INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS

Conjuntos numéricos

Manuel Carlevaro

OBJETIVOS

- Definir conjuntos por extensión y comprensión. Realizar diagramas de Venn. Identificar elementos y subconjuntos a la vez que relaciones de pertenencia e inclusión.
- Realizar operaciones entre conjuntos (unión, intersección y diferencia).
- ▶ Identificar los conjuntos numéricos.
- Revisar la conformación de los números reales: números naturales, enteros, racionales e irracionales.

- Conocer la representación del conjunto de los números reales como recta real y los demás conjuntos numéricos.
- Revisar cómo se manipulan expresiones algebraicas usando las propiedades conmutativas, asociativas y distributivas de las operaciones.
- Conocer el orden de las prioridades de las operaciones algebraicas y el rol de los paréntesis.
- Revisar identidades algebraicas importantes que involucran la suma, resta, multiplicación y división.

Definición: Conjunto.

Es una colección o agrupamiento de objetos, cosas, etc. Usualmente se utilizan letras mayúsculas para nombrarlos y llaves {} para escribirlos encerrando sus elementos.

Definición: Conjunto.

Es una colección o agrupamiento de objetos, cosas, etc. Usualmente se utilizan letras mayúsculas para nombrarlos y llaves {} para escribirlos encerrando sus elementos.

Ejemplo:.

 $S = \{\mathsf{domingo}, \mathsf{martes}, \mathsf{lunes}, \mathsf{jueves}, \mathsf{viernes}, \mathsf{s\'{a}bado}, \mathsf{m\'{i}\'{e}rcoles}\}$

Definición: Conjunto.

Es una colección o agrupamiento de objetos, cosas, etc. Usualmente se utilizan letras mayúsculas para nombrarlos y llaves {} para escribirlos encerrando sus elementos.

Ejemplo:.

$$S = \{\mathsf{domingo}, \mathsf{martes}, \mathsf{lunes}, \mathsf{jueves}, \mathsf{viernes}, \mathsf{s\'abado}, \mathsf{m\'i\'ercoles}\}$$

Otros ejemplos:

$$A = \{\mathsf{a},\mathsf{e},\mathsf{i},\mathsf{o},\mathsf{u}\} \quad B = \{\mathsf{rojo},\mathsf{verde},\mathsf{azul}\} \quad C = \{\Box,\bigcirc,\triangle,\diamondsuit,\clubsuit\} \quad D = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,0\}$$

Definición: Conjunto.

Es una colección o agrupamiento de objetos, cosas, etc. Usualmente se utilizan letras mayúsculas para nombrarlos y llaves {} para escribirlos encerrando sus elementos.

Ejemplo:.

$$S = \{ \mathsf{domingo}, \mathsf{martes}, \mathsf{lunes}, \mathsf{jueves}, \mathsf{viernes}, \mathsf{s\'{a}bado}, \mathsf{m\'{i}\'{e}rcoles} \}$$

Otros ejemplos:

$$A = \{\mathsf{a},\mathsf{e},\mathsf{i},\mathsf{o},\mathsf{u}\} \quad B = \{\mathsf{rojo},\mathsf{verde},\mathsf{azul}\} \quad C = \{\Box,\bigcirc,\triangle,\diamondsuit,\clubsuit\} \quad D = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,0\}$$



- No importa el orden en que escribimos los elementos de un conjunto.
- ▶ Tampoco es importante que aparezcan elementos repetidos. Por ejemplo, los siguientes conjuntos son iguales:

$${a,b,c} = {a,c,b,b,b} = {b,a,c,a}$$

Se utiliza el símbolo "∈" para indicar que cierto elemento **pertenece** a un conjunto:

lunes
$$\in S$$

Se puede leer como "lunes pertenece a "S". Por otro lado, se utiliza el símbolo " \notin " para indicar que un elemento **no pertenece** a un conjunto, por ejemplos:

enero
$$\notin S$$

Cuando el conjunto tiene **muchos elementos**, o una **cantidad infinita** de elementos, se utilizan los **tres puntos** "...":

$$a, b, c, \dots, x, y, z$$

 $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Se utiliza el símbolo "∈" para indicar que cierto elemento **pertenece** a un conjunto:

$$\mathsf{lunes} \in S$$

Se puede leer como "lunes pertenece a "S". Por otro lado, se utiliza el símbolo " \notin " para indicar que un elemento **no pertenece** a un conjunto, por ejemplos:

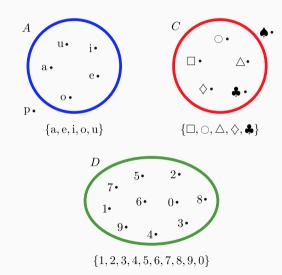
enero
$$\notin S$$

Cuando el conjunto tiene **muchos elementos**, o una **cantidad infinita** de elementos, se utilizan los **tres puntos** "...":

$$\{a, b, c, \dots, x, y, z\}$$

 $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Diagramas de Venn:



Definición: Conjunto vacío.

El conjunto que **no tiene elementos** se llama **"conjunto vacío"** y se denota con el símbolo **"Ø"**:

$$\varnothing = \{\}$$

Con los elementos de un conjunto se pueden formar otros conjuntos "más pequeños" que se llaman **subconjuntos**. Por ejemplo, con $A=\{a,e,i,o,u\}$ se pueden formar varios subconjuntos:

$$\begin{cases} e,i,o \} & \{a\} & \{a,e\} & \{i,u\} \\ \{i,o,u\} & \{o,u\} & \{u,o,a,e\} & \{o\} \\ \end{cases}$$

En palabras se dice, por ejemplo, que:

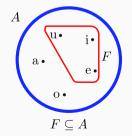
$$\{a,i\} \quad \text{es un subconjunto de} \quad \{a,e,i,o,u\}$$

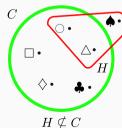
o que

$$\{a,i\} \quad \text{est\'a incluido en} \quad \{a,e,i,o,u\}$$

Definición : $A \subseteq B$.

Se escribe $A\subseteq B$ cuando **todos los elementos** del conjunto A también son elementos del conjunto B. En cambio, se escribe $A\nsubseteq B$ cuando **algún elemento** de A no es un elemento del conjunto B





Se puede describir a los conjuntos **por extensión** o **por comprensión**. Se dice que un conjunto está descripto por extensión cuando hacemos una lista de sus elementos, como en los ejemplos anteriores:

$$A = \{\mathsf{a},\mathsf{e},\mathsf{i},\mathsf{o},\mathsf{u}\} \quad B = \{\mathsf{rojo},\mathsf{verde},\mathsf{azul}\} \quad C = \{\Box,\bigcirc,\triangle,\diamondsuit,\clubsuit\} \quad D = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,0\}$$

Por otro lado, se dice que un conjunto está descripto por comprensión cuando se utiliza alguna propiedad característica de sus elementos, por ejemplo:

$$A = \underbrace{\{\text{el conjunto de las vocales}\}}_{\text{definición por comprensión}} = \underbrace{\{\text{a}, \text{e}, \text{i}, \text{o}, \text{u}\}}_{\text{definición por extensión}}$$

De manera más formal, se utiliza la siguiente notación para definir conjuntos por comprensión:

$$A = \{\underbrace{x \text{ es una letra}}_{\text{conjunto con el que trabajamos}} : \underbrace{x \text{ es una vocal}}_{\text{propiedad que debe cumplirse}} \}$$

Se lee: "A es el conjunto de las letras x tal que x es una vocal".

Ejemplos:

Definición por comprensión	Definición por extensión
$\{x:x ext{ es una letra de la palabra "matemática"}\}$	{m, a, t, e, i , c}
$\{x:x$ es una vocal de la palabra "matemática" $\}$	{a, e, i}
$\{x:x ext{ es un Estado miembro de la Unión Europea que empieza con "F"} \}$	{Francia, Finlandia}
$\{x:x ext{ es un dígito decimal par}\}$	$\{0, 2, 4, 6, 8\}$

