1、计算下列行列式

（1）$\begin{vmatrix} \sin\varphi & -\cos\varphi \\ \cos\varphi & \sin\varphi \end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix} \sin\varphi & -\cos\varphi \\ \cos\varphi & \sin\varphi \end{vmatrix} = \sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$$

（2）$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 1\times4\times1+2\times2\times1+3\times5\times(-2)-3\times4\times1-2\times5\times1-1\times(-2)\times2 = -40$$

（3）$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -6 \\ -4 & 3 & 5 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -6 \\ -4 & 3 & 5 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 3\times3\times1+2\times5\times(-2)+(-6)\times(-4)\times3-(-6)\times3\times(-2)-2\times(-4)\times1-3\times3\times5 = -12$$

（4）$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1-x \end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1-x \end{vmatrix} = 0+1+0-0-(1-x)-0 = x$$

2、用克莱姆法则求解下列线性方程

（1）$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = -2 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$

$$\begin{cases} x_1-3x_2+x_3=-2 \\ 2x_1+x_2-x_3=6 \\ x_1+2x_2+2x_3=2 \end{cases} \Rightarrow D=\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}=22\neq 0$$

$$\Rightarrow D_1=\begin{vmatrix} -2 & -3 & 1 \\ 6 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}=44, D_2=\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 6 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}=22, D_3=\begin{vmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 2 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}=-22$$

$$\Rightarrow x_1=\frac{D_1}{D}=2, x_2=\frac{D_2}{D}=1, x_3=\frac{D_3}{D}=-1$$

（2） $\begin{cases} x_1-x_2+x_3=2 \\ x_1+x_2=1 \\ x_1+x_2+x_3=8 \end{cases}$

$$\begin{cases} x_1-x_2+x_3=2 \\ x_1+x_2=1 \\ x_1+x_2+x_3=8 \end{cases} \Rightarrow D=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=2$$

$$\Rightarrow D_1=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 8 & 1 & 1 \end{vmatrix}=-4, D_2=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 8 & 1 \end{vmatrix}=6, D_3=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 8 \end{vmatrix}=14$$

$$\Rightarrow x_1=\frac{D_1}{D}=-2, x_2=\frac{D_2}{D}=3, x_3=\frac{D_3}{D}=7$$

3、如果方程组$\begin{cases} \lambda x_1+x_2-x_3=0 \\ x_1+\lambda x_2-x_3=0 \\ 2x_1-x_2+x_3=0 \end{cases}$，仅有零解，$\lambda$应取何值?

$$\begin{cases} \lambda x_1+x_2-x_3=0 \\ x_1+\lambda x_2-x_3=0 \\ 2x_1-x_2+x_3=0 \end{cases} \text{仅有零解} \Rightarrow D\neq 0$$

$$\Rightarrow D=\begin{vmatrix} \lambda & 1 & -1 \\ 1 & \lambda & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}=(\lambda+2)(\lambda-1)\neq 0 \Rightarrow \lambda\neq -2 \text{且} \lambda=1$$