Cinética Nuclear

Contenidos

1. Ley de Desintegración Radiactiva
2. Periodo de Semidesintegración/Vida media
3. Mezclas radiactivas. Reacciones en cadena.
5. Equilibrios
5. Fechado Radiactivo (Datación)

¿Cuán rápido los núcleos decaen?

Ley de Desintegración Radiactiva

Postulados

1. **La probabilidad de decaimiento, λ, es la misma para todos los átomos de la misma especie.**

2. **La probabilidad de decaimiento, λ, es independiente de la edad del átomo.**

Por ser una propiedad nuclear, λ es independiente de toda condición física de la muestra: temperatura, presión, concentración, etc.

Dado un átomo, la probabilidad de que decaiga durante el intervalo *dt* es λdt.

La probabilidad de que un átomo decaiga por unidad de tiempo es $(\boldsymbol{\lambda}\, dt)/dt = \boldsymbol{\lambda}$ [seg^{-1}]
Existen más de 1600 radionucleidos, pero NO hay dos con igual λ.

Para una población de átomos radioactivos tenemos:

Prob. de	decaimiento en el intervalo Δt es				=	$\boldsymbol{\lambda}\Delta t$
"	NO "	" "	"	Δt es	=	$1-\boldsymbol{\lambda}\Delta t$
"	NO "	" "	"	$2\Delta t$ es	=	$(1-\boldsymbol{\lambda}\Delta t)^2$
....						
....						
"	NO "	" "	"	$n\Delta t$ es	=	$(1-\boldsymbol{\lambda}\Delta t)^n$

Si $n\,\Delta t = t$, entonces $\Delta t = t/n$
la probabilidad de NO decaimiento en el intervalo t es:

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 - \frac{\lambda t}{n}\right)^n = e^{-\lambda t}$$ para un átomo.

Para N átomos, la probabilidad de NO decaimiento es:

$$N(t) = N(0)\; e^{-\lambda t} \qquad (1)$$

Ley de Desintegración Radiactiva

Actividad

Si tenemos N(0) átomos de una única sustancia radioactiva, y N(0) es un número muy grande, entonces N(t) será una variable continua.

La probabilidad de que decaiga un átomo es = λdt, entonces el incremento (negativo) de átomos en un tiempo dt está dado por:

$$-dN = N \, \lambda \, dt$$

e integrando dN/dt, llegamos a la ecuación (1)

ACTIVIDAD:

Es el número de desintegraciones por segundo de una muestra.

$$A = \lambda \, N$$

Reemplazando en la ecuación 1, $A(t) = A(0)\, e^{-\lambda t}$

Tiempos y Vidas

Definiciones

PERÍODO DE SEMIDESINTEGRACIÓN, $T_{1/2}$:

$T_{1/2}$ es el tiempo que tarda, en promedio, una sustancia radioactiva pura en reducir sus átomos (o su actividad) a la mitad del valor inicial.

De la ecuación 1,

$$\frac{N(0)}{2} = N(0)\, e^{-\lambda T_{1/2}} \quad \therefore \quad T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

$$\underset{\Downarrow \atop {}^{212}Po}{3.0\times10^{-7}\,s} \;\leq\; T_{1/2} \;\leq\; \underset{\Downarrow \atop {}^{232}Th}{1.4\times10^{10}\,\text{años}}$$

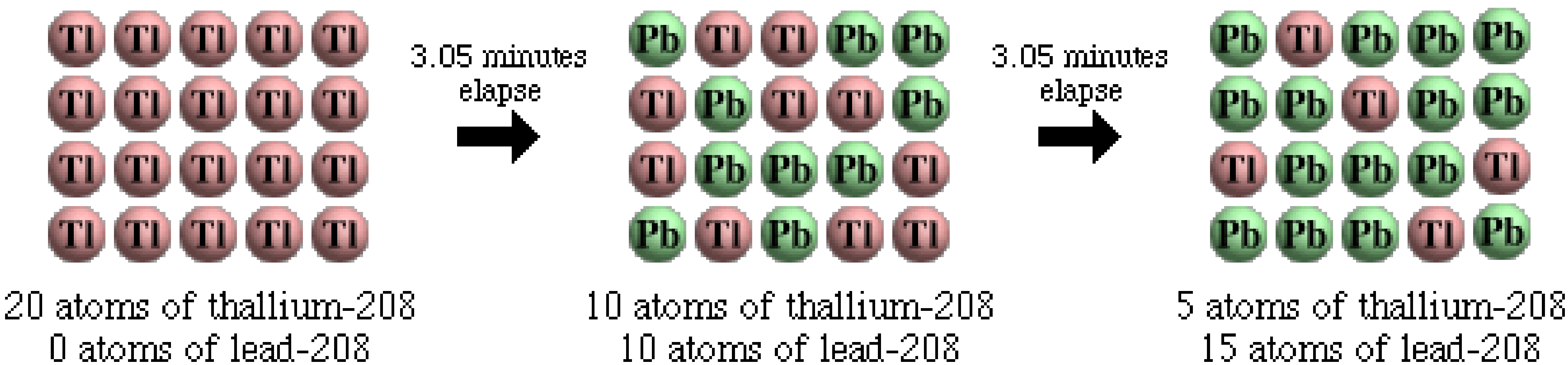
VIDA MITAD, τ (mean life):

Es el promedio de vida de todos los átomos. Se obtiene sumando la vida de todos y dividiendo por los átomos iniciales.

$$\tau = \lambda^{-1}$$

Es el tiempo necesario para que los átomos se reduzcan a 1/e (0.367…) de la cantidad inicial.

Thallium-208 decays into lead-208 with a half-life of 3.05 minutes



Tiempos y Vidas
Unidades

UNIDADES:

Bq: actividad de una muestra pura que tienen una velocidad media de decaimiento de 1 desintegración/seg.

Curie: 3.70×10^{10} Bq, abreviatura: *Ci*

μ*Ci*: 10^{-6} *Ci*. Fuentes que se utilizan para calibrar detectores de centelleo y estado sólido.

k*Ci*: 10^{3} *Ci*. Actividad de fuentes que se utilizan para radioterapia o radiografía industrial.

MCi: 10^{6} *Ci*. Actividades en unidades de irradiación (para esterilización)

Tiempos y Vidas

Constantes de Decaímiento Parciales

CONSTANTES DE DECAIMIENTO PARCIALES:

Existen nucleidos que pueden decaer siguiendo diferentes modos, por ejemplo ^{241}Am (α, β^-, β^+, γ, sf).

Si cada modo tiene probabilidades λ_1, λ_2, … λ_n, la probabilidad total está dada por

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n$$

Si pudiéramos estudiar la sustancia con un sistema de detección que "vea" un solo modo de decaimiento, caracterizado por λ_i,

$$A_i = \lambda_i N = \lambda_i N_0 e^{-\lambda t}$$

Mezclas Radiactivas

Actividad

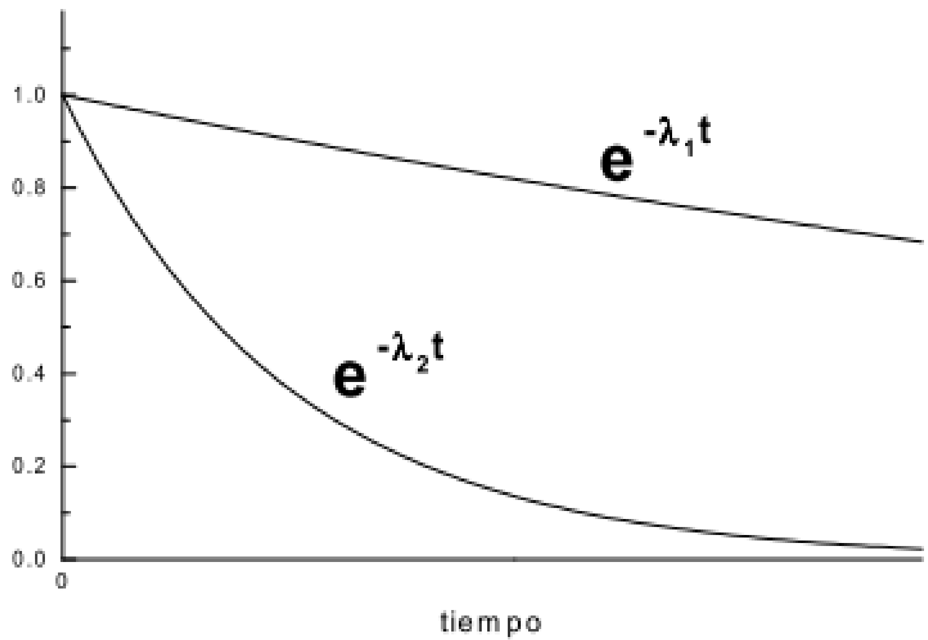
MEZCLA DE ACTIVIDADES INDEPENDIENTES

Si se tienen dos especies radioactivas 1 y 2 mezcladas, siempre el decaimiento será independiente del de la otra.

$$A=A_1+ A_2= c_1 \lambda_1 N_1 + c_2 \lambda_2 N_2$$

Siendo c_1 y c_2 la eficiencias de detección de cada una de las radiaciones. En forma general: $A=A_1+ A_2+\ldots+A_n$

La representación en papel logarítmico de una mezcla de dos componentes sería:



Mezclas Radiactivas

Cadenas

DESINTEGRACION EN CADENA:

Tenemos una cadena de desintegración cuando una sustancia radioactiva 1 decae en otra sustancia 2, que a su vez es radioactiva.

$$(1) \xrightarrow{\lambda_1} (2) \xrightarrow{\lambda_2}$$

La cantidad de sustancia (2) decrece por el decaimiento, pero crece por el decaimiento de la (1) con una tasa = $\lambda_1 N_1$, o sea:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 \qquad \text{y} \qquad \frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

si $\quad N_1(t=0) = N_1^0 \;$ y $\; N_2(t=0) = N_2^0$

$$N_1(t) = N_1^0\, e^{-\lambda_1 t} \qquad (2)$$

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) + N_2^0\, e^{-\lambda_2 t} \qquad (3)$$

De acuerdo a los distintos valores de λ podemos estudiar algunos casos de “equilibrio”.

Equilibrios Nucleares

No equilibrio

No Equilibrio

Si $T_1<T_2$, o sea $\lambda_1>\lambda_2$ La solución para $N_2^0 = 0$, era

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right).$$

Para t suficientemente grande, $e^{-\lambda_1 t} << e^{-\lambda_2 t}$, y en ese caso

$$\boxed{N_{2\infty} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_1^0 \, e^{-\lambda_2 t} \quad \therefore \quad A_{2\infty} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} A_1^0 \quad e^{-\lambda_2 t}}$$

Para tiempos grandes la hija decae con su propio periodo.

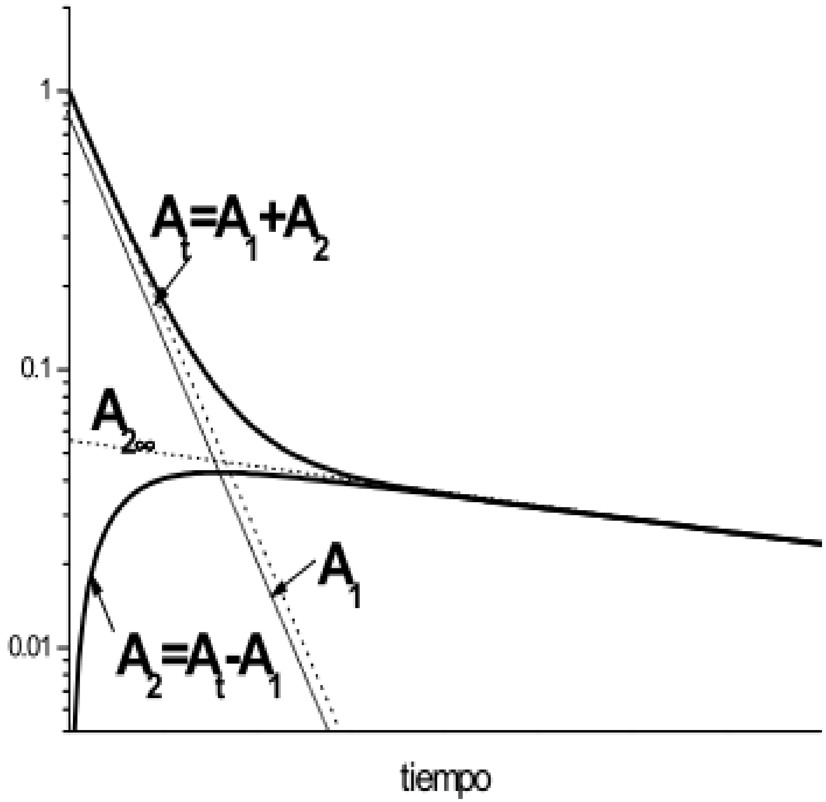
Como $A_1 = \lambda_1 N_1$ y $A_2 = \lambda_2 N_2$ tenemos

$$\boxed{A_2(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} A_1^0 \left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}\right)}$$

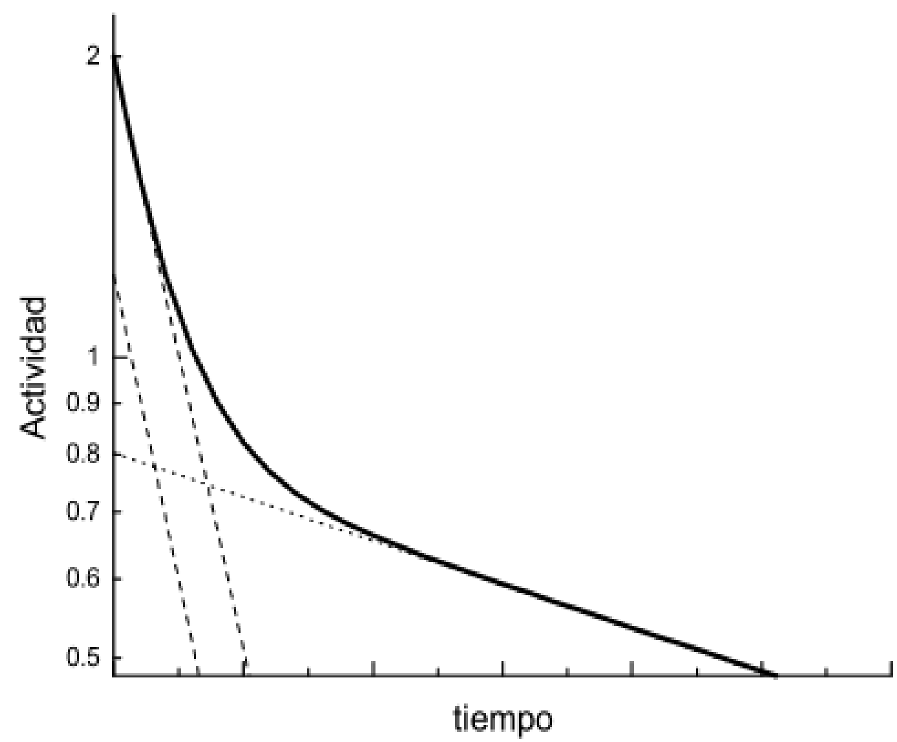
y la actividad total

$$\boxed{A_t = A_1 + A_2 = A_1^0 \; e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} A_1^0 \left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}\right)}$$

y la actividad A_t-$A_{2\infty}$ decae con el periodo de la madre.



1
0.1
0.01
$A_t=A_1+A_2$
$A_{2\infty}$
A_1
$A_2=A_t-A_1$
tiempo



Actividad
2
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
tiempo

Equilibrios Nucleares

Transitorio

Equilibrio Transitorio (e.t.):

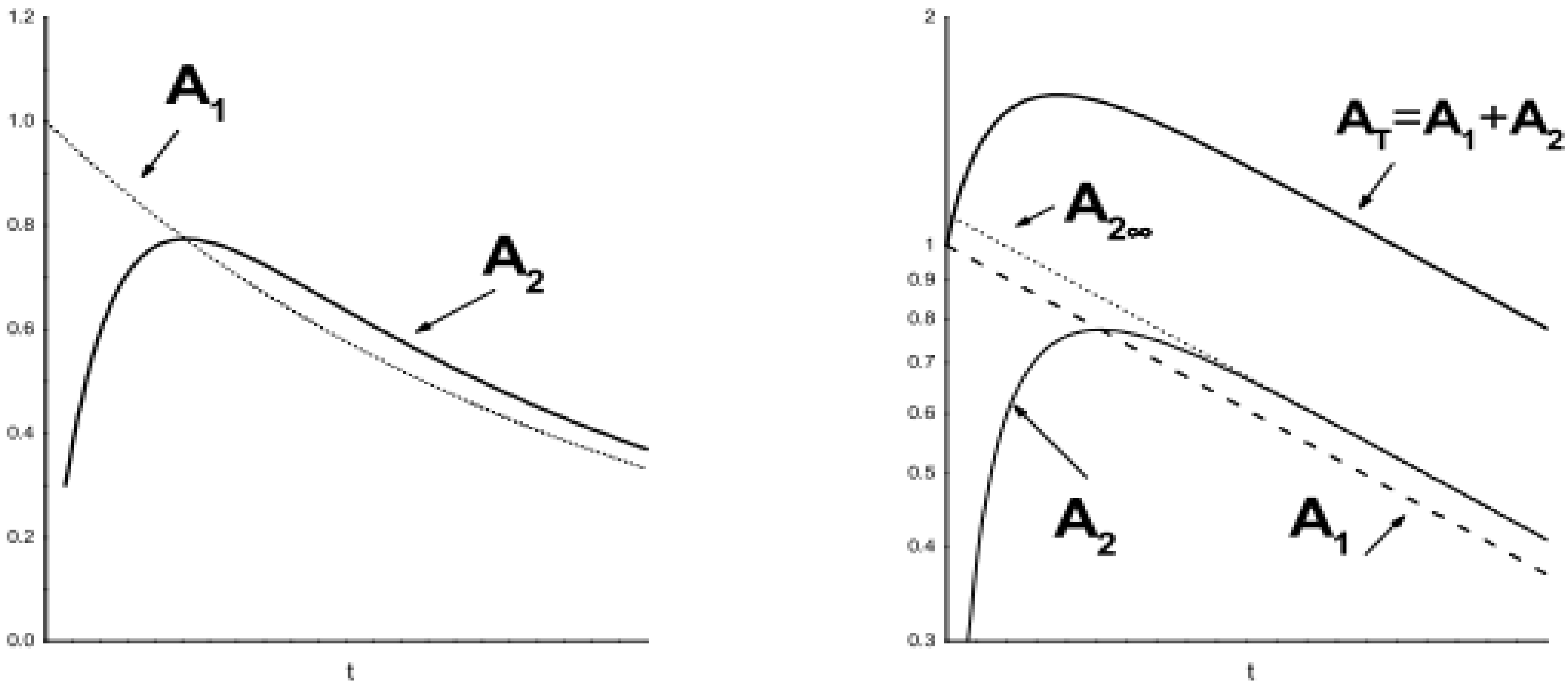
Es cuando $T_1 > T_2$, o sea $\lambda_1 < \lambda_2$. Si $N_2^0 = 0$, entonces

$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$. Para t suficientemente grande, $e^{-\lambda_2 t} << e^{-\lambda_1 t}$, y en ese caso

$$\boxed{N_{2\infty} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0\, e^{-\lambda_1 t} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1 \qquad \therefore \qquad \frac{N_1}{N_{2\infty}} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1}}$$

Como $A_1 = \lambda_1 N_1$ y $A_2 = \lambda_2 N_2$ tenemos

$$A_2(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} A_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) \qquad \text{y} \qquad A_{2\infty} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} A_1$$



1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
A_1
A_2
t
2
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
$A_T=A_1+A_2$
$A_{2\infty}$
A_2
A_1
t

Equilibrios Nucleares

Secular

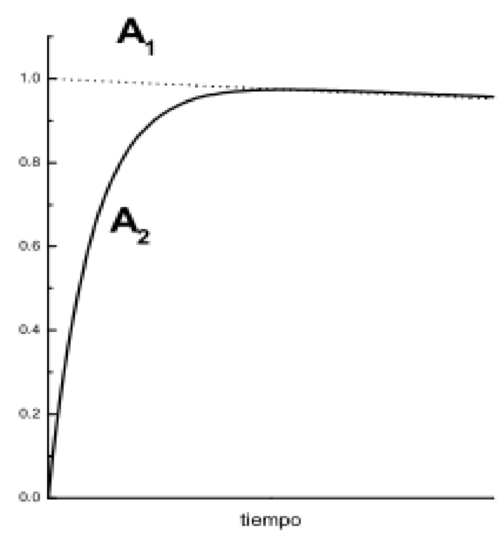
Caso particular de E.T.: Equilibrio secular

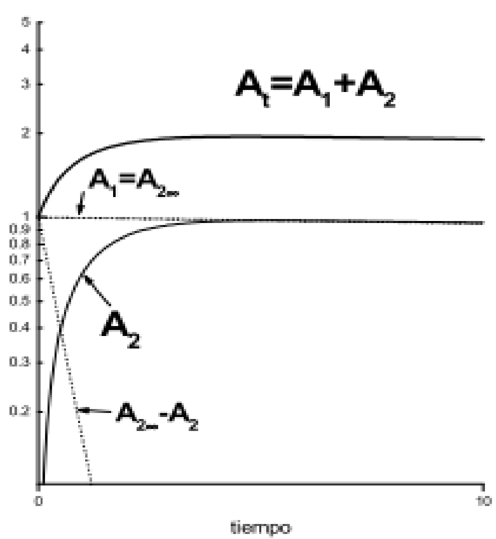
Es el caso para el cual cuando $T_1 >> T_2$, o sea $\lambda_1 << \lambda_2$.

Para t suficientemente grande, $e^{-\lambda_2 t} <<< e^{-\lambda_1 t}$, y en ese caso

$$\boxed{A_{2\infty} = \frac{1}{1-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} A_1^0 \; e^{-\lambda_1 t} \cong A_1^0 \; e^{-\lambda_1 t} = A_1 \quad \therefore \quad A_{2\infty} = A_1}$$

Para tiempos suficientemente grandes y $t_{observación} << T_{1/2}$, $A_1 = A_2$.





Equilibrios Nucleares

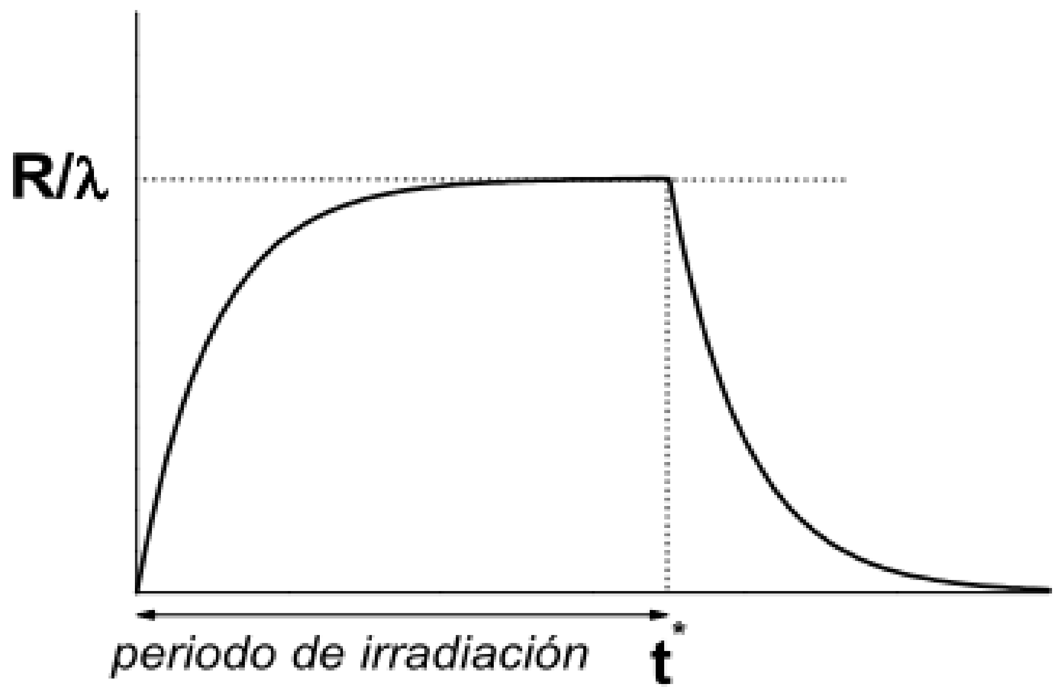
Activación Artificial

También hay equilibrio secular cuando una sustancia radioactiva se forma a velocidad constante, al bombardear con partículas cargadas o neutrones por ejemplo.

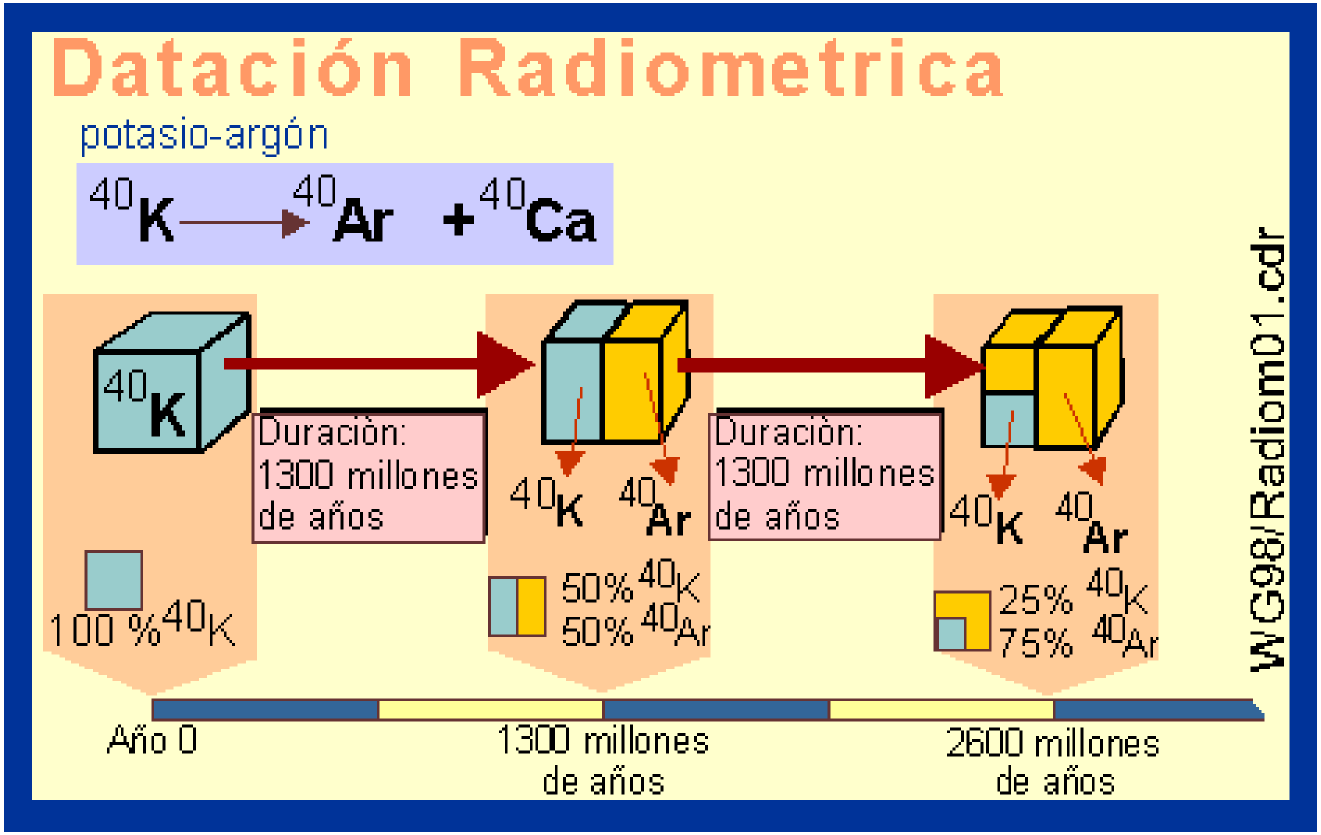
Si R es el número de núcleos radioactivos que se forman por unidad de tiempo, tenemos:

$$\frac{dN}{dt} = R - \lambda N \qquad \text{y la solución es:} \qquad \boxed{N = \frac{R}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right) + N^0 e^{-\lambda t}}$$

Si $N^0=0$, la curva es:



¿Como sabemos hace cuanto vivieron los dinosaurios?



Parent	Half-life (10^9 yrs)	Daughter	Materials Dated
^{235}U	0.704	^{207}Pb	Zircon, uraninite, pitchblende
^{40}K	1.251	^{40}Ar	Muscovite, biotite, hornblende, volcanic rock, glauconite, K-feldspar
^{238}U	4.468	^{206}Pb	Zircon, uraninite, pitchblende
^{87}Rb	48.8	^{87}Sr	K-micas, K-feldspars, biotite, metamorphic rock, glauconite

Fechado Radiactivo

Actividad

El ^{238}U tiene $T_{1/2}=4.5\times10^{9}$ años. En su cadena de decaimiento le sigue el ^{234}U con 2.5×10^{5} años, y los demás, hasta llegar al ^{206}Pb (estable) son menores.

Después de 1 billón de años, los únicos elementos presentes con concentración apreciable serán el ^{238}U y el ^{206}Pb, entonces la ecuación que teníamos:

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$ pasa a ser (con $\lambda_2=0$)

$$N_{Pb} = N_U^0 \left(1 - e^{-\lambda_U t}\right)$$

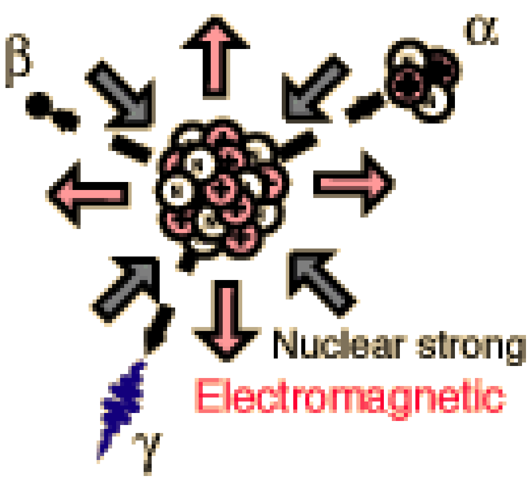
Si en un material geológico que contiene ^{238}U se encuentra ^{206}Pb, no hay razón fuerte para creer que no están relacionados, entonces:

$$N_{Pb} + N_U = N_U^0 \qquad \therefore \qquad N_{Pb} = (N_{Pb} + N_U)\left(1 - e^{-\lambda_U t}\right)$$

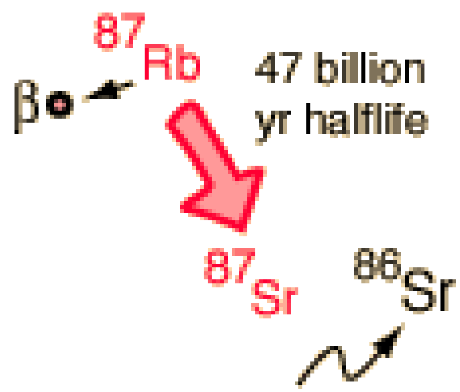
$$\boxed{t = \frac{1}{\lambda_U} \ln\left(\frac{N_{Pb} + N_U}{N_U}\right) = \frac{1}{\lambda_U} \ln\left(1 + \frac{N_{Pb}}{N_U}\right)}$$

Pb/U en rocas terrestes viejas $\rightarrow 3.0\times10^{9}$ años (corteza)

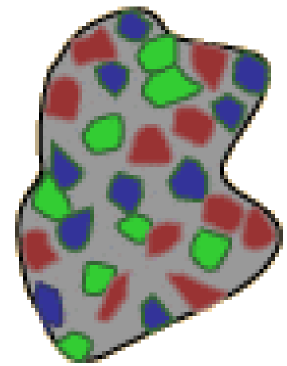
Pb/U en meteoritos viejos $\rightarrow 4.5\times10^{9}$ años (formación de la Tierra)

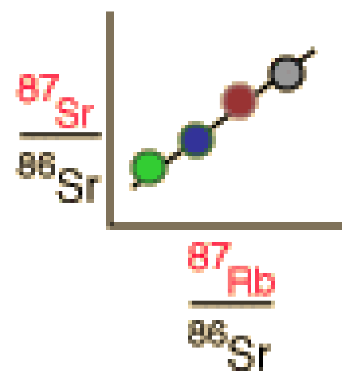


Radioactive decay provides a clock determined by the delicate balance of the two strongest forces known, at a scale inaccessible to ordinary chemical or orther natural intervention.

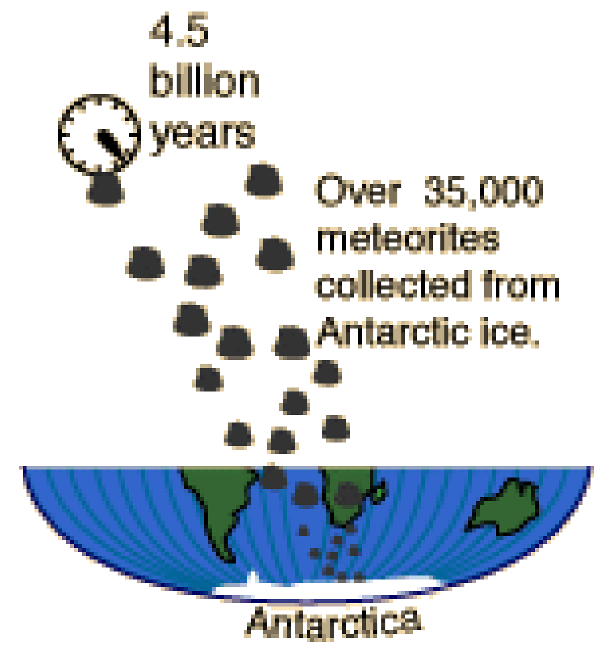


Measuring mother and daughter concentrations gives a time, but depends on initial concentrations. Reference to an isotope that is not from radioactive decay allows one to correct for the initial concentrations.





"Whole rock isochrons" are curves plotted for the different minerals that crystallized together. The slope provides an age independent of initial concentrations.



Such radioactive dating of the abundant and relatively unweathered Antarctic meteorites gives consistent dates of solidification about 4.5 billion years ago.

Otros nuclidos usados:

$$^{40}K \xrightarrow{\beta^+ \quad T_{1/2}=1.28\times10^9 \text{ años}} {}^{40}Ar$$

$$^{87}Rb \xrightarrow{\beta^- \quad T_{1/2}=4.8\times10^{10} \text{ años}} {}^{87}Sr$$

$$^{238}U \rightarrow \underset{\text{gas}}{^{222}Rn} \xrightarrow{\alpha,\beta^- \ldots T_{1/2MAX}=3.8\text{ d}} \underset{22.3\text{ años}}{^{210}Pb}$$

^{14}C: FECHADO ARQUEOLÓGICO:

El ^{14}C en la atmósfera se forma por reacciones:

$$^{14}N+{}^{1}n\rightarrow{}^{14}C+{}^{1}p$$

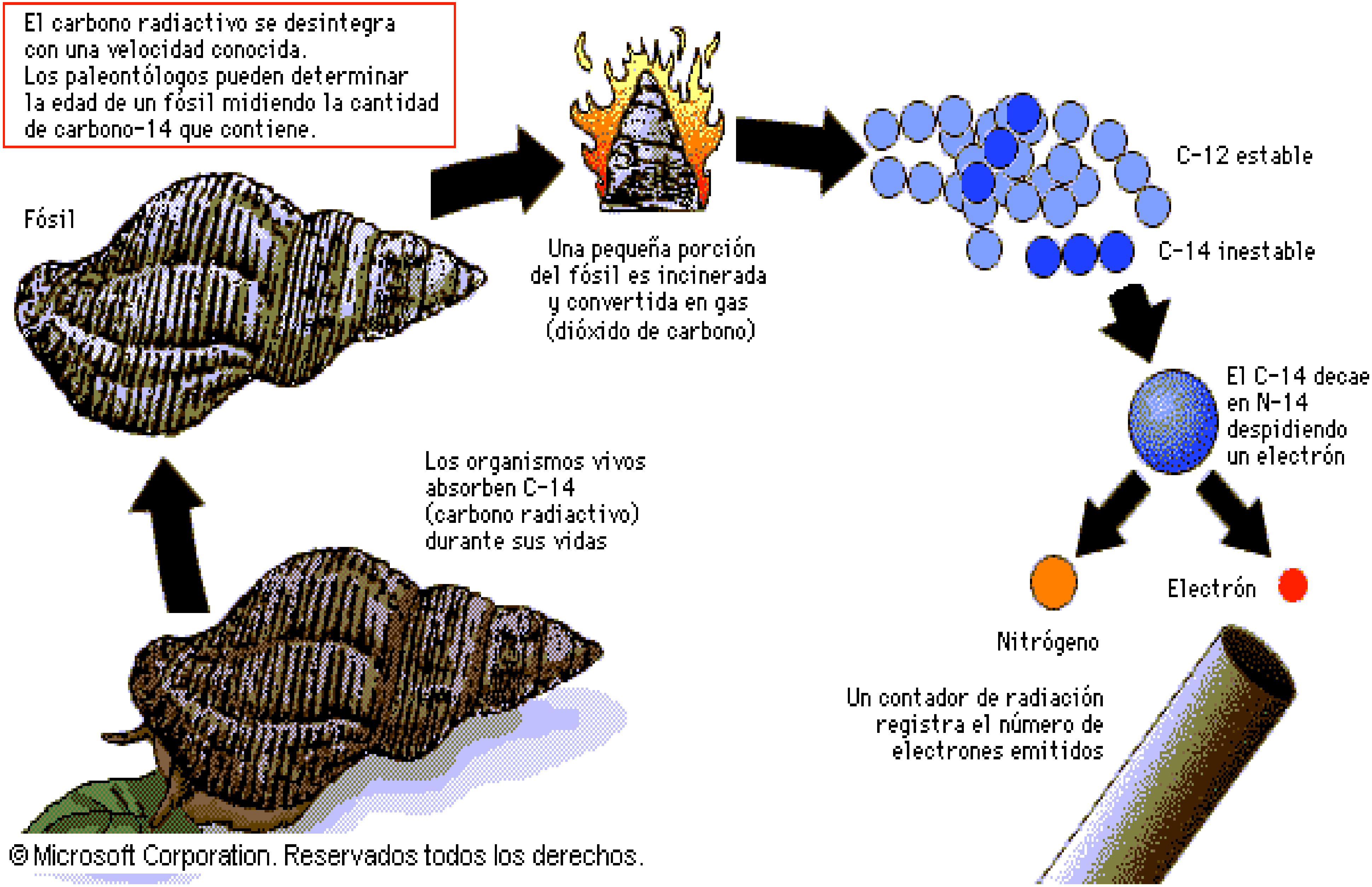
$$^{14}C \xrightarrow{\beta^- \quad T_{1/2}=5730 \text{ años}} {}^{14}N$$

La relación $^{12}C/^{14}C$ en la atmósfera es $\sim10^{12}$

En un especimen vivo, la actividad específica de equilibrio del ^{14}C es $A_0=15$ Bq/g

$$A(t) = A^0\, e^{-\lambda\, t} \quad \therefore \quad t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

Si A=10 Bq/g, t = 3352 años



© Microsoft Corporation. Reservados todos los derechos.

Conclusiones

Cinética Nuclear

Para comprender el comportamiento en el tiempo de los decaimientos nucleares se utilizan modelos matemáticos a partir de un conjunto de supuestos probabilistas.

La ley de desintegración radiactiva permite conocer la cantidad de muestra activa en un determinado momento. Dependiendo de las especies que se forman pueden haber equilibrios (transitorios, seculares) o no-equilibrios.

Una aplicación directa de la cinética nuclear son los métodos de datación isótopica, donde ciertos nuclidos de ciertos elementos son cuántificados. Esta técnica es utilizada en minería, geología, arqueología y botánica.