

# Exercices Approfondis sur les Torseurs — Niveau L2 Physique

## Exercice 1 — Torseur des vitesses d'un solide en rotation

Un solide  $S_1$  tourne autour d'un axe fixe  $(\Delta)$  passant par le point  $O$  avec une vitesse angulaire constante :

$$\omega_{S_1/S_0} = 2 \text{ rad/s} \quad \blacksquare$$

Un point  $A$  du solide est situé à  $OA = 0.3 \mathbf{x} \blacksquare + 0.4 \blacksquare$

1. Écrire le torseur cinématique  $\{V_{S_1/S_0}\}_O$ .
2. En déduire la vitesse du point  $A$ .
3. Donner le torseur cinématique en  $A$  et vérifier la formule de changement de point.
4. Que vaut le torseur si on choisit un autre point  $B$  sur l'axe  $(\Delta)$  ?

## Exercice 2 — Composition des torseurs de vitesse

Deux solides sont en mouvement relatif :

- $S_1$  tourne par rapport à  $S_0$  autour de  $(Oz)$  avec  $\omega_{S_1/S_0} = 4 \blacksquare$
- $S_2$  tourne par rapport à  $S_1$  autour de  $(Ox_1)$  avec  $\omega_{S_2/S_1} = 3 \mathbf{x} \blacksquare 1$

1. Exprimer le torseur  $\{V_{S_2/S_0}\}_O$ .
2. En déduire  $\omega_{S_2/S_0}$ .
3. Comment évolue la direction de l'axe instantané de rotation ?

## Exercice 3 — Torseur des actions mécaniques

Un solide  $S$  est soumis à deux forces :

$$F_1 = 10 \mathbf{x} \blacksquare + 5 \blacksquare \text{ appliquée en } A(1,0,0)$$

$$F_2 = -10 \mathbf{x} \blacksquare + 3 \blacksquare \text{ appliquée en } B(0,2,0)$$

1. Écrire le torseur des actions mécaniques  $\{T_{\text{ext} \rightarrow S}\}_O$ .
2. Calculer le moment résultant en  $O$ .
3. Déterminer le centre de réduction du torseur.
4. Quelle condition faut-il pour que le torseur soit glisseur ?

## Exercice 4 — Torseur dynamique d'un solide en translation et rotation

Un solide homogène de masse  $m = 2 \text{ kg}$  tourne autour d'un axe fixe  $(Oz)$  avec  $\omega(t) = 5t \text{ rad/s}$

Le centre de masse  $G$  est tel que  $OG = 0.2 \mathbf{x} \blacksquare$  et  $I_G = 0.05 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ .

1. Donner le torseur dynamique  $\{D_{S/S_0}\}_G$ .
2. Exprimer ce torseur en un point  $O$ .
3. En déduire la réaction au pivot en  $O$  si le solide n'est soumis à aucun autre effort extérieur.

## Exercice 5 — Étude complète : bielle-manivelle

Le système bielle-manivelle est constitué :

- d'une manivelle  $AB$  (longueur  $a$ ), en rotation autour de  $A$  ;
- d'une bielle  $BC$  (longueur  $b$ ), articulée avec un piston  $C$  se déplaçant selon  $(Ox)$ .

On définit  $\theta = \text{angle}(x, AB)$ .

1. Établir le torseur cinématique de la manivelle.
2. Déterminer le torseur cinématique de la bielle par rapport au bâti.
3. Exprimer la vitesse du piston C en fonction de  $\theta$ , a et b.
4. Bonus : déduire la relation entre les accélérations du piston et de la manivelle.

## Exercice 6 — Torseur d'inertie et changement de point

Un solide homogène S a un centre d'inertie G avec  $[I_G] =$

$$\begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.15 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.15 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.15 \end{bmatrix}$$

On veut obtenir  $[I_O]$  avec  $OG = (0.3, 0.2, 0.1)$  m et  $m = 4$  kg.

1. Utiliser la relation de Steiner pour trouver  $[I_O]$ .
2. En déduire le torseur d'inertie  $\{J_S\}_O$ .
3. Quelle est la direction principale d'inertie ?