

# CÁLCULO AVANZADO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
FACULTAD REGIONAL LA PLATA  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

**Práctica:** Unidad 12.  
**Tema:** Ecuaciones en derivadas parciales.  
**Profesor Titular:** Manuel Carlevaro.  
**Ayudante de Primera:** Christian Molina.

## Ejercicio 1.

Aproxime utilizando diferencias finitas la ecuación en derivadas parciales elíptica

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 4, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 2$$

con las condiciones de frontera:

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= x^2, \quad u(x, 2) = (x - 2)^2, \quad 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, y) &= y^2, \quad u(1, y) = (y - 1)^2, \quad 0 \leq y \leq 2 \end{aligned}$$

Use  $h = k = 1/2$  y compare los resultados con la solución exacta  $u(x, y) = (x - y)^2$ .

## Ejercicio 2.

Aproxime utilizando diferencias finitas la ecuación en derivadas parciales elíptica

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad 1 < x < 2, \quad 0 < y < 1$$

con las condiciones de frontera:

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= 2 \ln x, \quad u(x, 1) = \ln(x^2 + 1), \quad 1 \leq x \leq 2 \\ u(1, y) &= \ln(y^2 + 1), \quad u(2, y) = \ln(y^2 + 4), \quad 0 \leq y \leq 1 \end{aligned}$$

Use  $h = k = 1/3$  y compare los resultados con la solución exacta  $u(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ .

## Ejercicio 3.

Aproxime utilizando diferencias finitas hacia adelante la ecuación en derivadas parciales parabólica

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad 0 < x < 2, \quad 0 < t < T$$

con las condiciones de frontera:

$$u(0, t) = u(2, t) = 0, \quad 0 < t; \quad u(x, 0) = \sin \frac{\pi}{2} x, \quad 0 \leq x \leq 2$$

Use  $n = 2$  (puntos en  $x$ ),  $T = 0.1$  y  $m = 4$  (divisiones de  $t$ ). Compare los resultados con la solución exacta  $u(x, t) = \exp[-(\pi^2/4)t] \sin(\pi x/2)$ .