

# INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS

## CONJUNTOS NUMÉRICOS

---

Manuel Carlevaro

- ▶ Definir conjuntos por extensión y comprensión. Realizar diagramas de Venn. Identificar elementos y subconjuntos a la vez que relaciones de pertenencia e inclusión.
- ▶ Realizar operaciones entre conjuntos (unión, intersección y diferencia).
- ▶ Identificar los conjuntos numéricos.
- ▶ Revisar la conformación de los números reales: números naturales, enteros, racionales e irracionales.
- ▶ Conocer la representación del conjunto de los números reales como recta real y los demás conjuntos numéricos.
- ▶ Revisar cómo se manipulan expresiones algebraicas usando las propiedades conmutativas, asociativas y distributivas de las operaciones.
- ▶ Conocer el orden de las prioridades de las operaciones algebraicas y el rol de los paréntesis.
- ▶ Revisar identidades algebraicas importantes que involucran la suma, resta, multiplicación y división.

### Definición : Conjunto.

Es una colección o agrupamiento de objetos, cosas, etc. Usualmente se utilizan letras mayúsculas para nombrarlos y llaves  $\{ \}$  para **escribirlos encerrando sus elementos**.

### Definición : Conjunto.

Es una colección o agrupamiento de objetos, cosas, etc. Usualmente se utilizan letras mayúsculas para nombrarlos y llaves  $\{\}$  para **escribirlos encerrando sus elementos**.

### Ejemplo : .

$$S = \{\text{domingo, martes, lunes, jueves, viernes, sábado, miércoles}\}$$

### Definición : Conjunto.

Es una colección o agrupamiento de objetos, cosas, etc. Usualmente se utilizan letras mayúsculas para nombrarlos y llaves  $\{\}$  para **escribirlos encerrando sus elementos**.

### Ejemplo : .

$$S = \{\text{domingo, martes, lunes, jueves, viernes, sábado, miércoles}\}$$

Otros ejemplos:

$$A = \{a, e, i, o, u\} \quad B = \{\text{rojo, verde, azul}\} \quad C = \{\square, \circ, \triangle, \diamond, \clubsuit\} \quad D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$$

### Definición : Conjunto.

Es una colección o agrupamiento de objetos, cosas, etc. Usualmente se utilizan letras mayúsculas para nombrarlos y llaves  $\{\}$  para **escribirlos encerrando sus elementos**.

### Ejemplo : .

$$S = \{\text{domingo, martes, lunes, jueves, viernes, sábado, miércoles}\}$$

### Otros ejemplos:

$$A = \{a, e, i, o, u\} \quad B = \{\text{rojo, verde, azul}\} \quad C = \{\square, \circ, \triangle, \diamond, \clubsuit\} \quad D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$$



- ▶ **No importa** el orden en que escribimos los elementos de un conjunto.
- ▶ Tampoco es importante que aparezcan **elementos repetidos**. Por ejemplo, los siguientes conjuntos son iguales:

$$\{a, b, c\} = \{a, c, b, b, b\} = \{b, a, c, a\}$$

Se utiliza el símbolo " $\in$ " para indicar que cierto elemento **pertenece** a un conjunto:

$$\text{lunes} \in S$$

Se puede leer como "lunes pertenece a  $S$ ".

Por otro lado, se utiliza el símbolo " $\notin$ " para indicar que un elemento **no pertenece** a un conjunto, por ejemplos:

$$\text{enero} \notin S$$

Cuando el conjunto tiene **muchos elementos**, o una **cantidad infinita** de elementos, se utilizan los **tres puntos "..."**:

$$\{a, b, c, \dots, x, y, z\}$$

$$\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

## CONJUNTOS Y OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

Se utiliza el símbolo " $\in$ " para indicar que cierto elemento **pertenece** a un conjunto:

$$\text{lunes} \in S$$

Se puede leer como "lunes pertenece a  $S$ ".

Por otro lado, se utiliza el símbolo " $\notin$ " para indicar que un elemento **no pertenece** a un conjunto, por ejemplos:

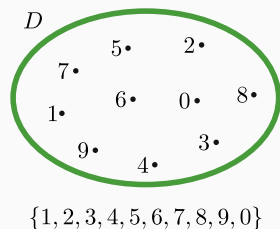
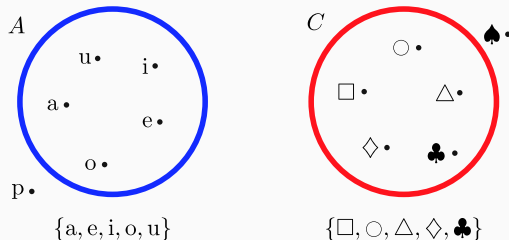
$$\text{enero} \notin S$$

Cuando el conjunto tiene **muchos elementos**, o una **cantidad infinita** de elementos, se utilizan los **tres puntos "..."**:

$$\{a, b, c, \dots, x, y, z\}$$

$$\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Diagramas de Venn:





## Definición : Conjunto vacío.

El conjunto que **no tiene elementos** se llama “conjunto vacío” y se denota con el símbolo “ $\emptyset$ ”:

$$\emptyset = \{\}$$

Con los elementos de un conjunto se pueden formar otros conjuntos “más pequeños” que se llaman **subconjuntos**.

Por ejemplo, con  $A = \{a, e, i, o, u\}$  se pueden formar varios subconjuntos:

$\{e, i, o\}$     $\{a\}$     $\{a, e\}$     $\{i, u\}$

$\{i, o, u\}$     $\{o, u\}$     $\{u, o, a, e\}$     $\{o\}$

En palabras se dice, por ejemplo, que:

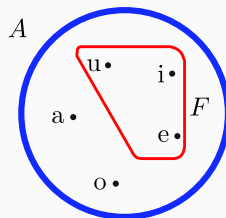
$\{a, i\}$  es un subconjunto de  $\{a, e, i, o, u\}$

o que

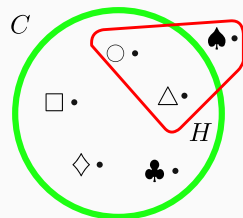
$\{a, i\}$  está incluido en  $\{a, e, i, o, u\}$

## Definición : $A \subseteq B$ .

Se escribe  $A \subseteq B$  cuando **todos los elementos** del conjunto  $A$  también son elementos del conjunto  $B$ . En cambio, se escribe  $A \not\subseteq B$  cuando **algún elemento** de  $A$  no es un elemento del conjunto  $B$



$F \subseteq A$



$H \not\subseteq C$

Se puede describir a los conjuntos **por extensión** o **por comprensión**. Se dice que un conjunto está descripto por extensión cuando hacemos una lista de sus elementos, como en los ejemplos anteriores:

$$A = \{a, e, i, o, u\} \quad B = \{\text{rojo, verde, azul}\} \quad C = \{\square, \bigcirc, \triangle, \diamond, \clubsuit\} \quad D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$$

Por otro lado, se dice que un conjunto está descripto por comprensión cuando se utiliza alguna propiedad característica de sus elementos, por ejemplo:

$$A = \underbrace{\{\text{el conjunto de las vocales}\}}_{\text{definición por comprensión}} = \underbrace{\{a, e, i, o, u\}}_{\text{definición por extensión}}$$

De manera más formal, se utiliza la siguiente notación para definir conjuntos por comprensión:

$$A = \{ \underbrace{x \text{ es una letra}}_{\text{conjunto con el que trabajamos}} : \underbrace{x \text{ es una vocal}}_{\text{propiedad que debe cumplirse}} \}$$

Se lee: " $A$  es el conjunto de las letras  $x$  **tal que**  $x$  es una vocal".

## Ejemplos:

Definición por comprensión	Definición por extensión
$\{x : x \text{ es una letra de la palabra "matemática"}\}$	$\{m, a, t, e, i, c\}$
$\{x : x \text{ es una vocal de la palabra "matemática"}\}$	$\{a, e, i\}$
$\{x : x \text{ es un Estado miembro de la Unión Europea que empieza con "F"}\}$	$\{\text{Francia, Finlandia}\}$
$\{x : x \text{ es un dígito decimal par}\}$	$\{0, 2, 4, 6, 8\}$

## Actividad 1

### Definición : Intersección de conjuntos.

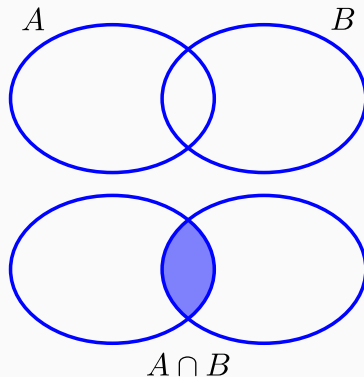
La **intersección** de dos conjuntos es un nuevo conjunto formado por los elementos que están en ambos conjuntos simultáneamente. Considerando  $A$  y  $B$  dos conjuntos, escribimos la intersección de  $A$  y  $B$  de la siguiente forma:

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ y } x \in B\}$$

### Ejemplo : .

Si  $A = \{a, b, c, g\}$  y  $B = \{r, g\}$ , entonces:

$$A \cap B = \{g\}$$



### Definición : Unión de conjuntos.

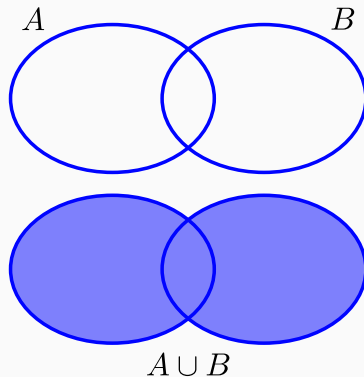
La **unión** de dos conjuntos es un nuevo conjunto formado por los elementos que están en uno u otro conjunto. Considerando  $A$  y  $B$  dos conjuntos, escribimos la unión de  $A$  y  $B$  de la siguiente forma:

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ o } x \in B\}$$

### Ejemplo : .

Si  $A = \{a, b, c, g\}$  y  $B = \{r, g\}$ , entonces:

$$A \cup B = \{a, b, c, r, g\}$$



### Definición : Diferencia de conjuntos.

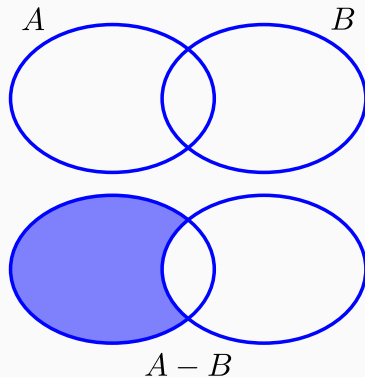
La **diferencia** del conjunto  $A$  con el conjunto  $B$  es un nuevo conjunto formado por todos los elementos de  $A$  que no están en  $B$ . Considerando  $A$  y  $B$  dos conjuntos, escribimos la diferencia de  $A$  con  $B$  de la siguiente forma:

$$A - B = \{x : x \in A \text{ y } x \notin B\}$$

### Ejemplo : .

Si  $A = \{a, b, c, g\}$  y  $B = \{r, g\}$ , entonces:

$$A - B = \{a, b, c\}$$



### Ejemplo:

23 estudiantes de un curso practican alguno de los siguientes deportes: tenis, fútbol y voley. Cuatro de ellas juegan regularmente los tres deportes; 5 juegan solamente voley y fútbol; dos juegan solamente tenis y fútbol; y tres juegan solamente tenis y voley. Además, tres personas juegan únicamente tenis y una persona juega únicamente fútbol. ¿Cuántas personas juegan únicamente voley?

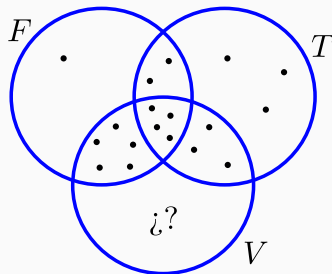
$T = \{\text{estudiantes que juegan tenis}\}$ ;  $V = \{\text{estudiantes que juegan voley}\}$ ;  $F = \{\text{estudiantes que juegan fútbol}\}$

## Ejemplo:

23 estudiantes de un curso practican alguno de los siguientes deportes: tenis, fútbol y voley. Cuatro de ellas juegan regularmente los tres deportes; 5 juegan solamente voley y fútbol; dos juegan solamente tenis y fútbol; y tres juegan solamente tenis y voley. Además, tres personas juegan únicamente tenis y una persona juega únicamente fútbol. ¿Cuántas personas juegan únicamente voley?

$T = \{\text{estudiantes que juegan tenis}\}$ ;  $V = \{\text{estudiantes que juegan voley}\}$ ;  $F = \{\text{estudiantes que juegan fútbol}\}$

Enunciado	Conjunto	# elementos
Total de alumnos	$V \cup F \cup T$	23
Alumnos que juegan 3 deportes	$V \cap F \cap T$	4
Alumnos que juegan únicamente voley y fútbol	$(V \cap F) - T$	5
Alumnos que juegan únicamente tenis y fútbol	$(T \cap F) - V$	2
Alumnos que juegan únicamente tenis y voley	$(T \cap V) - F$	3
Alumnos que juegan únicamente tenis	$T - (V \cup F)$	3
Alumnos que juegan únicamente fútbol	$F - (T \cup V)$	1
Alumnos que juegan únicamente voley	$V - (T \cup F)$	¿?



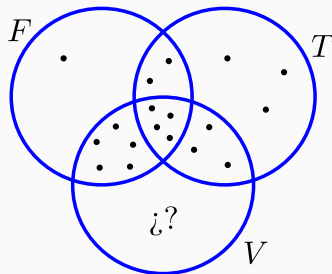


## Ejemplo:

23 estudiantes de un curso practican alguno de los siguientes deportes: tenis, fútbol y voley. Cuatro de ellas juegan regularmente los tres deportes; 5 juegan solamente voley y fútbol; dos juegan solamente tenis y fútbol; y tres juegan solamente tenis y voley. Además, tres personas juegan únicamente tenis y una persona juega únicamente fútbol. ¿Cuántas personas juegan únicamente voley?

$T = \{\text{estudiantes que juegan tenis}\}$ ;  $V = \{\text{estudiantes que juegan voley}\}$ ;  $F = \{\text{estudiantes que juegan fútbol}\}$

Enunciado	Conjunto	# elementos
Total de alumnos	$V \cup F \cup T$	23
Alumnos que juegan 3 deportes	$V \cap F \cap T$	4
Alumnos que juegan únicamente voley y fútbol	$(V \cap F) - T$	5
Alumnos que juegan únicamente tenis y fútbol	$(T \cap F) - V$	2
Alumnos que juegan únicamente tenis y voley	$(T \cap V) - F$	3
Alumnos que juegan únicamente tenis	$T - (V \cup F)$	3
Alumnos que juegan únicamente fútbol	$F - (T \cup V)$	1
Alumnos que juegan únicamente voley	$V - (T \cup F)$	¿?



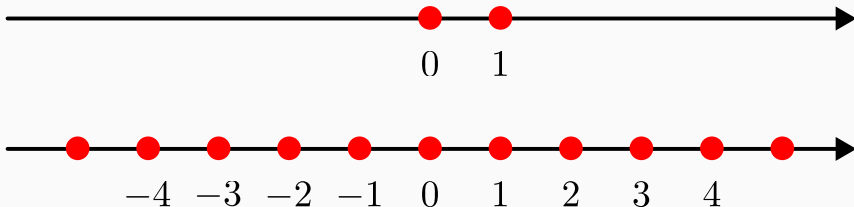
## Definición : Números naturales.

Utilizamos los **números naturales** para contar cosas. Denotamos este conjunto con el símbolo **N**:

$$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Consideramos al 0 como número natural, aunque algunos libros no lo hacen.

Representación gráfica:



## Definición : Números enteros.

Los **números enteros** están comprendidos por los naturales y sus opuestos. Utilizamos el símbolo **Z** para este conjuntos:

$$\mathbf{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$