Caminata Aleatoria

Manuela Rivas, 202021971

February 7, 2023

1 Objetivos

- Simular una caminata aleatoria realizada por una partícula en 1, 2 y 3 dimensiones.
- Comprobar que la posición final tras N simulaciones tiende a una distribución normal en el infinito.

2 Introducción

La idea general de una caminata aleatria es modelar la posición futura de un sistema a partir del punto en el que se encuentra más un cambio impredecible, a estos cambios se les llama los "pasos" de la caminata.
Algunas caracteríasticas de las caminatas aleatorias es que son No estacionarias, es decir que no siguen una tendencia constante en el tiempo. Este tipo de series contienen una variabilidad en el tiempo y los cambios en media o varianza siguen una tendecia creciente o decreciente ne el tiempo por lo que los valores resultantes de la serie no oscilan alrededor de un valor constante. (1)

3 Metodología

Inicialmente fue necesario construir un programa de forma que se pudieran obstener los datos deseados, de forma que se generaron las funciones necesarias para cumplir con los objetivos de esta simulación.
La primera función que se generó fue la de simulación de la caminata aleatoria, "$RandomWalk$". Esta función recibe como parámetro de entrada un número de dimensiones y la cantidad de pasos que se quiere que tenga la caminata aleatoria y retorna un gráfico cuando al caminata es en 2 o 3 dimensiones o una tabla en el caso de 1, para facilitar la visualización de los resultados.
Posteriormente, para cumplir con el segundo objetivo se creó la segunda función "$RandomWalks\_y\_graph\_r$". Esta función desarrolla una serie de caminatas aleatorias todas bajo las mismas condiciones, posteriormente calcula el vector de posición final para cada una de las caminatas, calcula el valor esperado de r y r^2 tras las N repeticiones y crea un gráfica de barras que ilustra cuantas veces se repite cada posición final tras un gran número de repeticiones, en esta se emplea la función anterior para llevar a cabo las caminatas, de forma que también se requiere especificar la cantidad de dimensiones en las que se quiere llevar a cabo la caminata, sin embargo, en este caso, la gráfica resultante no depende de las dimensiones en las que se está dando la caminata. Cabe resaltar que para poder desarrollar esta función fue necesario desarrollar además una serie de funciones de apoyo externo, estas fueron "$calc_average$" y "$count_occurrences$" de forma que la primera se emplea para calcular los promedios tanto de r como de r^2 y la segunda es una función auxiliar para contar la frecuencia de una posición final de forma que se puedan obtener las alturas para la gráfica de barras.

4 Resultados

Para cumplir con el primer objetivo se llevó a cabo una simulación de caminata aleatoria para 1, 2 y 3 dimensiones y se obtuvieron los siguientes resultados:

X0	0.0
X1	-0.09838469274227572
X2	-0.883016801835426
X3	0.04138464309676404
X4	-0.3954514785229745
X5	0.1489492556374155
X6	-0.3755175120014475
X7	-2.290125515411811
X8	-1.8509402936906991
X9	-3.4453046184730995

Figure 1: Tabla de resultados caminata aleatoria de una partícula en una dimensión. En este caso se realizó la simulación de la caminata aleatoria de una partícula unidimensional con un total de 10 pasos (este número para facilitar la visualización de los resultados ya ue al ser una tabla, cuando el número de pasos es muy elevado se dificulta poder observar toda la trayectoria).

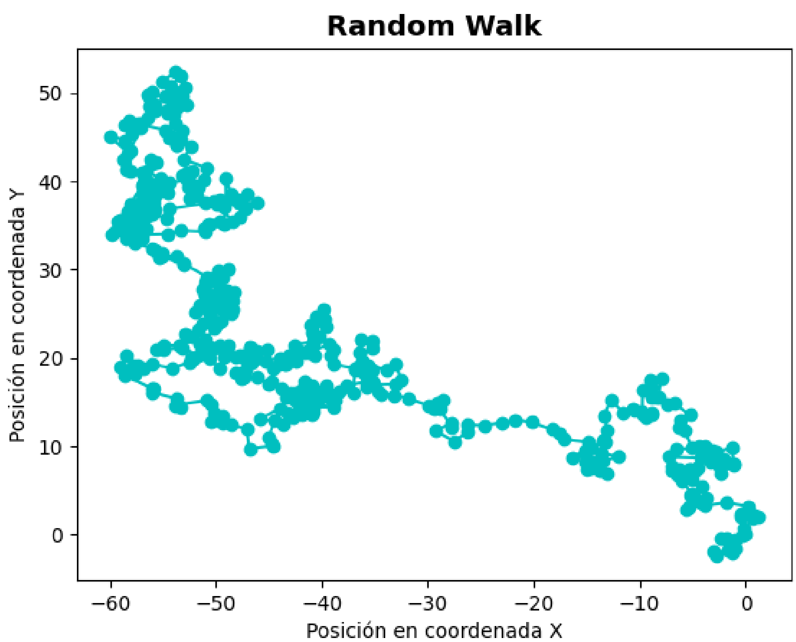

Figure 2: Gráfica de resultados caminata aleatoria de una partícula en dos dimensiones. En este caso se realizó la simulación de la caminata aleatoria de una partícula que se mueve en dos dimensiones con un total de 500 pasos (ya que al presentarse los resultados en una gráfica es más fácil observar un número más elevado de pasos).

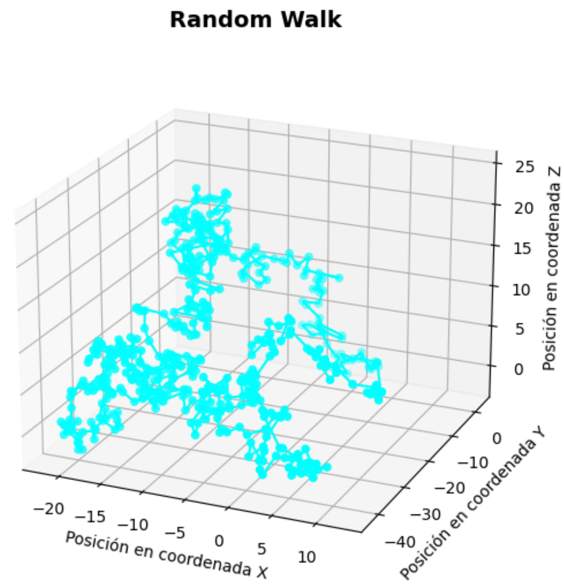

Figure 3: Gráfica de resultados caminata aleatoria de una partícula en tres dimensiones. En este caso se realizó la simulación de la caminata aleatoria de una partícula que se mueve en tres dimensiones con un total de 500 pasos (ya que al presentarse los resultados en una gráfica es más fácil observar un número más elevado de pasos).

Posteriormente, se llevaron a cabo 1000 caminatas aleatorias a dos dimensiones con 10000 pasos cada una y se obtuvo la siguiente gráfica de barrras:

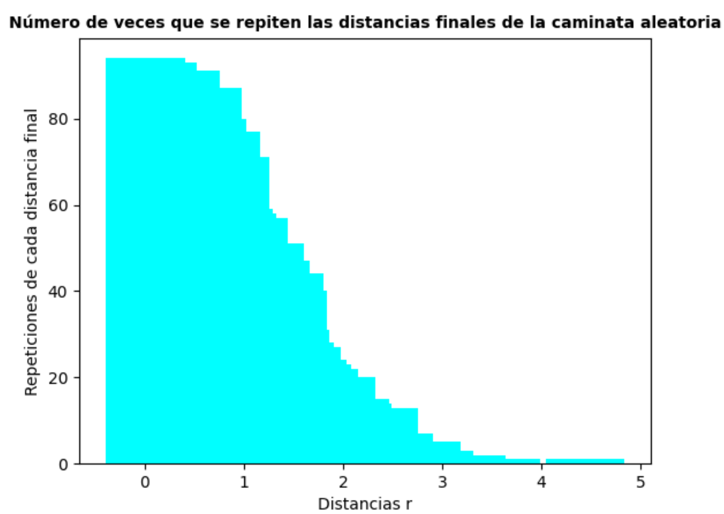

Figure 4: Número de veces que se repite cierta distancia final del origen. Esta gráfica de barras ilustrala cantidad de veces que se repite cierta distancia final del punto de origen tras 10000 pasos de una caminata aleatoria en dos dimensiones.

En la gráfica de barras es posible osbervar que esta sigue cierta tendencia como de media gaussiana, es decir, la gráfica que ilustra una distribución normal de probabilidad. Esto no es coincidencia, esto se debe al teorema de límite central, puesto que este teorema enuncia que una serie de N intentos de eventos con cualquier distribución de probabilidad independientes, cuando N tiende a infinito, estos intentos siguen una distribución normal en este límite. Esto también lo podremos observar por medio de las promedios de distancias y distancias al cuadrado a diferentes N, los resultados obtenidos se muestran a continuación:

N	$< r >$	$< r^2 >$
500	0.78	0.94
1000	0.79	0.97
2000	0.78	0.96
5000	0.8	1.01
10000	0.8	1

Table 1: Tabla de comparación promedios de r y r^2 a medida ue aumentan la cantidad de repeticiones de la caminata aleatoria. En esta tabla se ilustra cómo van cambiando los promedios de las distancias finales y las distancias finales al cuadrado de las N caminatas aleatorias a medida que N va aumentando.

Lo más destacable de los resultados prevamente observados es que también comprueban la validez del teorema de límite central puesto que estos resultados de valor esperado coinciden con los de una gaussiana, gráfica que representa una distribución normal de probabilidad.

5 Referencias

1. Massó, V y Pons, E. (March 20/2018) Available at:
$https://rstudio-pubs-static.s3.amazonaws.com/372908_51086b0fd9af49e3966d372046e7969a.html$
(Accessed: February 4/2023)