模型研究系列　将军饮马

安徽省霍邱县龙潭中心校

2020 年 7 月 4 日

文章导航

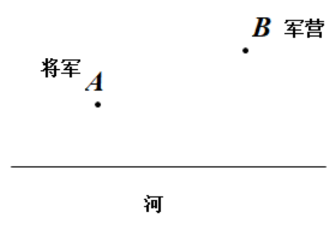
1　引入

引入 “白日登山望烽火，黄昏饮马傍交河”，这是唐代诗人李颀《古从军行》里的一句诗。由此却引申出一系列非常有趣的数学问题，通常称为“将军饮马”.

2　什么是将军饮马？

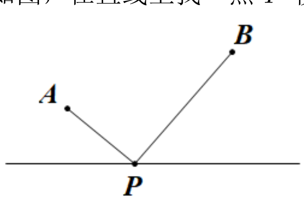
【问题描述】

如图，将军在图中点 A 处，现在他要带马去河边喝水，之后返回军营 B，问：将军怎么走能使得路程最短？



【问题简化】

如图，在直线上找一点 P 使得 $PA+PB$ 最小？

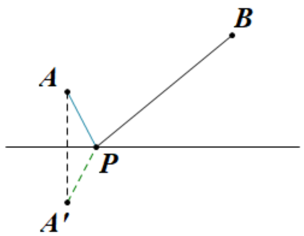


【问题分析】

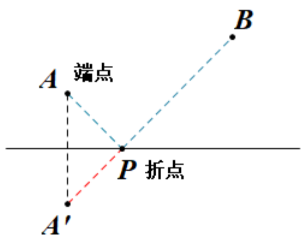
这个问题的难点在于 $PA+PB$ 是一段折线段，通过观察图形很难得出结果，关于最小值，我们知道“两点之间，线段最短”、“点到直线的连线中，垂线段最短”等，所以此处，需转化问题，将折线变为直线段.

【问题解决】

作点 A 关于直线的对称点 A'，连接 PA'，则 $PA'=PA$，所以 $PA+PB=PA'+PB$.



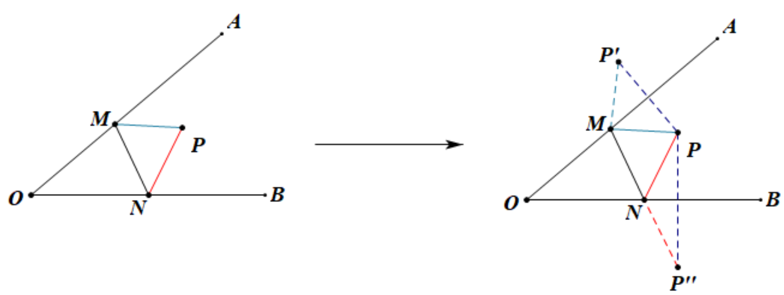
当 A', P, B 三点共线的时候，$PA' + PB = A'B$，此时为最小值（两点之间线段最短）



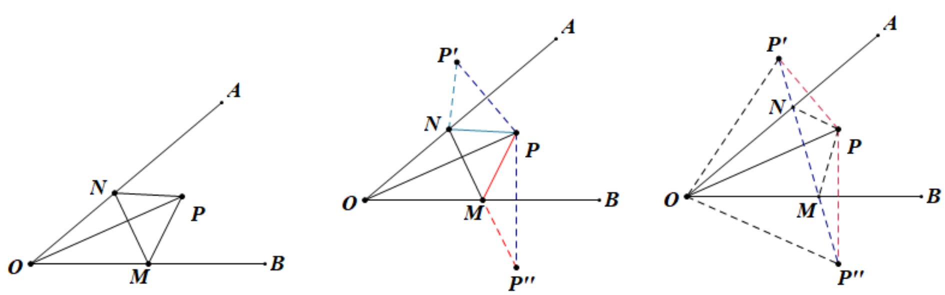
3 将军饮马模型系列

3.1 “一定两动”之点到点

在 OA, OB 上分别取点 M, N，使得 ΔPMN 周长最小.



此处 M, N 均为折点，分别作点 P 关于 OA（折点 M 所在直线）、OB（折点 N 所在直线）的对称点，化折线段 $PM + MN + NP$ 为 $P'M + MN + NP''$，当 P', M, N, P'' 共线时，ΔPMN 周长最小.



3.2 “两定两动”之点到点

3.3 “一定两动”之点到线

4 几何图形中的将军饮马

4.1 正方形中的将军饮马

4.2 三角形中的将军饮马

4.3 菱形、矩形中的将军饮马

5 特殊角的对称

6 将军过桥

7 将军遛马