ultimate measurement sensitivity which can be achieved. Depending on the instrument band-

# ♣ Using Electronic Instruments

**Electrical Interference 15-17** 

#### SPECIFIC INTERFERENCE-SOURCE-REDUCTION TECHNIQUES

In most instances, reduction of noise and interference is most successful if sensitive instruments can be physically removed as far as possible from the interfering sources. Application of noise-suppression techniques at the sources, as described below for specific examples, provides an additional means of reducing noise and interference.

#### Relays, Controllers, Switching Devices

- 1. Shunt relay or switch contacts with a capacitor to reduce current surges. In general, a current-limiting resistor should be placed in series with the capacitor to prevent deterioration of the switching contacts.
  - 2. Enclose switching device in a shield.

#### **Electromechanical Vibrators**

- 1. Shield the vibrator.
- 2. Use feedthrough capacitors or, if necessary, more elaborate filters for power leads passing through the shield. Filter components should all be within the shield, with leads passing through the shield via feedthrough capacitors.

## Vibrating-type DC Voltage Regulators

- 1. Shield the regulator.
- 2. Locate the regulator as near the generator as possible.
- 3, Shield leads between regulator and generator.
- 4. Bypass input de lead inside the shield with a capacitor, preferably a feedthrough capacitor.

#### DC-DC Converters and Inverters

- 1. Shield the unit.
- 2. Use low-pass filters on all leads passing through the shield (at minimum, use feedthrough capacitors).

# Are and Gaseous-discharge Devices-Mercury-arc Rectifiers, Thyratrons, Neon Signs, Fluorescent-lighting Fixtures, Arc Welders

- 1. Install bypass capacitors on lines.
- 2. Use special conductive coatings over glass.
- 3. Use shield cases.
- 4. Substitute incandescent lights for fluorescents.

### Mechanically Induced Interference (Microphonics)

- 1. Support cables to reduce movement.
- 2. Use low-noise cables.
- 3. Use vibration and shock-damping mounts.

4, Select low-noise devices and hand-pick for lowest noise.

#### Electric Motors and Generators

- 1. Use a good shielded housing.
- 2. Bond housing to ground.
- 3. Use bypass capacitors at brushes.
- 4. Use a feedthrough capacitor at the armature terminal.
- 5. Shield terminals and interconnecting wiring.
- 6. Keep brushes in good condition.

#### RF Generators-Transmitters, Induction Heaters, Etc.

- 1. Use special multiple-shield enclosures.
- 2. Bypass and filter all lines entering or leaving the shield enclosures.
- 3. Use resonant traps for specific frequencies.

#### Ignition Noise (Internal-combustion Engine)

- 1. Place resistor (10 K9) in high-voltage lead near the coil, or use resistive ignition leads.
- 2. Use shielded internal-resistor spark plugs.
- 3. Shield the coil.
- 4. Use shielded ignition wires.
- 5. Use bypass capacitors on the de lines into the coil and distributor.

### Static, Corona, High-voltage Are Discharges

- 1. Use conductive belts on machinery.
- 2. Use brush-to-ground drive shafts.
- 3. Electrically bond equipment together.
- 4. Eliminate sharp points and corners.
- 5. Use coatings and paint on rough surfaces.
- 6. Keep dry and free of contamination.
- 7. Pressurize high-voltage components or seal thern in a hard vacuum.

### SUMMARY

The reduction of interference can be accomplished in many ways. However, in general each method includes some form of physical placement, shielding, and filtering. The severity of the problem will determine the extent of the use of these principles. For instance, the problem may be solved by moving a sensitive instrument a few meters from a specific interfering source, or it may be necessary to place the whole measuring site in a remote area and use battery operation. Often laboratories have special low-noise measurement areas utilizing specially constructed multiply shielded rooms.

#### BIBLIOGRAFIA

Alvin, Arnold L. Designing the RFI Shielded Package, *Electron Ind.*, vol. 24, no. 1, pp. 80~83, January, 1965.

Buchman, A. S.: Noise Control in Low Level Data Systems, *Electromech. Design*, vol. 6, no. 9, pp. 64-81, September, 1962.

Buehler, W. E, and C. D. Lunden: Signature of Man-made High-frequency Radio Noise, *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, vol, EMC-8, no. 3, pp. 143152, September, 1966.

Clark Ralph L.: The Rationalization of United States Overseas Communications and Its Potential Impact on Electromagnetic Compatibility, *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, *vol.* EMC-8, no. 4, pp. 215~219, December, 1966.

Cook, Donald V.: RFI Suppression, Part I, *Electromech. Design*, vol. 11, no. 11, pp. 28-31, November, 1967.

Costa, David P.: RFI Suppression, Part 11, *Electromech. Design*, vol. 11, no. 12, pp. 38-40, December, 1967.

Costa, David P. RFI Suppression, Part III, Electromech. Design, vol. 12, no. 5, p. 28-34, May, 1968.

Cowlell, Robert B.: Help Stamp Out EMI, EDN Mag., vol. L63, Nov. 23, 1966.

Ebrreich, John E., and Melvin Nimoy: R. F. Shielding Performance of Reinforced Metal Filled Conductive Plastic Flat Caskets, *WEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, March, 1965, pp. 50-54.

Ficchi, Rocco F.: "Electrical Interference," p. 262, Hayden Book Company, Inc., New York, 1964.

Flynn, George: From RFI to EMC . . . Cleaning Up the Spectrum. *Electron. Prod.*, *vol. 10*, no. 6, pp. 50-62, November, 1967.

"Grounding and Noise Reduction Practices for Instrumentation Systems,',' Scientific Data Systems.

1nstrumentation Grounding and Noise Minimization Handbook," Consolidated Systems Corporation, January, 1965.

Jambor, Schukantz, and Haber: Parallel Wire Susceptibility Testing for L.D. Signal Lines, *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, December, 1965, pp. 437-444.

Jarva, W: Shielding Efficiency Calculation Methods, EDN Circuit Packaging Issue, October, 1963.

Jorgensen, C. M.: Electromagnetic-interference Shielding Techniques, *Electro-Techno*,. (New York), vol. 77, no. 5, pp. 95-96, May, 1966.

Klipec, Bruce E.: Reducing Electrical Noise in Instrument Circuits, *IEEE Trans. Ind. Gen. Appl.*, vol. IGA-3, no. 2, March/April, 1967.

Mayer, Ferdy: Electromagnetic Compatibility: Anti-interference Wires, Cables and Filters, WEE Trans. Electromagnetic Compatibility, vol. EMC-8, no. 3, pp. 153160, September, 1966.

"Military Specification Interference Control Requirements, Aeronautical Equipment (USAF)," with Amendment 1, June 17, 1959, MIL-1-26600.