

INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA

TRABAJO Y ENERGÍA

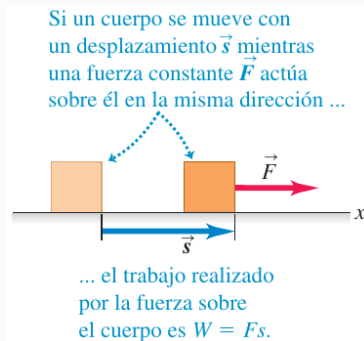
Manuel Carlevaro

Universidad de Navarra • 2024

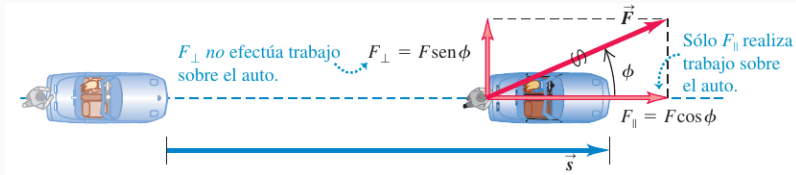
- ▶ Aprender el concepto de trabajo realizado por una fuerza.
- ▶ Calcular el trabajo en casos simples.
- ▶ Aprender el teorema del trabajo y la energía cinética.
- ▶ Resolver problemas con fuerzas variables.

$$W = F s$$

- ▶ Se dice que la fuerza \vec{F} **realizó un trabajo sobre** el objeto.
- ▶ La unidad de trabajo en el S.I. es el Joule o Julio (J).
- ▶ $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$.
- ▶ El concepto de **trabajo** en física no debe confundirse con el uso coloquial.



FUERZA NO ALINEADA CON EL DESPLAZAMIENTO



- ▶ Si hay más de una fuerza aplicada, el desplazamiento puede no ser en la misma dirección que la fuerza cuyo trabajo nos interesa. En ese caso:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

- ▶ Se dice que la componente de una fuerza que es perpendicular al desplazamiento no realiza trabajo.
- ▶ El trabajo puede ser negativo.
- ▶ Para calcular el trabajo total de todas las fuerzas, se calcula la fuerza neta (o resultante) \vec{R} y se obtiene $W_{\text{total}} = \vec{R} \cdot \vec{s}$.
- ▶ Lo anterior es equivalente a obtener el trabajo de cada fuerza y sumar los trabajos al final.
- ▶ El trabajo es una magnitud **escalar**.

Una persona ejerce una fuerza constante de 210 N sobre el coche averiado de la figura anterior, mientras lo empuja una distancia de 18 m . Además, por tener un neumático desinflado, el empuje debe hacerse con un ángulo de 30° para que avance de frente. a) ¿Cuánto trabajo hace la persona? b) Con ánimo de ayudar, esta persona empuja un segundo coche averiado con una fuerza constante $\vec{F} = 160\text{ N}\hat{i} - (40\text{ N})\hat{j}$. El desplazamiento resultante es $\vec{s} = (14\text{ m})\hat{i} + (11\text{ m})\hat{j}$. ¿Cuánto trabajo efectúa en este caso?

Una persona ejerce una fuerza constante de 210 N sobre el coche averiado de la figura anterior, mientras lo empuja una distancia de 18 m . Además, por tener un neumático desinflado, el empuje debe hacerse con un ángulo de 30° para que avance de frente. a) ¿Cuánto trabajo hace la persona? b) Con ánimo de ayudar, esta persona empuja un segundo coche averiado con una fuerza constante $\vec{F} = 160\text{ N}\hat{i} - (40\text{ N})\hat{j}$. El desplazamiento resultante es $\vec{s} = (14\text{ m})\hat{i} + (11\text{ m})\hat{j}$. ¿Cuánto trabajo efectúa en este caso?

$$\begin{aligned} W &= F s \cos \phi \\ &= (210\text{ N})(18\text{ m}) \cos 30^\circ = 3.3 \times 10^3\text{ J} \end{aligned}$$

Una persona ejerce una fuerza constante de 210 N sobre el coche averiado de la figura anterior, mientras lo empuja una distancia de 18 m . Además, por tener un neumático desinflado, el empuje debe hacerse con un ángulo de 30° para que avance de frente. a) ¿Cuánto trabajo hace la persona? b) Con ánimo de ayudar, esta persona empuja un segundo coche averiado con una fuerza constante $\vec{F} = 160\text{ N}\hat{i} - (40\text{ N})\hat{j}$. El desplazamiento resultante es $\vec{s} = (14\text{ m})\hat{i} + (11\text{ m})\hat{j}$. ¿Cuánto trabajo efectúa en este caso?

a)

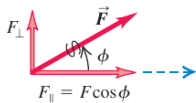
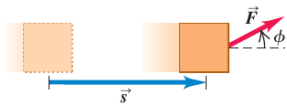
$$\begin{aligned} W &= F s \cos \phi \\ &= (210\text{ N})(18\text{ m}) \cos 30^\circ = 3.3 \times 10^3\text{ J} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} W &= \vec{F} \cdot \vec{S} = F_x x + F_y y \\ &= (160\text{ N})(14\text{ m}) + (-40\text{ N})(11\text{ m}) \\ &= 1.8 \times 10^3\text{ J} \end{aligned}$$

TRABAJO POSITIVO, NEGATIVO O CERO

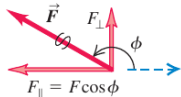
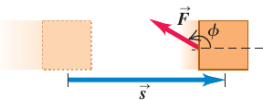
a)



La fuerza tiene una componente en la dirección del desplazamiento:

- El trabajo sobre el objeto es positivo.
- $W = F_{\parallel}s = (F \cos \phi)s$

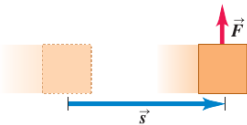
b)



La fuerza tiene una componente opuesta a la dirección del desplazamiento:

- El trabajo sobre el objeto es negativo.
- $W = F_{\parallel}s = (F \cos \phi)s$
- Matemáticamente, $W < 0$ porque $F \cos \phi$ es negativo para $90^\circ < \phi < 270^\circ$.

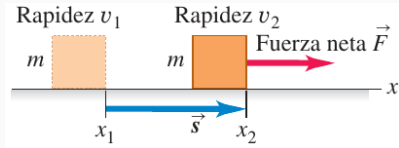
c)



La fuerza es perpendicular a la dirección del desplazamiento:

- La fuerza *no* realiza trabajo sobre el objeto.
- De forma más general, cuando una fuerza que actúa sobre un objeto tiene una componente F_{\perp} perpendicular al desplazamiento del objeto, dicha componente no efectúa trabajo sobre el objeto.

ENERGÍA CINÉTICA Y EL TEOREMA TRABAJO-ENERGÍA



► Cinemática:

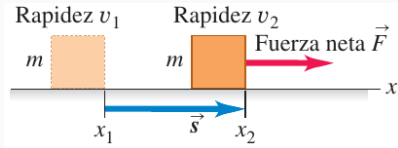
$$v_2^2 = v_1^2 + 2a_x s$$

$$a_x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

► Segunda Ley de Newton:

$$F = m a_x = m \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

$$F s = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$



- Cinemática:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a_x s$$

$$a_x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

- Segunda Ley de Newton:

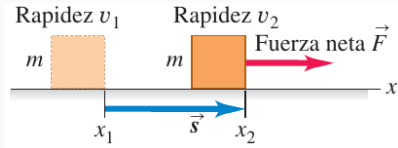
$$F = m a_x = m \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

$$F s = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

Definición : Energía cinética.

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

- La energía cinética es una magnitud **escalar**.
- Depende solo de la masa y la rapidez de la partícula, no de su dirección.
- Nunca es negativa y solo puede ser cero si está en reposo



- Cinemática:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a_x s$$

$$a_x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

- Segunda Ley de Newton:

$$F = m a_x = m \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

$$F s = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

Definición : Energía cinética.

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

- La energía cinética es una magnitud **escalar**.
- Depende solo de la masa y la rapidez de la partícula, no de su dirección.
- Nunca es negativa y solo puede ser cero si está en reposo

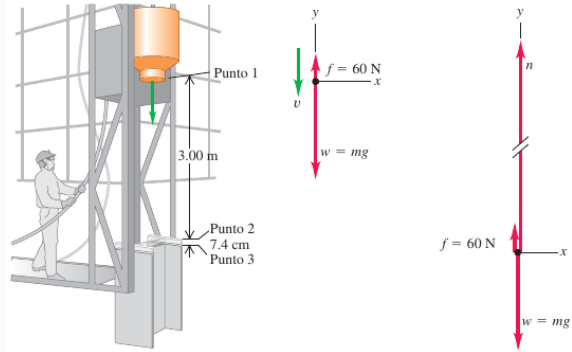
Teorema : Trabajo-energía.

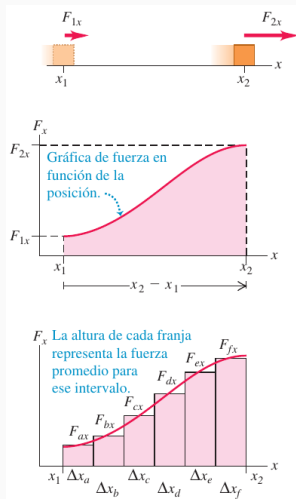
El trabajo efectuado por la fuerza neta sobre una partícula es igual al cambio de energía cinética de la partícula:

$$W_{total} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

EJEMPLO

En un martinete, un martillo de acero con masa 200 kg se levanta 3.00 m sobre el tope de una viga vertical, que se está clavando en el suelo. El martillo se suelta, metiendo la viga otros 7.4 cm en el suelo. Los rieles verticales que guían el martillo ejercen una fuerza de fricción constante de 60 N sobre éste. Determine usando el teorema trabajo-energía a) la rapidez del martillo justo antes de golpear la viga, y b) la fuerza media que el martillo ejerce sobre la viga.





Aproximadamente:

$$W = F_{ax} \Delta x_a + F_{bx} \Delta x_b + \dots$$

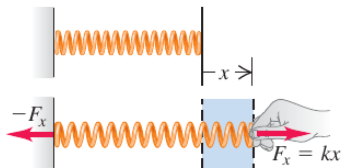
En el límite donde el número de segmentos se hace muy grande y sus longitudes se hacen muy pequeñas:

$$W = \int_{x_a}^{x_b} F_x dx$$

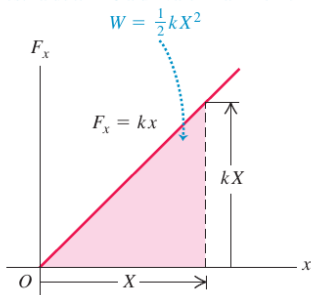
Se puede demostrar que el teorema trabajo-energía sigue siendo válido:

$$W_{\text{total}} = K_2 - K_1$$

EJEMPLO: TRABAJO PARA COMPRIMIR O ESTIRAR UN RESORTE



El área triangular bajo la línea representa el trabajo realizado sobre el resorte cuando éste se estira de $x = 0$ a un valor máximo X :



Fuerza para estirar un resorte:

$$F_x = k x$$

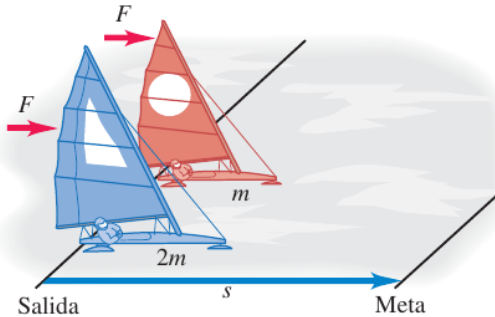
donde k es la constante elástica del resorte (en N/m).

$$W = \int_0^X F_x dx = \int_0^X kx dx = \frac{1}{2} k X^2$$

Si estiramos desde x_1 hasta x_2 :

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{1}{2} k x_2^2 - \frac{1}{2} k x_1^2$$

CONSIDERACIONES IMPORTANTES



- ▶ ¿Cuál velero cruza la meta con mayor energía cinética?
- ▶ ¿Cuál llega primero?

Definición : Potencia media.

$$P_{\text{media}} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Definición : Potencia media.

$$P_{\text{media}} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Definición : Potencia instantánea.

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

Definición : Potencia media.

$$P_{\text{media}} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Definición : Potencia instantánea.

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

- ▶ La unidad de potencia en el S.I. es el watt o vatio (W).
- ▶ $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$
- ▶ Se puede hacer el mismo trabajo pero a diferente potencia.
- ▶ Se puede relacionar potencia con fuerza y velocidad. Si \vec{F} es constante:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{F} \cdot \vec{x}) = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

(Fórmula válida para cualquier situación en general.)

Definición : Potencia media.

$$P_{\text{media}} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Definición : Potencia instantánea.

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

- ▶ La unidad de potencia en el S.I. es el watt o vatio (W).
- ▶ $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$
- ▶ Se puede hacer el mismo trabajo pero a diferente potencia.
- ▶ Se puede relacionar potencia con fuerza y velocidad. Si \vec{F} es constante:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{F} \cdot \vec{x}) = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

(Fórmula válida para cualquier situación en general.)

Otras unidades de potencia y energía:

- ▶ **Potencia:** $1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$ (caballo de potencia, *horse power*).
- ▶ **Energía:** $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 1000 \text{ J} \cdot \text{h/s} = 3\,600\,000 \text{ J} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$

1. El motor de un coche aplica una fuerza para moverlo y vencer el rozamiento con el asfalto y el aire que se le oponen. A 50 km/h de rapidez la fuerza que se le opone es de 1000.0 N , pero a 100.0 km/h la fuerza que se le opone es más que el doble (3000.0 N). ¿Qué potencia desarrolla el motor en cada caso?

Si supongo que la fuerza que se opone es constante de 1000.0 N y la masa del coche 800.0 kg , ¿qué potencia máxima debe desarrollar el motor para acelerar de 0.0 a 100.0 km/h en 10 s ?

2. ¿Cuánta energía (en J y en kWh) consume una lámpara de 100 W en una hora? ¿Qué potencia tiene en hp ?

3. El viento empuja las palas de un generador eólico de 15.0 m de radio con $40\,000 \text{ N}$ de fuerza y hace que den una vuelta en 10.0 s . El generador convierte la energía mecánica en eléctrica y mantiene encendido un sistema de iluminación de lámparas de 100.0 W . ¿Cuántas lámparas están conectadas? ¿Qué sucede con el generador si súbitamente se apagan la mitad de las lámparas?