

INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Manuel Carlevaro

- ▶ Definir conjuntos por extensión y comprensión. Realizar diagramas de Venn. Identificar elementos y subconjuntos a la vez que relaciones de pertenencia e inclusión.
- ▶ Realizar operaciones entre conjuntos (unión, intersección y diferencia).
- ▶ Identificar los conjuntos numéricos.
- ▶ Revisar la conformación de los números reales: números naturales, enteros, racionales e irracionales.
- ▶ Conocer la representación del conjunto de los números reales como recta real y los demás conjuntos numéricos.
- ▶ Revisar cómo se manipulan expresiones algebraicas usando las propiedades conmutativas, asociativas y distributivas de las operaciones.
- ▶ Conocer el orden de las prioridades de las operaciones algebraicas y el rol de los paréntesis.
- ▶ Revisar identidades algebraicas importantes que involucran la suma, resta, multiplicación y división.

Definición : Conjunto.

Es una colección o agrupamiento de objetos, cosas, etc. Usualmente se utilizan letras mayúsculas para nombrarlos y llaves $\{ \}$ para **escribirlos encerrando sus elementos**.

Definición : Conjunto.

Es una colección o agrupamiento de objetos, cosas, etc. Usualmente se utilizan letras mayúsculas para nombrarlos y llaves $\{\}$ para **escribirlos encerrando sus elementos**.

Ejemplo : .

$$S = \{\text{domingo, martes, lunes, jueves, viernes, sábado, miércoles}\}$$

Definición : Conjunto.

Es una colección o agrupamiento de objetos, cosas, etc. Usualmente se utilizan letras mayúsculas para nombrarlos y llaves $\{\}$ para **escribirlos encerrando sus elementos**.

Ejemplo : .

$$S = \{\text{domingo, martes, lunes, jueves, viernes, sábado, miércoles}\}$$

Otros ejemplos:

$$A = \{a, e, i, o, u\} \quad B = \{\text{rojo, verde, azul}\} \quad C = \{\square, \circ, \triangle, \diamond, \clubsuit\} \quad D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$$

Definición : Conjunto.

Es una colección o agrupamiento de objetos, cosas, etc. Usualmente se utilizan letras mayúsculas para nombrarlos y llaves $\{\}$ para **escribirlos encerrando sus elementos**.

Ejemplo : .

$$S = \{\text{domingo, martes, lunes, jueves, viernes, sábado, miércoles}\}$$

Otros ejemplos:

$$A = \{a, e, i, o, u\} \quad B = \{\text{rojo, verde, azul}\} \quad C = \{\square, \circ, \triangle, \diamond, \clubsuit\} \quad D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$$



- ▶ **No importa** el orden en que escribimos los elementos de un conjunto.
- ▶ Tampoco es importante que aparezcan **elementos repetidos**. Por ejemplo, los siguientes conjuntos son iguales:

$$\{a, b, c\} = \{a, c, b, b, b\} = \{b, a, c, a\}$$

CONJUNTOS Y OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

Se utiliza el símbolo " \in " para indicar que cierto elemento **pertenece** a un conjunto:

$$\text{lunes} \in S$$

Se puede leer como "lunes pertenece a S ".

Por otro lado, se utiliza el símbolo " \notin " para indicar que un elemento **no pertenece** a un conjunto, por ejemplos:

$$\text{enero} \notin S$$

Cuando el conjunto tiene **muchos elementos**, o una **cantidad infinita** de elementos, se utilizan los **tres puntos** "...":

$$\{a, b, c, \dots, x, y, z\}$$

$$\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

CONJUNTOS Y OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

Se utiliza el símbolo " \in " para indicar que cierto elemento **pertenece** a un conjunto:

$$\text{lunes} \in S$$

Se puede leer como "lunes pertenece a S ".

Por otro lado, se utiliza el símbolo " \notin " para indicar que un elemento **no pertenece** a un conjunto, por ejemplos:

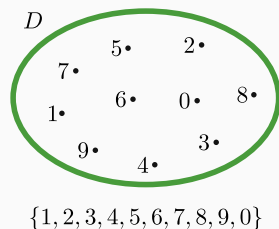
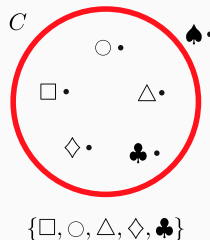
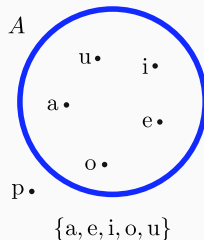
$$\text{enero} \notin S$$

Cuando el conjunto tiene **muchos elementos**, o una **cantidad infinita** de elementos, se utilizan los **tres puntos "..."**:

$$\{a, b, c, \dots, x, y, z\}$$

$$\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Diagramas de Venn:



Definición : Conjunto vacío.

El conjunto que **no tiene elementos** se llama “conjunto vacío” y se denota con el símbolo “ \emptyset ”:

$$\emptyset = \{\}$$

Con los elementos de un conjunto se pueden formar otros conjuntos “más pequeños” que se llaman **subconjuntos**.

Por ejemplo, con $A = \{a, e, i, o, u\}$ se pueden formar varios subconjuntos:

$\{e, i, o\}$ $\{a\}$ $\{a, e\}$ $\{i, u\}$

$\{i, o, u\}$ $\{o, u\}$ $\{u, o, a, e\}$ $\{o\}$

En palabras se dice, por ejemplo, que:

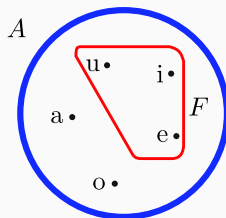
$\{a, i\}$ es un subconjunto de $\{a, e, i, o, u\}$

o que

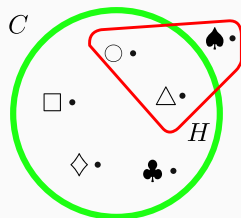
$\{a, i\}$ está incluido en $\{a, e, i, o, u\}$

Definición : $A \subseteq B$.

Se escribe $A \subseteq B$ cuando **todos los elementos** del conjunto A también son elementos del conjunto B . En cambio, se escribe $A \not\subseteq B$ cuando **algún elemento** de A no es un elemento del conjunto B



$F \subseteq A$



$H \not\subseteq C$

Se puede describir a los conjuntos **por extensión** o **por comprensión**. Se dice que un conjunto está descripto por extensión cuando hacemos una lista de sus elementos, como en los ejemplos anteriores:

$$A = \{a, e, i, o, u\} \quad B = \{\text{rojo, verde, azul}\} \quad C = \{\square, \bigcirc, \triangle, \diamond, \clubsuit\} \quad D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$$

Por otro lado, se dice que un conjunto está descripto por comprensión cuando se utiliza alguna propiedad característica de sus elementos, por ejemplo:

$$A = \underbrace{\{\text{el conjunto de las vocales}\}}_{\text{definición por comprensión}} = \underbrace{\{a, e, i, o, u\}}_{\text{definición por extensión}}$$

De manera más formal, se utiliza la siguiente notación para definir conjuntos por comprensión:

$$A = \{ \underbrace{x \text{ es una letra}}_{\text{conjunto con el que trabajamos}} : \underbrace{x \text{ es una vocal}}_{\text{propiedad que debe cumplirse}} \}$$

Se lee: “ A es el conjunto de las letras x tal que x es una vocal”.

Ejemplos:

Definición por comprensión	Definición por extensión
$\{x : x \text{ es una letra de la palabra "matemática"}\}$	$\{m, a, t, e, i, c\}$
$\{x : x \text{ es una vocal de la palabra "matemática"}\}$	$\{a, e, i\}$
$\{x : x \text{ es un Estado miembro de la Unión Europea que empieza con "F"}\}$	$\{\text{Francia, Finlandia}\}$
$\{x : x \text{ es un dígito decimal par}\}$	$\{0, 2, 4, 6, 8\}$

Actividad 1

Definición : Intersección de conjuntos.

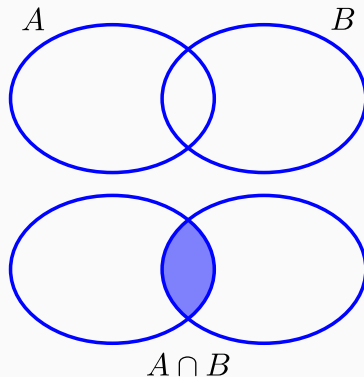
La **intersección** de dos conjuntos es un nuevo conjunto formado por los elementos que están en ambos conjuntos simultáneamente. Considerando A y B dos conjuntos, escribimos la intersección de A y B de la siguiente forma:

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ y } x \in B\}$$

Ejemplo : .

Si $A = \{a, b, c, g\}$ y $B = \{r, g\}$, entonces:

$$A \cap B = \{g\}$$



Definición : Unión de conjuntos.

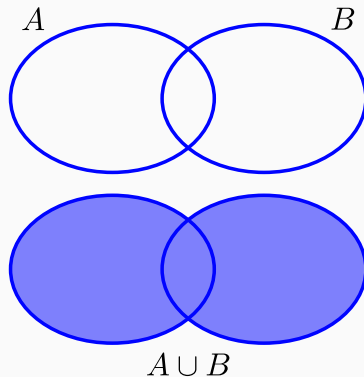
La **unión** de dos conjuntos es un nuevo conjunto formado por los elementos que están en uno u otro conjunto. Considerando A y B dos conjuntos, escribimos la unión de A y B de la siguiente forma:

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ o } x \in B\}$$

Ejemplo : .

Si $A = \{a, b, c, g\}$ y $B = \{r, g\}$, entonces:

$$A \cup B = \{a, b, c, r, g\}$$



Definición : Diferencia de conjuntos.

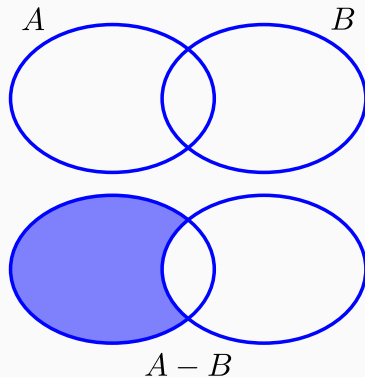
La **diferencia** del conjunto A con el conjunto B es un nuevo conjunto formado por todos los elementos de A que no están en B . Considerando A y B dos conjuntos, escribimos la diferencia de A con B de la siguiente forma:

$$A - B = \{x : x \in A \text{ y } x \notin B\}$$

Ejemplo : .

Si $A = \{a, b, c, g\}$ y $B = \{r, g\}$, entonces:

$$A - B = \{a, b, c\}$$



Ejemplo:

23 estudiantes de un curso practican alguno de los siguientes deportes: tenis, fútbol y voley. Cuatro de ellas juegan regularmente los tres deportes; 5 juegan solamente voley y fútbol; dos juegan solamente tenis y fútbol; y tres juegan solamente tenis y voley. Además, tres personas juegan únicamente tenis y una persona juega únicamente fútbol. ¿Cuántas personas juegan únicamente voley?

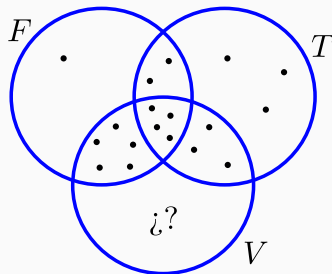
$T = \{\text{estudiantes que juegan tenis}\}$; $V = \{\text{estudiantes que juegan voley}\}$; $F = \{\text{estudiantes que juegan fútbol}\}$

Ejemplo:

23 estudiantes de un curso practican alguno de los siguientes deportes: tenis, fútbol y voley. Cuatro de ellas juegan regularmente los tres deportes; 5 juegan solamente voley y fútbol; dos juegan solamente tenis y fútbol; y tres juegan solamente tenis y voley. Además, tres personas juegan únicamente tenis y una persona juega únicamente fútbol. ¿Cuántas personas juegan únicamente voley?

$T = \{\text{estudiantes que juegan tenis}\}$; $V = \{\text{estudiantes que juegan voley}\}$; $F = \{\text{estudiantes que juegan fútbol}\}$

Enunciado	Conjunto	# elementos
Total de alumnos	$V \cup F \cup T$	23
Alumnos que juegan 3 deportes	$V \cap F \cap T$	4
Alumnos que juegan únicamente voley y fútbol	$(V \cap F) - T$	5
Alumnos que juegan únicamente tenis y fútbol	$(T \cap F) - V$	2
Alumnos que juegan únicamente tenis y voley	$(T \cap V) - F$	3
Alumnos que juegan únicamente tenis	$T - (V \cup F)$	3
Alumnos que juegan únicamente fútbol	$F - (T \cup V)$	1
Alumnos que juegan únicamente voley	$V - (T \cup F)$	¿?



Ejemplo:

23 estudiantes de un curso practican alguno de los siguientes deportes: tenis, fútbol y voley. Cuatro de ellas juegan regularmente los tres deportes; 5 juegan solamente voley y fútbol; dos juegan solamente tenis y fútbol; y tres juegan solamente tenis y voley. Además, tres personas juegan únicamente tenis y una persona juega únicamente fútbol. ¿Cuántas personas juegan únicamente voley?

$T = \{\text{estudiantes que juegan tenis}\}$; $V = \{\text{estudiantes que juegan voley}\}$; $F = \{\text{estudiantes que juegan fútbol}\}$

Enunciado	Conjunto	# elementos
Total de alumnos	$V \cup F \cup T$	23
Alumnos que juegan 3 deportes	$V \cap F \cap T$	4
Alumnos que juegan únicamente voley y fútbol	$(V \cap F) - T$	5
Alumnos que juegan únicamente tenis y fútbol	$(T \cap F) - V$	2
Alumnos que juegan únicamente tenis y voley	$(T \cap V) - F$	3
Alumnos que juegan únicamente tenis	$T - (V \cup F)$	3
Alumnos que juegan únicamente fútbol	$F - (T \cup V)$	1
Alumnos que juegan únicamente voley	$V - (T \cup F)$	¿?

