

Álgebra Linear

Interpretação geométrica de Sistemas de equações lineares algébricas com três variáveis

GEOMETRIA ANALÍTICA E ÁLGEBRA LINEAR
PROFA. MS.MAGDA MANTOVANI LORANDI

Período 2022-4

UMA EQUAÇÃO LINEAR ALGÉBRICA COM TRÊS INCÓGNITAS

$$ax + by + cz + d = 0$$

GEOMETRICAMENTE, É UM PLANO NO ESPAÇO TRIDIMENSIONAL

SISTEMAS LINEARES COM DUAS EQUAÇÕES E TRÊS INCÓGNITAS

Um sistema linear com 2 equações e 3 incógnitas (ou seja, com dois planos), **pode ser:**

- ✓ Sistema Possível Indeterminado (infinitas soluções)
- ✓ Impossível (sem solução)

Jamais será um Sistema Possível Determinado (única solução)

SISTEMAS LINEARES COM DUAS EQUAÇÕES E TRÊS INCÓGNITAS

Sistema linear com 2 equações e 3 incógnitas (com dois planos)

Sistema Possível Indeterminado

Possibilidade 1

$$\begin{cases} x - z = 0 \\ y = 3 \end{cases}$$

- A solução do sistema tem uma variável livre.
- O sistema tem infinitos pontos como solução.

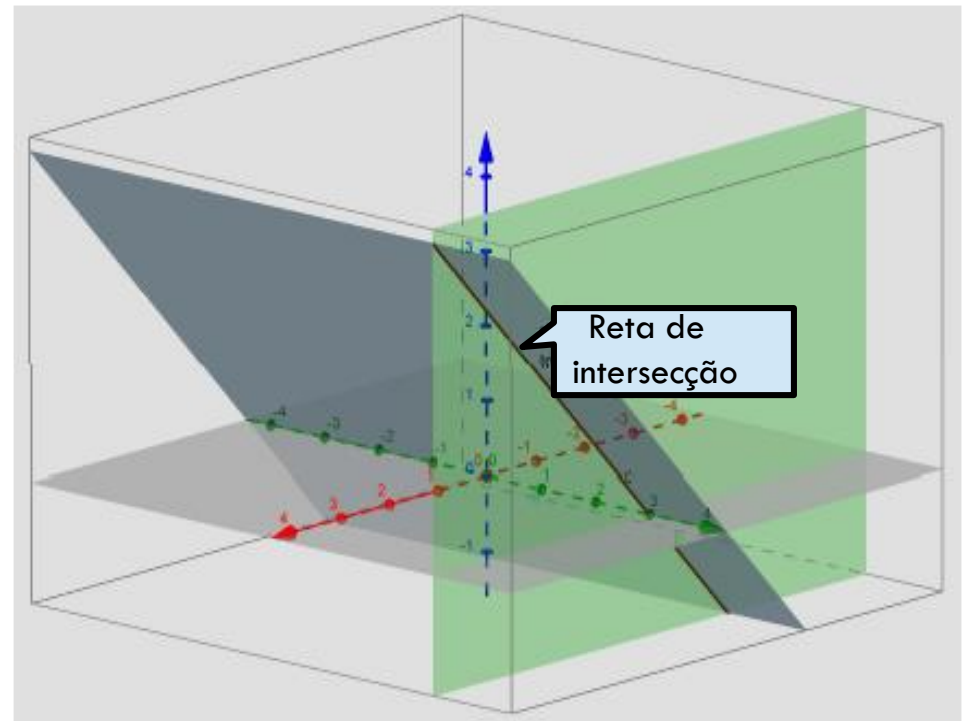


Figura 1: Dois planos transversais

SISTEMAS LINEARES COM DUAS EQUAÇÕES E TRÊS INCÓGNITAS

Sistema linear com 2 equações e 3 incógnitas (com dois planos)

Sistema Possível Indeterminado

Possibilidade 2

$$\begin{cases} x + 2y - z = -5 \\ 4x + 8y - 4z = -20 \end{cases}$$

- A solução do sistema tem duas variáveis livres.
- O sistema tem infinitos pontos como solução.

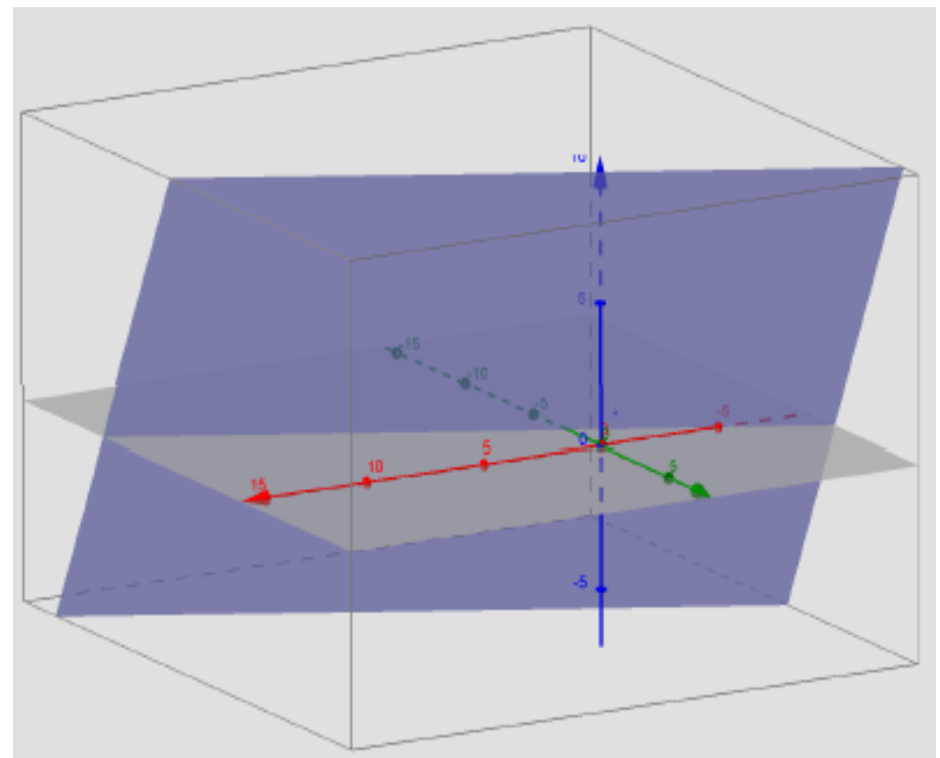


Figura 2: Dois planos paralelos coincidentes

SISTEMAS LINEARES COM DUAS EQUAÇÕES E TRÊS INCÓGNITAS

Sistema linear com 2 equações e 3 incógnitas (com dois planos)

Sistema Impossível

Possibilidade 1

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = -1 \end{cases}$$

- O sistema não tem solução

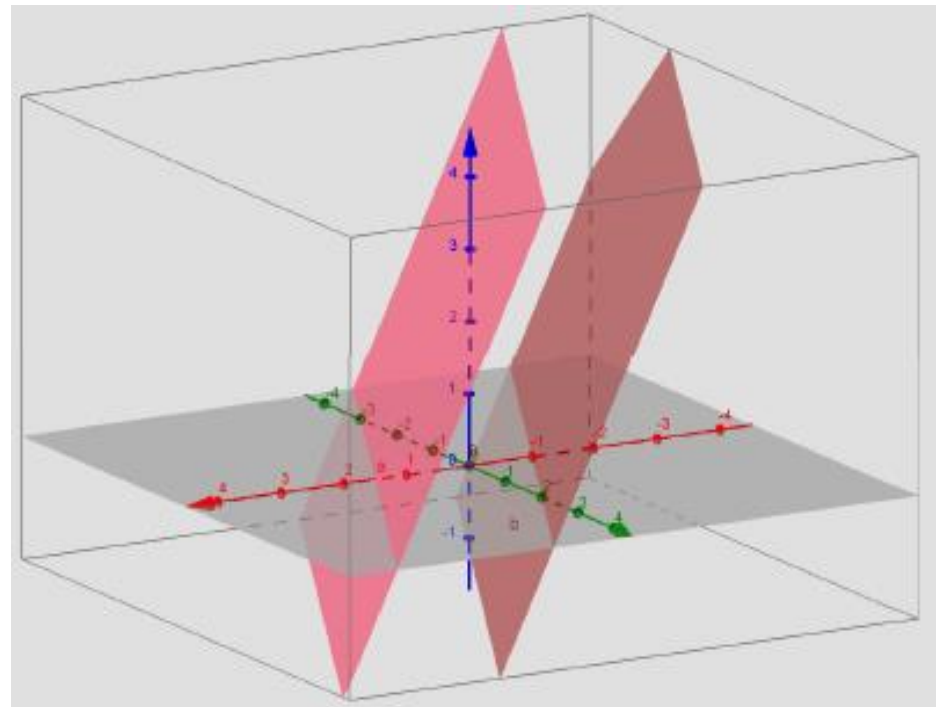


Figura 3: Dois planos paralelos distintos

SISTEMAS LINEARES COM TRÊS EQUAÇÕES E TRÊS INCÓGNITAS

Sistema linear com 3 equações e 3 incógnitas (ou seja, com três planos), **pode ser:**

- ✓ **Sistema Possível determinado (uma única solução)**
- ✓ **Sistema Possível Indeterminado (infinitas soluções)**
- ✓ **Impossível (sem solução)**

SISTEMAS LINEARES COM TRÊS EQUAÇÕES E TRÊS INCÓGNITAS

Sistema linear com 3 equações e 3 incógnitas (com 3 planos)

Sistema Possível Determinado

Possibilidade 1

$$\begin{cases} x - z = 0 \\ y = 3 \\ 2x - y + z = 3 \end{cases}$$

- O sistema tem um único ponto como solução.

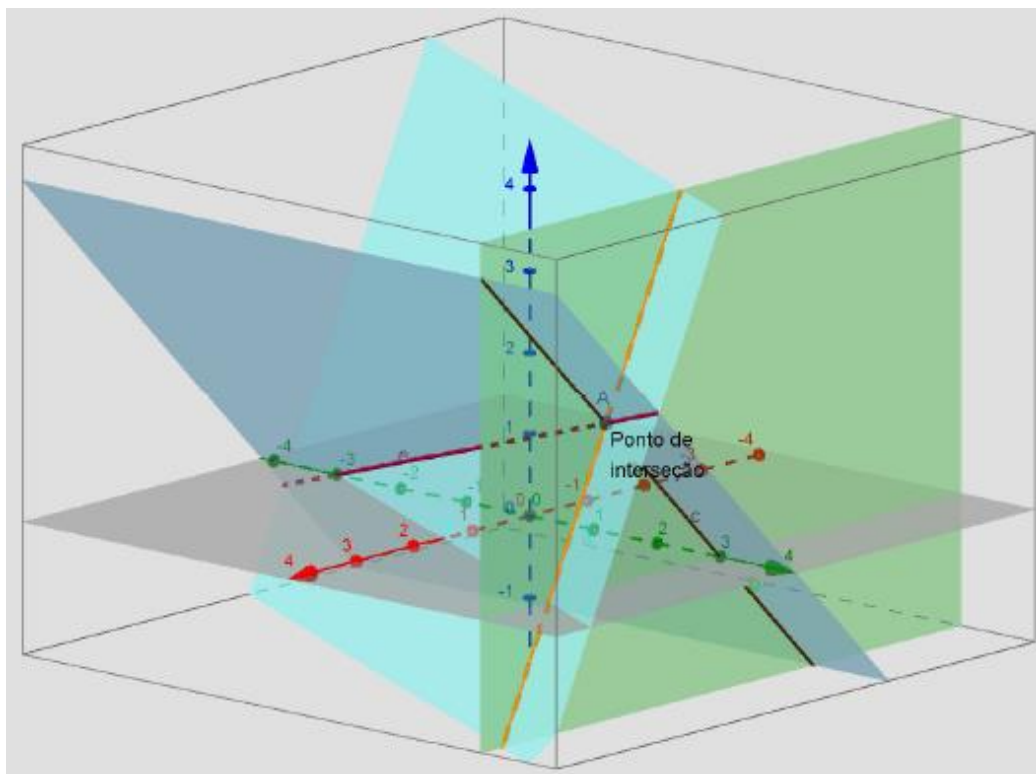


Figura 4: Três planos se cortam dois a dois segundo três retas concorrentes

SISTEMAS LINEARES COM TRÊS EQUAÇÕES E TRÊS INCÓGNITAS

Sistema linear com 3 equações e 3 incógnitas (com 3 planos)

Sistema Possível Indeterminado

Possibilidade 1

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + 2y - z = 1 \\ 3x - 4y + 3z = 5 \end{cases}$$

- A solução do sistema tem uma variável livre.
- O sistema tem infinitos pontos como solução.

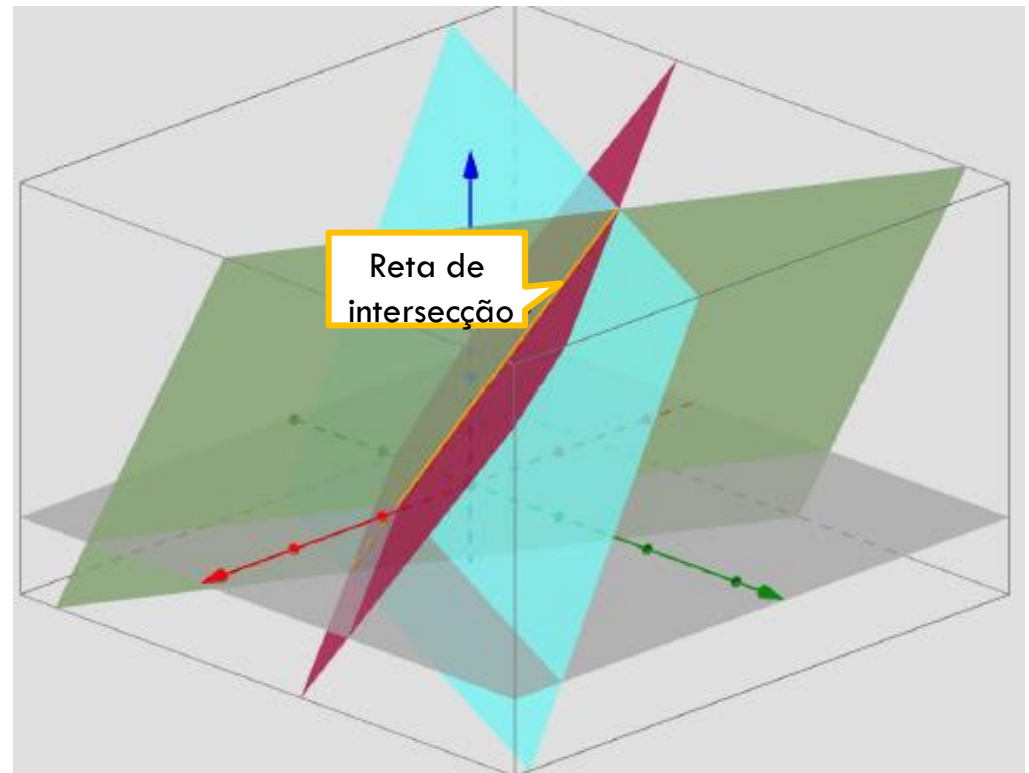


Figura 5: Três planos distintos se intersectam em um única reta

SISTEMAS LINEARES COM TRÊS EQUAÇÕES E TRÊS INCÓGNITAS

Sistema linear com 3 equações e 3 incógnitas (com 3 planos)

Sistema Possível Indeterminado

Possibilidade 2

$$\begin{cases} 6x + 3y + 2z = 1 \\ x + 2y + 4z = 5 \\ 3x + \frac{3}{2}y + z = \frac{1}{2} \end{cases}$$

- A solução do sistema tem uma variável livre.
- O sistema tem infinitos pontos como solução.

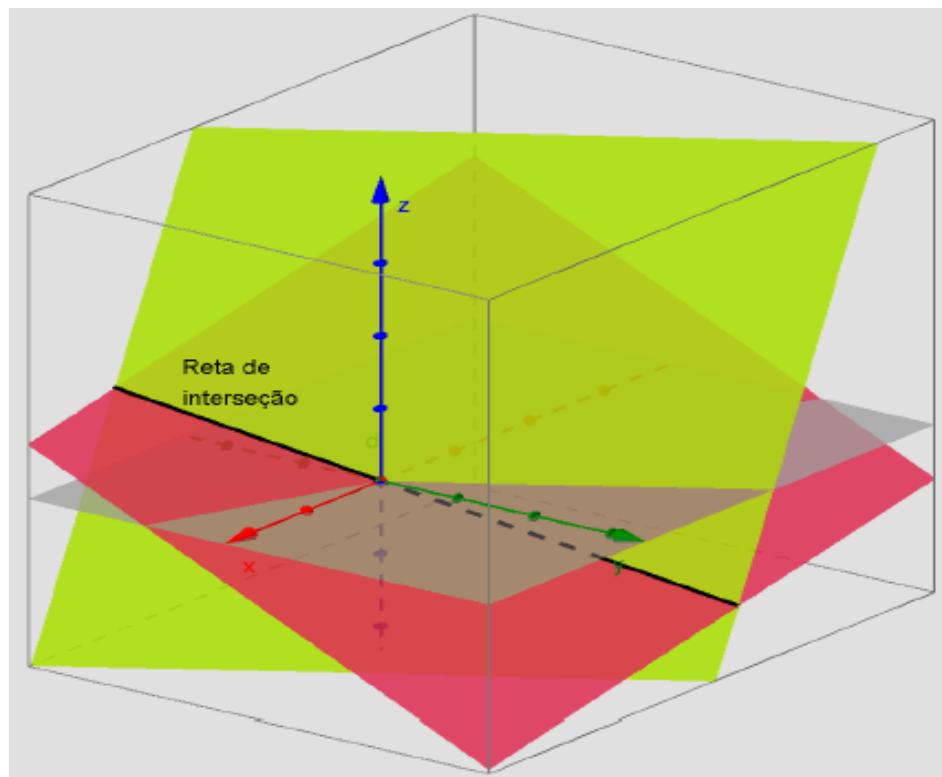


Figura 6: Dois planos coincidentes e um terceiro plano intersectando-os em uma reta

SISTEMAS LINEARES COM TRÊS EQUAÇÕES E TRÊS INCÓGNITAS

Sistema linear com 3 equações e 3 incógnitas (com 3 planos)

Sistema Impossível

Possibilidade 1

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ y + 2z = 0 \end{cases}$$

- O sistema não tem solução.

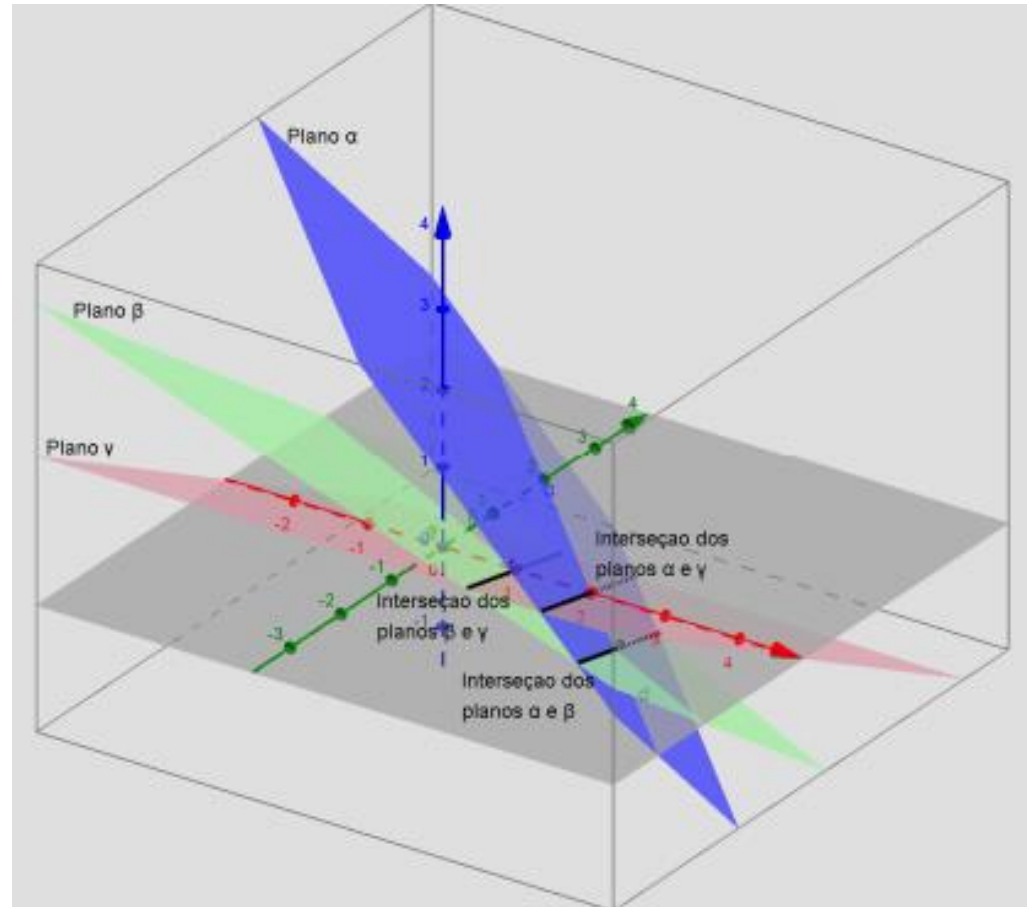


Figura 8: Três planos que se cortam dois a dois segundo três retas paralelas.

SISTEMAS LINEARES COM TRÊS EQUAÇÕES E TRÊS INCÓGNITAS

Sistema linear com 3 equações e 3 incógnitas (com 3 planos)

Sistema Impossível

Possibilidade 2

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ 2x - y + z = -2 \\ x + 3y + 2z = 2 \end{cases}$$

- O sistema não tem solução.

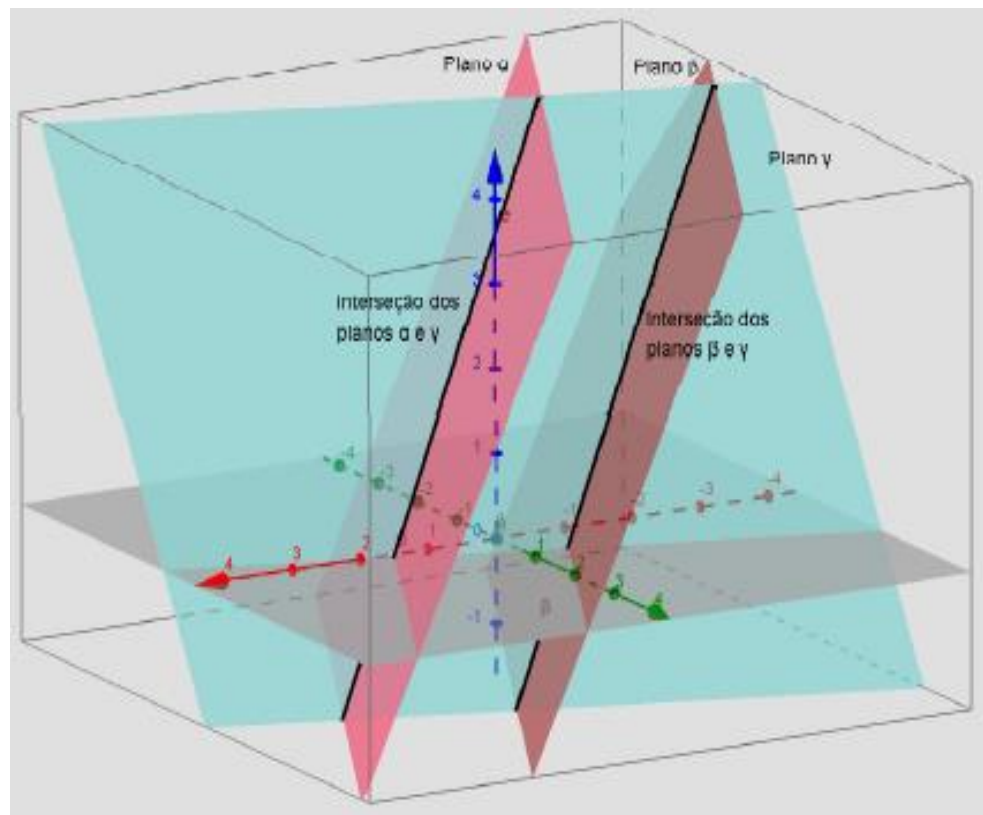


Figura 9: Dois planos paralelos e um terceiro plano interceptando-os.

SISTEMAS LINEARES COM TRÊS EQUAÇÕES E TRÊS INCÓGNITAS

Sistema linear com 3 equações e 3 incógnitas (com 3 planos)

Sistema Impossível

Possibilidade 3

$$\begin{cases} x - y - z = -15 \\ x - y - z = -3 \\ x - y - z = 5 \end{cases}$$

- O sistema não tem solução.

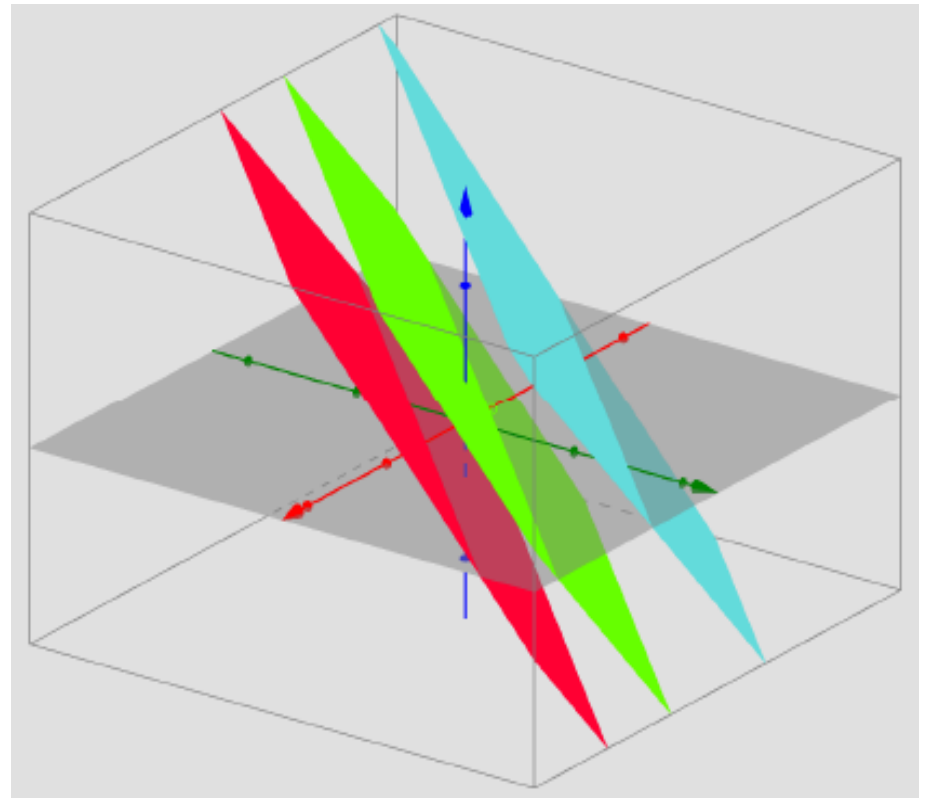


Figura 10: Três planos paralelos distintos

SISTEMAS LINEARES COM TRÊS EQUAÇÕES E TRÊS INCÓGNITAS

Sistema linear com 3 equações e 3 incógnitas (com 3 planos)

Sistema Impossível

Possibilidade 4

Uma 4ª possibilidade é quando dois planos são coincidentes e o outro é paralelo (e distinto) a esses dois. Uma situação deste tipo é dada por exemplo pelo sistema:

$$\begin{cases} x - y - z = -15 \\ 2x - 2y - 2z = -30 \\ 2x - 2y - 2z = 9 \end{cases}$$

- O sistema não tem solução.