Geometria Analítica
Vetores

FBX5007-Geometria Analítica e Álgebra Linear

Profa. Ms.Magda Mantovani Lorandi Período 2022-4

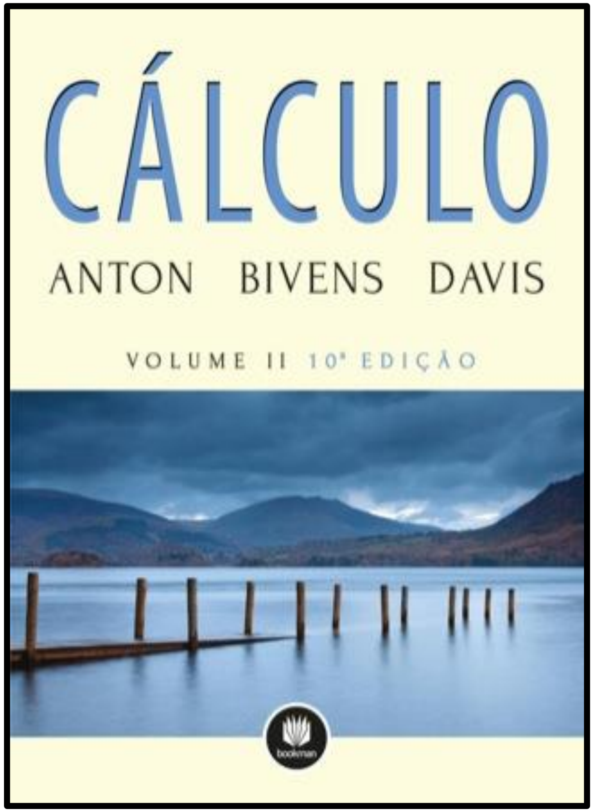
Do que trata a Geometria Analítica?

- Trata do estudo de vetores
- Trata de associar equações a curvas e superfícies

Curvas e Superfícies → ← Equações Algébricas

- Para isso precisamos (inicialmente) representar pontos e (posteriormente) vetores no plano (2-D) e no espaço tridimensional (3-D)

LIVRO-TEXTO



Capítulo 11- Seções 11.1 e 11.2, págs. 767 a 784

ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen L. Cálculo. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2014.

Geometria Analítica no Ensino Médio

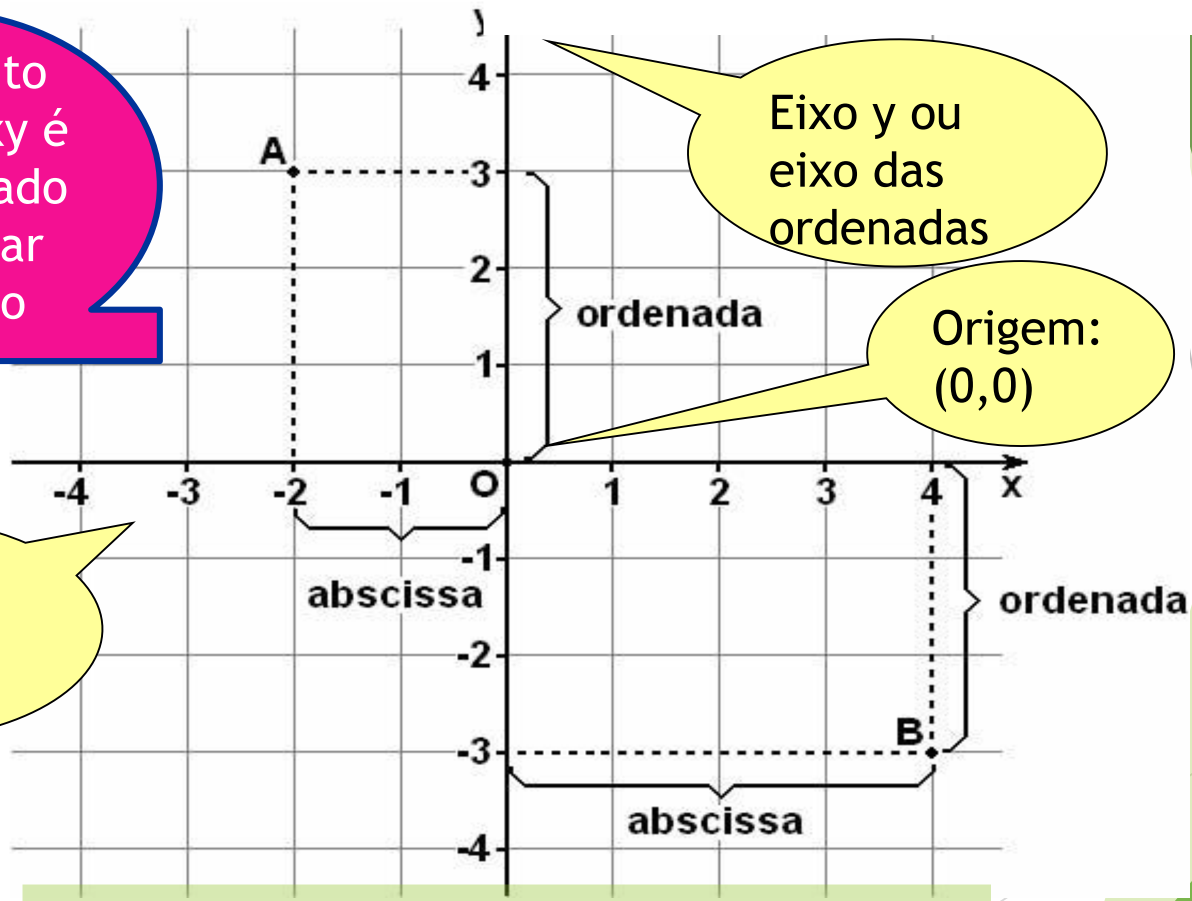
$$\mathbb{R}^2 = \{(x,y); x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$$

Cada ponto no plano xy é representado por um par ordenado

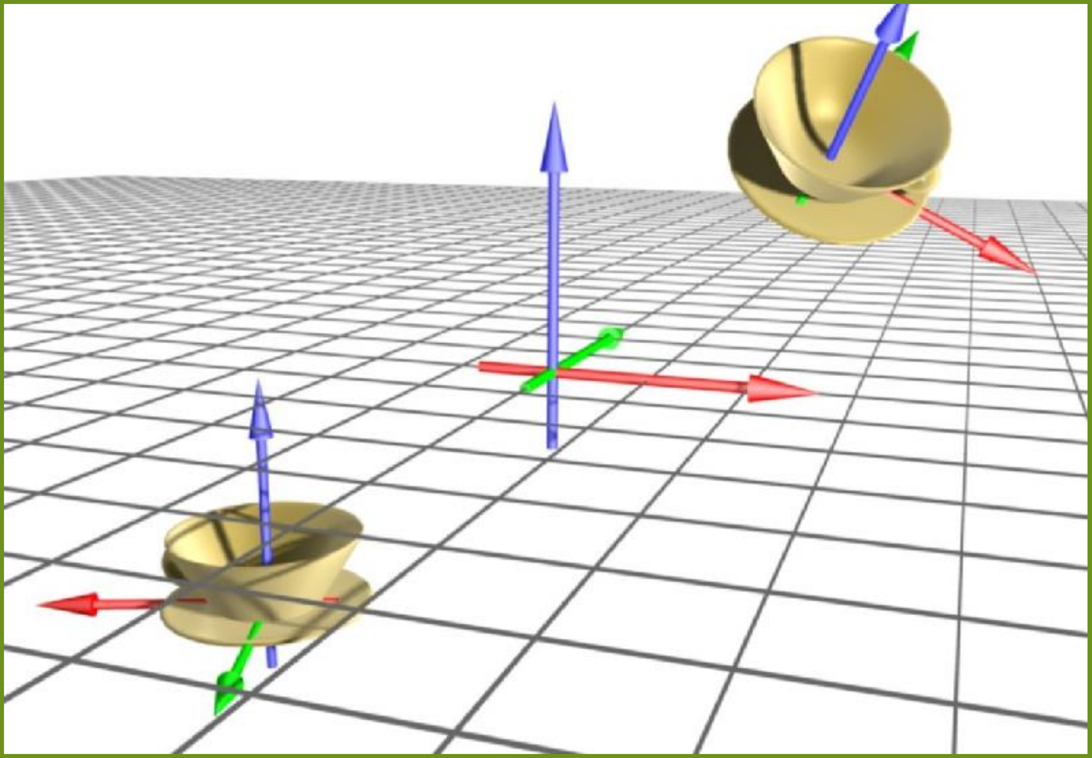
Eixo y ou eixo das ordenadas

Origem: (0,0)

Eixo x ou eixo das abscissas



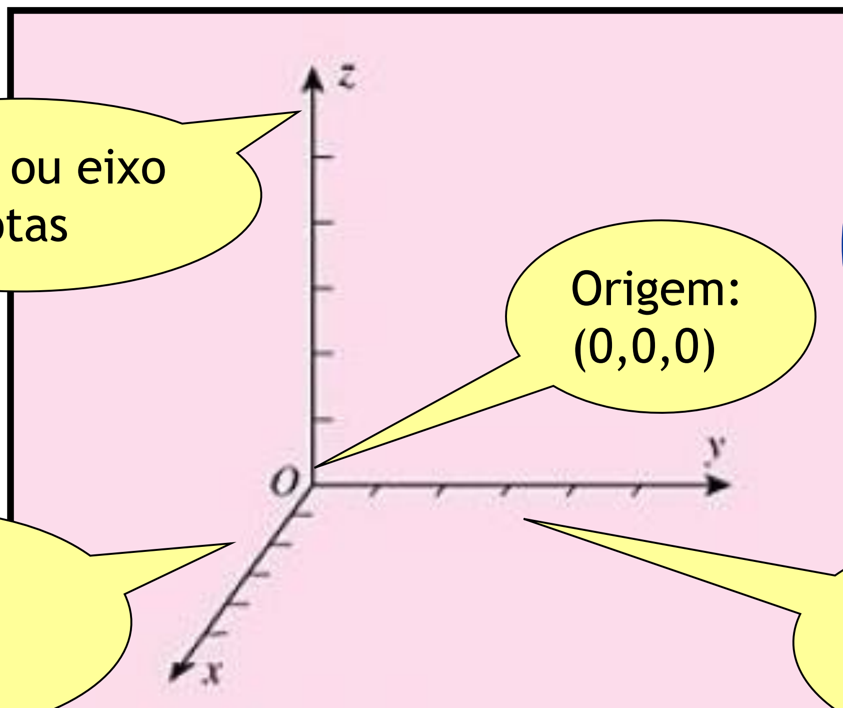
Representação de pontos no Plano xy



ESPAÇO TRIDIMENSIONAL
SEÇÃO 11.2 (PÁGS. 767-773)

Representação de pontos no espaço TRIridimensional (pág. 768)

$$\mathbb{R}^3 = \{(x, y, z); x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{R}\}$$



Eixo z ou eixo das cotas

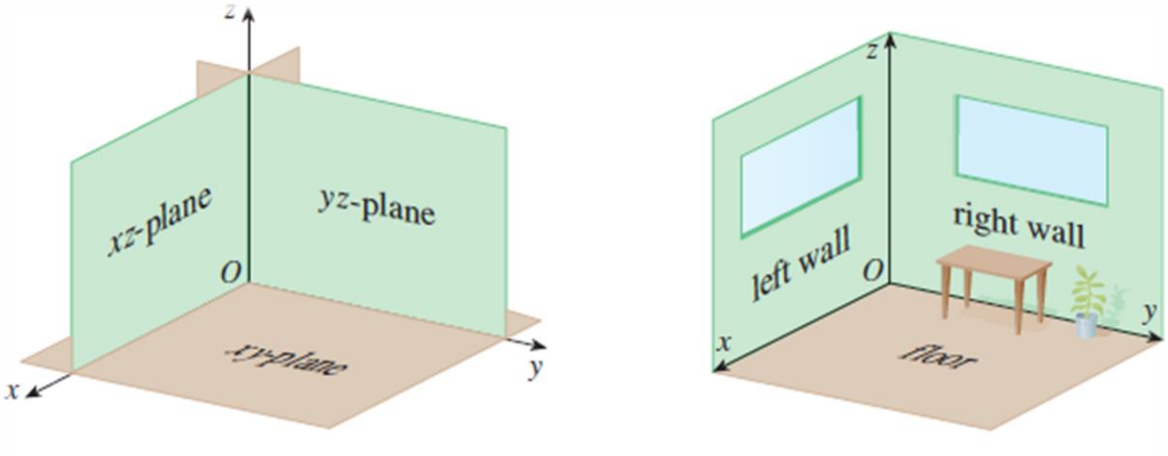
Origem: (0,0,0)

Cada ponto no espaço tridimensional é representado por uma terna ordenada

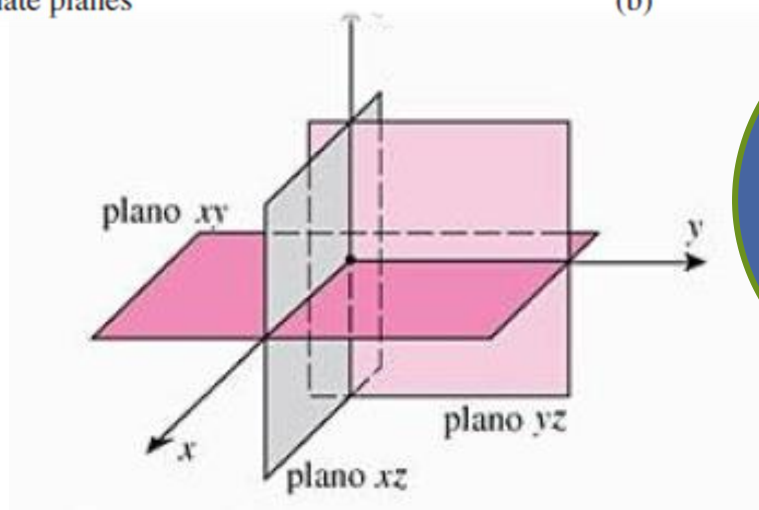
Eixo x ou eixo das abscissas

Eixo y ou eixo das ordenadas

Planos Coordenados

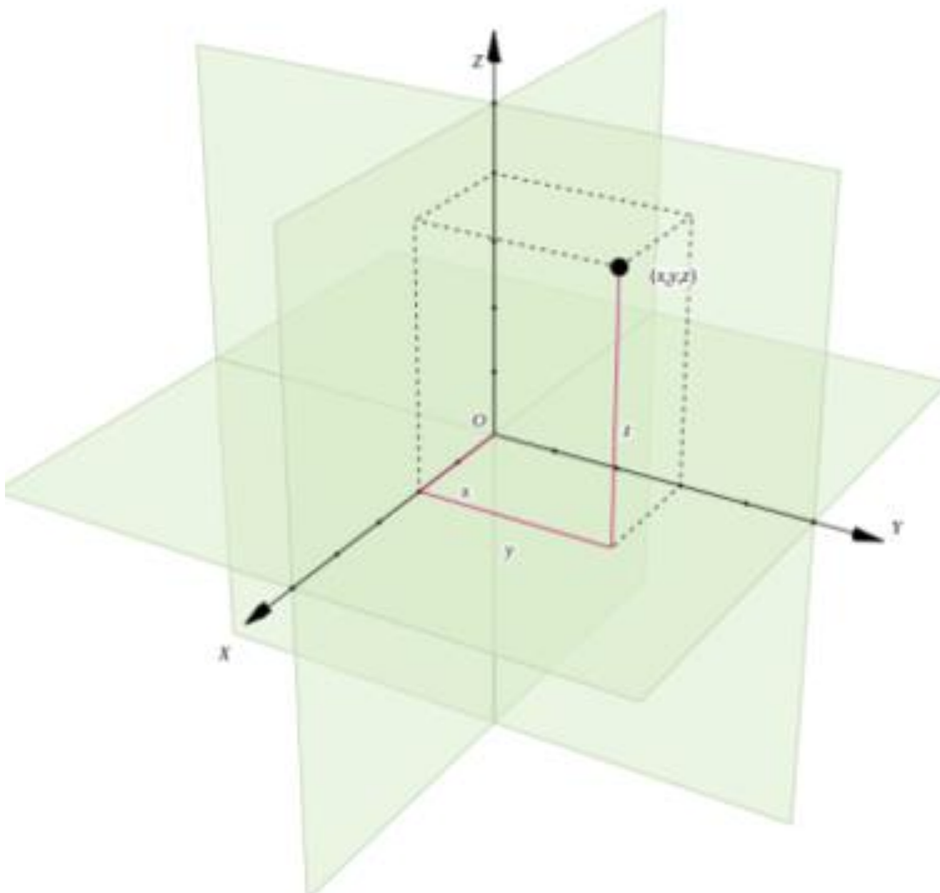


(a) Coordinate planes (b)



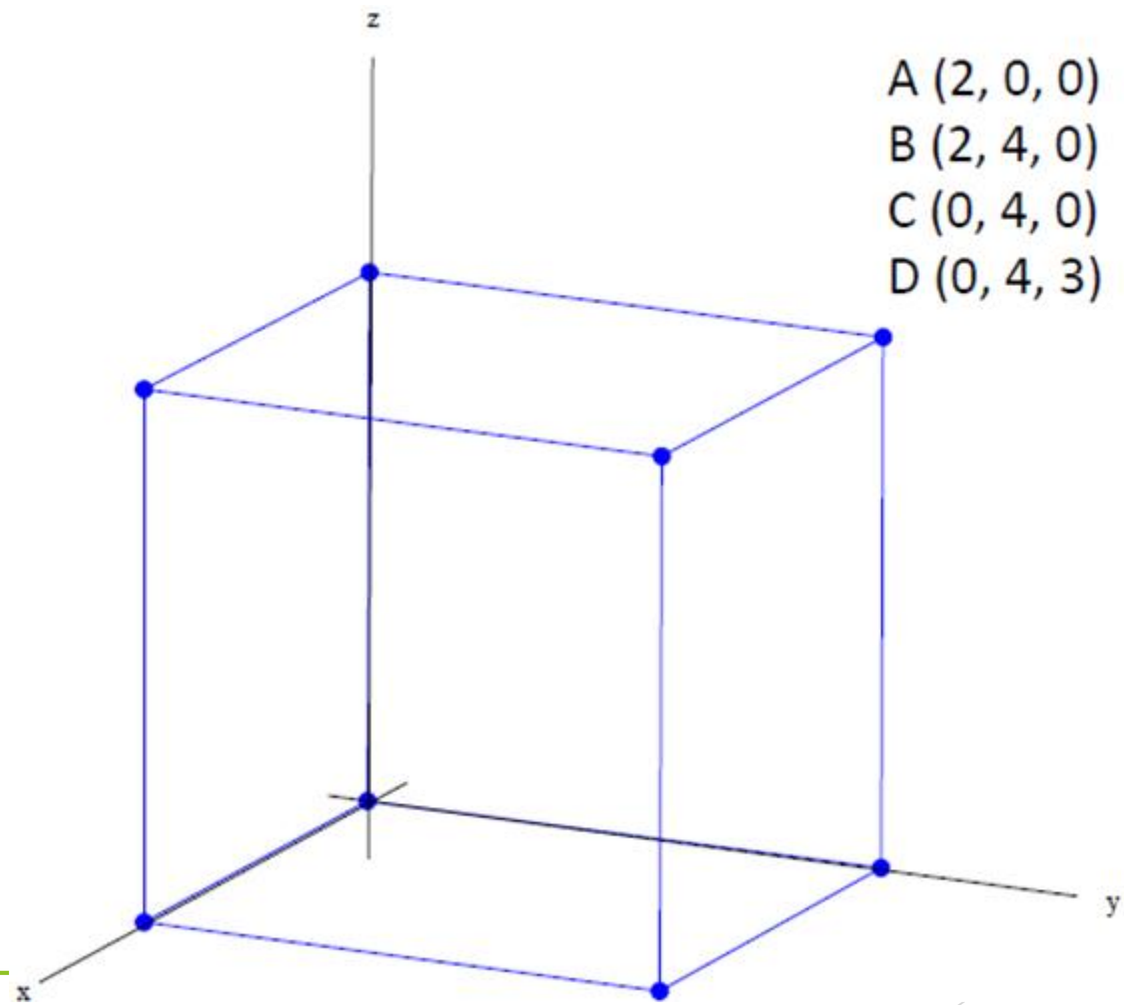
São 3 planos coordenados que dividem o espaço tridimensional em 8 regiões denominadas octantes

O espaço TRIdimensional



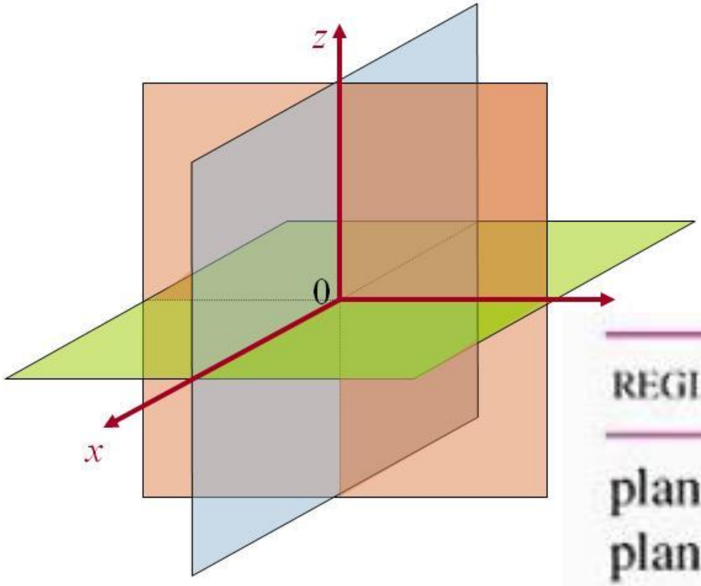
Fonte: *3Dprintingforbeginners.com*

Coordenadas de um ponto no espaço TRIdimensional

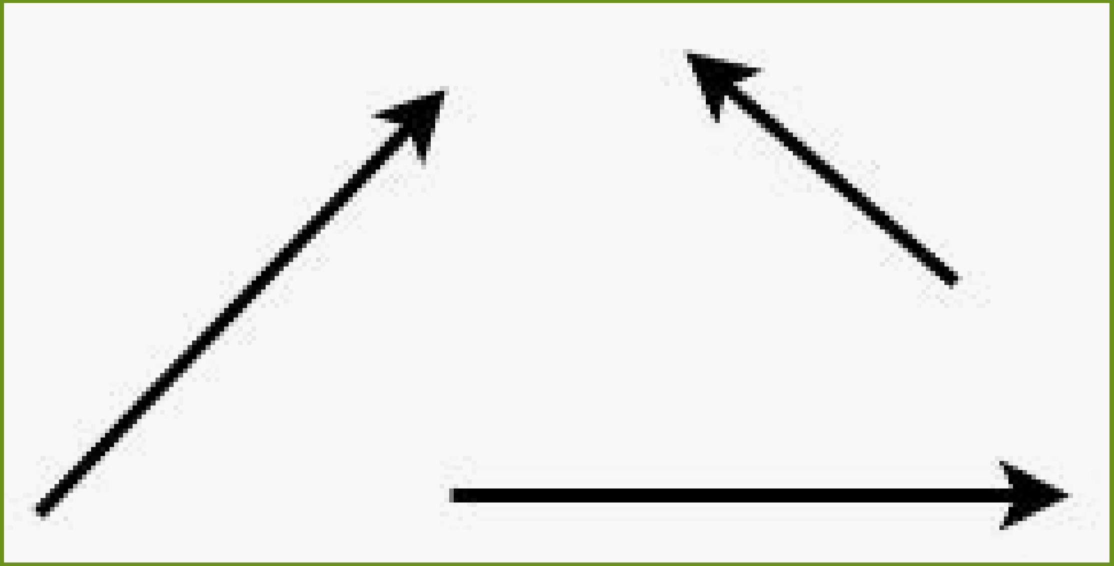


A (2, 0, 0)
B (2, 4, 0)
C (0, 4, 0)
D (0, 4, 3)
E (0, 0, 3)
F (2, 0, 3)
P (2, 4, 3)
H (0, 0, 0)

Coordenadas dos pontos sobre os planos e sobre os eixos coordenados (Pág. 768)



REGIÃO	DESCRIÇÃO
plano xy	Consiste em todos os pontos da forma $(x, y, 0)$
plano xz	Consiste em todos os pontos da forma $(x, 0, z)$
plano yz	Consiste em todos os pontos da forma $(0, y, z)$
eixo x	Consiste em todos os pontos da forma $(x, 0, 0)$
eixo y	Consiste em todos os pontos da forma $(0, y, 0)$
eixo z	Consiste em todos os pontos da forma $(0, 0, z)$



VETORES

SEÇÃO 11.2 (PÁGS. 773-784)

FBX5007

Geometria Analítica e

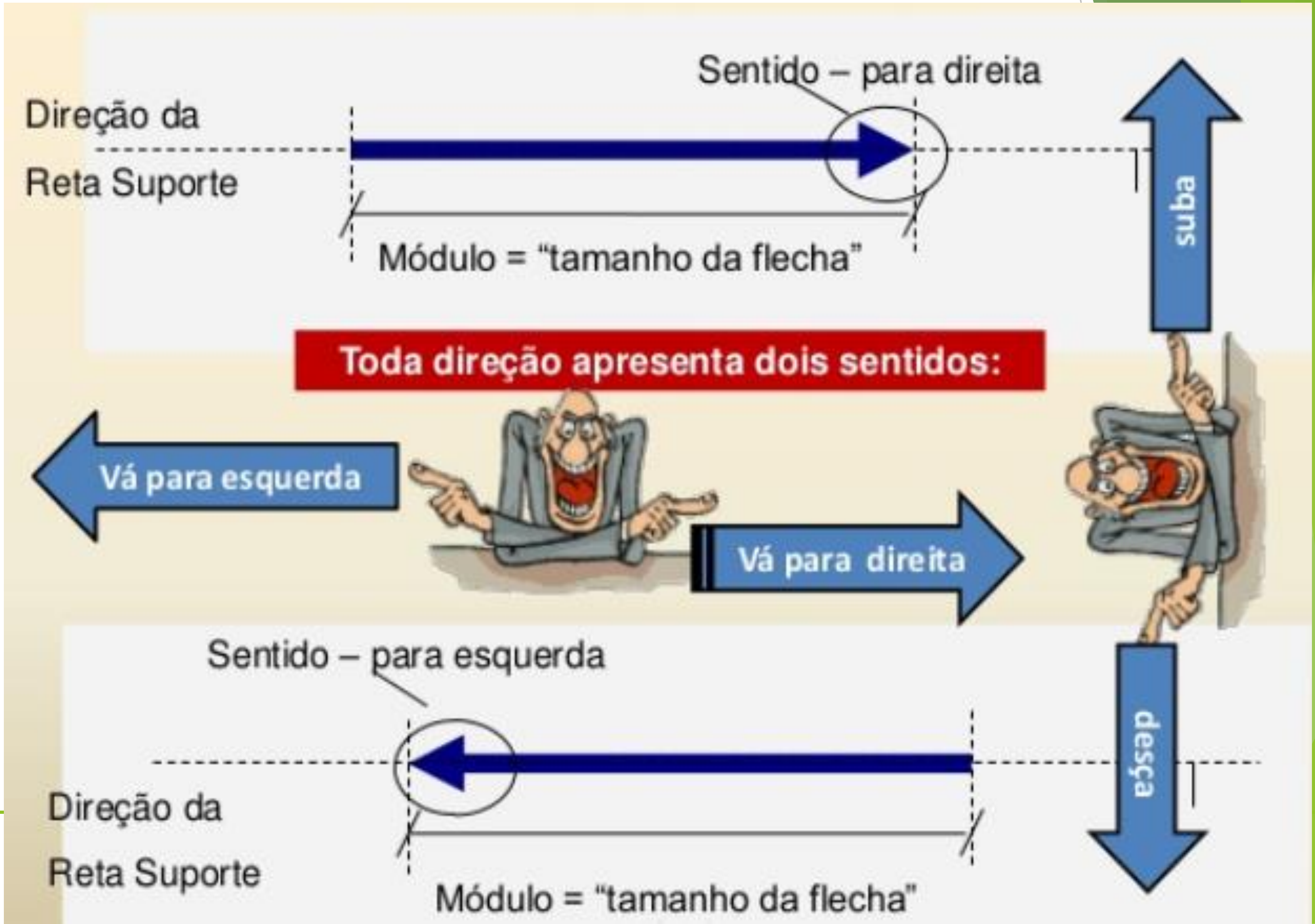
Álgebra Linear

GRANDEZAS FÍSICAS

- **Grandezas escalares**: completamente definidas pelo módulo acompanhadas pela unidade de medida. Exemplos: temperatura, massa e tempo.

- **Grandezas vetoriais:** caracterizadas não só pelo módulo (intensidade ou magnitude), mas também pela sua direção e o seu sentido. Exemplos: Força, velocidade, aceleração.

Módulo, direção e sentido de um vetor



Vetores e sua aplicabilidade

- Física

  Mecânica Newtoniana

  Eletricidade e Magnetismo

  Rotações e oscilações

  Estática e forças

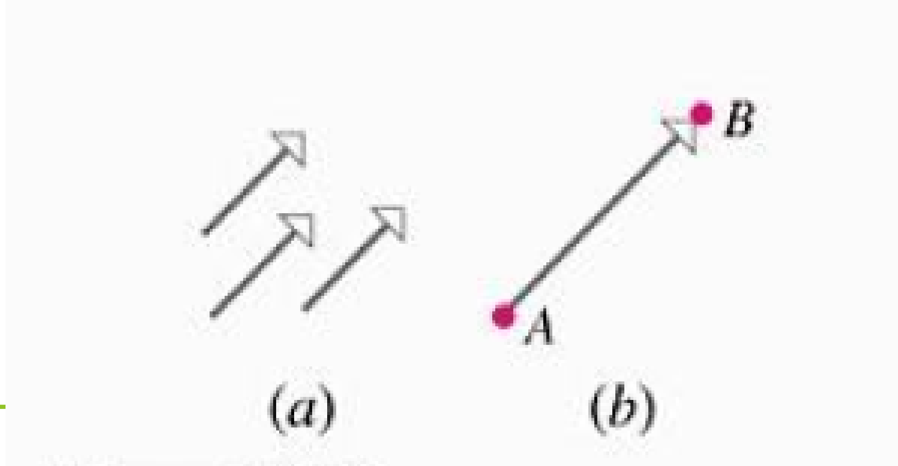
  (Eng. Mecânica)

- Álgebra Linear
- Cálculo
- Mecânica dos Sólidos
- Estática e Resistência de Materiais (Eng. Civil)
- Análise de Estruturas

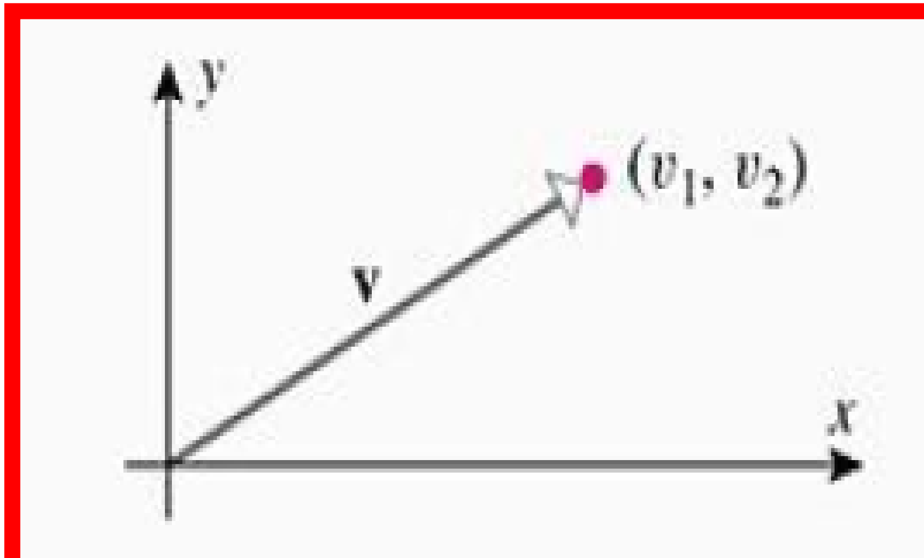
  (Eng. Civil)
- Computação Gráfica
- Estrutura de Dados na Computação

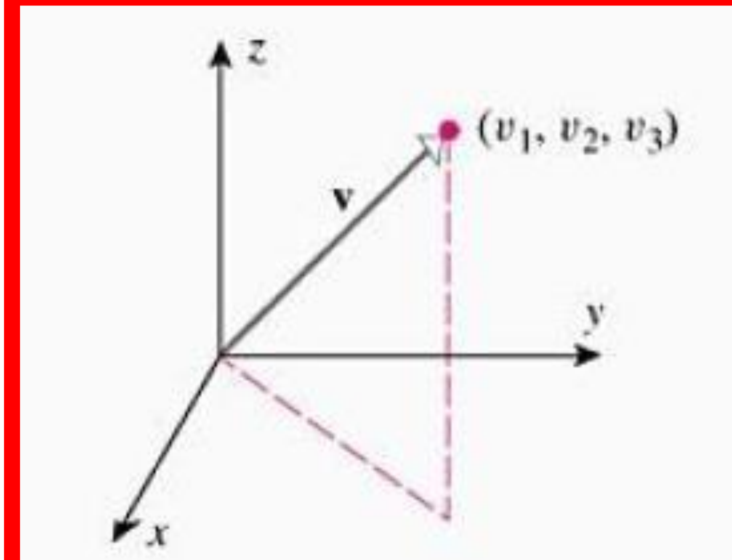
Vetores do ponto de vista geométrico (Pág. 774)

- Geometricamente, os vetores podem ser representados como setas onde a direção e sentido do vetor são representados pela direção e sentido da seta e o módulo do vetor é descrito pelo comprimento da seta
- A cauda da seta é o ponto inicial do vetor e a ponta, onde tem a seta é o ponto final



Vetores em sistema de coordenadas (Pág. 775)





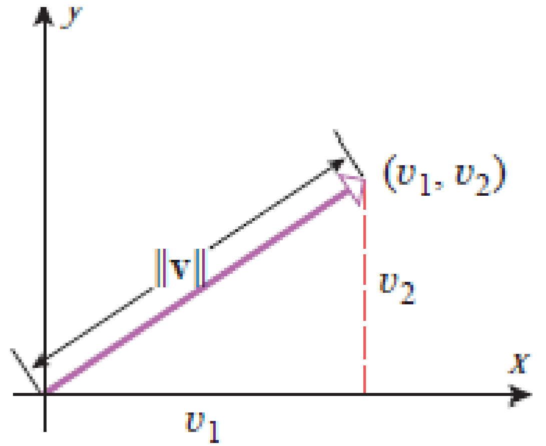
$$\mathbf{v} = \langle v_1, v_2 \rangle \quad \text{ou} \quad \mathbf{v} = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$$

Espaço bidimesional

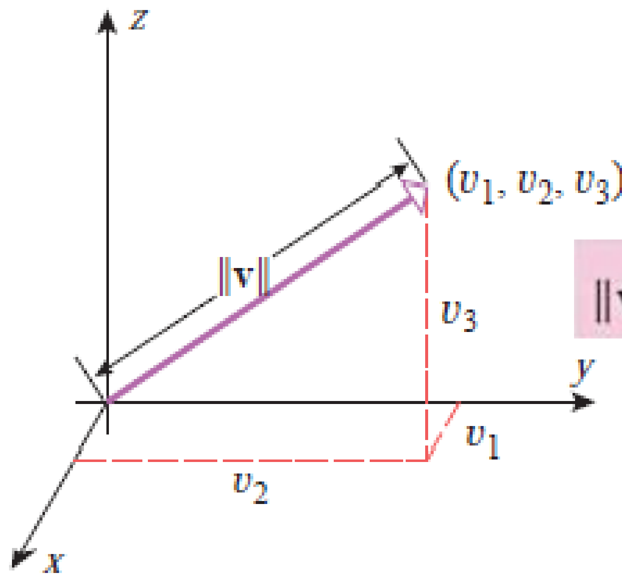
Espaço tridimensional

Norma de um vetor (Pág. 778)

- A distância entre ponto inicial e o ponto final de um vetor é chamada de norma, comprimento ou magnitude de um vetor



$$\|\mathbf{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$



$$\|\mathbf{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$$

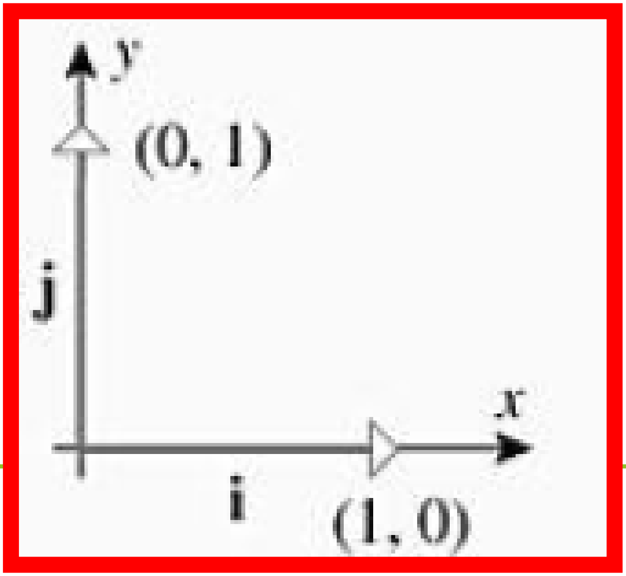
- **Exemplo 3, pág. 778**

Vetor unitário (Pág. 778)

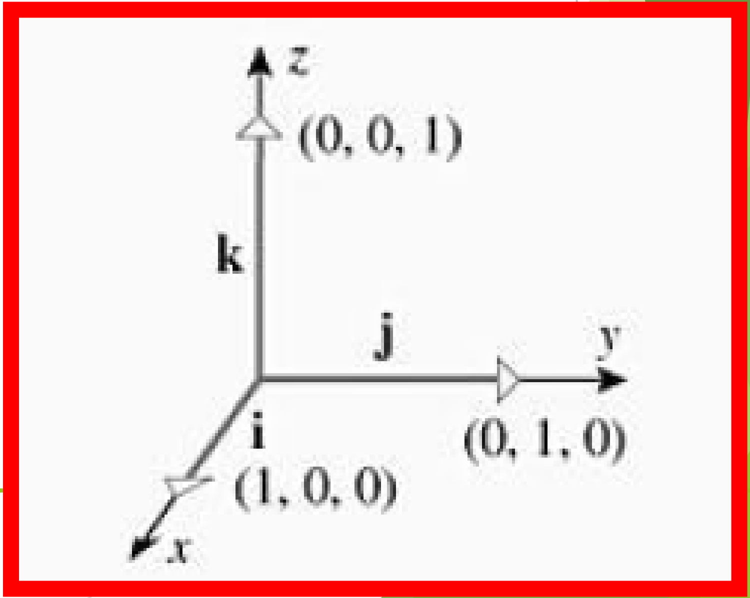
Todo vetor de comprimento igual a um é denominado de

vetor unitário

- No plano os vetores unitários ao longo dos eixos são denotados por $\vec{i}$ e $\vec{j}$



- No espaço tridimensional os vetores unitários ao longo dos eixos são denotados por $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$



Expressando Vetores em termos de $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ e $\vec{k}$ (Pág. 779)

Todo vetor, tanto no espaço bidimensional quanto no espaço tridimensional, pode ser expresso em função de $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ e $\vec{k}$

ESPAÇO BIDIMENSIONAL	ESPAÇO TRIDIMENSIONAL
$\langle 2, 3\rangle = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$	$\langle 2, -3, 4\rangle = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$
$\langle -4, 0\rangle = -4\mathbf{i} + 0\mathbf{j} = -4\mathbf{i}$	$\langle 0, 3, 0\rangle = 3\mathbf{j}$
$\langle 0, 0\rangle = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} = \mathbf{0}$	$\langle 0, 0, 0\rangle = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 0\mathbf{k} = \mathbf{0}$
$(3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) + (4\mathbf{i} + \mathbf{j}) = 7\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$	$(3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}) - (4\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}) = -\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$

Normalização de um vetor (pág. 779)

Dado um vetor não unitário **v**, como obter um vetor unitário **u** com mesma direção e sentido de **v** ?

O vetor $\mathbf{u} = \dfrac{1}{\|\mathbf{v}\|}\mathbf{v} = \dfrac{\mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|}$ é um vetor unitário com a mesma direção e sentido que o vetor **v**: a direção e o sentido são os mesmos, pois $k = 1/\|\mathbf{v}\|$ é um escalar positivo, e o comprimento é 1, pois $\|\mathbf{u}\| = \|k\mathbf{v}\| = |k|\|\mathbf{v}\| = k\|\mathbf{v}\| = \dfrac{1}{\|\mathbf{v}\|}\|\mathbf{v}\| = 1$

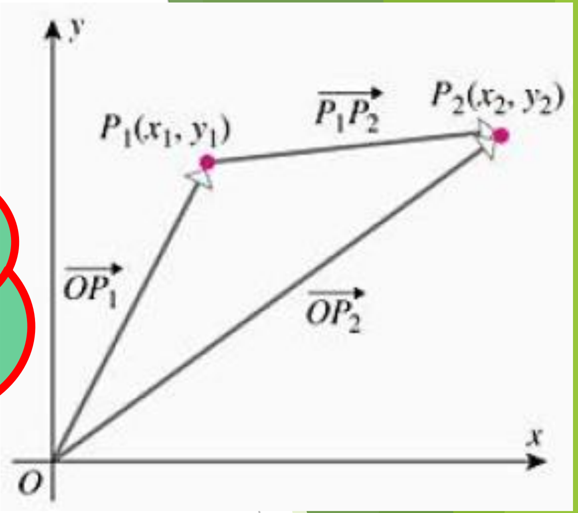
O processo de multiplicação de um vetor **v** pelo recíproco de seu comprimento para obter um vetor unitário com a mesma direção e sentido é chamado de ***normalização*** de **v**.

Exemplo 5, pág. 779

Vetores com ponto Inicial fora da origem (Pág. 776)

A palavra “vetor” vem do Latim, e significa “transportar”

Vetores são “livres”, ou seja, podem ter sua origem transportada para qualquer ponto



12.2.5 TEOREMA *Se $\overrightarrow{P_1P_2}$ for um vetor no espaço bidimensional com ponto inicial $P_1(x_1, y_1)$ e ponto final $P_2(x_2, y_2)$, então*

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle \tag{7}$$

Analogamente, se $\overrightarrow{P_1P_2}$ for um vetor no espaço tridimensional com ponto inicial $P_1(x_1, y_1, z_1)$ e ponto final $P_2(x_2, y_2, z_2)$, então

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1 \rangle \tag{8}$$

Quais são as componentes do vetor $\overrightarrow{OP_1}$? E do vetor $\overrightarrow{OP_2}$ na figura acima?

Exercício 5b), pág. 782

Exercícios

- Exercícios 1, 3, 5a), 7, 13, 21, 23; págs. 782-783

- Estudar as operações aritméticas com vetores, págs. 776-777 e fazer exercícios 11, 15, 29; págs. 782-783