ÉCOLE POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

PHS 4700
Physique pour les applications multimédia

3 — Cinématique

G. Marleau

Automne 2009

Cinématique

Exemple : Un ballon de soccer

- Accélération linéaire $\vec{a}(t) = (0, 0, 0)$ m/s^2.
- Vitesse linéaire initiale $\vec{v}(0) = (1, 1, 1)$ m/s.
- Accélération angulaire $\vec{\alpha}(t) = (0, 0, 0)$ rads/s^2.
- Vitesse angulaire initiale $\vec{\omega}(0) = (0, 1, 1)$ rads/s.

Cinématique

Trois cas à étudier

- Solution exacte ($\vec{r}_c(0) = (0, 0, 0)$ m).
- Solution par méthode de Euler avec quaternions non normalisés ($\vec{r}_c(0) = (0.2, 0, 0)$ m).
- Solution par méthode de Euler avec quaternions normalisés ($\vec{r}_c(0) = (0.4, 0, 0)$ m).
- Quaternion de rotation original initial

$$\vec{\vec{q}}(0) = (1, 0, 0, 0)$$

Cinématique 3

Solution exacte

- Position du centre de masse.

$$\vec{r}_c(t) = \vec{r}_c(0) + \vec{v}(0)t$$

- Position angulaire.

$$\vec{\Omega}(t) = \vec{\Omega}(0) + \vec{\omega}(0)t$$

Cinématique

Rotation du ballon

- Quaternion de rotation

$$\vec{\vec{q}}(t) = \left(\cos(|\vec{\Omega}(t)|/2), \sin(|\vec{\Omega}(t)|/2)\vec{u}_\omega(t)\right)$$

$$\vec{u}_\omega(t) = \vec{\omega}(t)/|\vec{\omega}(t)| = (0,1,1)/\sqrt{2}$$

- Position angulaire des vecteurs $\vec{r}_k(t)$ définissant les faces du ballon.

$$(0, \vec{r}_k(t)) = (0, \vec{r}_c(t)) + \vec{\vec{q}}(t)(0, \vec{r}_k(0))\vec{\vec{q}}^*(t)$$

Cinématique

Solution Euler avec quaternions non normalisés

- Position du centre de masse.

$$\vec{r}_c(t_i) = \mathsf{SEDEuler}(\vec{r}_c(t_i), \Delta t, '\mathsf{FonctionTranslation}')$$

- Position angulaire (quaternion de rotation).

$$\vec{\vec{q}}(t_i) = \mathsf{SEDEuler}(\vec{\vec{q}}(t_{i-1}), \Delta t, '\mathsf{FonctionRotation}')$$

Solution Euler avec quaternions normalisés

- Normaliser le quaternion.

$$\vec{\vec{q}}(t_i) = \vec{\vec{q}}(t_i) / |\vec{\vec{q}}(t_i)|$$

Cinématique 6

Rotation du ballon

- Position angulaire des vecteurs $\vec{r}_k(t)$ définissant les faces du ballon.

$$(0, \vec{r}_k(t_i)) = (0, \vec{r}_c(t_i)) + \vec{q}(t_i)(0, \vec{r}_k(0))\vec{q}^*(t_i)$$