

INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS

UNIVERSIDAD DE NAVARRA

Tema: Conjuntos numéricos.
Profesor: Manuel Carlevaro

Actividad 1: conjuntos, pertenencia e inclusión.

En la siguiente actividad se repasarán las definiciones y los símbolos presentados en las secciones: definición por comprensión, definición por extensión, inclusión de conjuntos, subconjuntos, pertenencia y diagramas de Venn.

Ejercicio 1

Considerar los siguientes conjuntos y completar con \in o \notin :

- a) El conjunto A está formado por: perro, gato, caballo, vaca y pato.

vaca $\underline{\hspace{1cm}}$ A , elefante $\underline{\hspace{1cm}}$ A , tigre $\underline{\hspace{1cm}}$ A , caballo $\underline{\hspace{1cm}}$ A , perro $\underline{\hspace{1cm}}$ A .

- b) El conjunto B está formado por países de Europa:

Grecia $\underline{\hspace{1cm}}$ B , Burkina Faso $\underline{\hspace{1cm}}$ B , Italia $\underline{\hspace{1cm}}$ B , Portugal $\underline{\hspace{1cm}}$ B , Brasil $\underline{\hspace{1cm}}$ B .

Ejercicio 2

El conjunto N está formado por las notas musicales. Representarlo por extensión y por comprensión.

- a) Por extensión: $\underline{\hspace{10cm}}$

- b) Por comprensión: $\underline{\hspace{10cm}}$

Ejercicio 3

Considerar los conjuntos A , B y C que se representan a continuación en un diagrama de Venn.

a) Representar los conjuntos por extensión:

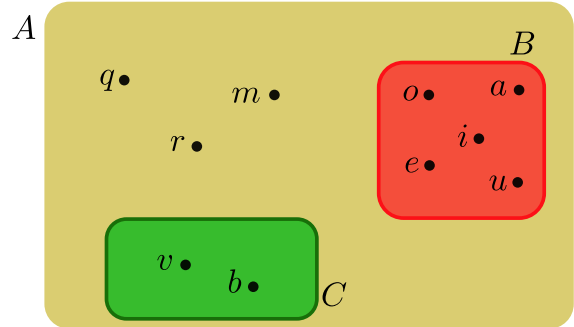
A : _____

B : _____

C : _____

b) Completar con \subseteq o $\not\subseteq$ según corresponda:

B _____ A , C _____ A , C _____ B .



Ejercicio 4

Considerar A , B y C los conjuntos definidos por comprensión de la siguiente manera:

$A = \{\text{letras de la palabra "vacaciones"}\}$

$B = \{\text{letras de la palabra "canciones"}\}$

$C = \{\text{letras de la palabra "oraciones"}\}$

a) Escribir por extensión los conjuntos A , B y C .

b) Decidir si se cumplen algunas de las siguientes inclusiones. En caso negativo, explicar por qué.

i) $B \subseteq A$

ii) $B \subseteq C$

iii) $C \subseteq B$

iv) $C \subseteq A$

c) Realizar un diagrama de Venn que represente los conjuntos A , B y C .

Ejercicio 5

Escribir por comprensión al conjunto $E = \{c, o, n, j, u, n, t\}$. Dar tres ejemplos de subconjuntos de E .

Ejercicio 6

Completar con \subseteq o $\not\subseteq$ según el diagrama de Venn presentado.

A _____ B

B _____ C

C _____ A

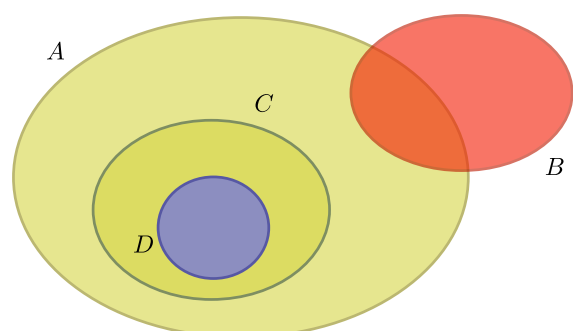
C _____ B

B _____ A

B _____ D

D _____ A

C _____ D



Ejercicio 7

Considerar los conjuntos $F = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $G = \{2, 4\}$ y $H = \{2, 4, 6\}$.

a) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

i) $2 \in F$

iii) $F \subseteq G$

v) $\{1, 3\} \subseteq F$

ii) $4 \notin H$

iv) $G \subseteq F$

vi) $H \not\subseteq G$

b) Realizar un diagrama de Venn que represente a los conjuntos F , G y H .

Actividad 2: operaciones con conjuntos.

Ejercicio 8

Considerar los conjuntos $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, b, c\}$ y $C = \{d, e, f, g\}$. Calcular los siguientes conjuntos:

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

c) $A - B$

d) $B - A$

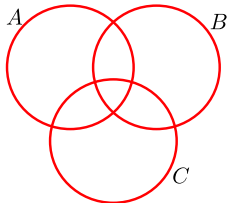
e) $A \cup C$

f) $A \cap B \cap C$

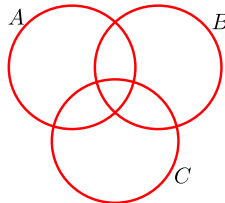
Ejercicio 9

En cada caso, sombrear la región del diagrama de Venn que le corresponde a cada operación.

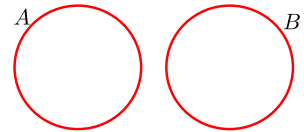
a) $A \cup B$



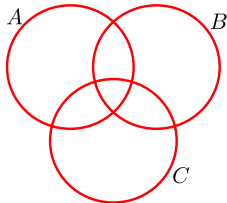
c) $C - B$



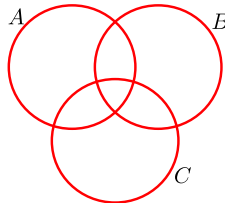
e) $A \cup B$



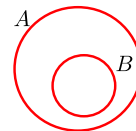
b) $A \cap B$



d) $A \cup B - C$

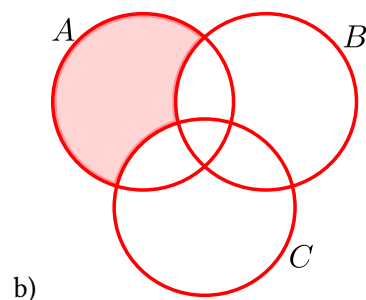
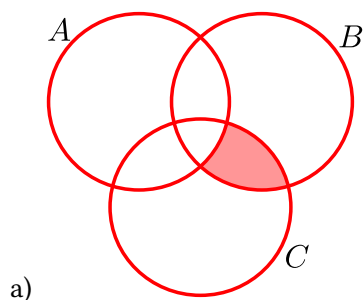


f) $A \cap B$



Ejercicio 10

Escribir la operación indicada en cada diagrama de Venn.



Ejercicio 11

En una escuela hay 75 personas que saben tocar alguno de los siguientes instrumentos musicales: flauta, guitarra o piano. Del total de personas en la escuela hay dos personas que saben tocar los tres instrumentos. Hay 15 personas que solamente saben tocar la flauta, y hay 12 personas que solamente saben tocar el piano. También hay 9 personas que saben tocar el piano y la guitarra pero no saben tocar la flauta; dos personas que solamente saben tocar el piano y la flauta pero no saben tocar la guitarra, y dos personas que saben tocar la guitarra y la flauta pero no saben tocar el piano. ¿Cuántas personas saben tocar únicamente la guitarra?

Actividad 3: conjuntos numéricos

Ejercicio 12

En la figura del eje numérico representando los números racionales se muestra que entre dos números racionales diferentes siempre existen otros números racionales ubicados entre medio. Por ejemplo, el número 1.75 se ubica entre los números 1.7499 y 1.751.

- ¿Qué otro número racional está entre el 1.75 y el 1.7499? ¿Y entre el 1.75 y el 1.751?
- ¿Qué otro número racional está entre el -0.201 y el -0.199 ? ¿Y entre el -3.45 y el -3.44 ?
- ¿Qué otro número racional puede ubicarse entre el $0.\hat{6}$ y el 0.67 ?

Ejercicio 13

Esriba cuatro elementos de cada conjunto numérico: \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{I} y \mathbb{R} .

Ejercicio 14

Señale, en los siguientes casos, a qué conjunto de número pertenecen:

0 ____, -10 ____, 40 ____, $\frac{22}{7}$ ____, $\frac{21}{7}$ ____, $\sqrt{7}$ ____, $0.\hat{1}4$ ____, $-\pi$ ____.

Ejercicio 15

Marque, en la siguiente cuadrícula, todos los números primos.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74
75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Ejercicio 16

Simplifique las siguientes fracciones para obtener una fracción irreducible equivalente.

- a) $\frac{8}{12}$ b) $\frac{42}{12}$ c) $\frac{700}{100}$ d) $\frac{16}{36}$ e) $\frac{243}{405}$ f) $\frac{97}{83}$

Actividad 4: operaciones algebraicas

Ejercicio 17

Identifique qué propiedad se está utilizando en los siguientes casos.

- a) $7 + 10 = 10 + 7$ d) $2(A + B) = 2A + 2B$
b) $2(3 + 5) = (3 + 5)2$ e) $(5x + 1)3 = 15x + 3$
c) $(x + 2y) + 3z = x + (2y + 3z)$ f) $(x + a)(x + b) = (x + a)x + (x + a)b$

Ejercicio 18

Escriba en cada espacio la expresión correspondiente utilizando la propiedad indicada.

- a) Propiedad conmutativa de la suma: $x + 3 =$ _____
b) Propiedad conmutativa del producto: $(a + b) \cdot (3 + c) =$ _____
c) Propiedad asociativa del producto: $7(3x) =$ _____
d) Propiedad asociativa de la suma: $(3 + x + (4 + y)) =$ _____
e) Propiedad distributiva: $4(A + B) =$ _____
f) Propiedad distributiva: $5x + 5y =$ _____

Ejercicio 19

Utilice las propiedades algebraicas para escribir cada expresión eliminando los paréntesis. Indique las propiedades utilizadas en cada caso.

a) $3(x + y)$

d) $(3a)(b + c + 2d)$

g) $(3 + x) + 5 + (b + 3r)$

b) $(a + b)7$

e) $(3 + a)(5 + b)$

h) $(4(2m))x$

c) $4(2m)$

f) $5(a + 4(x + y))$

Ejercicio 20

Realice las siguientes operaciones indicando las propiedades utilizadas en cada caso.

a)

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

e)

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)$$

h)

$$\frac{2 - \frac{3}{4}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$$

b)

$$\frac{3}{10} + \frac{4}{15}$$

f)

$$\frac{2}{\frac{2}{3}} - \frac{2}{2}$$

i)

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{13} - \frac{4}{5} \left(-\frac{12}{13}\right)$$

c)

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$$

g)

$$\frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{9}}$$

j)

$$\frac{\frac{2}{5} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{10} + \frac{3}{15}}$$

d)

$$1 + \frac{5}{8} - \frac{1}{6}$$

Ejercicio 21

Utilice las propiedades algebraicas para escribir cada expresión eliminando los paréntesis y que quede una **única** fracción. Algunas indicaciones:

- Trabajar paso a paso, haciendo una única cuenta a la vez.
- Mantener la **fracción principal** al mismo nivel que el signo = en cada renglón.

a)

$$\frac{4a}{7} \cdot \frac{1}{2b}$$

e)

$$\frac{5a}{6} - \frac{5a}{12} - \frac{a}{3}$$

i)

$$\frac{2a - 5}{14a} - \frac{4 - a}{7a}$$

b)

$$\frac{xy}{mn} \left(\frac{m}{n}\right)$$

f)

$$\frac{4}{n} + \frac{3}{n} + \frac{5}{n}$$

j)

$$\frac{2}{b} + \frac{2}{c} + \frac{5}{x}$$

c)

$$\frac{2a}{3b} \div \frac{6a}{c}$$

g)

$$\frac{3k + 5}{5} + \frac{k + 3}{3}$$

k)

$$\frac{a - \frac{b}{3}}{a}$$

d)

$$\frac{2b}{3} - \frac{b}{2} + \frac{b}{4}$$

h)

$$\frac{3k + 5}{5} - \frac{k + 3}{3}$$

l)

$$m + 4 - \frac{1}{ac}$$

m)

$$\frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} - 1}$$

n)

$$\frac{1 + \frac{1}{n}}{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}$$

Ejercicio 22

Evalúe cada expresión.

a) -7^3

e)

g)

i)

k)

b) $(-7)^3$

$$\frac{10^7}{10^4}$$

$$\frac{4^{-3}}{2^{-8}}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \frac{9}{16}$$

c) $(-7)^0$

d)

f)

h)

j)

l)

$$5^2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3$$

$$\frac{3}{3^{-2}}$$

$$\frac{3^{-2}}{9}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-2}$$

Ejercicio 23

Simplifique las siguientes expresiones eliminando todos los paréntesis y todos los exponentes negativos (todos los exponentes deben quedar positivos).

a)

$$a^9 a^{-5}$$

e)

$$\frac{x^9(2x)^4}{x^3}$$

i)

$$(rs)^3(2s)^{-2}(4r)^4$$

b)

$$(3y^2)(4y^5)$$

f)

$$\frac{a^{-3}b^4}{a^{-5}b^5}$$

j)

$$(2u^2v^3)^3(3u^3v)^{-2}$$

c)

$$(12x^2y^4)\left(\frac{1}{2}x^5y\right)$$

g)

$$b^4\left(\frac{1}{3}b^2\right)(12b^{-8})$$

k)

$$\frac{(x^2y^3)^4(xy^4)^{-3}}{x^2y}$$

d)

$$(6y)^3$$

h)

$$(2s^3t^{-1})\left(\frac{1}{4}s^6\right)(16t^4)$$

l)

$$\left(\frac{c^4d^3}{cd^2}\right)\left(\frac{d^2}{c^3}\right)^3$$

Ejercicio 24

Calcular, en los casos en que sea posible, las siguientes raíces:

a) $\sqrt{144}$

b) $\sqrt{-144}$

c) $\sqrt[3]{216}$

d) $\sqrt[3]{-216}$

e) $\sqrt{400}$

f) $\sqrt{0.0025}$

Ejercicio 25

Reducir los siguientes grupos de radicales a un mismo índice:

a) $\sqrt{2}; \sqrt[3]{6}$

b) $\sqrt[3]{5}; \sqrt[12]{64}$

c) $\sqrt{x}; \sqrt[4]{x^3}; \sqrt[3]{x}$

Ejercicio 26

Calcular:

a) $\sqrt[4]{3} + 2\sqrt[4]{3} + 3\sqrt[4]{3}$

b) $\sqrt{8} - 2\sqrt{12} + \sqrt{3}$

c) $\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 4\sqrt{x}$

d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$

e) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{4}$

f) $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}}$

g) $\sqrt[3]{\frac{3}{4}} \div \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$

h) $\frac{2\sqrt{x^3}}{4\sqrt{x}}$

i) $2\sqrt{x-1} - 3\sqrt{x-1} + 5\sqrt{x-1}$

j) $\sqrt{4a} - \sqrt{25a} + \sqrt{16a}$