

1、设

$$(1) A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(2) A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

计算 $2A-3B, AB-BA, A^2-B^2$

2、如果 $AB=BA$ ，则称 B 与 A 可交换，求所有与 A 可交换的矩阵 B

$$(1) A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(2) A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3、设 $f(x)=ax^2+bx+c$ ， A 为 n 阶方阵， E 为 n 阶单位矩阵，定义

$f(A)=aA^2+bA+cE$ ，试计算以下各题中的 $f(A)$

$$(1) \text{ 已知 } f(x)=x^2-x-1, A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{bmatrix};$$

$$(2) \text{ 已知 } f(x)=x^2-2x+3, A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

4、计算

$$(1) \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$(2) \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}^2$$

$$(3) \left| \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}^5 \right|$$

$$(4) \left\| \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\|$$

5、设

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

并且 $(2A - X) + 2(B' - X) = O$ ，求矩阵 X