

CÁLCULO AVANZADO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
FACULTAD REGIONAL LA PLATA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

Práctica: Unidad 11.
Tema: Problemas de contorno.
Profesor Titular: Manuel Carlevaro.
Ayudante de Primera: Christian Molina.

Ejercicio 1.

Resolver mediante el método de disparo el siguiente problema con valores de contorno:

$$y'' + 3yy' = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(2) = 1$$

Ejercicio 2.

La integración numérica del problema de valor inicial:

$$y'' + y' - y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

conduce a $y(1) = 0.741028$. ¿Cuál es el valor de $y'(0)$ que daría como resultado $y(1) = 1$ asumiendo que el valor de $y(0)$ no cambia?

Ejercicio 3.

Resuelva los siguientes problemas de contorno usando el método de disparo:

a) $y'' + (1 - 0.2x)y^2 = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(\pi/2) = 1$

b) $y'' + 2y' + 3y^2 = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(2) = -1$

c) $y'' + \sin y + 1 = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0$

Ejercicio 4.

Use aproximaciones en diferencias finitas de las derivadas para transformar los problemas con valores de contorno en ecuaciones simultáneas $\mathbf{Ay} = \mathbf{b}$.

a) $y'' = y + x^2, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1;$

b) $y'' = e^{-x}y', \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 0;$

c) $y'' = (2 + x)y, \quad y(0) = 0, \quad y'(1) = 5;$

Ejercicio 5.

Resuelva los problemas de contorno siguiente mediante el método de diferencias finitas usando $N = 20$. Compare el resultado obtenido con la solución exacta cuando se indica.

a) $y'' = xy$, $y(1) = 1.5$, $y(2) = 3$;

b) $y'' + 2y' + y = 0$, $y(0) = 0$, $y(1) = 1$. Solución exacta: $y = xe^{1-x}$.

c) $x^2y'' + xy' + y = 0$, $y(1) = 0$, $y(2) = 0.638961$. Solución exacta: $y = \text{sen}(\ln x)$.

d) $y'' = y^2 \text{sen } y$, $y'(0) = 0$, $y(\pi) = 1$.

e) $y'' + 2y(2xy' + y) = 0$, $y(0) = 1/2$, $y'(1) = -2/9$. Solución exacta: $y = (2 + x^2)^{-1}$.