

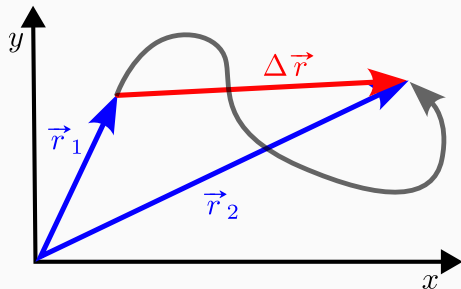
INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA

CINEMÁTICA

Manuel Carlevaro

Universidad de Navarra • 2024

- ▶ Repasar los conceptos de desplazamiento, velocidad y aceleración.
- ▶ Reforzar la construcción e interpretación de gráficos de movimiento.
- ▶ Aprender a operar estas cantidades en forma vectorial.



Velocidad media:

$$\mathbf{v}_m = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \mapsto \text{velocidad media}$$

$$v_m = \frac{\|\Delta \mathbf{r}\|}{\Delta t} \mapsto \text{rapidez media}$$

Ejemplo : .

Adela viaja en bici 2.0 h. Luego de muchas vueltas acaba a 10.0 km al este de su origen. ¿Cuál fue su velocidad media? Al día siguiente consigue la misma rapidez media pero acaba 3.0 km al norte y 4.0 km al oeste. ¿Cuál fue su velocidad y el tiempo de viaje?

$$\mathbf{v}_{m1} = \frac{\Delta \mathbf{r}_1}{\Delta t_1} = \frac{(10.0\mathbf{i} + 0.0\mathbf{j})\text{km}}{2.0\text{ h}}$$

$$= (5.0\mathbf{i} + 0.0\mathbf{j})\text{km/h}$$

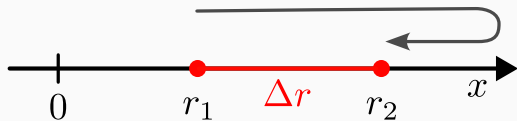
$$v_{m1} = 5.0\text{ km/h}$$

$$\|\Delta \mathbf{r}_2\| = \sqrt{(3.0\text{ km})^2 + (4.0\text{ km})^2} = 5.0\text{ km}$$

$$\Delta t_2 = \frac{\|\Delta \mathbf{r}_2\|}{v_{m1}} = \frac{5.0\text{ km}}{5.0\text{ km/h}} = 1.0\text{ h}$$

$$\mathbf{v}_{m2} = (3.0\mathbf{i} - 4.0\mathbf{j})\text{km/h}$$

DESPLAZAMIENTO Y VELOCIDAD: CASO UNIDIMENSIONAL



► Velocidad media:

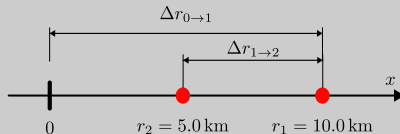
$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r_2 - r_1}{\Delta t}$$

► Rapidez media:

$$|v_m| = \frac{|\Delta r|}{\Delta t} = \frac{|r_2 - r_1|}{\Delta t}$$

Ejemplo : .

Adela viaja en bici 2.0 h. Luego de muchas vueltas acaba a 10.0 km al este de su origen. ¿Cuál fue su velocidad media? Al día siguiente consigue la misma rapidez media pero acaba a 5.0 km al oeste. ¿Cuál fue su velocidad media y el tiempo de viaje?

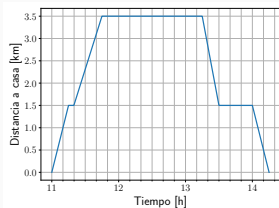


$$v_m = \frac{10.0 \text{ km}}{2.0 \text{ h}} = 5.0 \text{ km/h} \quad |v_m| = 5.0 \text{ km/h}$$

$$\Delta t_2 = \frac{|r_2 - r_1|}{|v_m|} = \frac{|5.0 - 10.0| \text{ km}}{5.0 \text{ km/h}} = 1.0 \text{ h}$$

$$v_{m2} = \frac{(5.0 - 10.0) \text{ km}}{1.0 \text{ h}} = -5 \text{ km/h}$$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



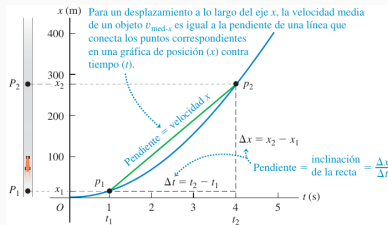
Los abuelos de Bruno lo invitaron a él y a sus primas a almorzar. La casa de Bruno, la de sus primas y la de sus abuelos quedan todas en la misma calle. Bruno sale caminando a las 11 h, pasa a buscar a sus primas por su casa y se van a lo de sus abuelos. Al regreso, vuelven juntos. El gráfico representa la distancia de Bruno a su casa en cada momento.

- ▶ ¿Cuándo estuvo a 1 km de su casa? ¿Y a 3 km de su casa?
- ▶ ¿A qué distancia de su casa se encontraba a la media hora de haber salido? ¿Y a las 11:50? ¿Y a las 13:10 y 13:20? ¿A qué hora volvió Bruno a su casa?
- ▶ ¿A qué distancia de la casa de Bruno está la casa de sus primas? ¿Y a qué distancia queda la casa de sus abuelos de la casa de sus primas?
- ▶ ¿Durante cuánto tiempo estuvieron en la casa de sus abuelos?
- ▶ Al regreso, se quedaron en la casa de sus primas.

¿Cuánto tiempo estuvieron?

- ▶ ¿La casa de Bruno se encuentra en el punto del eje en donde "regresa" a su casa?
- ▶ ¿A las 11:20 Bruno dio la vuelta a la esquina?
- ▶ ¿Cuántos kilómetros recorrió en total?
- ▶ ¿Con qué rapidez media se mueve Bruno en cada tramo de su viaje?
- ▶ ¿Con qué velocidad media se mueve Bruno en cada tramo de su viaje?

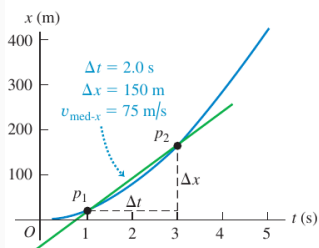
VELOCIDAD INSTANTÁNEA



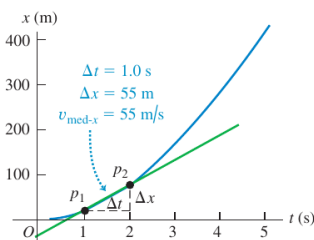
- La velocidad instantánea se obtiene como el límite al que se aproxima la velocidad media cuando el intervalo de tiempo es infinitamente pequeño:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \mathbf{i}, \quad v_x = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \mapsto \text{"derivada"}$$

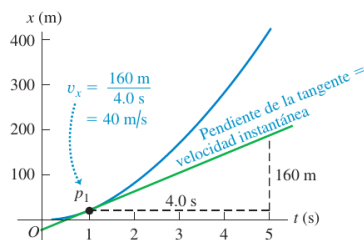
- En la representación gráfica de $\mathbf{r}(t)$ la velocidad instantánea corresponde a la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto de interés.



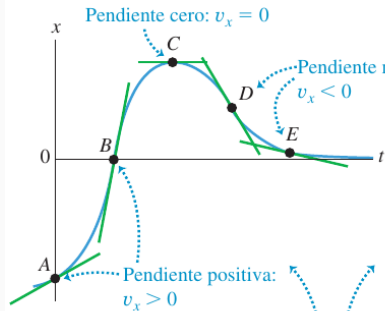
Cuando la velocidad media $v_{\text{med-}x}$ es calculada en intervalos cada vez más cortos ...



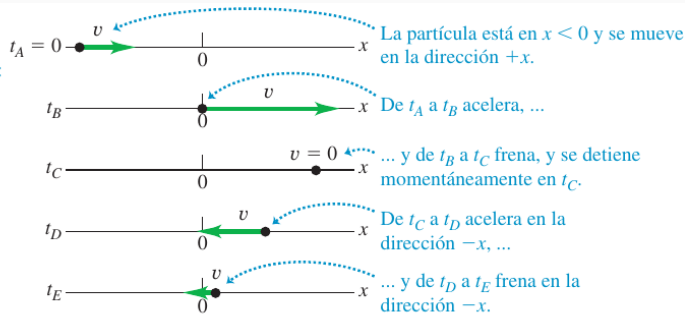
... su valor $v_{\text{med-}x} = \Delta x / \Delta t$ se acerca a la velocidad instantánea.



La velocidad instantánea v_x en un tiempo dado es igual a la pendiente de la tangente a la curva $x-t$ en ese tiempo.

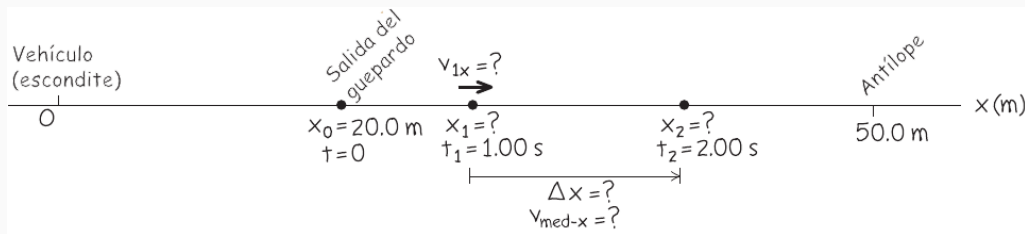


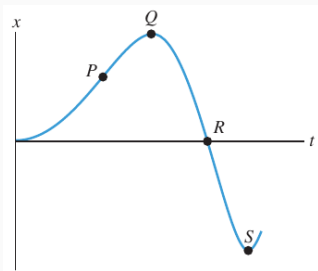
Cuanto más empinada está la pendiente (positiva o negativa) de la gráfica $x-t$ de un objeto, mayor será la rapidez del objeto en la dirección positiva o negativa.



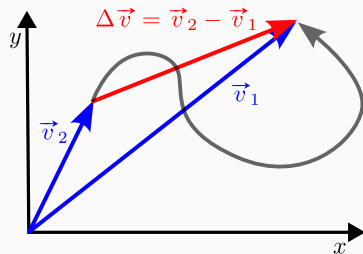
EJEMPLO

Un guepardo acecha 20 m al este del escondite de un observador. En el tiempo $t = 0$ s, el guepardo ataca a un antílope y empieza a correr en línea recta. Durante los primeros 2 s del ataque, la coordenada x del guepardo varía con el tiempo según la ecuación $x = 20 \text{ m} + (5 \text{ m/s}^2) t^2$. a) Obtenga el desplazamiento del guepardo entre $t_1 = 1.0$ s y $t_2 = 2.0$ s. b) Calcule la velocidad media en dicho intervalo. c) Calcule la velocidad instantánea en $t_1 = 1.0$ s tomando $\Delta t = 0.1$ s, luego $\Delta t = 0.01$ s, luego $\Delta t = 0.001$ s. d) Deduzca una expresión general para la velocidad instantánea en función del tiempo y con ella calcule v_x en $t = 1.0$ s y $t = 2$ s. (Derivada de $t^n = n t^{n-1}$.)





Ordene los valores de la velocidad v_x de la partícula en los puntos P , Q , R y S del más positivo al más negativo. b) ¿En qué puntos v_x es positiva? c) ¿En cuáles puntos v_x es negativa? d) ¿En cuáles es cero? e) Ordene los valores de la **rapidez** de la partícula en los puntos P , Q , R y S del más rápido al más lento.



Aceleración media

$$\mathbf{a}_m = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \mapsto \text{aceleración media}$$

$$a_m = \frac{\|\Delta \mathbf{v}\|}{\Delta t} \mapsto \text{norma o módulo}$$

Ejemplo : .

Adela viaja en bici 2.0 h. Inicia rumbo al este a 10 km/h. Luego de muchas vueltas se encuentra viajando al norte a 20 km/h. ¿Cuál fue su aceleración media?

$$\mathbf{v}_1 = (10.0\mathbf{i} + 0.0\mathbf{j})\text{km/h}$$

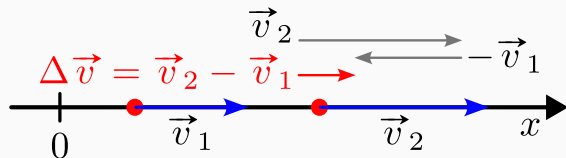
$$\mathbf{v}_2 = (0.0\mathbf{i} + 20.0\mathbf{j})\text{km/h}$$

$$\mathbf{a}_m = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{\Delta t}$$

$$\mathbf{a}_m = \frac{(-10.0\mathbf{i} + 20.0\mathbf{j})\text{km/h}}{2.0\text{ h}}$$

$$= (-5.0\mathbf{i} + 10.0\mathbf{j})\text{km/h}^2$$

$$a_m = \|\mathbf{a}_m\| = \sqrt{(-5.0)^2 + 10.0^2}\text{km}^2/\text{h}^4 = 11.18\text{ km/h}^2$$



► Aceleración media:

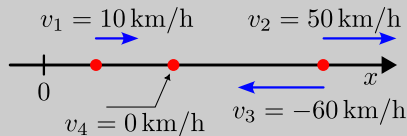
$$a_m = \frac{\Delta v}{|\delta t|} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

► Módulo (norma):

$$|a| = \frac{|\Delta v|}{|\Delta t|} = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t}$$

Ejemplo : .

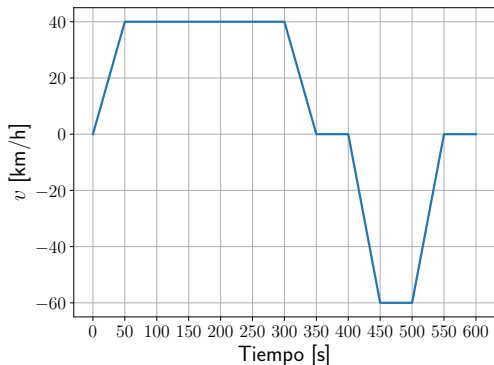
Adela baja en bici por una pendiente recta hacia el este durante 0.1 h. Inicia a 10 km/h, acelera, aplica frenos varias veces y llega al final a 50 km/h. ¿Cuál fue su aceleración media? Al día siguiente sube la pendiente sin pedalear. Antes toma mucha velocidad (60 km/h) y luego de 0.2 h la bici se detiene por completo. ¿Cuál fue su aceleración media?



$$a_{1 \rightarrow 2} = \frac{(50 - 10) \text{ km/h}}{0.1 \text{ h}} = 400 \text{ km/h}^2$$

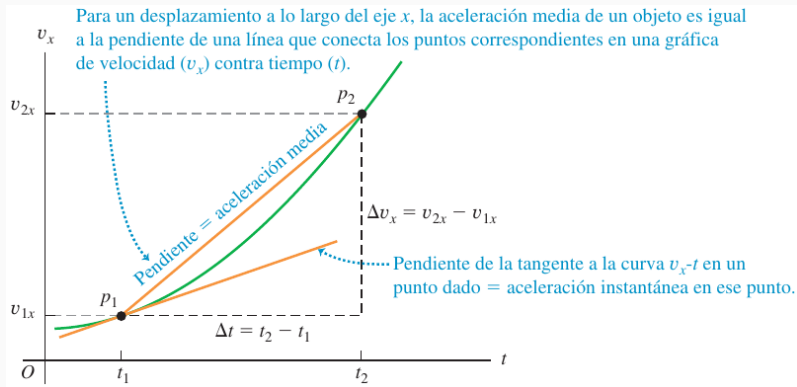
$$a_{3 \rightarrow 4} = \frac{(-60 - 0) \text{ km/h}}{0.2 \text{ h}} = -300 \text{ km/h}^2$$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



Bruno sale en coche por una calle recta de oeste a este. El gráfico representa la velocidad de Bruno en cada momento.

- ▶ ¿Cuándo la rapidez fue de 20 km/h? ¿Y cuando la velocidad fue de 20 km/h?
 - ▶ ¿Cuál era su velocidad 200 s luego de partir? ¿Y a los 325 s, y a los 400 s?
 - ▶ ¿En algún momento se detiene? ¿Cuándo? ¿Cuál es la máxima velocidad que alcanza? ¿Y la mínima? ¿Y la máxima rapidez?
 - ▶ ¿Cuántos kilómetros recorrió en total?
 - ▶ ¿Con qué aceleración media se mueve Bruno en cada tramo de su viaje?
 - ▶ ¿Cuál es el módulo de la aceleración en cada tramo?
- ▶ ¿En qué dirección viaja a los 25 s? ¿Y a los 325 s? ¿Y a los 450 s?
 - ▶ ¿Cuánto dura el trayecto hacia el Este?
 - ▶ ¿Al regreso hacia el oeste se detiene en el mismo lugar de donde partió el viaje?



$$3D: \mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}, \quad 1D: a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$

EJEMPLO:

La velocidad v_x de un móvil en función del tiempo esta dada por b)

$$v_x = 60 \text{ m/s} + (0.50 \text{ m/s}^3)t^2$$

a) Calcule el cambio de velocidad del móvil entre el intervalo $t_1 + 1.0 \text{ s}$ y $t_2 = 3.0 \text{ s}$. b) Calcule la aceleración media en ese intervalo. c) Obtenga la aceleración instantánea en t_1 tomando Δt primero como 0.1 s , después como 0.01 s y luego como 0.001 s . d) Deduzca una expresión para la aceleración instantánea en cualquier instante y úsela para obtener la aceleración en t_1 y t_2 .

a)

$$v_{1x} = 60 \text{ m/s} + (0.50 \text{ m/s}^3)(1.0 \text{ s})^2 = 60.5 \text{ m/s}$$

$$v_{2x} = 60 \text{ m/s} + (0.50 \text{ m/s}^3)(3.0 \text{ s})^2 = 64.5 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_x = v_{2x} - v_{1x} = 4.0 \text{ m/s}$$

$$a_{mx} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{4.0 \text{ m/s}}{2.0 \text{ s}} = 2.0 \text{ m/s}^2$$

c)

Δt (s)	0.1	0.01	0.001
a_{mx} (m/s ²)	1.05	1.005	1.0005

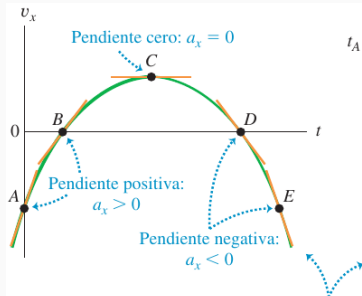
d) $a_x = dv_x/dt$, la derivada de una constante es cero y la de t^2 es $2t$:

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt} [60 \text{ m/s} + (0.50 \text{ m/s}^3)t^2] \\ &= (0.50 \text{ m/s}^3)(2t) = (1.0 \text{ m/s}^3)t \end{aligned}$$

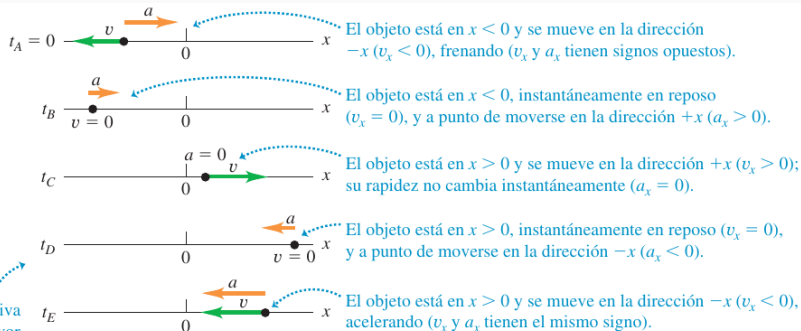
$$t = 1.0 \text{ s} : a_x = (1.0 \text{ m/s}^3)(1.0 \text{ s}) = 1.0 \text{ m/s}^2$$

$$t = 3.0 \text{ s} : a_x = (1.0 \text{ m/s}^3)(3.0 \text{ s}) = 3.0 \text{ m/s}^2$$

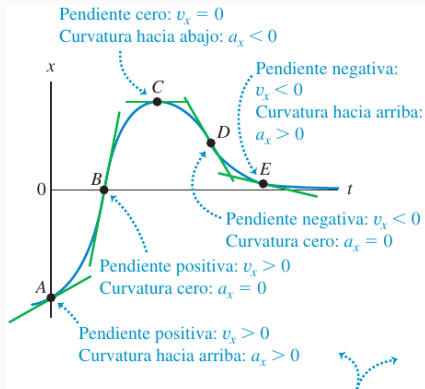
POSICIÓN, VELOCIDAD Y ACCELERACIÓN 1D



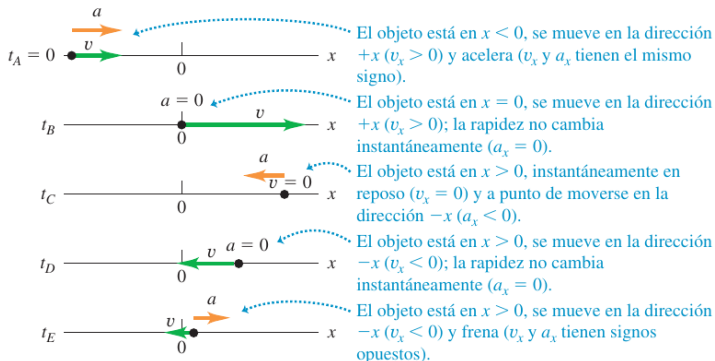
Cuanto más empinada esté la pendiente (positiva o negativa) de la gráfica v_x - t de un objeto, mayor será la aceleración del objeto en la dirección positiva o negativa.



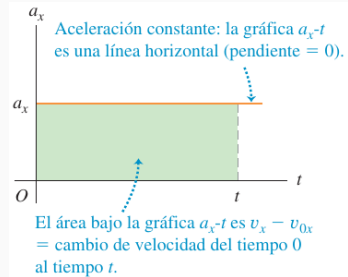
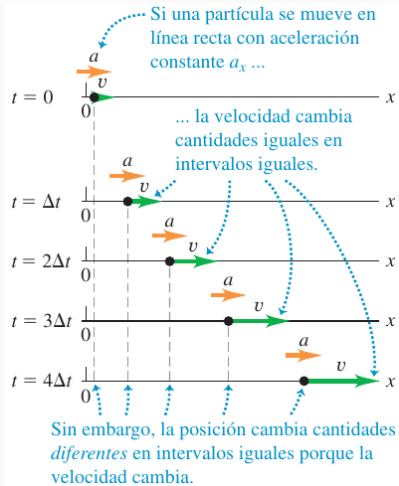
POSICIÓN, VELOCIDAD Y ACCELERACIÓN 1D



Cuanto mayor sea la curvatura (hacia arriba o hacia abajo) de la gráfica $x-t$ de un objeto, mayor será la aceleración del objeto en la dirección x positiva o negativa.



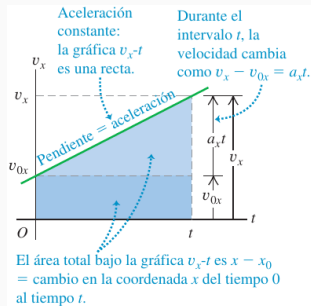
MOVIMIENTO RECTILÍNEO CON ACELERACIÓN CONSTANTE



Con **aceleración constante**:

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t - 0} \Rightarrow \boxed{v_x(t) = v_{0x} + a_x t} \quad (1)$$

MOVIMIENTO RECTILÍNEO CON ACELERACIÓN CONSTANTE



Con **aceleración constante**:

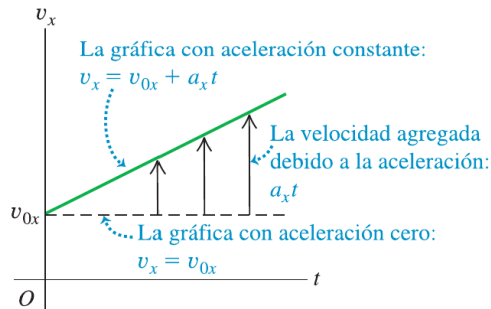
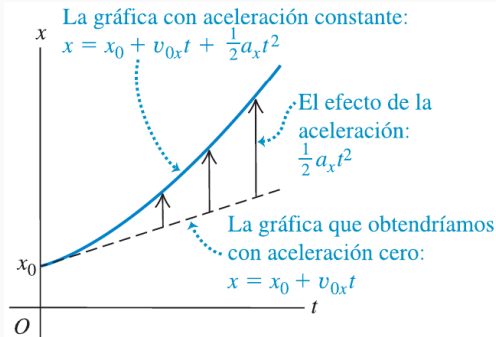
$$v_{mx} = \frac{x - x_0}{t}, \text{ y también}$$

$$v_{mx} = \frac{v_{0x} + v_x}{2} = \frac{1}{2}(v_{0x} + v_{0x} + a_x t) = v_{0x} + \frac{1}{2}a_x t$$

Igualando y despejando x :

$$x = x_0(t) + v_{0x} t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad (2)$$

INTERPRETACIÓN GRÁFICA



Despejando t de (1), reemplazando en (2) y simplificando:

$$t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$$

$$x = x_0 + v_{0x} \left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x} \right) + \frac{1}{2}a_x \left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x} \right)^2$$

Pasando x_0 al primer miembro y multiplicando por $2a_x$:

$$2a_x(x - x_0) = 2v_{0x}v_x - 2v_{0x}^2 + v_x^2 - 2v_{0x}v_x + v_{0x}^2$$
$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0) \quad (3)$$

$$x - x_0 = \left(\frac{v_{0x} + v_x}{2} \right) t \quad (4)$$