



A සොටිස්

1. ගණිත අභ්‍යන්තර මූලධිරමය හා විතයෙන්, සියලු  $n \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $\sum_{r=1}^n r(3r+1) = n(n+1)^2$  බව සාධනය කරන්න.

2.  $x^2 - 1 \geq |x + 1|$  අසමානතාව සපුරාලන ආකෘතියේ තුළ ප්‍රතිච්ඡාල අගයන් සොයන්න.

3. ආගන්ධි සටහනක,  $\text{Arg}(z - 2i) = \frac{\pi}{3}$  යන්න සපුරාලන ය සංකීරණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂණවල පරිය වන 1 හි දළ සටහනක් අදින්න.

$P$  හා  $Q$  යනු ඉහත ආගන්ති සහිතනෙහි පිළිවෙළින්  $2i$  හා  $\sqrt{3} + 5i$  සංකීරණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂණ යැයි ගතිම්.  $PQ$  දුර සෞයා  $Q$  ලක්ෂණය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

4. INFINITY යන වචනයෙහි අකුරු අට, වෙනස් ආකාර තීයකට පේෂීයක පිළියෙල කළ හැකි ද?

මෙම පිළියෙල කිරීම්වලින් කොපමුණක

- (i) I අකුරු තුන ම එක ලය හිටේද?  
(ii) හරියටම එක I අකුරක් හා N අකුරු දෙක ම මුල් අකුරු තුන ලෙස හිටේද?

5.  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  അഡി ഗതിമു.  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{x^3 - \alpha^3}{\tan x - \tan \alpha} = 3\alpha^2 \cos^2 \alpha$  എ പ്രേഷണം ചെയ്യുന്നു.

6.  $0 < a < b$  യെങ്കിൽ ഗതിമു.  $\frac{d}{dx} \sin^{-1} \left( \sqrt{\frac{b-a}{b}} \cos x \right) = -\frac{\sqrt{b-a} \sin x}{\sqrt{a \cos^2 x + b \sin^2 x}}$  എവ ഫേജ്‌വന്നു.

$$\text{ಶ. ನಡಿನೆ. } \int \frac{\sin x}{\sqrt{a \cos^2 x + b \sin^2 x}} dx \text{ ಸೊಯನ್ನನು.}$$

7.  $C$  ലക്ഷ്യക്ക്,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  സഭാ  $x = 3 \cos \theta - \cos^3 \theta$ ,  $y = 3 \sin \theta - \sin^3 \theta$  മുകിൻ അരാത്തിക്കവ ദേശു ലൈബി.

$\frac{dy}{dx} = -\cot^3 \theta$  බව පෙන්වන්න.

ස්පරුෂ රේඛාවේ අනුතුමණය - I වන පරිදි C වකුය මත වූ P ලක්ෂායෙහි බණ්ඩාක සොයන්න.

8.  $l_1$  හා  $l_2$  යනු පිහිටෙලින්  $3x - 4y = 2$  හා  $4x - 3y = 1$  මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා යැයි ගනීමු.

(i)  $l_1$  හා  $l_2$  අතර කෝන්වල සම්බන්ධකයන්හි සම්කරණ ලියා දක්වන්න.

(ii)  $l_1$  හා  $l_2$  අතර සූල් කෝණයේ සමවිශේදකයෙහි සමිකරණය සොයන්න.

9.  $S$  යනු  $x^2 + y^2 - 4 = 0$  මගින් දෙනු ලබන වෘත්තය යැයි දී  $l$  යනු  $y = x + 1$  මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛාව යැයි දී ගනිමු.  $S$ හා  $l$ හි ගෝදන ලක්ෂණ හරහා යන්නා වූ දී  $S$  වෘත්තය ප්‍රලමුවට ගෝදනය කරන්නා වූ දී වෘත්තයෙහි සමිකරණය සොයන්න.

10.  $-\pi < \theta \leq \pi$  සඳහා  $\left(\cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2}\right)^2 = 1 + \sin \theta$  බව පෙන්වන්න. ඒ තදින,  $\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} = \sqrt{\frac{3}{2}}$  බව පෙන්වා  $\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}$  හි අගය ද සොයන්න.  $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$  බව අපේක්ෂනය කරන්න.

ශ්‍රී ලංකා එකතු දෙපාර්තමේන්තුව සි අංක එකතු දෙපාර්තමේන්තුව සි ආකාර ප්‍රාග්ධන විෂය දෙපාර්තමේන්තුව සි අංක එකතු දෙපාර්තමේන්තුව

# Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පෙනු (ලක්ස පෙනු) විභාගය, 2017 අගෝස්තු කළමනීප පොතුත් තරාතුරුප පත්තිර (ඉ යට් තු)ප පරිශෑස, 2017 ඉකෘත් General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2017

සංයුත්ත ගණිතය  
இணைந்த கணிதம்  
Combined Mathematics

10 S I

B තොටෝ

\* ප්‍රයෝග පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a)  $f(x) = 3x^2 + 2ax + b$  യാൽ ഗെനിം; മേൽ  $a, b \in \mathbb{R}$  വേ.

$f(x) = 0$  සමිකරණයට තාන්ත්‍රික ප්‍රහිත්ත මුල දෙකක් නිබෙන බව දී ඇත.  $a^2 > 3b$  බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$  හි මූල  $a$  හා  $b$  යැයි ගනිමු.  $a$  ඇසුරෙන්  $a + b$  දී  $b$  ඇසුරෙන්  $a\beta$  දී ලියා දක්වන්න.

$$|\alpha - \beta| = \frac{2}{3} \sqrt{a^2 - 3b} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$|\alpha + \beta|$  හා  $|\alpha - \beta|$  ස්වතිය මූල ලෙස ඇති වර්ගජ සමිකරණය

$$9x^2 - 6\left(|a| + \sqrt{a^2 - 3b}\right)x + 4\sqrt{a^4 - 3a^2b} = 0 \quad \text{මගින් දෙනු ලබන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.}$$

(b)  $g(x) = x^3 + px^2 + qx + 1$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $p, q \in \mathbb{R}$  වේ.  $(x-1)(x+2)$  මගින්  $g(x)$  බෙදා විට ගේෂය  $3x+2$  වේ.  $(x-1)$  මගින්  $g(x)$  බෙදා විට ගේෂය 5 බව හා  $(x+2)$  මගින්  $g(x)$  බෙදා විට ගේෂය -4 බව පෙන්වන්න.

$p$  හා  $q$  හි අගයන් සොයා  $(x+1)$  යන්න  $g(x)$  හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

12. (a)  $x$  හි ආරෝහණ බල වලින්  $(5 + 2x)^{14}$  හි ද්‍රව්‍යපද ප්‍රසාරණය ලියා දක්වන්න.

$r = 0, 1, 2, \dots, 14$  සඳහා ඉහත ප්‍රසාරණයේ  $x^r$  අඩංගු පදය  $T_r$  යැයි ගනිමු.

$x \neq 0$  සඳහා  $\frac{T_{r+1}}{T_r} = \frac{2(14-r)}{5(r+1)} x$  බව පෙන්වන්න.

எதிரெங்கி,  $x = \frac{4}{3}$  வாணி விட, ஒவ்வொரு வாணியைக் கீழாலும் படிய விடவேண்டும்  $r$  கி அளவு கொண்டு.

$$(b) \ c \geq 0 \text{ යැයි ගනීම්. } r \in \mathbb{Z}^+ \text{ සඳහා } \frac{2}{(r+c)(r+c+2)} = \frac{1}{(r+c)} - \frac{1}{(r+c+2)} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\text{எனின், } n \in \mathbb{Z}^+ \text{ என்றால் } \sum_{r=1}^n \frac{2}{(r+c)(r+c+2)} = \frac{(3+2c)}{(1+c)(2+c)} - \frac{1}{(n+c+1)} - \frac{1}{(n+c+2)} \text{ என}$$

$\sum_{r=0}^{\infty} \frac{2}{(r+c)(r+c+2)}$  අපරිමිත ශේෂීය අභිසාරී බව අලෝහනය කර එහි එක්සය සොයන්න.

‘C’ கூட்டுரை பூர்வமாக அமைக்கப்பட்டுள்ளது. இதில் மொத்தம் ஒரு கோடு என்று கீழ்க்கண்ட வகையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

13. (a)  $A = \begin{pmatrix} 2 & a & 3 \\ -1 & b & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ 1 & b & 0 \end{pmatrix}$  හා  $P = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $a, b \in \mathbb{R}$  වේ.

$AB^T = P$  බව දී ඇතු; මෙහි  $B^T$  මගින්  $B$  න්‍යාසයෙහි පෙරල්ම දැක්වේ.  $a = 1$  හා  $b = -1$  බව පෙන්වා,  $a$  හා  $b$  සඳහා මෙම අගයන් සහිත ව  $B^T A$  සොයන්න.

$P^{-1}$  ලියා දක්වා, එය භාවිතයෙන්,  $PQ = P^2 + 2I$  වන පරිදි  $Q$  න්‍යාසය සොයන්න; මෙහි  $I$  යනු ගණය 2 වූ ඒකක න්‍යාසයයි.

(b) ආගන්චි සටහනක,  $|z| = 1$  සපුරාලන  $z$  සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරුපණය කරන ලක්ෂණයන්හි පරිය වූ  $C$  හි දළ සටහනක් අදින්න.

$z_0 = a(\cos \theta + i \sin \theta)$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $a > 0$  හා  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  වේ.  $\frac{1}{z_0}$  හා  $z_0^2$  යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා එක එකක මාපාංකය  $a$  ඇසුරෙන් ද ප්‍රධාන විස්තාරය  $\theta$  ඇසුරෙන් ද සොයන්න.

$P, Q, R$  හා  $S$  යනු පිළිවෙළින්  $z_0, \frac{1}{z_0}, z_0 + \frac{1}{z_0}$  හා  $z_0^2$  යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ඉහත ආගන්චි සටහනෙහි නිරුපණය කරන ලක්ෂණ යැයි ගනිමු.

$P$  ලක්ෂණය ඉහත  $C$  මත පිහිටන විට

- (i)  $Q$  හා  $S$  ලක්ෂණ ද  $C$  මත පිහිටන බවන්
- (ii)  $R$  ලක්ෂණය තාන්ත්‍රික අක්ෂය මත 0 හා 2 අතර පිහිටන බවන් පෙන්වන්න.

14. (a)  $x \neq 1, 2$  සඳහා  $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)}$  යැයි ගනිමු.

$x \neq 1, 2$  සඳහා  $f(x)$  හි ව්‍යුත්පන්නය,  $f'(x)$  යන්න  $f'(x) = \frac{x(4-3x)}{(x-1)^2(x-2)^2}$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්යෝන්මුබ හා හැරැමි ලක්ෂණ දක්වමින්  $y = f(x)$  හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අදින්න.

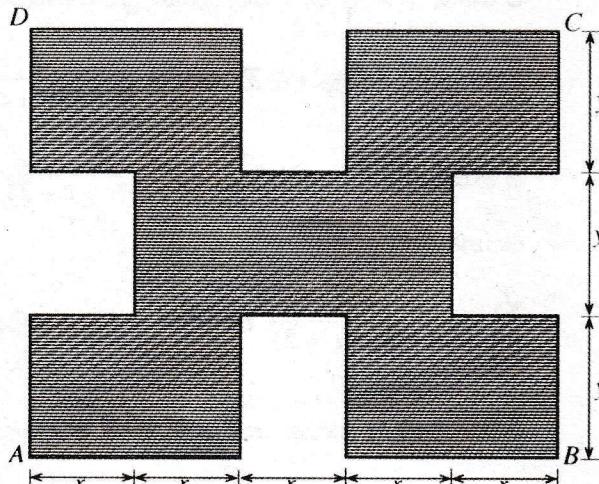
ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්  $\frac{x^2}{(x-1)(x-2)} \leq 0$  අසමානතාව විසඳුන්න.

(b) යාබද රුපයේ පෙන්වා ඇති අදුරු කළ පෙදෙසෙහි  $D$  වර්ගලය  $385 \text{ m}^2$  වේ. මෙම පෙදෙස ලබාගෙන ඇත්තේ දිග මීටර  $5x$  ද පළල මීටර  $3y$  වූ  $ABCD$  සපුරාකේණුපියකින්, දිග මීටර  $y$  ද පළල මීටර  $x$  වූ සර්වසම සපුරාකේණුපි හතරක් ඉවත් කිරීමෙනි.

$y = \frac{35}{x}$  බව පෙන්වා, අදුරු කළ පෙදෙසෙහි මීටරවලින් මතින ලද පරිමිතය  $P$  යන්න  $x > 0$

සඳහා  $P = 14x + \frac{350}{x}$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

$P$  අවම වන පරිදි  $x$  ති අය සොයන්න.



15. (a) (i)  $\frac{1}{x(x+1)^2}$  හින්න භාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර, ඒ තයිත,  $\int \frac{1}{x(x+1)^2} dx$  සොයන්න.
- (ii) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්,  $\int xe^{-x} dx$  සොයා, ඒ තයිත,  $y = xe^{-x}$  වතුයෙන් දී  $x = 1, x = 2$  හා  $y = 0$  සරල රේඛාවලින් දී ආවත පෙදෙසෙහි වර්ගවලය සොයන්න.

$$(b) c > 0 හා I = \int_0^c \frac{\ln(c+x)}{c^2+x^2} dx \quad \text{යැයි ගනිමු. } x = c \tan \theta \text{ ආද්‍යය භාවිතයෙන්,}$$

$$I = \frac{\pi}{4c} \ln c + \frac{1}{c} J \quad \text{බව පෙන්වන්න; මෙහි } J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1+\tan \theta) d\theta \text{ වේ.}$$

$a$  නියතයක් වන  $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$  සූත්‍රය භාවිතයෙන්,  $J = \frac{\pi}{8} \ln 2$  බව පෙන්වන්න.

$$I = \frac{\pi}{8c} \ln(2c^2) \quad \text{බව අපෝහනය කරන්න.}$$

16.  $m \in \mathbb{R}$  යැයි ගනිමු.  $P \equiv (0, 1)$  ලක්ෂණය  $y = mx$  මගින් දෙනු ලබන  $I$  සරල රේඛාව මත නොපිහිටන බව පෙන්වන්න.

$I$  ට ලම්බව  $P$  හරහා වූ සරල රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂණයක බණ්ඩාංක  $(-mt, t+1)$  ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි  $t$  යනු පරාමිතියකි.

එ තයිත,  $P$  සිට  $I$  ට අදි ලම්බයේ අවිය වූ  $Q$  ලක්ෂණයෙහි බණ්ඩාංක  $\left(\frac{m}{1+m^2}, \frac{m^2}{1+m^2}\right)$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

$m$  විවෘතය වන විට,  $Q$  ලක්ෂණය  $x^2 + y^2 - y = 0$  මගින් දෙනු ලබන  $S$  වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වා,  $Q$  හි පරියේ දළ සටහනක්  $xy$ -තලයෙහි අදින්න.

තව දී  $R \equiv \left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{4}\right)$  ලක්ෂණය  $S$  මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

$R$  ලක්ෂණයේ දී  $S$  බාහිරව ස්ථාපිත කරන හා  $x$ -අක්ෂය මත කේත්දය පිහිටන  $S'$  වෘත්තයේ සම්කරණය සොයන්න.

$S'$  හි කේත්දය කේත්දය ලෙස ඇතිව  $S$  අභ්‍යන්තරව ස්ථාපිත කරන වෘත්තයේ සම්කරණය ලියා දක්වන්න.

17. (a) (i)  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  සඳහා  $\frac{2 \cos(60^\circ - \theta) - \cos \theta}{\sin \theta} = \sqrt{3}$  බව පෙන්වන්න.

(ii) රුපයේ පෙන්වා ඇති  $ABCD$  වතුරුපුයෙහි  $AB = AD, A\hat{B}C = 80^\circ, C\hat{A}D = 20^\circ$  හා  $B\hat{A}C = 60^\circ$  වේ.

$A\hat{C}D = \alpha$  යැයි ගනිමු.  $ABC$  ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්,  $\frac{AC}{AB} = 2 \cos 40^\circ$  බව පෙන්වන්න.

මෙළගට  $ADC$  ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්,

$$\frac{AC}{AD} = \frac{\sin(20^\circ + \alpha)}{\sin \alpha} \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

$\sin(20^\circ + \alpha) = 2 \cos 40^\circ \sin \alpha$  බව අපෝහනය කරන්න.

$$\text{එ තයිත, } \cot \alpha = \frac{2 \cos 40^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

දැන්, ඉහත (i) හි ප්‍රතිච්ඡලය භාවිතයෙන්,  $\alpha = 30^\circ$  බව පෙන්වන්න.

$$(b) \cos 4x + \sin 4x = \cos 2x + \sin 2x \text{ සම්කරණය විසඳුන්න.}$$

