Módulo 3 - Autômatos Finitos Não-determinísticos

Ricardo Vargas Dorneles

2 de março de 2023

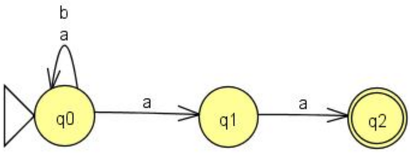
Autômatos Finitos Não-Determinísticos

- Um **autômato finito não determinístico** (AFN ou NFA) é um autômato em que ocorre mais de uma transição para o mesmo estado e símbolo atual.
- Em um AFN a sentença é reconhecida se existe PELO MENOS UMA seqüência de transições que leva a um estado final.
- Autômatos não determinísticos são utilizados porque simplificam bastante a modelagem da linguagem.

Obs: um autômato em que há no máximo uma transição para cada estado e símbolo é chamado **autômato determinístico** (DFA ou AFD)

Voltar para o índice

- Suponha a expressão regular **(a|b)*aa**, que descreve "qualquer sentença sobre **a** e **b** que termina em **aa**".
- O autômato abaixo parece uma representação equivalente, bem intuitiva.
- O problema do autômato abaixo é que no estado 0 há duas transições para o símbolo **a**, de modo que o reconhecedor não tem como saber se deve permanecer no estado 0 ou ir para o estado 1.



Um AFN é definido pela quíntupla {K,V,M,S,Z} onde:

- K = conjunto de estados
- V = Vocabulário
- M = função de transição
- S = Estado inicial
- Z = conjunto de estados finais
- e a função de transição mapeia K x V $\Rightarrow$ subconjunto de K.
    - ex: n(q_0,a) = $\{q_0, q_1, q_2\}$

Voltar para o índice

Conversão de um AFN F em um AFD F'

- V'= V
- S'= S
- K'= o conjunto de estados de F' é o conjunto de estados em que cada estado corresponde a um subconjunto de K
- Ex:
  - K $= \{q_0, q_1, q_2\}$
  - K'$= \{q_0, q_1, q_2, q_0q_1, q_0q_2, q_1q_2, q_0q_1q_2\}$
- Os estados finais de F' são todos os estados que contêm ao menos um estado final de F.

Voltar para o índice

- Ex: Se q_2 é um estado final de F então $\{q_2,\ q_0q_2,\ q_1q_2,\ q_0q_1q_2\}$ são estados finais de F'
- A função de mapeamento M' é definida como:
  - Para cada estado X de F' formado por um único estado X de F, o estado destino da transição M'(X,T) é o estado correspondente ao subconjunto da transição M(X,T) em F.
  - Ex: Se no autômato não-determinístico a transição do estado q_0 para o símbolo 0 são os estados q_0 e q_1, no autômato determinístico a transição do estado q_0 para o símbolo 0 será o estado q_0q_1.

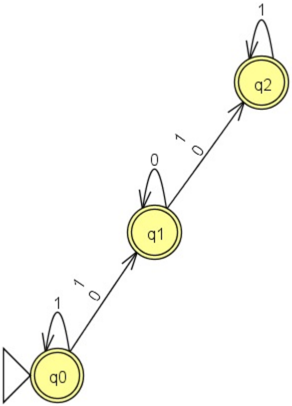
Voltar para o índice

- Para cada estado composto de F' formado pelos estados $X_1, X_2 ... X_i$ de F, o estado destino da transição M'($X_1X_2...X_i$,T) é o estado correspondente ao subconjunto formado pela união de M(X_1,T) $\cup$ M(X_2,T) $\cup$ M(X_i,T) em F.
- Ex: Se no autômato não-determinístico a transição do estado q_0 para o símbolo 0 são os estados q_0 e q_1, e a transição do estado q_1 para o símbolo 0 é o estado q_2, no autômato determinístico a transição do estado q_0q_1 é o estado correspondente ao conjunto para M(q_0,T) $\cup$ M(q_1,T), ou seja, $\{q_0, q_1\} \cup \{q_2\}$, ou seja $\{q_0, q_1, q_2\}$, que é o estado $q_0q_1q_2$.

- Faça um DFA equivalente ao seguinte NFA. Encontre uma expressão regular equivalente.
  - V={0,1}
  - K $= \{q_0, q_1\}$
  - S $= q_0$
  - F $= \{q_0, q_1\}$
  - M(q_0,0) $= \{q_1\}$
  - M(q_0,1)$= \{q_0, q_1\}$
  - M(q_1,0)$= \{q_1\}$

Voltar para o índice

- Idem:
- V={0,1}
- K = $\{q_0, q_1, q_2\}$
- S = q_0
- F = $\{q_0, q_1, q_2\}$
- M(q_0,0) = $\{q_1\}$
- M(q_0,1)= $\{q_0, q_1\}$
- M(q_1,0)= $\{q_1, q_2\}$
- M(q_1,1) = $\{q_2\}$
- M(q_2,1)= $\{q_2\}$



Voltar para o índice

- Frequentemente o número de estados possíveis (subconjuntos dos estados do autômato original) é grande, e muitos deles são inalcançáveis a partir do estado inicial ou são mortos (a partir deles não se pode chegar a um estado final). Esses estados são inúteis para o autômato (não alteram seu poder de reconhecimento) e podem ser eliminados.
    - Uma alternativa para reduzir o trabalho de fazer o DFA é partir do estado inicial e ir gerando somente os estados alcançáveis a partir do estado inicial.

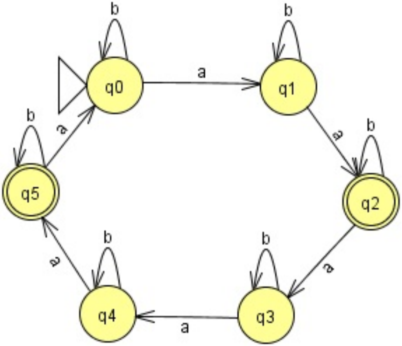
Ex: Encontre um autômato finito determinístico equivalente à expressão regular $a^*b|b^*a$.

Algoritmo para minimizar estados de um DFA

1. Construir uma partição inicial Π do conjunto de estados em 2 grupos : os estados finais e os não finais.
2. Aplique o procedimento a seguir a Π para construir uma nova partição Π_N
   Para cada grupo G de Π faça:
   Particione G em subgrupos de tal forma que dois estados s e t de G estão no mesmo subgrupo se e somente se para todos os símbolos de entrada a, os estados s e t têm transições em a para estados do mesmo grupo de Π.
   Substitua G em Π_N pelo conjunto de subgrupos formados
3. Se $\Pi_N = \Pi$ faça $\Pi_{Final} = \Pi$ e vá para 4
   Senão $\Pi \leftarrow \Pi_N$ e vá para 2
4. Escolha um estado em cada grupo da partição final como representativo do grupo. Estes serão os estados do DFA mínimo.
5. Se M' tem um estado morto, isto é, um estado não final e só tem transições para si mesmo, este estado é removido. Remova também estados que não são alcançáveis a partir do estado inicial.

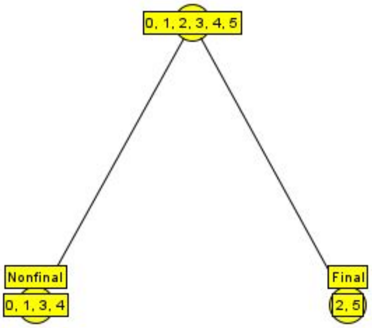
Voltar para o índice

Verifique se o autômato abaixo é mínimo e, se não for, encontre o autômato mínimo equivalente.

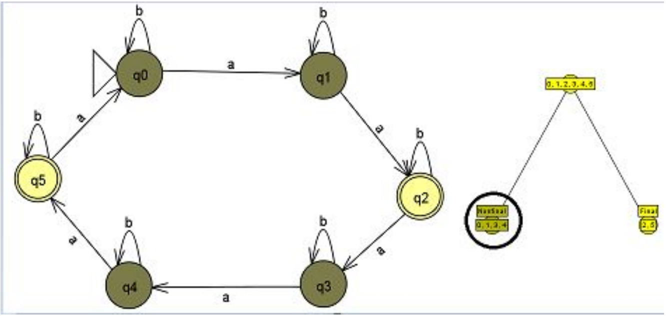


Voltar para o índice

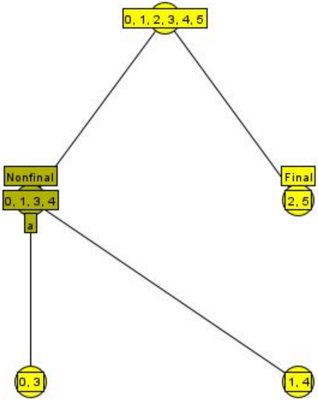
- A funcionalidade de minimização de autômato no JFLAP é um auxiliar na divisão dos grupos.
- O particionamento é feito na forma de uma árvore, onde a cada passo é selecionada uma folha para ser particionada, e qual o símbolo que será utilizado para a divisão do grupo;
- O particionamento inicial é feito em dois grupos: estados finais e estados não-finais.


0, 1, 2, 3, 4, 5
Nonfinal
0, 1, 3, 4
Final
2, 5

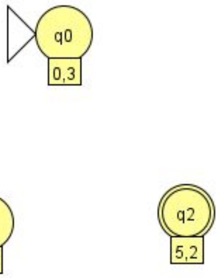
- A árvore acima mostra o particionamento inicial. Ao selecionar-se um grupo que não pode ser subdividido, o JFLAP informa que não é possível.
- Isso ocorre no exemplo acima no conjunto de estados finais.
- Após selecionar uma folha, os estados correspondentes àquela folha são mostrados em destaque:


q0
q1
q2
q3
q4
q5
a
b

- Pode-se selecionar um nodo e um símbolo (Set Terminal) para fazer a subdivisão, ou o JFLAP pode completar a subdivisão.



- Ao clicar em Finish, são mostrados os estados equivalentes a cada grupo.



- E ao clicar em Complete, são acrescentadas as arestas.