

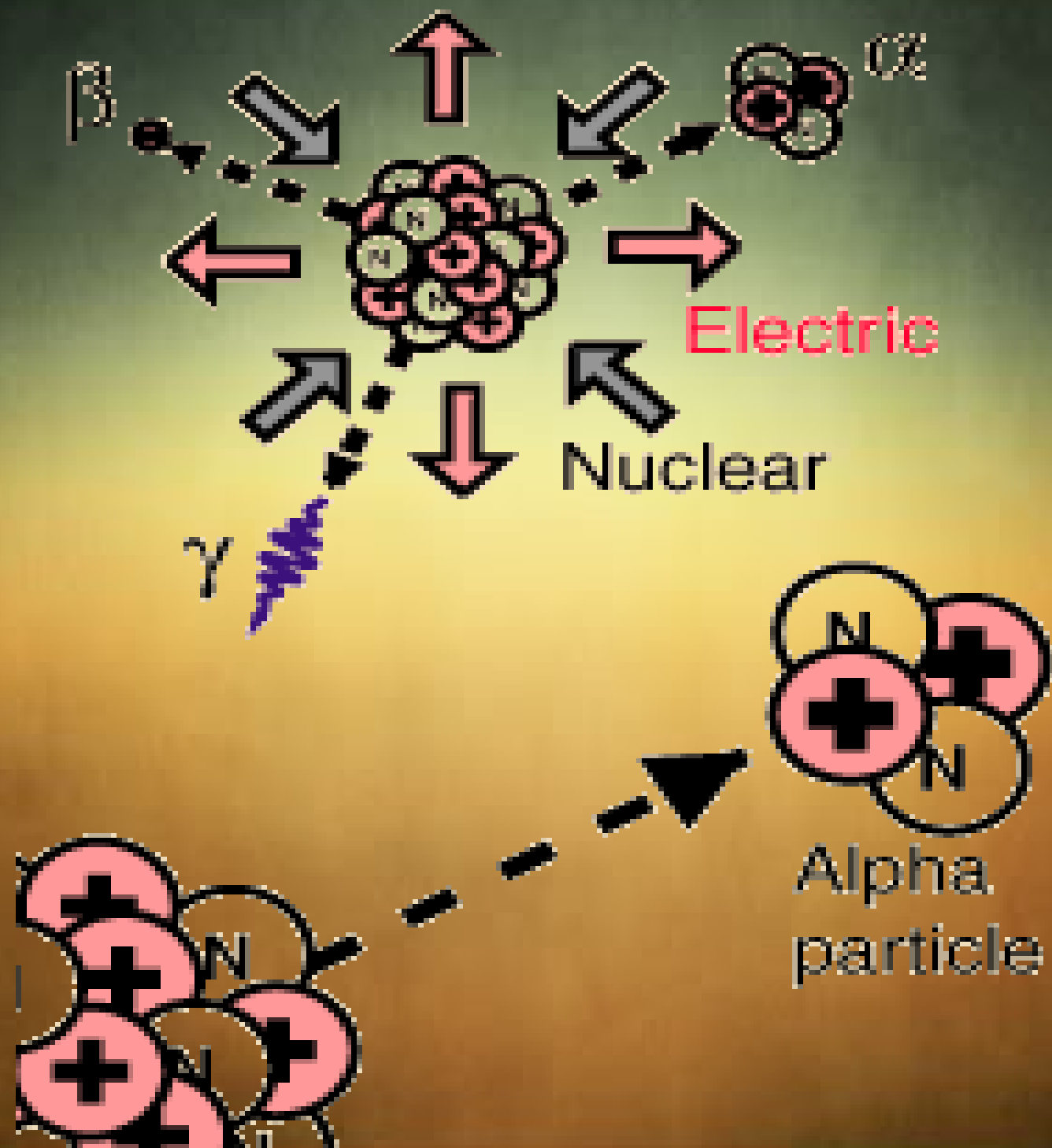
Desintegración α

Química Nuclear

Martín Pérez Comisso

Introducción

- Rutheford los descubre en 1903 y describe su naturaleza
- Fue confirmada su existencia en 1909 al encontrar indicios de He en una fuente radiactiva de Ra.
- Tiene una carga de $3,2 \cdot 10^{-19}$ coulombs y una masa de $6,68 \cdot 10^{-27}$ kg.
- Se origina el fenómeno en núcleos cuyo $A > 190$ que son energeticamente inestables

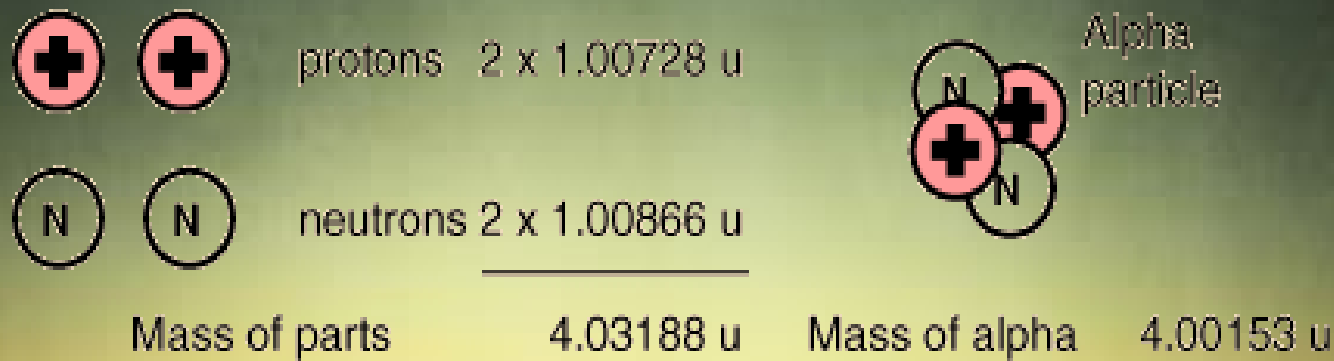


Energía de ligadura

Energía que tiene un núcleo para unir sus nucleones. Corresponde a un potencial de campo nuclear que mantiene unidos a los nucleones en un radio restringido, denominado radio nuclear.

Esta energía proviene de un defecto de masa de los núcleos, que tienen menos masa de la esperada, que se convierte en energía.

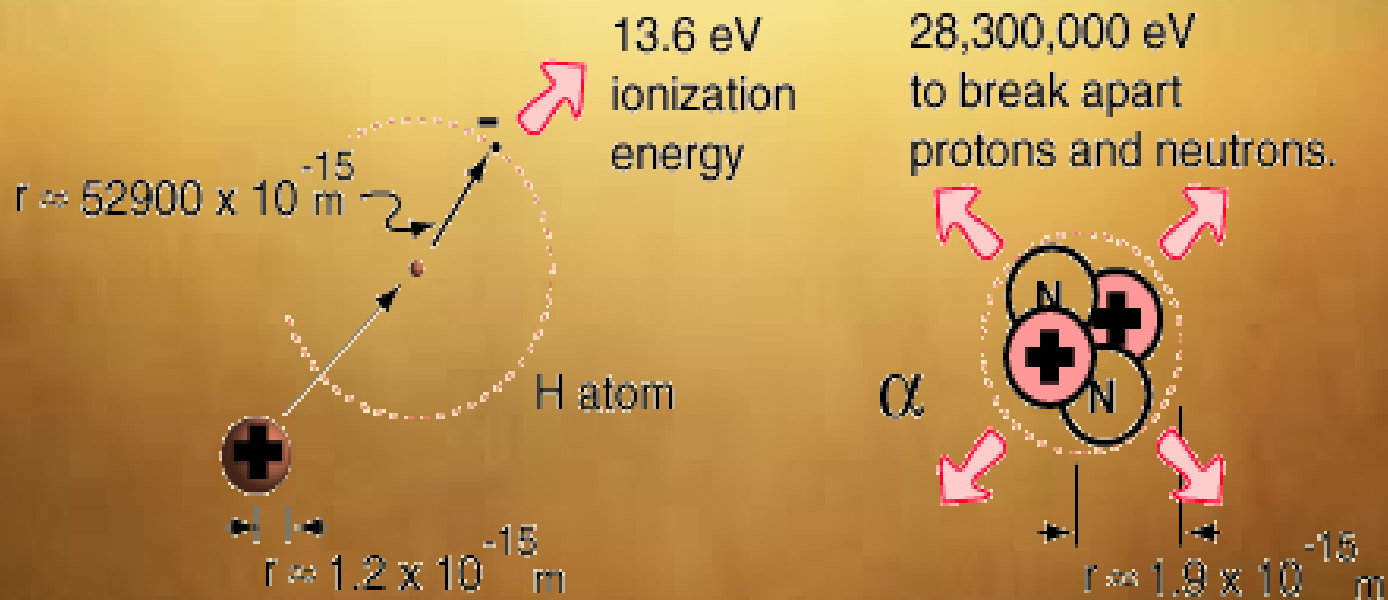
$$E=mc^2$$



$$1 \text{ u} = 1.66054 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931.494 \text{ MeV/c}^2$$

El defecto de masa : la masa de cualquier núcleo es menor que la suma de las masas separadas de sus protones y neutrones. En otras palabras, al unir protones y neutrones de alguna manera hace parte de su masa se “desvanece” en el aire

La enormidad de la energía de enlace nuclear tal vez se aprecia mejor al compararlo con la energía de enlace de un electrón en un átomo. La comparación de la energía de las partículas alfa de unión con la energía de enlace del electrón en un átomo de hidrógeno se muestra a continuación. La energía de enlace nuclear son del orden de un millón de veces mayor que las energías de electrones de unión de los átomos



Comparison of atomic and nuclear scales and binding energy

Condiciones para observar

- La semivida sea detectable ($t_{1/2} < 10^{16}$ años)
- Qué el fenómeno sea más probable que otros procesos, como la desintegración B
- Relación p/n es 1:1 (núcleo par-par)

Balance energético



Suponiendo X en reposo, se cumple:

$$m_X c^2 = m_{X'} c^2 + m_\alpha c^2 + T_{X'} + T_\alpha$$

Para que sea posible la reacción, entonces

$$Q_\alpha = (m_X - m_{X'} - m_\alpha) c^2 = T_{X'} + T_\alpha > 0$$

Teniendo en cuenta que los momentos de la partícula alfa y el núcleo hijo son iguales, la energía cinética puede considerarse no relativista

$$T_{\alpha} = \frac{Q_{\alpha}}{\left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{X'}}\right)} \approx Q_{\alpha} \left(1 - \frac{m_{\alpha}}{m_{X'}}\right) \approx Q_{\alpha} \left(\frac{A-4}{A}\right)$$

$T_{X'}$ = energía de retroceso del núcleo hijo

$$Q_{\alpha} = T_{\alpha} \frac{M_{X'}}{M_{\alpha}}$$

La gran energía de ligadura del proceso es la que hace que este sea el único proceso posible en la desintegración de núcleos pesados.

Si el valor de Q fuera superior al de toda la barrera de energía potencial, la desintegración tendría una vida media del orden de 10^{-21} segundos (tiempo de salida de la partícula alfa en un recorrido igual al radio nuclear)

Predecir el valor de Q se hace con la energía de ligadura. Esto lo hace la ecuación de Weiszacker

$$Q = E_L({}^4_2\text{He}) + E_L(A-4, Z-2) - E_L(A, Z)$$

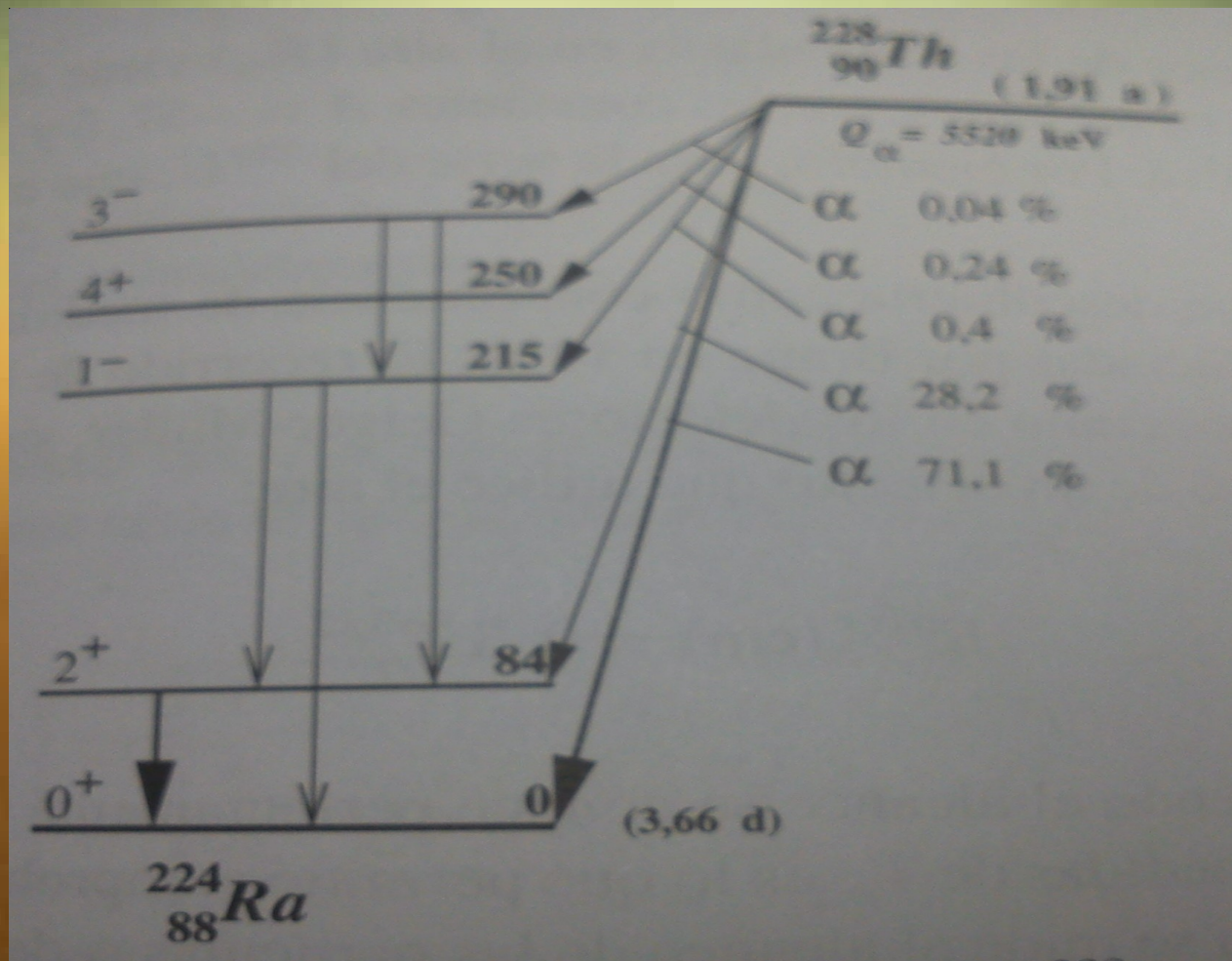
A partir de la función semiempírica de masas, para el modelo de gota líquida, se calcula la energía del modelo como

$$E_L(Z, A) = \alpha_V A - \alpha_S A^{2/3} - \alpha_C Z(Z-1) A^{-1/3} - \alpha_A (A-2Z)^2 A^{-1} - \delta$$

Usando los parámetros propuestos por Krane, se obtiene para el caso de núcleo par-par

| | Q calc. (MeV) | Q exp (MeV) |
|--------|---------------|-------------|
| Th-220 | 7.3 | 8.95 |
| Th-226 | 6.2 | 6.45 |
| Th-232 | 5.2 | 4.08 |

Las diferencias del modelo ocurren por no considerar los efectos de las capas nucleares, no reproducidos en la ecuación de Weiszacker.



La condición de inestabilidad se obtiene de la ecuación de Q f(E_{lig}) y se puede escribir como:

$$\frac{dE_L}{dA} = 4 \left(A \frac{d(E_L/A)}{dA} + \frac{E_L}{A} \right)$$

La pendiente de la curva indica que es $A > 120$ la condición de inestabilidad.

$$\frac{d(E_L/A)}{dA} \sim 7,7 \times 10^{-3} \text{ MeV}$$

De modo que, $E_{\text{lig}}(\text{He-4}) = 28,3 \text{ MeV}$

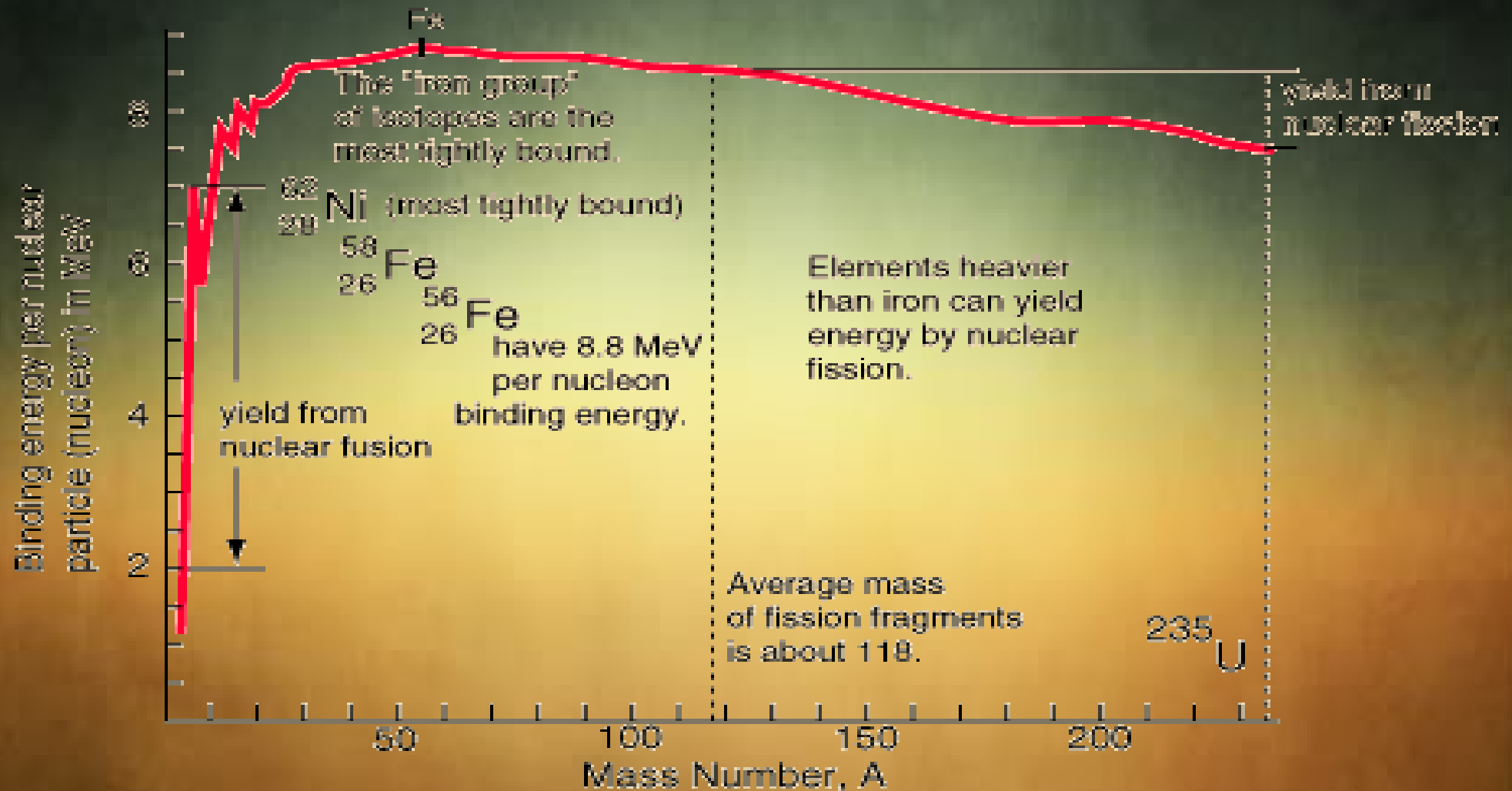
La condición de inestabilidad se obtiene de la ecuación de Q f(E lig) y se puede escribir como:

$$\frac{dE_L}{dA} = 4 \left(A \frac{d(E_L/A)}{dA} + \frac{E_L}{A} \right)$$

La pendiente de la curva indica que es $A > 120$ la condición de inestabilidad.

$$\frac{d(E_L/A)}{dA} \sim 7,7 \times 10^{-3} \text{ MeV}$$

De modo que, $E_{\text{lig}}(\text{He-4}) = 28,3 \text{ MeV}$



$A = 151$, valor en que la mayoría de los núcleos puede desintegrarse según decaimiento alfa.

Regla Geiger-Nuttal

Determina una relación entre semivida de núcleos par-par de series naturales y energía cinética de partículas alfa.

$$\log_{10} t_{1/2} = A \log_{10} R_{\alpha} + A'$$

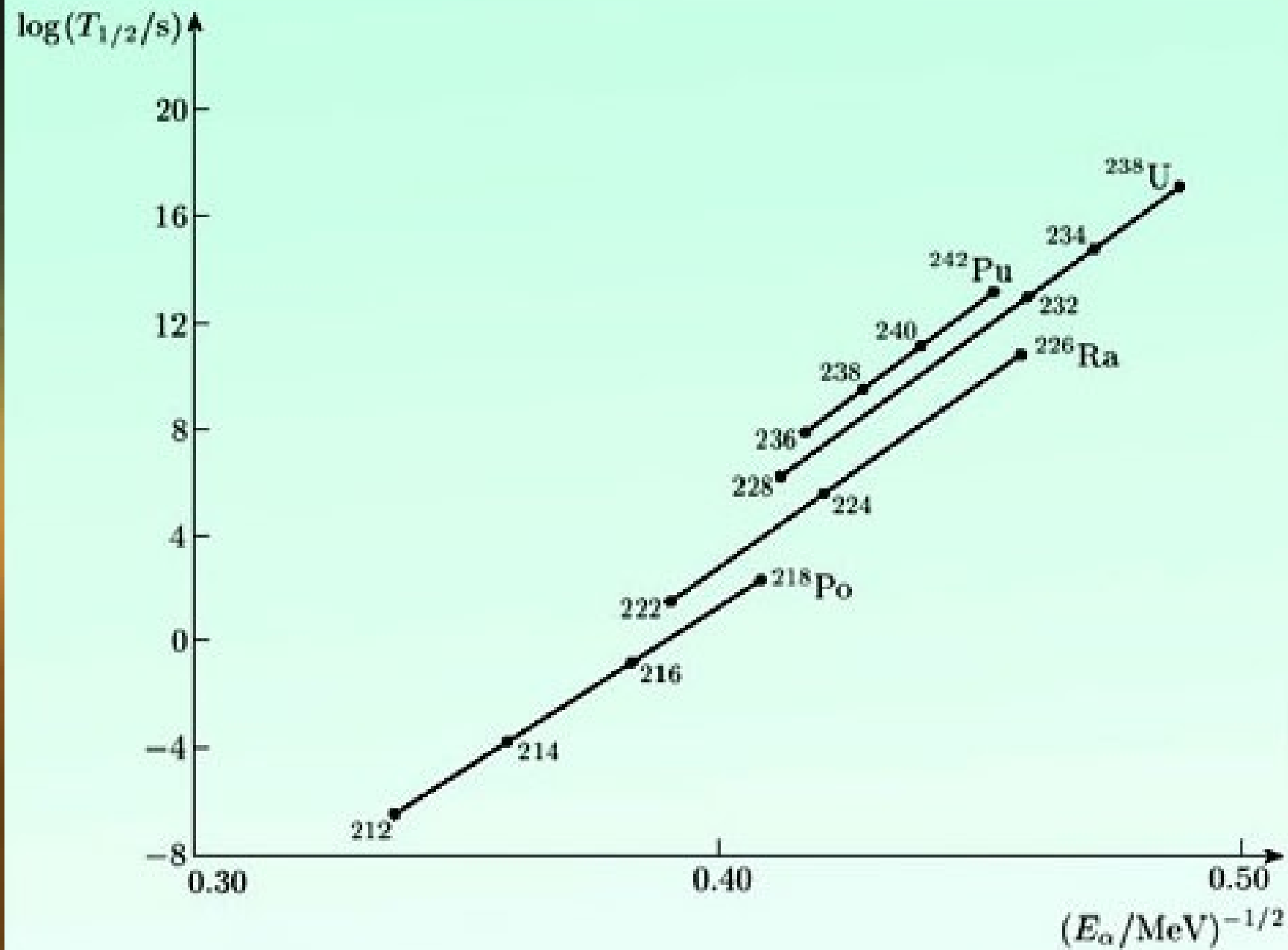
$t_{1/2}$: semiperiodo de vida (seg)

R_{α} : alcance de particula α en el aire (cm)

$A = -57,5$

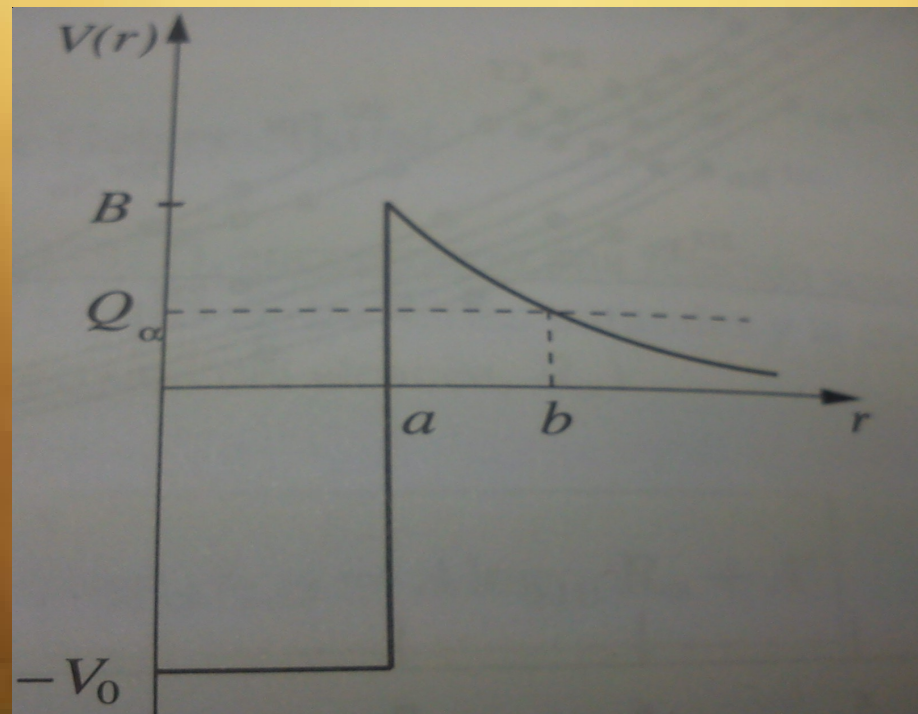
A' depende de serie radiactiva

$$\log_{10} t_{1/2} = C + \frac{D}{V \bar{Q}}$$



Modelo de Gamow

- Primera confirmación de efecto túnel en la mecánica cuántica.
- Teoría de un cuerpo, supone alfa dentro del pozo nuclear de potencial



$$Z = Z' + z, \text{ con } z = 2 \text{ (He)}$$

- El potencial del núcleo en el pozo electrostático es:

$$V(r) = \left[\frac{1}{4\pi\epsilon} \right] \frac{zZ' e^2}{r} \approx \frac{2,88Z'}{r} \text{ MeV}$$

- Con r en femtometros (fm)
- La altura máxima de la barrera electrostática es

$$\overline{B} = \frac{2Z'\alpha\hbar\epsilon}{a}, \quad a = r_0 A^{1/3}$$

- Dentro del alcance de la fuerza nuclear ($r < a$). La partícula está ligada y su energía es positiva, por lo que solo escapa por efecto túnel

$$(Q\alpha < B)$$

- Se cumple que $B = V(\alpha)$ y $Q_\alpha = V(b)$

$$Q_\alpha = \frac{T_\alpha A}{A'}$$

- Ya que $B_\alpha = 28,3 \text{ MeV}$, proporciona energía suficiente para que la partícula ocupe posición $Q_\alpha > 0$
- Sí B fuera menor que Q_α habría emisión de partículas espontáneamente, con vida media de 10^{-21} seg . Al tener $Q_\alpha < B$ la partícula α aparecerá emitida a distancia b del núcleo.

Probabilidad de desintegración

$$\lambda = \rho_{\alpha} F P$$

- P_{α} = probabilidad de que el cluster α preexista como tal en el interior del núcleo padre ($\sim 0,1$)
- F = frecuencia de colisión contra barrera coulombiana

$$F = \frac{v_{\alpha}}{2R} = \frac{\sqrt{2Q_{\alpha}/m_{\alpha}}}{2a}$$

- P = Coeficiente de transmisión por la barrera

$$P = e^{-2G}$$

- Donde G se conoce como factor de Gamow

$$G = \frac{\sqrt{2\mu}}{\hbar} \int_a^b \sqrt{V(r) - Q_\alpha} dr$$

- Con μ , masa reducida
- Ya que $M_{X'} \gg m_\alpha \rightarrow \mu \sim m_\alpha$
- Para el caso más general se usan las aproximaciones de WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin)

$$K_d = \int_a^b \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} V(r) - Q_\alpha} dr \quad V(r) = \frac{2Z'\alpha \hbar c}{r} + \frac{l(l+1) \hbar^2}{2\mu r^2}$$

- Entrando de momentum orbital l , con una barrera centrifuga. La barrera es mayor sí $l > 0$
- $l=0$

$$G = \pi \alpha \sqrt{2\mu c^2} \frac{Z}{\sqrt{Q_\alpha}} - 4\alpha \sqrt{\frac{\mu c^2 r_o}{\alpha \hbar}} \sqrt{Z A^{1/3}}$$

- Semiperiodo para núcleo par-par

$$\log_{10} t_{1/2} = \frac{-51,37 + 9,54(Z-2)^{0,6}}{\sqrt{Q_\alpha}}$$

Correcciones al modelo Gamow

- Núcleo grande → Poco esférico

Modelo de Gamow: sensible al radio nuclear

- Mejor teoría debe considerar
 - Funciones de onda nucleares
 - Barrera centrifuga
 - Núcleos no esféricos
- Otros usos del modelo: a) Sirve para calcular emisión de otros núcleos b) Sirve para predecir emisión de protones.

Espectroscopía α

$$R(\text{aire})[cm] = 0,3 T_{\alpha}^{3/2} [MeV]$$

- Pone en evidencia estructura fina del espectro de cada núcleo con energías cinéticas e intensidades diferentes. Es muy útil para estudiar estructura alfa.

Reglas de selección

- **Momento angular:** Bajo ciertas condiciones de simetría rotacional de los sistemas es una magnitud que se mantiene constante con el tiempo a medida que el sistema evoluciona, lo cual da lugar a la ley de conservación del momento angular.

$$\left[\hat{L}_i, H \right] = 0 \quad \left[\hat{L}^2, H \right] = 0$$

- **Paridad:** una transformación de la paridad es el cambio simultáneo en el signo de toda coordenada espacial.

$$P : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$

- En mecánica cuántica, las transformaciones de espacio-tiempo actúan en estados cuánticos.
- La transformación de paridad, P es un operador unitario en mecánica cuántica, actuando en un estado ψ así: $P \psi(r) = \psi(-r)$. Se debe tener $P^2 \psi(r) = e^{i\phi} \psi(r)$, que en todas las fases es inobservable.

- Se conservan propiedades en desintegración alfa. Invarianza del hamiltoneano de la interacción bajo las rotaciones y transferencia de la paridad.

$$X \longrightarrow X' + \alpha$$

$$J_X = J_{X'} + l_\alpha$$

$$P_X = P_{X'} (-1)^{l_\alpha}$$

- Ya que $J_{\alpha}P = 0^{+}$ siempre existe $l_{\alpha} \neq 0$, se cumple que $J_X \neq J_{X'}$ y se obtiene

$$|J_{X'} - J_X| \leq l_{\alpha} \leq (J_X + J_{X'})$$

- De esto se concluyen dos grandes ideas:
 - Transición entre núcleo par/par
 - Transición de núcleo de A impar

- a) Transición entre núcleo par/par
 - $I\alpha$ son pares
 - Bandas rotacionales entregan distintos valores de Q
 - Barrera centrífuga
 - Eventualmente $I\alpha$ impares. \Rightarrow Más bandas rotacionales y cambio en la paridad.
 - No hay transiciones prohibidas entre niveles.

- b) Transición de núcleo de A impar

No se acotan los valores de $l\alpha$, pudiendo existir varios $l\alpha$ posibles.

Resumen

La desintegración alfa es un proceso dominado por las fuerzas nucleares y ocurre predominantemente en núcleos pesados ($A > 190$)

El balance de energía está centrado en la energía de ligadura del núcleo de He con el resto del núcleo

El proceso ocurre por efecto túnel sobre la barrera de potencial que mantiene al núcleo unido

- El modelo de Gamow predice razonablemente el fenómeno Este se basa en la Regla Geiger-Nuttal.
- La probabilidad de desintegración esta dada por la probabilidad de preexistencia de un núcleo He dentro del nuclido padre, la frecuencia de colisión contra la barrera coulombiana y el coeficiente de transmisión por la barrera.
- Mejoras que requiere el modelo son: incluir las funciones de onda nucleares, considerar la barrera centrifuga y contener el efecto de los núcleos no esféricos
- Las reglas de selección del proceso de decaimiento están dadas por la conservación del momentum angular y de la paridad en las partículas