

# CÁLCULO AVANZADO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
FACULTAD REGIONAL LA PLATA  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

**Práctica:** Unidad 5

**Tema:** Cálculo de raíces: soluciones de ecuaciones de una variable.

**Profesor Titular:** Manuel Carlevaro.

**Ayudante de Primera:** Christian Molina.

## Ejercicio 1.

Realice tres iteraciones a mano del método de bisección aplicado a  $f(x) = x^3 - 2$  en el intervalo  $a = 0$  y  $b = 2$ .

## Ejercicio 2.

Para cada una de las funciones siguientes, encuentre la raíz con una precisión de 0.1 usando una calculadora (debería tomar a lo sumo cinco iteraciones):

a)  $f(x) = x - e^{-x^2}$ ,  $[a, b] = [0, 1]$ .

b)  $f(x) = \ln x + x$ ,  $[a, b] = [1/10, 1]$ .

c)  $f(x) = x^3 - 3$ ,  $[a, b] = [0, 3]$ .

## Ejercicio 3.

Escriba un programa para resolver la ecuación  $x = \cos x$ . Elija el intervalo explorando el problema con una calculadora.

## Ejercicio 4.

Escriba un programa para resolver la ecuación  $x = e^{-x}$ . Elija el intervalo explorando el problema con una calculadora.

## Ejercicio 5.

La ecuación  $x^3 + 4x^2 - 10 = 0$  tiene una raíz única en  $[1, 2]$ . Existen muchas formas de cambiar la ecuación para la forma de punto fijo  $x = g(x)$  mediante una simple manipulación algebraica. Iterar en las siguientes representaciones de  $g$  y verifique que el (eventual) punto fijo obtenido es una raíz de la ecuación inicial.

a)  $x = g_1(x) = x - x^3 - 4x^2 + 10$

b)  $x = g_2(x) = \left(\frac{10}{x} - 4x\right)^{1/2}$

c)  $x = g_3(x) = \frac{1}{2}(10 - x^3)^{1/2}$

d)  $x = g_4(x) = \left(\frac{10}{4+x}\right)^{1/2}$

e)  $x = g_5(x) = x - \frac{x^3+4x^2-10}{3x^2+8x}$

**Ejercicio 6.**

Use el teorema de existencia y unicidad de punto fijo para mostrar que  $g(x) = 2^{-x}$  tiene un único punto fijo en  $[1/3, 1]$ . Use una iteración de punto fijo para hallar el punto fijo con una precisión de  $10^{-4}$ .

**Ejercicio 7.**

Use una iteración de punto fijo para determinar la solución de  $x = \tan x$  con una precisión de  $10^{-4}$ , para  $x \in [4, 5]$ .

**Ejercicio 8.**

Use el método de Newton-Raphson para encontrar las soluciones con precisión  $10^{-4}$  de las siguientes funciones:

a)  $x^3 - 2x^2 - 5 = 0, \quad [1, 4]$

b)  $x - \cos x = 0, \quad [0, \pi/2]$

**Ejercicio 9.**

El polinomio de cuarto grado

$$f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$$

tiene dos ceros reales, uno en  $[-1, 0]$  y otro en  $[0, 1]$ . Intente aproximar esos ceros con una precisión de  $10^{-6}$  usando:

a) bisección

b) Newton-Raphson

Use los intervalos como aproximaciones iniciales en a) y los puntos medios de esos intervalos en b). Compare la cantidad necesaria de iteraciones para cada caso.

**Ejercicio 10.**

La suma de dos números es 20. Si a cada número se le suma su raíz cuadrada, el producto de los dos sumas es 155.55. Determine los dos números con una precisión de  $10^{-4}$ .