



Geometria Analítica

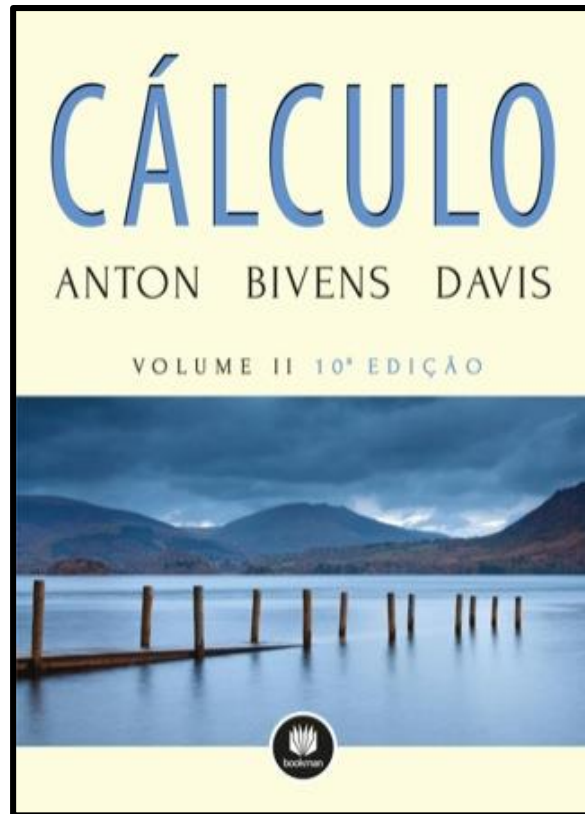
Cônicas

PROFA. MAGDA MANTOVANI LORANDI

(MATERIAL DA PROF. ADRIANA MIORELLI ADAMI – ADAPTADO)

Período 2022-4

LIVRO-TEXTO



Capítulo 10- Seção 10.4
págs. 730 a 747

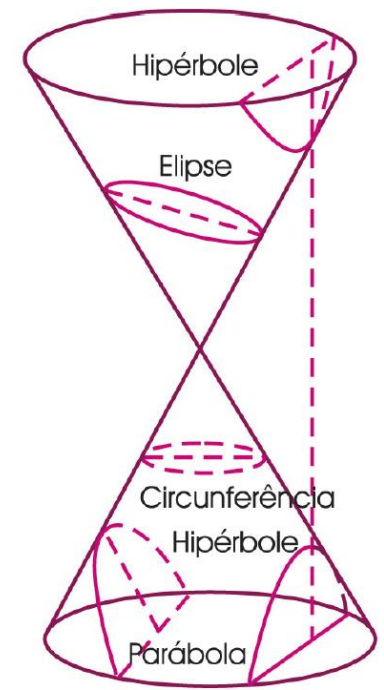
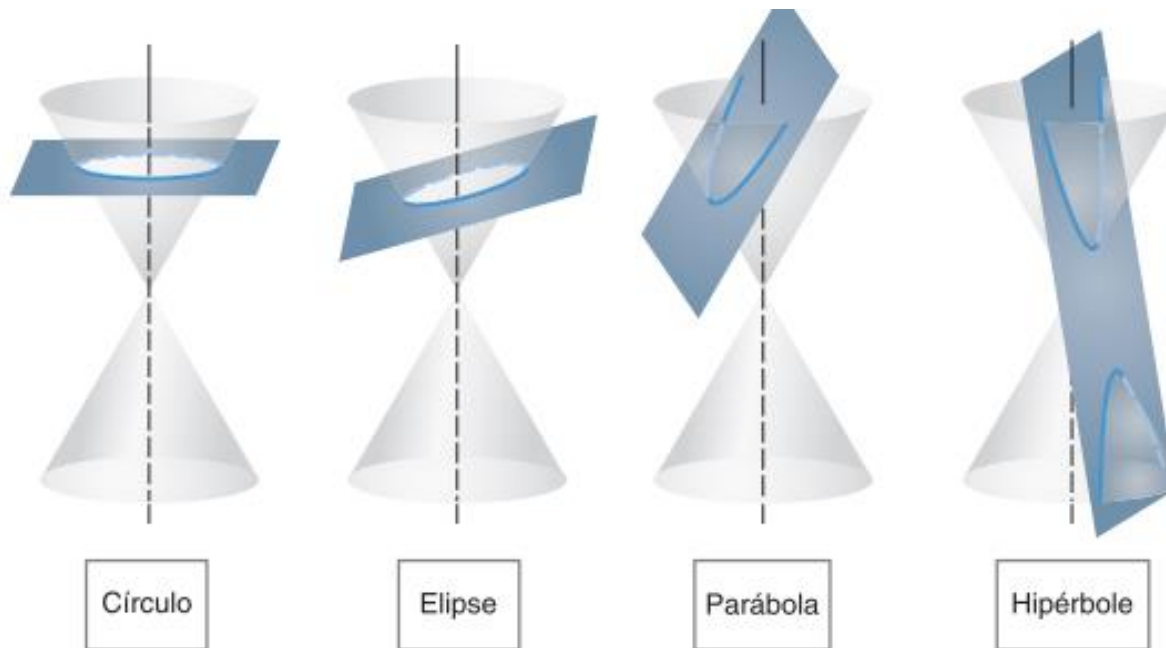
ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen L. Cálculo. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2014.

SEÇÕES CÔNICAS
SEÇÃO 10.4
(PÁGS. 730-747)

FBX5007
Geometria Analítica e
Álgebra Linear

SEÇÕES CÔNICAS (PÁG.730)

- **Circunferências, elipses, parábolas e hipérboles** são chamadas de **seções cônicas ou cônicas**, e representam um conjunto de curvas no plano que podem ser obtidas da interseção de um plano com um cone circular



GEOMETRIA ANALÍTICA NO ENSINO MÉDIO

- Ponto Médio entre Dois Pontos $A(a, b)$ e $B(c, d)$:

$$M = \left(\frac{a+c}{2}; \frac{b+d}{2} \right)$$

- Distância entre dois Pontos A e B :

$$d(A, B) = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$$

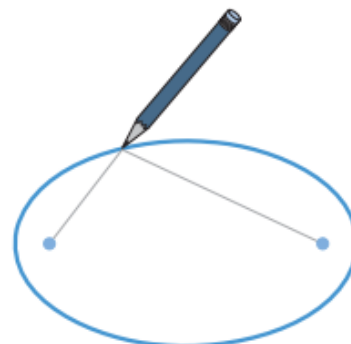
ELIPSE (PÁG. 731)

Definição

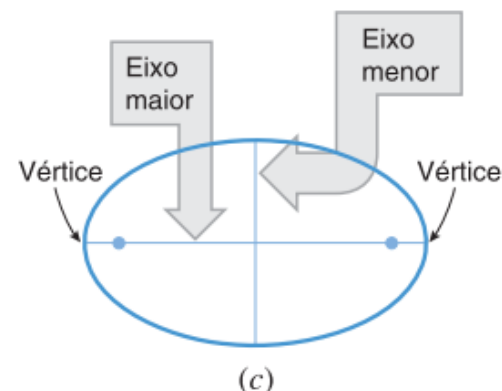
É o conjunto dos pontos do plano tais que a soma das distâncias a dois pontos fixos é uma constante



(a)



(b)



(c)

Elementos

Focos: pontos F_1 e F_2

Distância Focal: distância $2c$ entre os focos

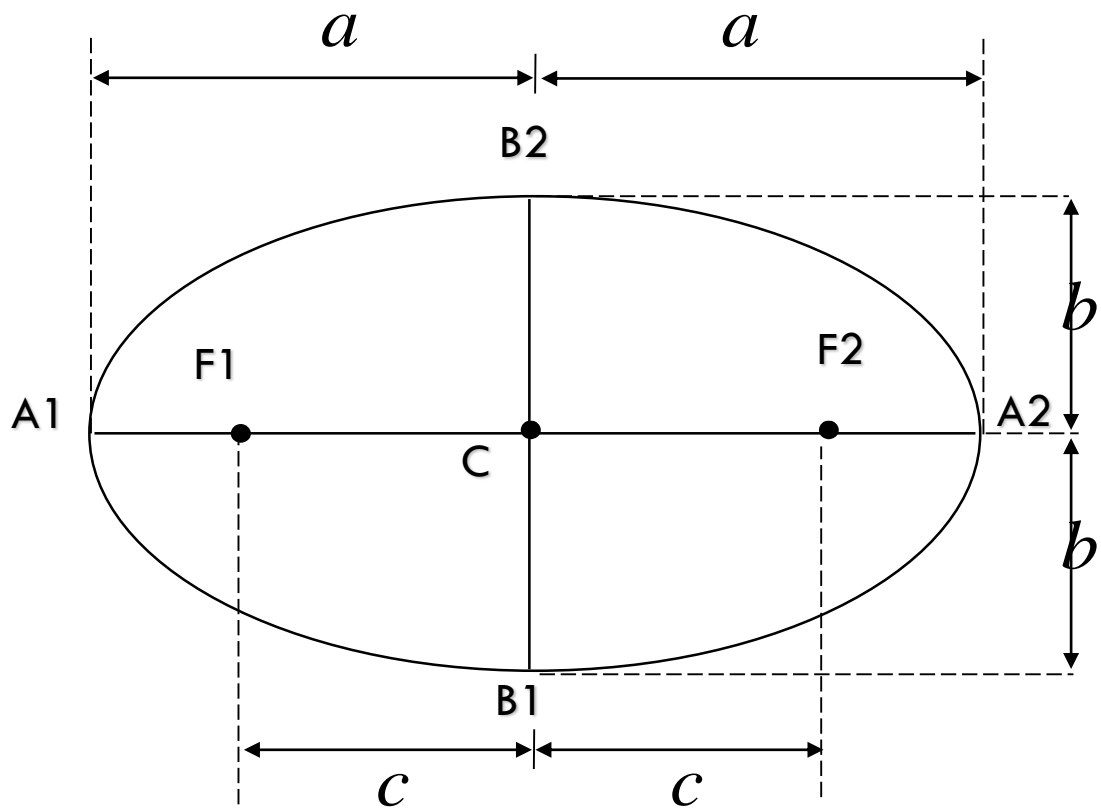
Centro: ponto médio C do segmento F_1F_2

Vértices: pontos A_1, A_2, B_1 e B_2

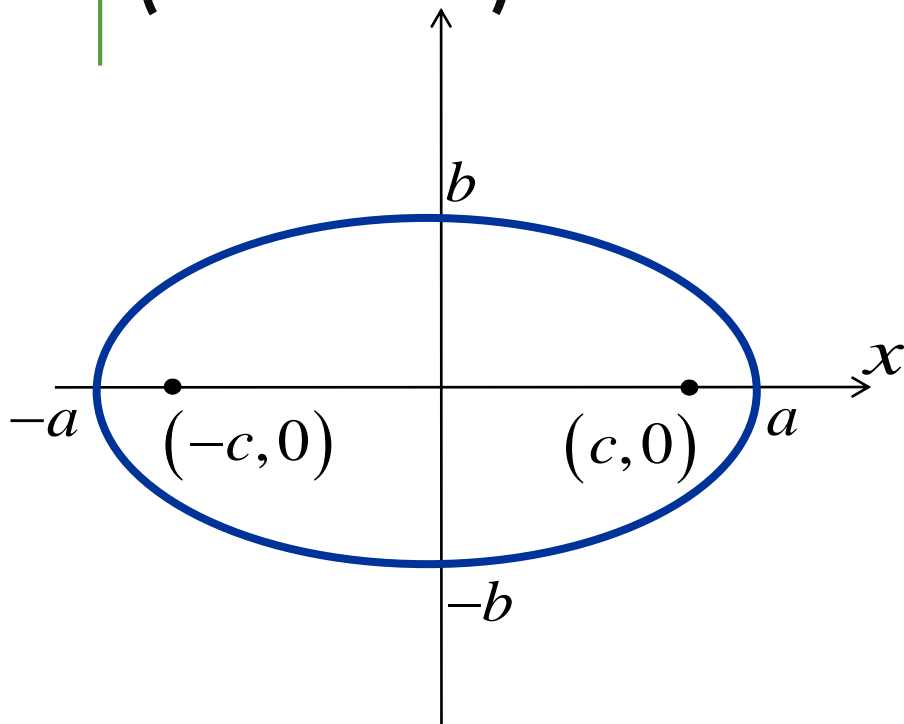
Eixo maior: segmento A_1A_2 de comprimento $2a$

Eixo menor: segmento B_1B_2 de comprimento $2b$

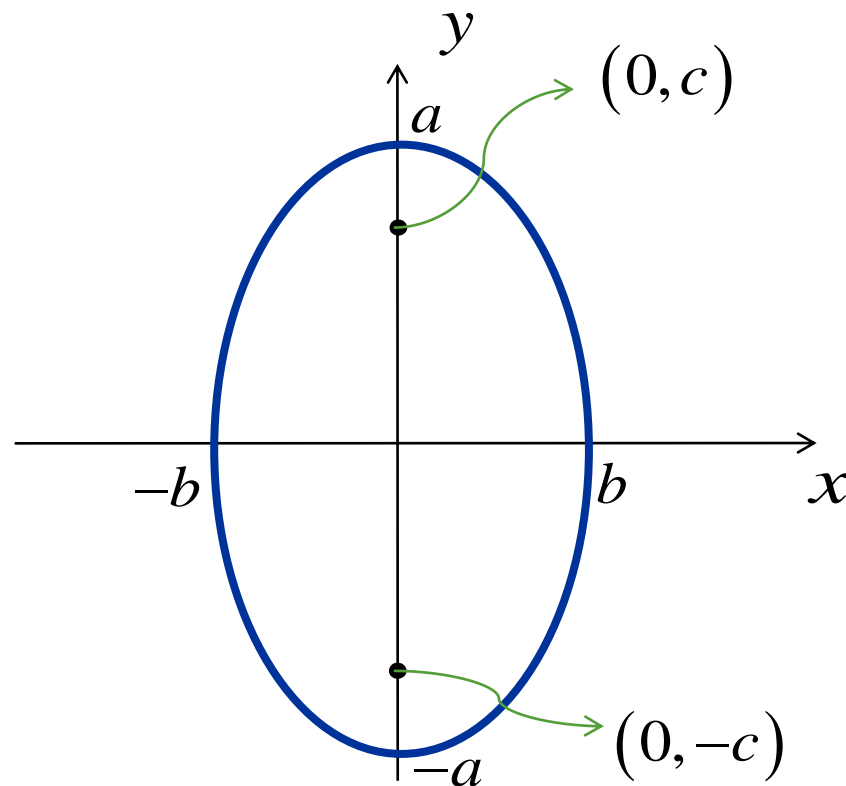
MEDIDAS DOS EIXOS NA ELIPSE (PÁG. 734)



EQUAÇÕES DA ELIPSE EM POSIÇÃO PADRÃO (PÁG. 735)



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$$

Quando $a = b$, temos uma circunferência

COMO CALCULAR O VALOR DE C (PÁG. 734)

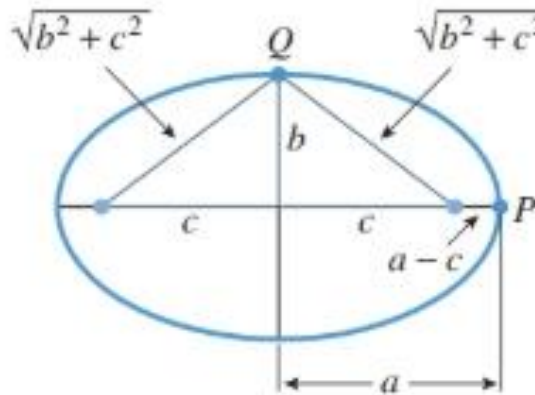


Figura 10.4.12

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

ou de modo equivalente,

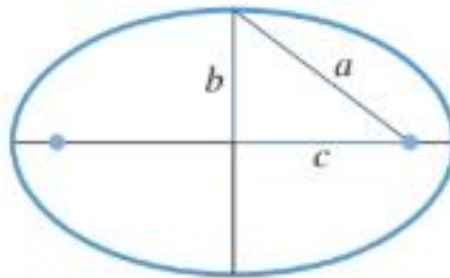


Figura 10.4.13

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Exemplo 3 (pág. 736)

ELIPSES TRANSLADADAS COM CENTRO (H,K) E $A \geq B$ (PÁG. 740)

Eixo maior paralelo ao eixo x:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Eixo maior paralelo ao eixo y:

$$\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1$$

*Quando $a = b$,
temos uma
circunferência*

Exemplo 9 (pág. 741)

EXEMPLOS E EXERCÍCIOS

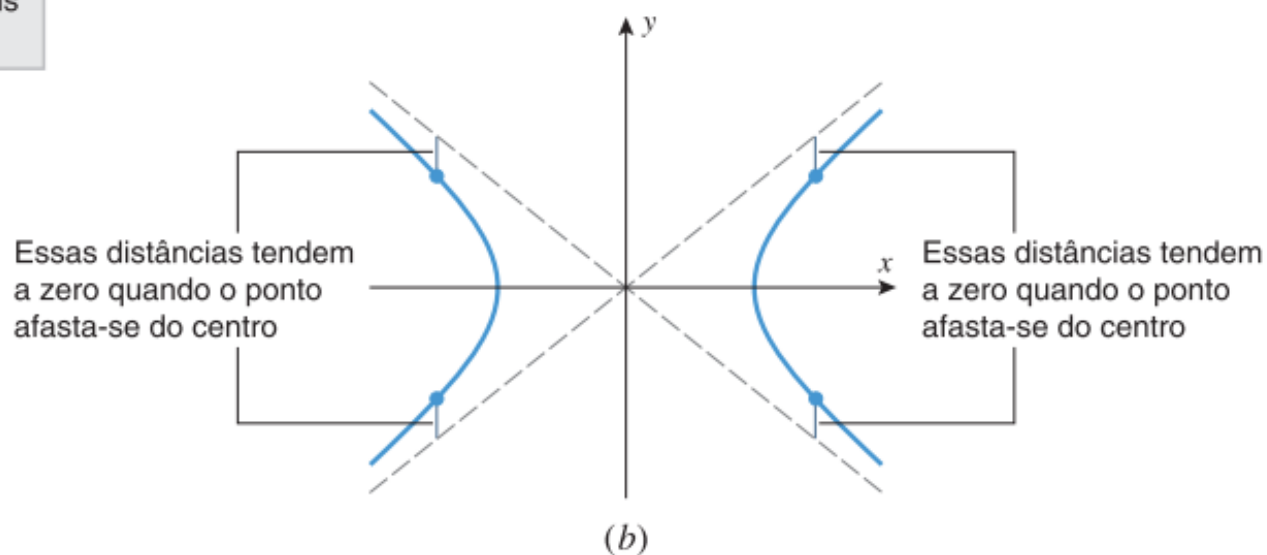
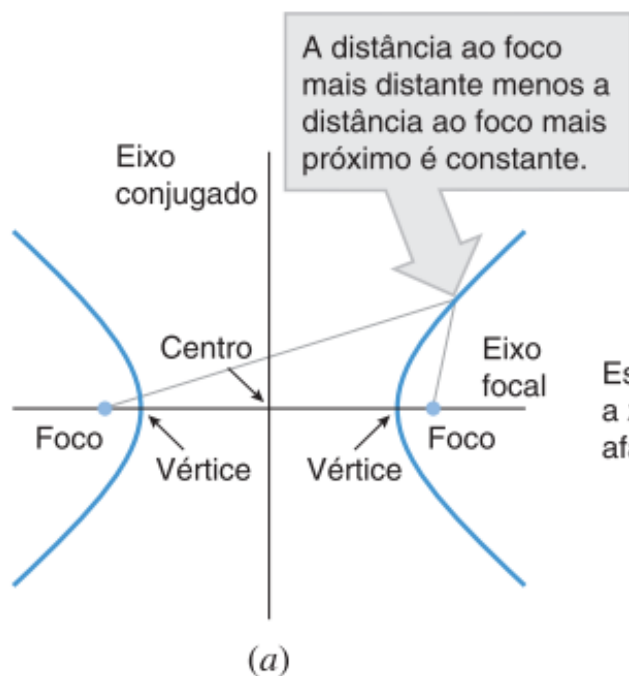
Para casa

- 1 (letras c-d), 7, 9, 10, 19 (págs. 744-745)

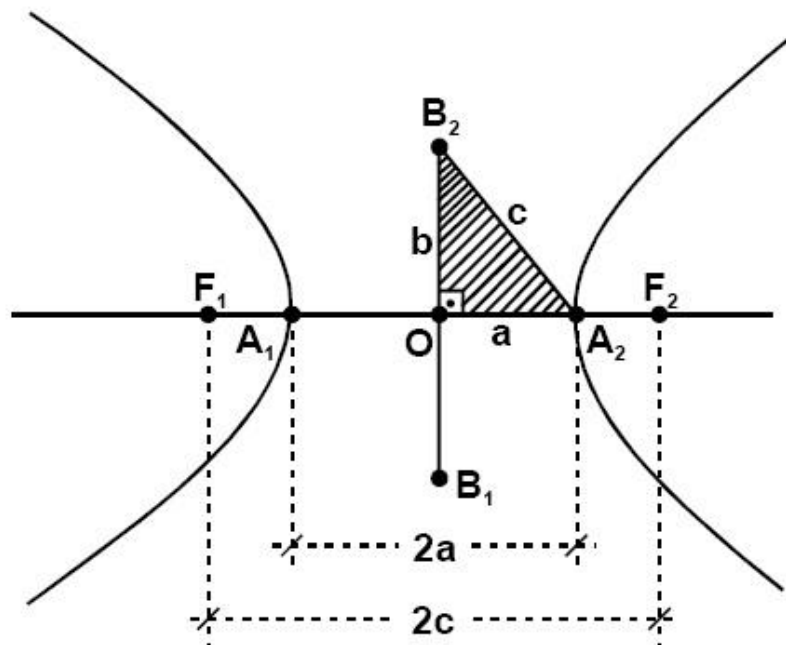
HIPÉRBOLE (PÁG. 731)

Definição

É o conjunto dos pontos do plano tais que a diferença das distâncias a dois pontos fixos é uma constante



HIPÉRBOLE (PÁG. 737)

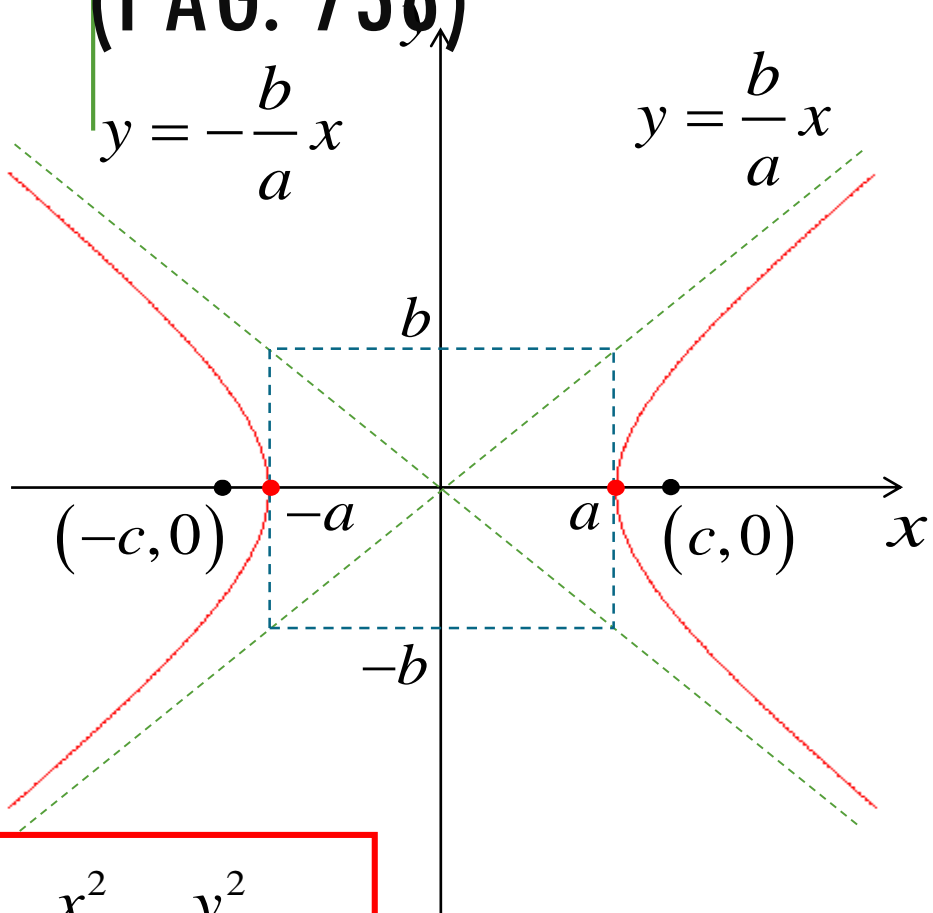


$$c^2 = a^2 + b^2$$

Elementos

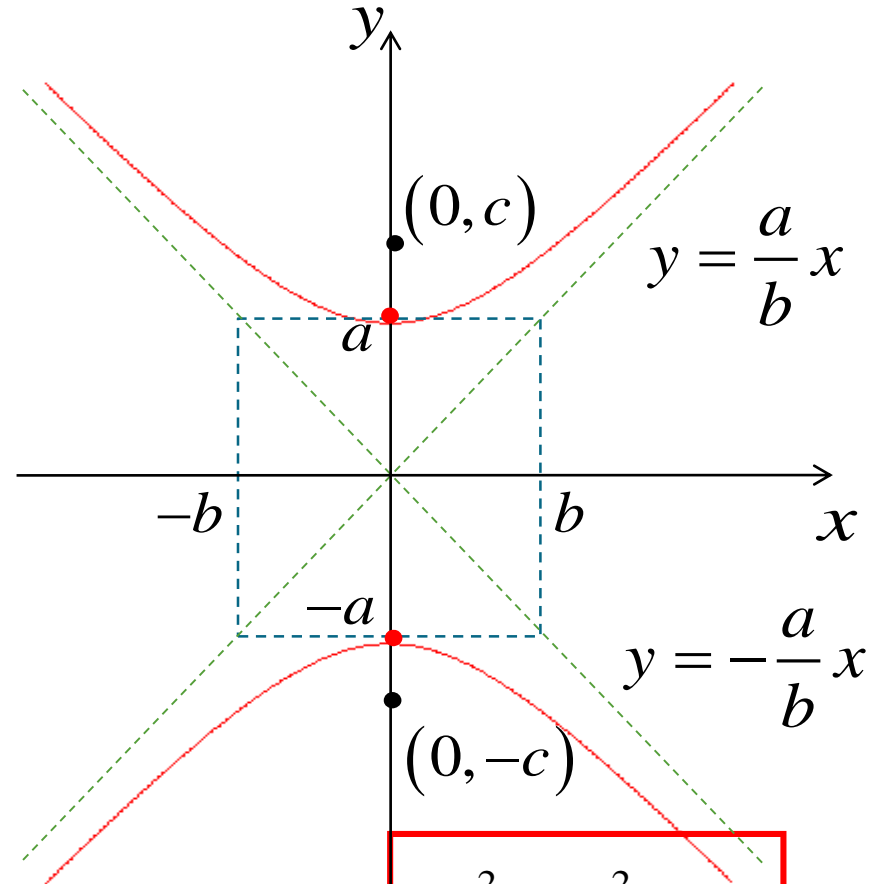
- Focos: pontos F_1 e F_2
- Distância Focal: distância $2c$ entre os focos
- Centro: ponto médio O do segmento F_1F_2
- Vértices: pontos A_1 e A_2
- Eixo focal ou transverso: segmento A_1A_2 de comprimento $2a$
- Eixo conjugado ou imaginário: segmento B_1B_2 de comprimento $2b$

EQUAÇÕES DA HIPÉRBOLE EM POSIÇÃO PADRÃO (PÁG. 738)



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$c > b > 0, \quad c > a > 0$$



$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

Exemplo 5 (págs. 739)

HIPÉRBOLES TRANSLADADAS

Hipérbole com centro (h, k) e eixo focal paralelo ao eixo x :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Hipérbole com centro (h, k) e eixo focal paralelo ao eixo y :

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

Exemplo 10 (págs. 742)

CLASSIFICAÇÃO DAS CÔNICAS: COMO CLASSIFICÁ-LAS QUANDO A EQUAÇÃO **NÃO ESTÁ NA FORMA REDUZIDA?**

$$5x^2 + 40x + 2y + 94 = 0$$

$$x^2 - 5y^2 - 2x - 10y - 9 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x + 10y + 26 = 0$$

$$x^2 - 6x + y - 2 = 0$$

$$16x^2 + 16y^2 - 16x + 8y - 59 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 10y = 0$$

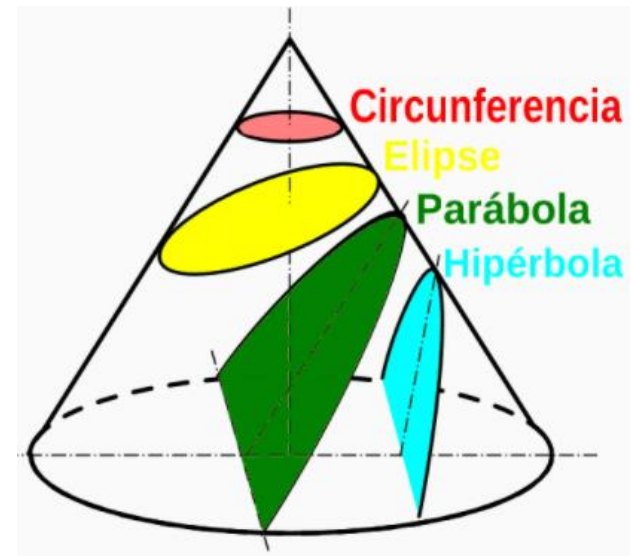
$$16x^2 - y^2 - 32x - 6y = 57$$

$$x^2 - 4y^2 + 2x + 8y - 7 = 0$$

$$3x^2 + y^2 + 12x + 2y + 13 = 0$$

Analise com
atenção o
próximo slide!!

CLASSIFICAÇÃO DAS CÔNICAS



$$3x^2 + y^2 + 12x + 2y + 13 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x + 10y + 26 = 0$$

$$16x^2 + 16y^2 - 16x + 8y - 59 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 10y = 0$$

$$x^2 - 5y^2 - 2x - 10y - 9 = 0$$

$$16x^2 - y^2 - 32x - 6y = 57$$

$$x^2 - 4y^2 + 2x + 8y - 7 = 0$$

$$5x^2 + 40x + 2y + 94 = 0$$

$$x^2 - 6x + y - 2 = 0$$

EXEMPLOS E EXERCÍCIOS

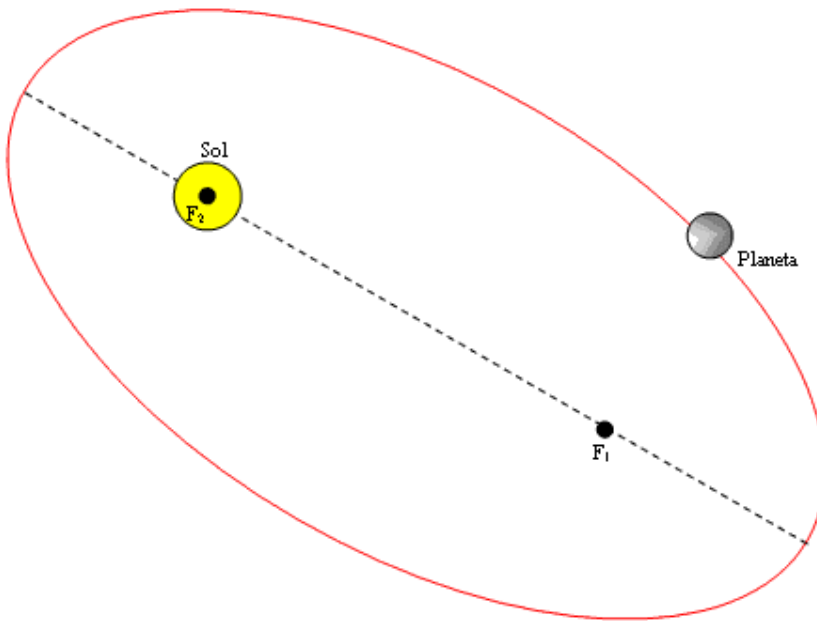
Para casa

- Exercícios 1 (letras e-f), 11, 13(b), 14(a) (págs. 744-745)

APLICAÇÕES DAS ELIPSE

1ª Lei de Kepler - Lei das Órbitas

Os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, que ocupa um dos focos da elipse.



- O astrônomo e matemático Johannes Kepler (1571-1630) formulou 3 leis que regem o movimento planetário
- Uma delas diz que um planeta gira em torno do Sol em uma órbita elíptica com o Sol em um dos focos

APLICAÇÕES DAS ELIPSE

- Engenharia Elétrica

Conjuntos de elipses homofocais (elipses de mesmo foco) são utilizadas na teoria de correntes elétricas estacionárias.

- Engenharia Mecânica

São usadas engrenagens elípticas (excêntricos)

- Engenharia Civil

Arcos em forma de semielipse são muito empregados na construção de pontes de concreto e de pedras (desde os antigos romanos)



APLICAÇÕES DA HIPÉRBOLE

- Experimentos físicos mostraram que partículas carregadas atiradas em núcleos de átomos se espalham ao longo de trajetórias hiperbólicas
- Mecânica Celeste: dependendo de sua velocidade, um cometa tem uma órbita elíptica, parabólica ou hiperbólica (o foco coincide com o Sol)
- Na navegação marítima e aérea utilizam-se sistemas hiperbólicos