# Introducción a la física

## Trabajo y energía

Manuel Carlevaro

Universidad de Navarra • 2024

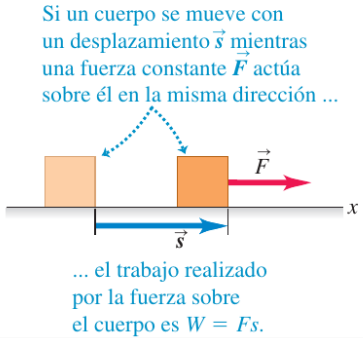
# Objetivos

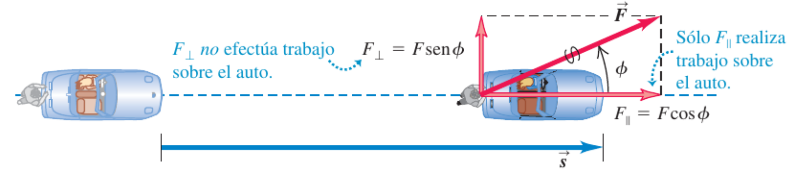
- Aprender el concepto de trabajo realizado por una fuerza.
- Calcular el trabajo en casos simples.
- Aprender el teorema del trabajo y la energía cinética.
- Resolver problemas con fuerzas variables.

# Trabajo realizado por una fuerza

$$W = F\, s$$

- Se dice que la fuerza $\vec{F}$ **realizó un trabajo sobre** el objeto.
- La unidad de trabajo en el S.I. es el Joule o Julio (J).
- $1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{Nm} = 1\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$.
- El concepto de **trabajo** en física no debe confundirse con el uso coloquial.






- Si hay más de una fuerza aplicada, el desplazamiento puede no ser en la misma dirección que la fuerza cuyo trabajo nos interesa. En ese caso:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

- Se dice que la componente de una fuerza que es perpendicular al desplazamiento no realiza trabajo.
- El trabajo puede ser negativo.
- Para calcular el trabajo total de todas las fuerzas, se calcula la fuerza neta (o resultante) $\vec{R}$ y se obtiene $W_{\text{total}} = \vec{R} \cdot \vec{s}$.
- Lo anterior es equivalente a obtener el trabajo de cada fuerza y sumar los trabajos al final.
- El trabajo es una magnitud escalar.

# Ejemplo

Una persona ejerce una fuerza constante de $210\,\mathsf{N}$ sobre el coche averiado de la figura anterior, mientras lo empuja una distancia de $18\,\mathsf{m}$. Además, por tener un neumático desinflado, el empuje debe hacerse con un ángulo de $30^\circ$ para que avance de frente. a) ¿Cuánto trabajo hace la persona? b) Con ánimo de ayudar, esta persona empuja un segundo coche averiado con una fuerza constante $\vec{F} = 160\,\mathsf{N}\hat{\boldsymbol{i}} - (40\,\mathsf{N})\hat{\boldsymbol{j}}$. El desplazamiento resultante es $\vec{s} = (14\,\mathsf{m})\hat{\boldsymbol{i}} + (11\,\mathsf{m})\hat{\boldsymbol{j}}$. ¿Cuánto trabajo efectúa en este caso?

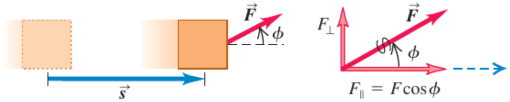
a)

$$\begin{aligned} W &= F\,s\,\cos\phi \\ &= (210\,\mathsf{N})(18\,\mathsf{m})\cos 30^\circ = 3.3\times 10^3\ \mathsf{J} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} W &= \vec{F}\cdot\vec{S} = F_x\,x + F_y\,y \\ &= (160\,\mathsf{N})(14\,\mathsf{m}) + (-40\,\mathsf{N})(11\,\mathsf{m}) \\ &= 1.8\times 10^3\ \mathsf{J} \end{aligned}$$

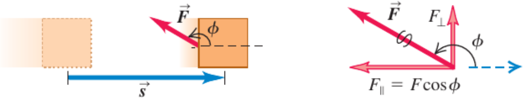
a)




**La fuerza tiene una componente en la dirección del desplazamiento:**

- El trabajo sobre el objeto es positivo.
- $W = F_\parallel s = (F\cos\phi)s$

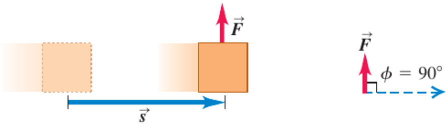
b)




**La fuerza tiene una componente opuesta a la dirección del desplazamiento:**

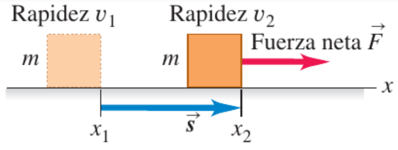
- El trabajo sobre el objeto es negativo.
- $W = F_\parallel s = (F\cos\phi)s$
- Matemáticamente, $W < 0$ porque $F\cos\phi$ es negativo para $90° < \phi < 270°$.

c)




**La fuerza es perpendicular a la dirección del desplazamiento:**

- La fuerza *no* realiza trabajo sobre el objeto.
- De forma más general, cuando una fuerza que actúa sobre un objeto tiene una componente $F_\perp$ perpendicular al desplazamiento del objeto, dicha componente no efectúa trabajo sobre el objeto.




- Cinemática:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a_x\, s$$

$$a_x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

- Segunda Ley de Newton:

$$F = m\, a_x = m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

$$F\, s = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

**Definición : Energía cinética.**

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

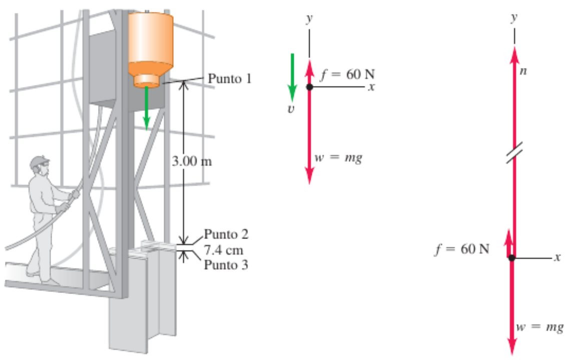
- La energía cinética es una magnitud escalar.
- Depende solo de la masa y la rapidez de la partícula, no de su dirección.
- Nunca es negativa y solo puede ser cero si está en reposo

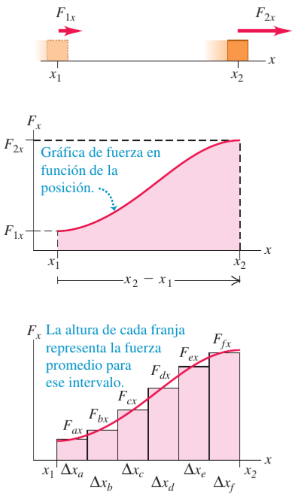
**Teorema : Trabajo-energía.**

*El trabajo efectuado por la fuerza neta sobre una partícula es igual al cambio de energía cinética de la partícula:*

$$W_{total} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

En un martinete, un martillo de acero con masa $200\,\mathrm{kg}$ se levanta $3.00\,\mathrm{m}$ sobre el tope de una viga vertical, que se está clavando en el suelo. El martillo se suelta, metiendo la viga otros $7.4\,\mathrm{cm}$ en el suelo. Los rieles verticales que guían el martillo ejercen una fuerza de fricción constante de $60\,\mathrm{N}$ sobre éste. Determine usando el teorema trabajo-energía a) la rapidez del martillo justo antes de golpear la viga, y b) la fuerza media que el martillo ejerce sobre la viga.






Aproximadamente:

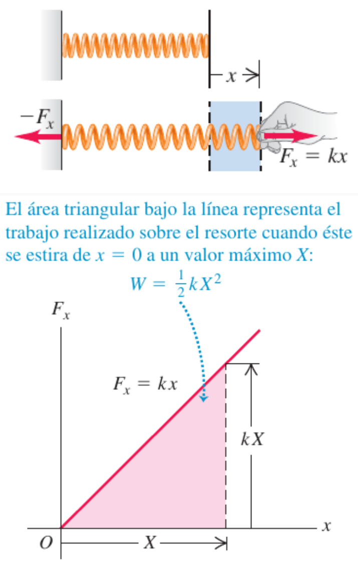
$$W = F_{ax}\Delta x_a + F_{bx}\Delta x_b + \cdots$$

En el límite donde el número de segmentos se hace muy grande y sus longitudes se hacen muy pequeñas:

$$W = \int_{x_a}^{x_b} F_x \, dx$$

Se puede demostrar que el teorema trabajo-energía sigue siendo valido:

$$W_{\text{total}} = K_2 - K_1$$




Fuerza para estirar un resorte:

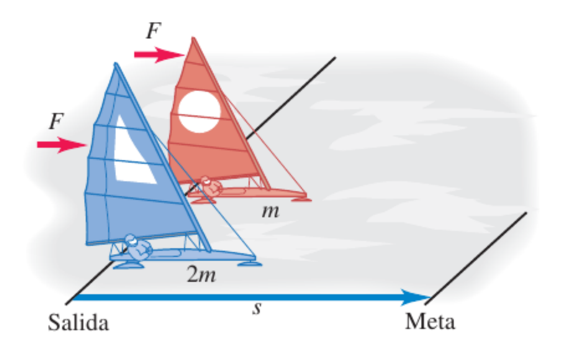
$$F_x = k\,x$$

donde $k$ es la constante elástica del resorte (en N/m).

$$W = \int_0^X F_x\,dx = \int_0^X kx\,dx = \frac{1}{2}kX^2$$

Si estiramos desde $x_1$ hasta $x_2$:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx = \int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$$




- ¿Cuál velero cruza la meta con mayor energía cinética?
- ¿Cuál llega primero?

**Definición : Potencia media.**

$$P_{\text{media}} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

**Definición : Potencia instantánea.**

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

**Otras unidades de potencia y energía:**

- **Potencia:** $1\,\text{hp} = 746\,\text{W}$ (caballo de potencia, *horse power*).
- **Energía:** $1\,\text{kW}\cdot\text{h} = 1000\,\text{J}\cdot\text{h/s} = 3\,600\,000\,\text{J} = 3.6\times10^{6}\,\text{J}$

- La unidad de potencia en el S.I. es el watt o vatio (W).
- $1\,\text{W} = 1\,\text{J/s} = 1\,\text{N}\cdot\text{m/s} = 1\,\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^3$
- Se puede hacer el mismo trabajo pero a diferente potencia.
- Se puede relacionar potencia con fuerza y velocidad. Si $\vec{F}$ es constante:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{F}\cdot\vec{x}) = \vec{F}\cdot\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

(Fórmula válida para cualquier situación en general.)

**1.** El motor de un coche aplica una fuerza para moverlo y vencer el rozamiento con el asfalto y el aire que se le oponen. A $50\,\mathbf{km/h}$ de rapidez la fuerza que se le opone es de $1000.0\,\mathbf{N}$, pero a $100.0\,\mathbf{km/h}$ la fuerza que se le opone es más que el doble ($3000.0\,\mathbf{N}$). ¿Qué potencia desarrolla el motor en cada caso?
Si supongo que la fuerza que se opone es constante de $1000.0\,\mathbf{N}$ y la masa del coche $800.0\,\mathbf{kg}$, ¿qué potencia máxima debe desarrollar el motor para acelerar de $0.0$ a $100.0\,\mathbf{km/h}$ en $10\,\mathbf{s}$?

**2.** ¿Cuánta energía (en **J** y en **kWh**) consume una lámpara de $100\,\mathbf{W}$ en una hora? ¿Qué potencia tiene en **hp**?

**3.** El viento empuja las palas de un generador eólico de $15.0\,\mathbf{m}$ de radio con $40\,000\,\mathbf{N}$ de fuerza y hace que den una vuelta en $10.0\,\mathbf{s}$. El generador convierte la energía mecánica en eléctrica y mantiene encendido un sistema de iluminación de lámparas de $100.0\,\mathbf{W}$. ¿Cuántas lámparas están conectadas? ¿Qué sucede con el generador si súbitamente se apagan la mitad de las lámparas?