

Department of Examinations, Sri Lanka

அவசியன போட்ட கல்வி பணி (உயர் பள்ளி) விழுதுகை, 2016 அன்றைக்கு கல்விப் பொதுத் துறைப் பதினாற் (உயர் துறை)ப் பிரிவை, 2016 ஒகஸ்ட் General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2016.

கணக்கு மற்றும் வினியோட்டி
Combined Mathematics

10 S I

ஏடு ஒன்றி
மூன்று மணித்தியாலும்
Three hours

විගාග අංකය

පෙරේද්‍යා

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස දෙකකින් සමන්වීන වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).

* A කොටස:

සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩිහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉවත් අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කවිදසී හාවිත කළ හැකි ය.

* B කොටස:

පුද්න රහකට පමණක් පිළිතුරු පෙනෙයුත්ත. මධ්‍ය පිළිතුරු, පෙනෙයුත්ත සඳහා ඇති කඩුලැසිවල ලියන්ත.

- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩීන් සිටින පරිදි කොටස දෙක අමුණා විභාග ගාලුයේපතිව භාර දෙන්න.
 - * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ගාලුවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරික්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝගතාය සඳහා පමණි.

(10) සංයුත්ත ගණිතය I

කොටස	ප්‍රයත්‍න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
එකතුව		
ප්‍රතිගෘහය		

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන දෙණු	

දුලක්කමෙන්	
අකුරින්	

උත්තර පත්‍ර පරික්ෂක	සාක්ෂිත දැනුව
පරික්ෂා කළේ:	1
අවෝක්ෂණය කළේ:	2

A නොවය

1. ගීත අභ්‍යන්තර මූල්‍ය පිළිබඳ හාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n r(r+1) = \frac{n}{3}(n+1)(n+2)$ බව සාධනය කරන්න.

2. එක ම රුප සටහනක $y = |x| + 1$ හා $y = 2|x - 1|$ හි ප්‍රස්ථාරවල දැල සටහන් අදින්න. එහින් හෝ අත් අපුරකිත සේව, $|x| + 1 > 2|x - 1|$ අසමානතාව පූරුෂලන ආකෘතියෙහි අභ්‍යන්තර සොයන්න.

- ### 3. එක ම ආගන්ති සටහනක

$$(i) \quad |z - i| = 1, \quad (ii) \quad \operatorname{Arg}(z - i) = \frac{\pi}{6}$$

සපුරාලන ඔස්ථිරණ සංඛ්‍යා නිරුපණය කළේ ලක්ෂයන්හි පරිවල දළ සටහන් ඇද, මෙම පරියන්හි තේඛන ලක්ෂය මගින් නිරුපණය කරනු ලබන සංඛ්‍යාව $r (\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් හෝයන්න; මෙයි $r > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වේ.

4. එක් එක් සංඛ්‍යාකය එක් වරක් පමණක් හාවිත කරයි නම්, 1, 2, 3, 4 හා 5 යන සංඛ්‍යාකවලින්, සංඛ්‍යාක පහතින් යුත් වෙනස් සංඛ්‍යාක තීයක් සැදිය ගැනීමේද ද?

මෙම සංඛ්‍යාවලින් (i) කොපමණක් ඉරටිවේ සංඛ්‍යා වේ දී?

(ii) කොපම්පක 3 හා 4 සංඛ්‍යානක එක පිය තිබේ ද?

- $$5. \alpha > 0 \text{ යැයි ගනීම්. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\alpha x)}{\sqrt{4 + x^2} - \sqrt{4 - x^2}} = 16 \text{ වන පරිදි වූ } \alpha \text{ හි අගය සොයන්න.}$$

6. $y = x^2$ සහ $y = 2x - x^2$ වනු මගින් ආවාන පෙදෙසකි වර්ගතලය වර්ග ඒකක $\frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.

7. $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ සඳහා $x = 3 \sin^2 \frac{\theta}{2}$, $y = \sin^3 \theta$ යන පරාමිතික සමීකරණ මගින් C ව්‍යුයක් දෙනු ලැබේ.

$$\frac{dy}{dx} = \sin 2\theta \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

C මත වූ P ලක්ෂණයක දී සපරිශකයෙහි අනුකූලණය $\frac{\sqrt{3}}{2}$ වේ නම්, P ට අනුරුප θ පරාමිතියෙහි අය සොයන්න.

8. මුළු ලක්ෂණයන්, $2x + 3y - k = 0$ හා $x - y + 1 = 0$ සරල රේඛාවල ජේදා ලක්ෂණයන් ඩරනා යන සරල රේඛාව l යැයි ගනිමු; මෙහි $k (\neq 0)$ නියතයකි. l හි සමීකරණය k ඇසුරෙන් සොයන්න.

(1, 1) හා (3, 4) ලක්ෂණ දෙක l හි එක ම පැත්තේ වන බව දී ඇත. $k < 18$ බව පෙන්වන්න.

9. $A \equiv (1, 2)$, $B \equiv (-5, 4)$ හා S යනු AB විෂකම්භයක් ලෙස වූ වියේකය යැයි ගතීම්.

- (i) S ව්‍යවහාරය ද
(ii) S ව්‍යවහාරය ප්‍රාලිම් ව ගේදනය කරන, කේත්තුය $(1, 1)$ ලෙස ඇති ව්‍යවහාරය ද සඳහා සැකක් කළ ව්‍යවහාරය ප්‍රාලිම් ව ගේදනය කරන.

10. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ නේහා $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = \sin x + \sin 2x + \sin 3x$ සළිකරණය විසඳුන්න.

මියෙහි මිලක දෙපාර්තමේන්තුව සි මාත්‍ර මිලක දෙපාර්තමේන්තුව සි මාත්‍ර මිලක දෙපාර්තමේන්තුව
මිලක පරිභාෂා ත්‍රිත්‍යකාම නිලධාරීන් පාඨමාර්ග ප්‍රතිඵල් ත්‍රිත්‍යකාම පරිභාෂා ත්‍රිත්‍යකාම
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
මියෙහි මිලක දෙපාර්තමේන්තුව සි මාත්‍ර මිලක දෙපාර්තමේන්තුව සි මාත්‍ර මිලක දෙපාර්තමේන්තුව
මිලක පරිභාෂා ත්‍රිත්‍යකාම නිලධාරීන් පාඨමාර්ග ප්‍රතිඵල් ත්‍රිත්‍යකාම පරිභාෂා ත්‍රිත්‍යකාම

**අධ්‍යාපන පොදු සහතික ප්‍රා (උස්‍ය පොදු) විෂය අධ්‍යාපන පොදු
කළම්පි පොදුත් තුරාතුරු පත්‍ර (උස්‍ය තුරු) ප්‍රා, 2016 ඉකළම්පි
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2016**

සංයුත්ත ගණිතය
මිණෙන්ත කණිතම
Combined Mathematics

10 S I

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිනුරු සපයන්න.

11. (a) $a \neq 0$ හා $a + b + c \neq 0$ වන පරිදි වූ $a, b, c \in \mathbb{R}$ යැයි ද $f(x) = ax^2 + bx + c$ යැයි ද ගනිමු.

$f(x) = 0$ ස්ථිරාකාරයෙහි, 1 මුළුයක් කොටස බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$ හි මුළු α හා β යැයි ගනිමු.

$$(a - 1)(\beta - 1) = \frac{1}{a}(a + b + c) \text{ බව } \frac{1}{a - 1} \text{ හා } \frac{1}{\beta - 1} \text{ මුළු ලෙස } \text{ ඇති } \text{ වර්ගාක්‍රම } g(x) = 0$$

මගින් දෙනු ලබන බව ද පෙන්වන්න; මෙහි $g(x) = (a + b + c)x^2 + (2a + b)x + a$ වේ.

දැන්, $a > 0$ හා $a + b + c > 0$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි අවම අයය වන m_1 යන්න $m_1 = -\frac{\Delta}{4a}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $\Delta = b^2 - 4ac$ වේ.

$g(x)$ හි අවම අයය m_2 යැයි ගනිමු. $(a + b + c)m_2 = am_1$ බව අපෝහනය කරන්න.

එ නයිත, සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $g(x) \geq 0$ ම නම් පමණක් සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) \geq 0$ බව පෙන්වන්න.

(b) $p(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 1$ හා $q(x) = x^2 + 3x + 6$ යැයි ගනිමු. ගේෂ ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, $p(x)$ යන්න $(x - 1)$ මගින් බෙදු විට ගේෂයත්, $q(x)$ යන්න $(x - 2)$ මගින් බෙදු විට ගේෂයත් සොයන්න.

$p(x) = (x - 1)q(x) + 5$ බව සත්‍යාපනය කර, $p(x)$ යන්න $(x - 1)(x - 2)$ මගින් බෙදු විට ගේෂය සොයන්න.

12. (a) $n \in \mathbb{Z}^+$ යැයි ගනිමු. සූපුරුදු අකනෙයන්, $(1 + x)^n$ සඳහා ද්විපාද ප්‍රසාරණය ප්‍රකාශ කරන්න.

$$\text{සූපුරුදු අකනෙයන්, } r = 0, 1, 2, \dots, n-1 \text{ සඳහා } \frac{nC_{r+1}}{nC_r} = \frac{n-r}{r+1} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$(1 + x)^n$ හි ද්විපාද ප්‍රසාරණයේ x^r, x^{r+1} හා x^{r+2} හි සංග්‍රහක එම පිළිවෙළට ගත් විට $1 : 2 : 3$ අනුපාත වලින් යුතු වේ. මෙම අවස්ථාවේ දී $n = 14$ හා $r = 4$ බව පෙන්වන්න.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{10r + 9}{(2r - 3)(2r - 1)(2r + 1)}$ හා $f(r) = r(Ar + B)$ යැයි ගනිමු; මෙහි A හා B තාක්ත්වික නියන වේ.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{f(r)}{(2r - 3)(2r - 1)} - \frac{f(r + 1)}{(2r - 1)(2r + 1)}$ වන පරිදි A හා B තාක්ත්වල අයන් සොයන්න.

$$n \in \mathbb{Z}^+ \text{ සඳහා } \sum_{r=1}^n U_r = -3 - \frac{(n+1)(2n+3)}{(4n^2 - 1)} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ග්‍රේනිය අනිසාරි බව තවදුරටත් පෙන්වා එහි එක්සය සොයන්න.

13.(a) $A = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ හා $Y = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$AX = \lambda X$ හා $AY = \mu Y$ වන පරිදි λ හා μ කාන්ත්වික තියත සොයන්න.

$P = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. $P^{-1}AP = D$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ වේ.

(b) ආගන්චි සටහනක, A ලක්ෂය $2+i$ සංකීරණ සංඛ්‍යාව තිරුපූරුණ කරයි. B ලක්ෂය, $OB = 2 (OA)$ හා $A\hat{O}B = \frac{\pi}{4}$ වන පරිදි වේ; මෙහි O යනු මූලය ද $A\hat{O}B$ මැන ඇත්තේ OA සිට වාමාවර්තව ද වේ. B ලක්ෂය මගින් තිරුපූරුණ කරනු ලබන සංකීරණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

$OACB$ සමාන්තරාපුයක් වන පරිදි වූ C ලක්ෂය මගින් තිරුපූරුණ කරනු ලබන සංකීරණ සංඛ්‍යාව ද සොයන්න.

(c) $z \in \mathbb{C}$ යැයි ද $w = \frac{2}{1+i} + \frac{5z}{2+i}$ යැයි ද ගනිමු. $\operatorname{Im} w = -1$ හා $|w - 1 + i| = 5$ බව දී ඇත. $z = \pm (2 + i)$ බව පෙන්වන්න.

14.(a) $x \neq \pm 1$ සඳහා $f(x) = \frac{(x-3)^2}{x^2-1}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න, $f'(x) = \frac{2(x-3)(3x-1)}{(x^2-1)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

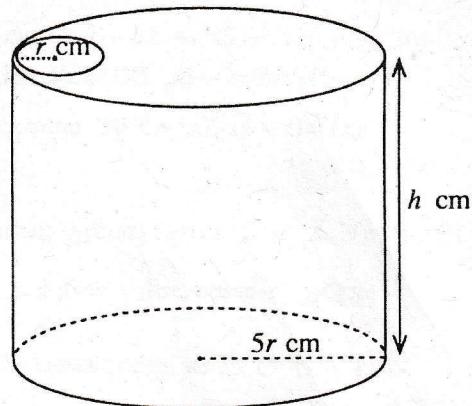
$y = f(x)$ හි ස්පර්යෝන්මුබවල සමිකරණ ලියා දක්වන්න.

තිරස් ස්පර්යෝන්මුබය, $y = f(x)$ වකුය ජේදනය කරන ලක්ෂයයේ බණ්ඩාක සොයන්න.

ස්පර්යෝන්මුබ හා හැරුම් ලක්ෂය දක්වමින් $y = f(x)$ ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අදින්න.

(b) අරය $5r$ cm හා උස h cm වූ සාපුළු වෘත්ත පිළින්ඩියක හැඩිය ඇති තුනී ලෝහ බදුනකට, අරය r cm වූ වෘත්තාකාර සිදුරක් සහිත අරය $5r$ cm වූ වෘත්තාකාර පියනක් ඇත. (රුපය බලන්න.) බදුනෙහි පරිමාව $245\pi \text{ cm}^3$ වන බව දී ඇත. සිදුර සහිත පියන සමඟ බදුනෙහි පෘෂ්ඨ වර්ගේලය $S \text{ cm}^2$ යන්න $r > 0$ සඳහා $S = 49\pi \left(r^2 + \frac{2}{r}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

S අවම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.



15.(a) (i) $\int \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$ සොයන්න.

(ii) $\frac{d}{dx} \left(\sqrt{3+2x-x^2} \right)$ සොයා, එ තකින්, $\int \frac{x-1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$ සොයන්න.

ඉහත අනුකළ හාවිතයෙන් $\int \frac{x+1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$ සොයන්න.

(b) $\frac{2x-1}{(x+1)(x^2+1)}$ හින්න හාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර, එ තකින්, $\int \frac{(2x-1)}{(x+1)(x^2+1)} dx$ සොයන්න.

(c) (i) $n \neq -1$ යැයි ගනිමු. කොටස් වගයෙන් අනුකළනය හාවිතයෙන්, $\int x^n (\ln x) dx$ සොයන්න.

(ii) $\int_1^3 \frac{\ln x}{x} dx$ අගයන්න.

16. (a) $ABCD$ රෝමිබසයක AC විකරණයෙහි සම්කරණය $3x - y = 3$ යි $B \equiv (3, 1)$ ද වේ. තවද CD හි සම්කරණය $x + ky = 4$ වේ; මෙහි k යනු කාන්ත්‍රික නියතයකි. k හි අගය හා BC හි සම්කරණය සොයන්න.

(b) පිළිවෙළින් $x^2 + y^2 = 4$ හා $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ යන සම්කරණ මගින් දෙනු ලබන C_1 හා C_2 වෘත්තවල දීම සටහන්, ඒවායේ ස්පර්ශ ලක්ෂණය පැහැදිලිව දක්වමින් අදින්න.

C_3 වෘත්තයක් C_1 අසාන්තරව ද C_2 බාහිරව ද ස්පර්ශ කරයි. C_3 හි කේන්ද්‍රය $8x^2 + 9y^2 - 8x - 16 = 0$ වනුය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

17. (a) $\tan \alpha$ හා $\tan \beta$ ඇසුරෙන් $\tan(\alpha + \beta)$ සඳහා වූ ත්‍රිකෝණම්තික සර්වසාම්ය ලියා දක්වන්න.

ඒ තියින්, $\tan \theta$ ඇසුරෙන් $\tan 2\theta$ ලබා ගෙන, $\tan 3\theta = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$ බව පෙන්වන්න.

අවසාන සම්කරණයෙහි $\theta = \frac{5\pi}{12}$ ආදේශ කිරීමෙන්, $\tan \frac{5\pi}{12}$ යන්න $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0$ හි විසඳුමක් බව සත්‍යාපනය කරන්න.

$x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = (x + 1)(x^2 - 4x + 1)$ බව තවදුරටත් දී ඇති විට, $\tan \frac{5\pi}{12} = 2 + \sqrt{3}$ බව අප්‍රසාදනය කරන්න.

(b) $0 < A < \pi$ සඳහා $\tan^2 \frac{A}{2} = \frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}$ බව පෙන්වන්න.

සුපුරුදු අංකනයෙන්, ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින නීතිය හාවිත කර,

$(a + b + c)(b + c - a) \tan^2 \frac{A}{2} = (a + b - c)(a + c - b)$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\sin^{-1} \left(\frac{3}{5} \right) + \sin^{-1} \left(\frac{5}{13} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{56}{65} \right)$ බව පෙන්වන්න.

* * *