



Decaímento β

Química Nuclear

Decaimiento β

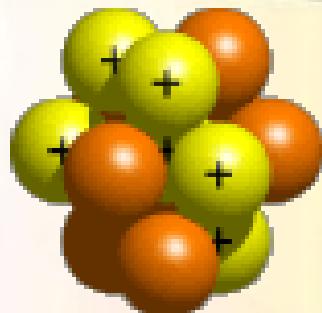
Introducción

- Manifestación de la interacción débil (responsable de interacción de leptones)
- Presenta tres variantes: β^+ , β^- y Captura electrónica (C.E.)

tipo	proceso	Ejemplos
β^-	$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ (Rutherford, 1898)	$^{23}Ne \rightarrow ^{23}Na + e^- + \bar{\nu}_e$
β^+	${}^n p'' \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ (Joliot-Curie, 1934)	$^{25}Al \rightarrow ^{25}Mg + e^+ + \nu_e$
CE	$p + e^- \rightarrow n + \nu_e$ (L. Alvarez, 1938)	$^{41}Ca + e^- \rightarrow ^{41}K + \nu_e$

Beta-minus Decay

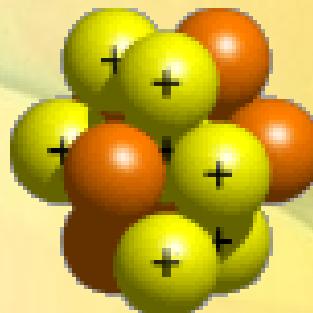
Carbon-14



6 protons
8 neutrons

β^-

Nitrogen-14



7 protons
7 neutrons

Antineutrino



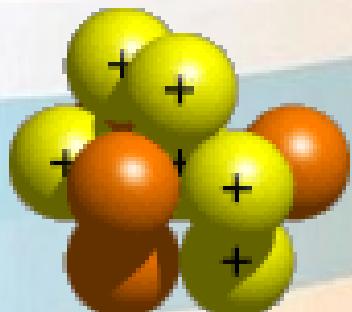
+

Electron



Beta-plus Decay

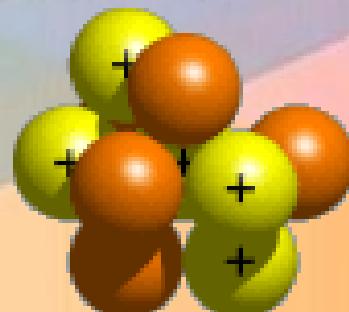
Carbon-10



6 protons
4 neutrons

β^+

Boron-10



5 protons
5 neutrons

Neutrino



+

Positron



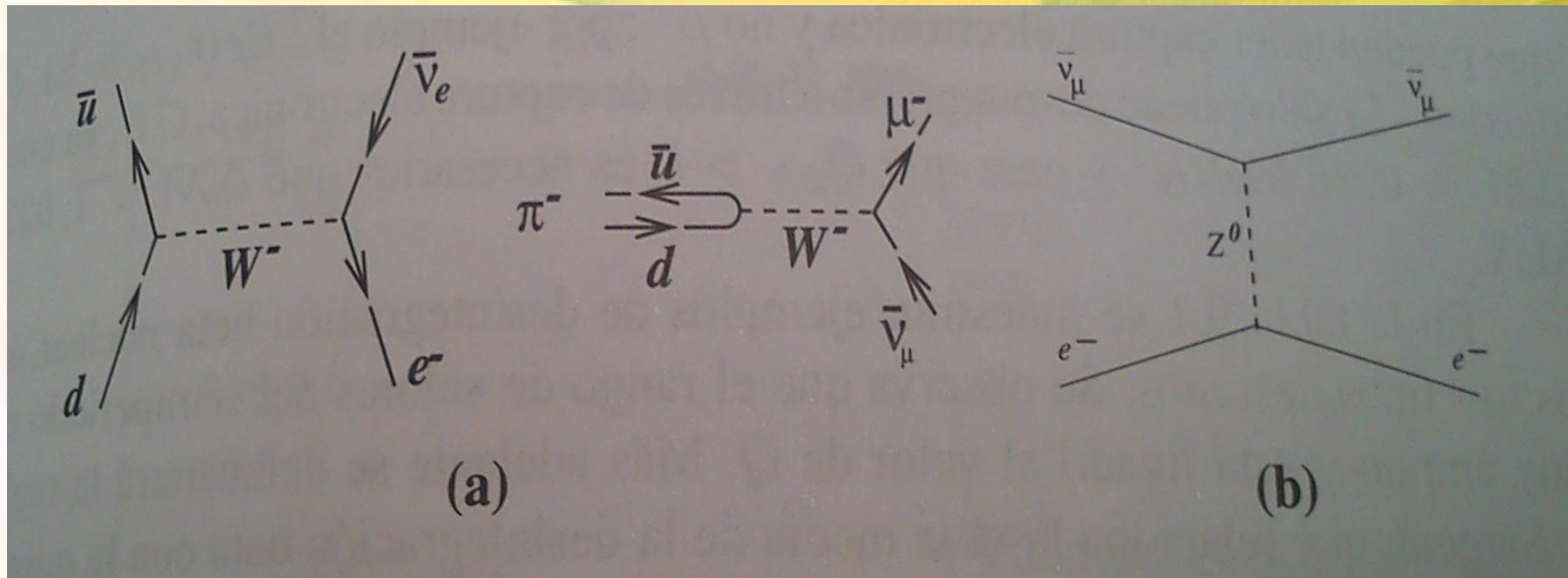


Figura 9.2: a) Diagramas de Feynman para la desintegración β^- del quark d ($d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$), que explica la desintegración β del neutrón, y del pión ($\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$) y b) Diagrama de intercambio del Z^0 .

Neutrinos

Introducción

Se observa la aparición de neutrinos como producto de la reacción nuclear.

El **neutrino** es una partícula con masa nula y espín $\frac{1}{2}$ (Motivo: conservación del momento angular total). Fue descubierto al estudiar el decaimiento beta de neutrones en 1930.



Existen tres tipos de neutrinos asociados a cada una de las familias leptónicas (o sabores): neutrino electrónico (ν_e), neutrino muónico (ν_μ) y neutrino tauónico (ν_τ) más sus respectivas antipartículas.

Los neutrinos pasan de unos a otros por el proceso de oscilación de neutrinos, cambiando así su sabor.

Se pueden detectar los neutrinos por medio del efecto Cherenkov

Recordar que los neutrinos se interconvierten y explican la materia oscura.

Interacción débil

Introducción

La interacción débil está mediada por los bosones intermediario W^{+-} ($80,42 \pm 0,04 \text{ GeV}/c^2$) y Z° ($91,188 \pm 0,002 \text{ GeV}/c^2$)

Los procesos de interacción débil se clasifican como puramente leptónicos, semileptónicos y no leptónicos. El decaimiento Beta es un proceso puramente leptónico.

Para estos procesos se postulo primeramente que la constante de acoplamiento era la misma en todos los procesos (hipótesis de Universalidad), donde la constante de Fermi

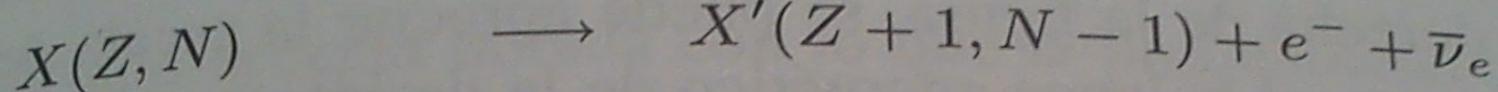
$$G_F = 1,166 \times 10^{-11} (hc/2\pi)^3 \text{ MeV}^{-2}$$

La teoría de Fermi asume como una interacción puntual la interacción débil, cuya intensidad viene cuantificada por la constante de Fermi. La intensidad de la perturbaciones es una pequeña al compararse con los estados estacionarios nucleares

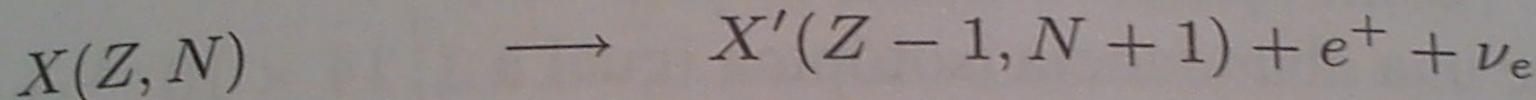
Aplicando la teoría de perturbaciones se amplia la teoría de Fermi y se construye la teoría V – A que explica razonablemente los resultados de las desintegraciones beta.

Balance energético

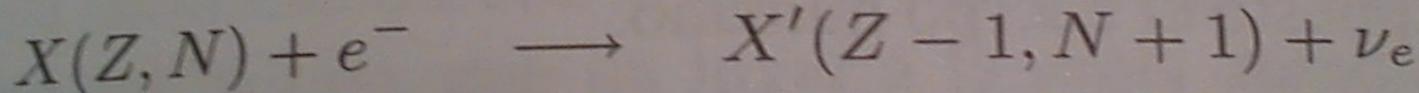
Introducción



$$Q_{\beta^-} = \left[\mathcal{M}(Z, N) - \mathcal{M}(Z + 1, N - 1) \right] c^2$$



$$Q_{\beta^+} = \left[\mathcal{M}(Z, N) - \mathcal{M}(Z - 1, N + 1) \right] c^2 - 2m_e c^2$$

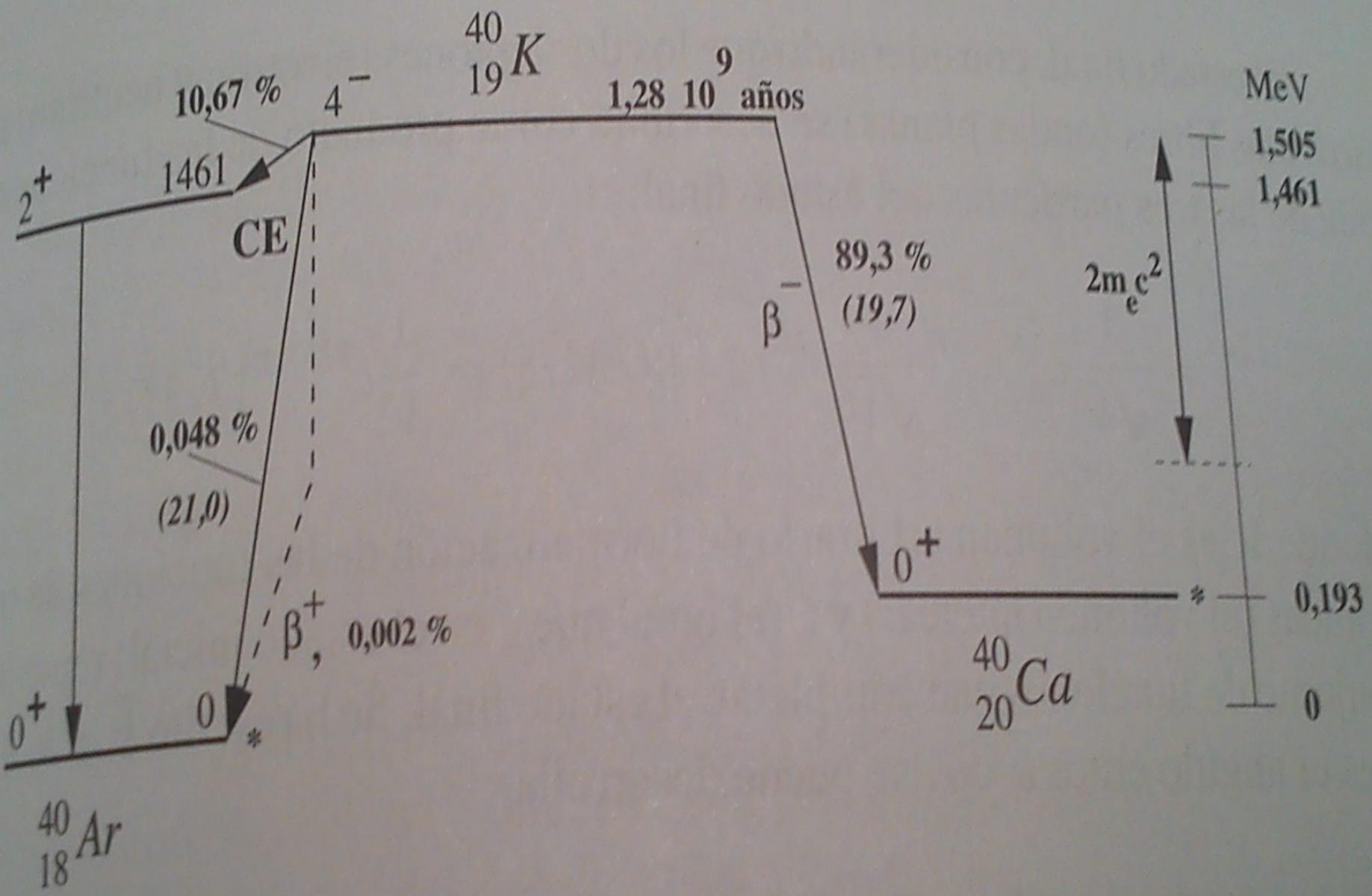


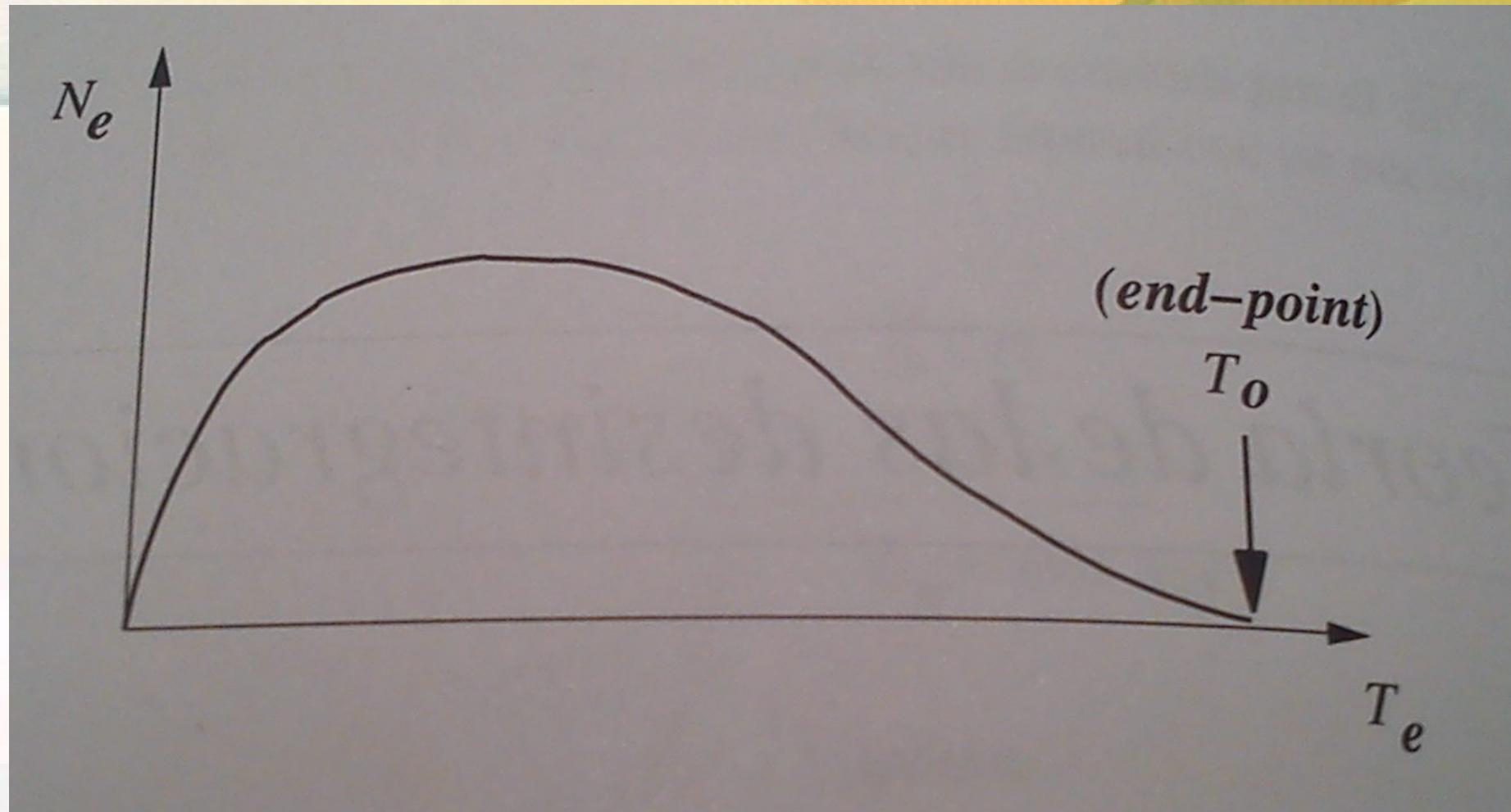
$$Q_{CE} = \left[\mathcal{M}(Z, N) - \mathcal{M}(Z - 1, N + 1) \right] c^2 - B_e$$

TABLA 9.1: Ejemplos típicos de procesos de desintegración beta nuclear.

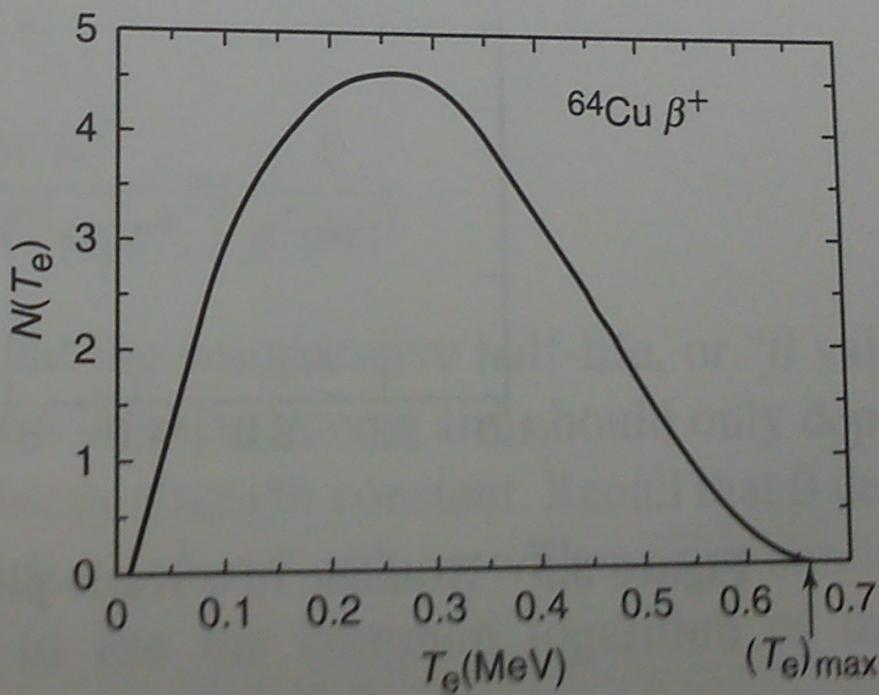
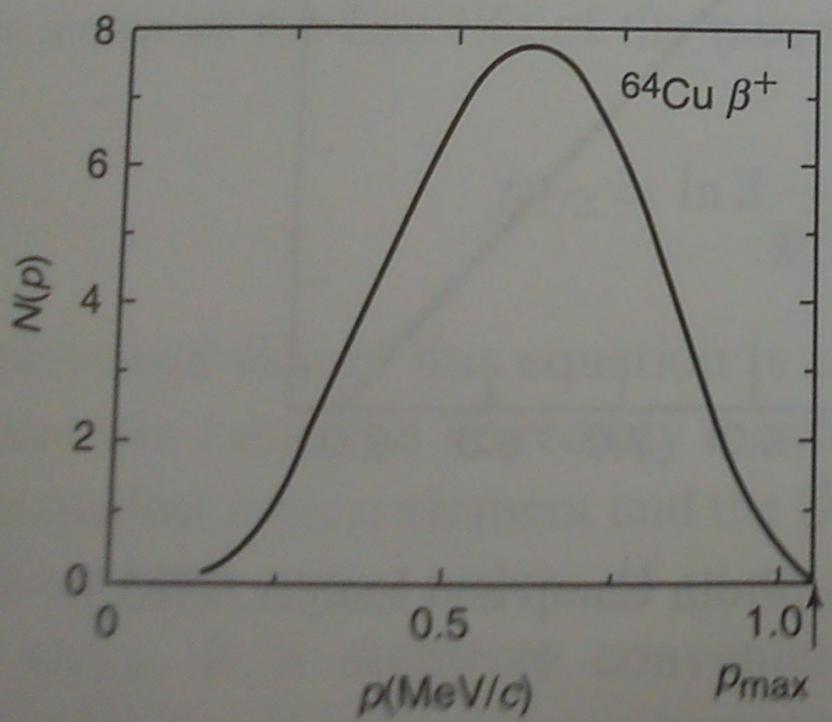
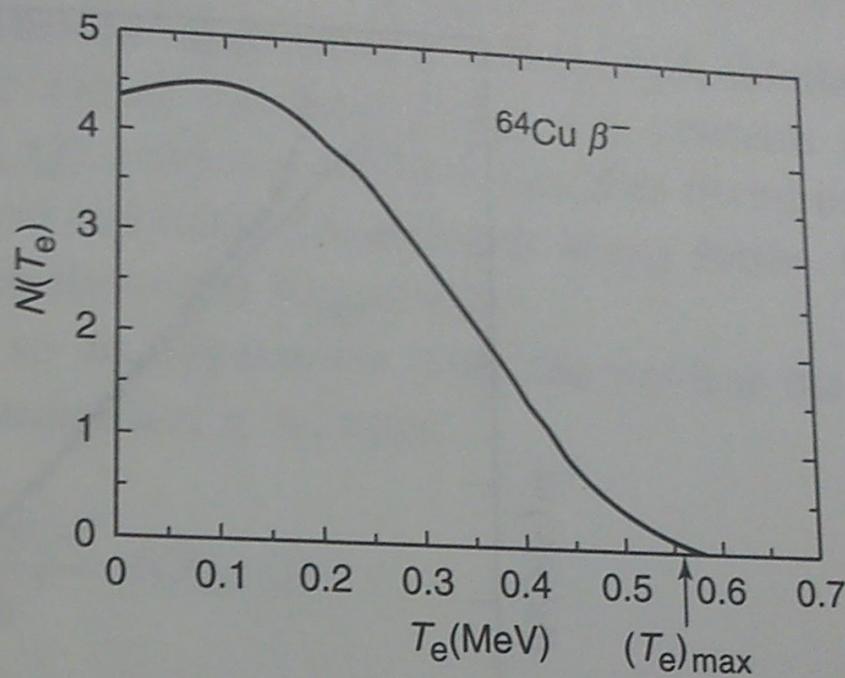
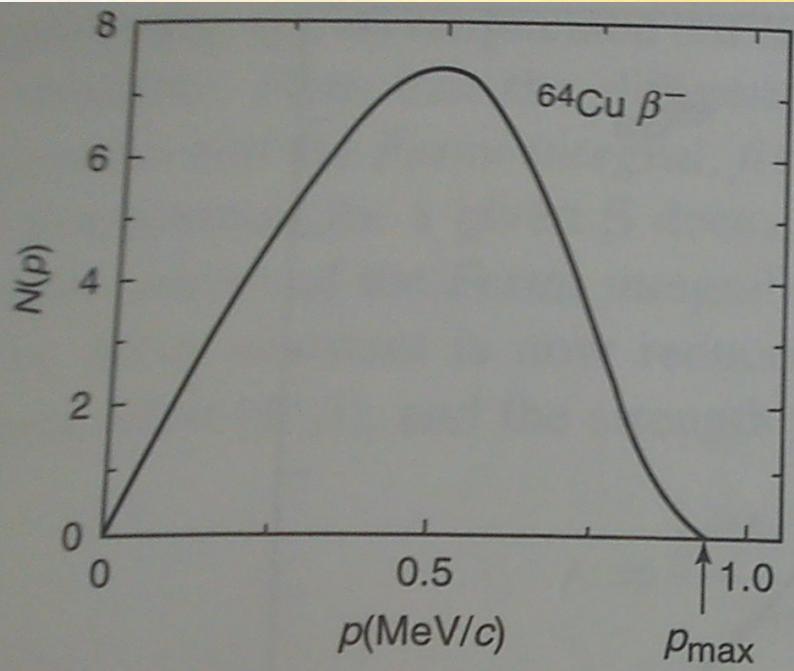
Desintegración		tipo	$Q(\text{MeV})$	$t_{1/2}$
$^{23}\text{Ne} \rightarrow ^{23}\text{Na} + e^- + \bar{\nu}_e$		β^-	4,38	37,2 s.
$^{99}\text{Tc} \rightarrow ^{99}\text{Ru} + e^- + \bar{\nu}_e$		β^-	0,29	$2,1 \times 10^5$ años
$^{25}\text{Al} \rightarrow ^{25}\text{Mg} + e^+ + \nu_e$		β^+	3,26	7,2 s.
$^{124}\text{I} \rightarrow ^{124}\text{Te} + e^+ + \nu_e$		β^+	2,14	4,2 días
$^{15}\text{O} + e^- \rightarrow ^{15}\text{N} + \nu_e$		CE	2,75	122 s.
$^{41}\text{Ca} + e^- \rightarrow ^{41}\text{K} + \nu_e$		CE	0,42	$1,0 \times 10^5$ años

- $$\begin{aligned} Q &= (m_n - m_p - m_e - m_{v^*e}) c^2 \\ &= T_p + T_e + T_{v^*e} \end{aligned}$$
- Si se asume que $m_v = 0 \Rightarrow T_p \sim 300 \text{ eV}$
- $Q = T_e + T_{v^*e} = 0,782 \text{ MeV}$
- $T_0 = (T_e)_{\max} = Q$
- Siendo Q la magnitud fija del valor máximo (end-point) de la energía cinética del e-





- Espectro energético de e- emitidos en la desintegración beta de los núcleos. La energía cinética máxima se conoce como punto final (end-point) del espectro



Probabilidad de desintegración

Fenomeno

- El Hamiltoniano del sistema corresponde a:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H' | i \rangle|^2 \rho(E_f)$$

- $H = H_o + H'$. H_o representa el estado estacionario nuclear y H' la perturbación del sistema.
- La primera parte del hamiltoniano se denomina matriz nuclear y $\rho(E_f)$ recibe el nombre de espacio físico.
- A modo general, a medida que I se haga mayor, la probabilidad de transición disminuirá aprox. 10^{-2I} , es decir, dará espacio a $t^{1/2}$ cada vez mayores.

- El límite relativista del Hamiltoniano es:

$$H' = \mathcal{O}_{\lambda\mu} = \sum_{j=1}^A \{ G_V \tau_{\mp}(j) + G_A \sigma(j) \tau_{\pm}(j) \}$$

- Lo que descubre dos términos nuevos para la interacción puntual nuclear débil:
 - G_V : Vectorial, describe la transición del neutrón al protón ($\lambda=0$)
 - G_A : Vector axial, operador de espín y τF ($\lambda=1$)
 - $\mathcal{O}_{\lambda m}$ es un tensor esférico de rango λ (m indica que puede tomar valores de $2\lambda+1, \lambda, \lambda-1, -\lambda$)

Usando Aproximación:

$$H'_{fi} = \langle J_f M_f \xi | \sum_{j=1}^A \{ G_V \tau_V(j) + G_A \sigma(j) \} r_V(j) \rangle - \frac{1}{V} (1 + ikr \cos \theta + \dots) \langle J_i M_i \zeta \rangle$$

Simplificando

$$\begin{aligned} H'_{fi} &\approx G_V \sum_{\mu M_f} \frac{1}{V} \left\{ \langle J_f M_f \xi | \mathcal{O}_{\lambda \mu} | J_i M_i \zeta \rangle \right\} = \\ &= G_V \sum_{\mu M_f} \frac{1}{V} \left\{ \langle J_f M_f \xi | \sum_{j=1}^A \tau_V(j) | J_i M_i \zeta \rangle + \right. \\ &\quad \left. + g_A \langle J_f M_f \xi | \sum_{j=1}^A \sigma(j) \tau_V(j) | J_i M_i \zeta \rangle \right\} = \\ &= \frac{G_V}{V} \left\{ \sum_{M_f} \langle J_f M_f \xi | \sum_{j=1}^A \tau_V(j) | J_i M_i \zeta \rangle + \right. \\ &\quad \left. + g_A \sum_{\mu M_f} \langle J_f M_f \xi | \sum_{j=1}^A \sigma(j) \tau_V(j) | J_i M_i \zeta \rangle \right\} \end{aligned}$$

Se reconocen dos tipos de transiciones: Gamow-Teller y Fermi. Las Gamow-Teller se cuantifican con g_a , que corresponde a $g_a = G_a/G_V$, en conclusión:

$$|H'_{fi}|^2 = G_V^2 \{ \langle F \rangle^2 + g_a^2 \langle GT \rangle^2 \}$$

Gráfico de Kurie

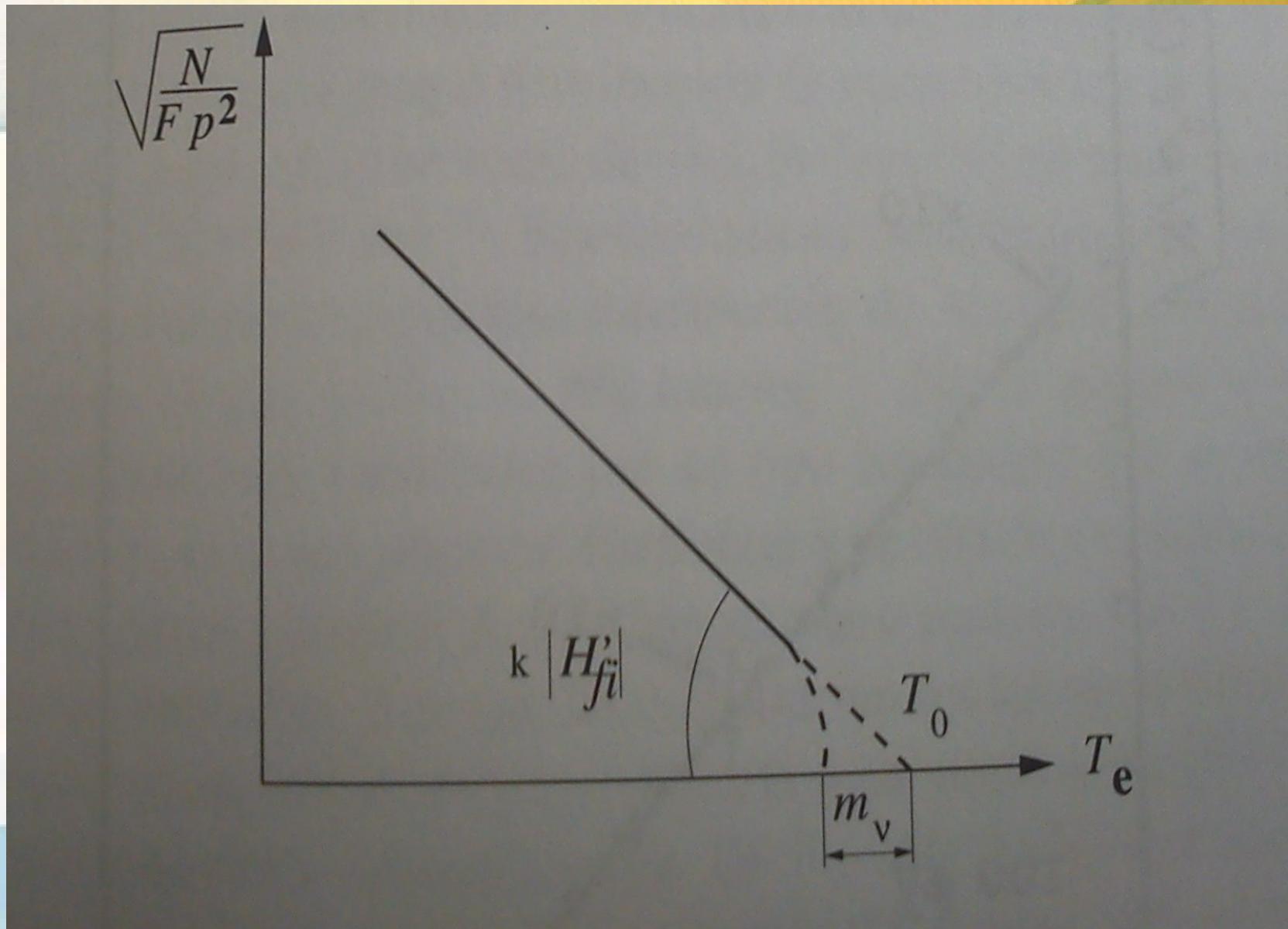
Aplicación

Suponiendo que:

- a) que $|H'f|$ es constante e independiente de T_e
- b) que sucede en las desintegraciones permitidas
- c) Que la masa del neutrino es despreciable

Con esto se puede predecir el espectro beta. La distribución del número de e^- en $f(x)$ de su momento

$$N' = \sqrt{\frac{N(p_e)}{p^2 F}}$$



El end point es máxima energía cinética de la emisión beta. Masa del neutrino en reposo es $m = (0 +/ - 13 \text{ MeV}/c^2)$. La resolución experimental modifica el diagrama de Kurie

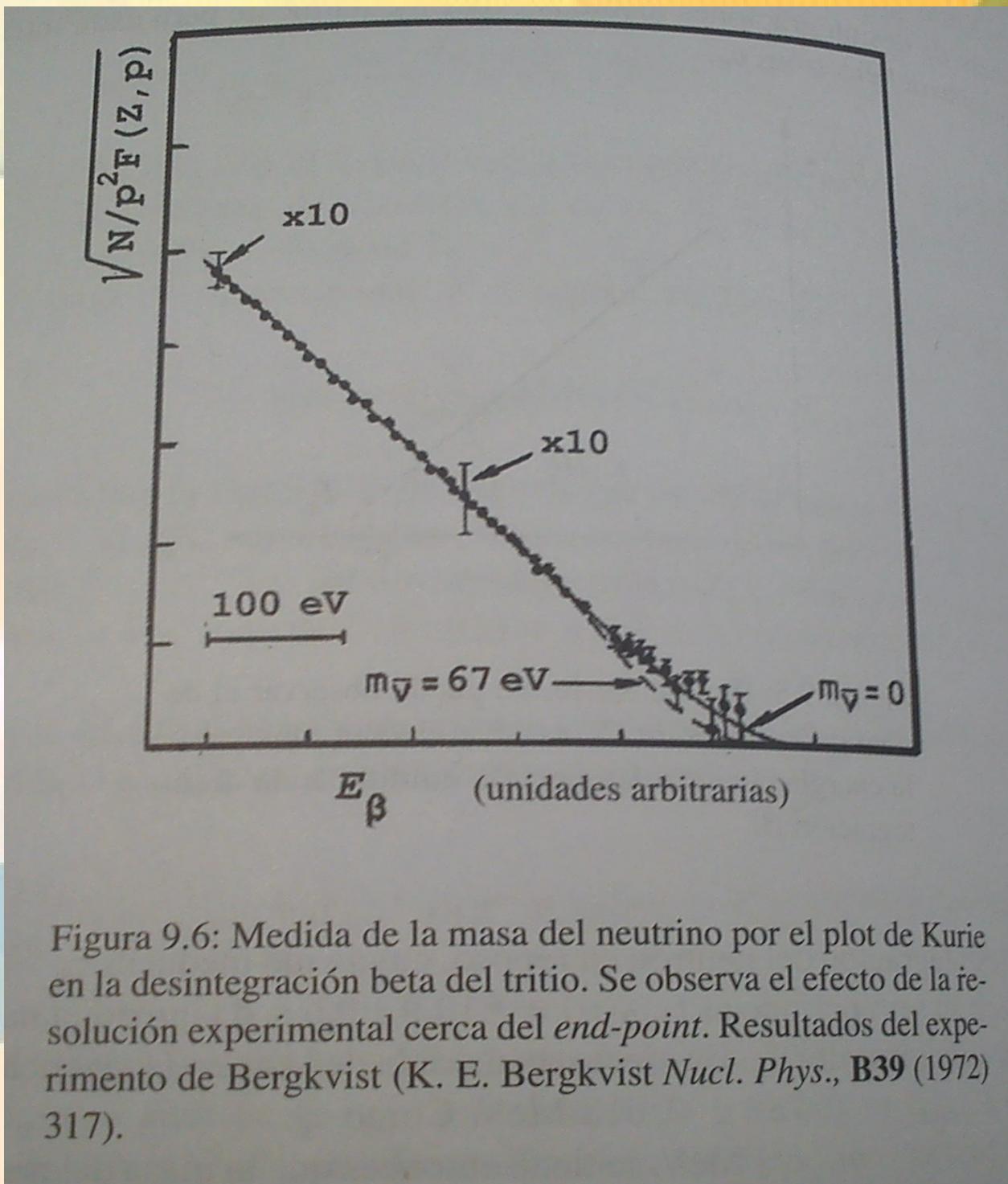


Figura 9.6: Medida de la masa del neutrino por el plot de Kurie en la desintegración beta del tritio. Se observa el efecto de la resolución experimental cerca del *end-point*. Resultados del experimento de Bergkvist (K. E. Bergqvist *Nucl. Phys.*, **B39** (1972) 317).

Semivida comparativa

Concepto

$$\lambda = \int_0^{p_{max}} \frac{d\lambda}{dp_e} dp_e = k_1 f(Z', T_0) |H'_{f_k}|^2$$

Se toma en cuenta: 1º termino de fermi ; Que no hay leptones; Se supone que F es constante e igual a 1; burdamente suponemos que $T_e \gg mc^2$

$$\int_0^{p_{max}} p_e^2 (T_0 - T_e)^2 dp_e = \frac{1}{30} \left(\frac{T_0}{m_e c^2} \right)^5$$

Regla de Sargent

Fenomeno

$$\lambda = \frac{G_V^2 |M|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \frac{T_0^5}{30}$$

Usada en transiciones permitidas y superpermitidas. Da la dependencia de I según la potencia 5 del valor máximo de energía del electrón. Se utiliza para determinar Gv

- Se define como **semivida comparativa**

$$ft_{1/2} = f(Z', T_0) t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k_1 |H'_{fi}|^2}$$

Cantidad más representativa para estudiar los decaimiento beta, inversamente proporcional al elemento de matriz nuclear

$$\ln 2/K = 1,23 \times 10^{-120} \text{ J}^2\text{m}^6\text{s}$$

Captura electrónica

Fenomeno

Permite clasificar desintegración prohibida y permitida. Para calcular CE habrá que considerar. Solo se emite una particula en estado final (ne) La densidad de los estados finales estan dados por:

$$\lambda_{CE} = G_V^2 |M_{fi}|^2 |\Psi_K(0)|^2 Q_{CE}^2$$

El elemento de matriz es idéntico al de desintegración b

Habrá que incluir probabilidades probabilidad $|y_k(0)|^2$ de un electrón de la capa k se encuentra en el núcleo ($r \sim 0$)

$$\lambda_{CE} = \frac{G_V^2}{2\pi^3} |M_{fi}|^2 \frac{2\pi m_e}{ch^4} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^3 Q_{CE}^2$$

Reglas de selección

Fundamento

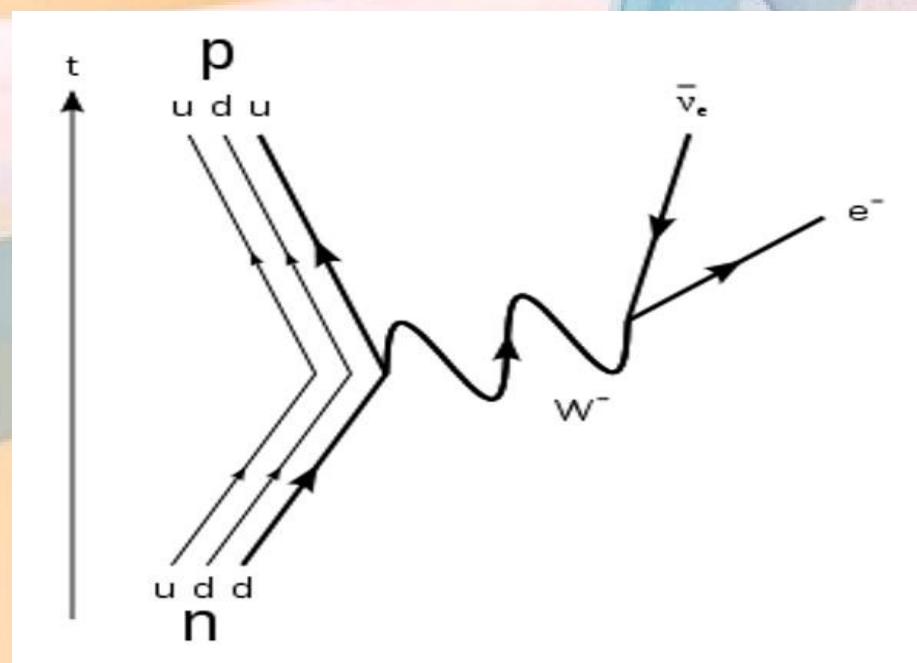
Están presentes los principios de conservación del momento angular y de la paridad. Hamiltoniano es:

$$|H'_{fd}|^2 = \sum_{m,M_f} |Kf|\Omega_{l,m}(\beta)|\alpha\rangle|^2$$

Donde I de hamiltoniano clasifica como I = 0 permitido y I != 0 prohibido

Violación de la Paridad

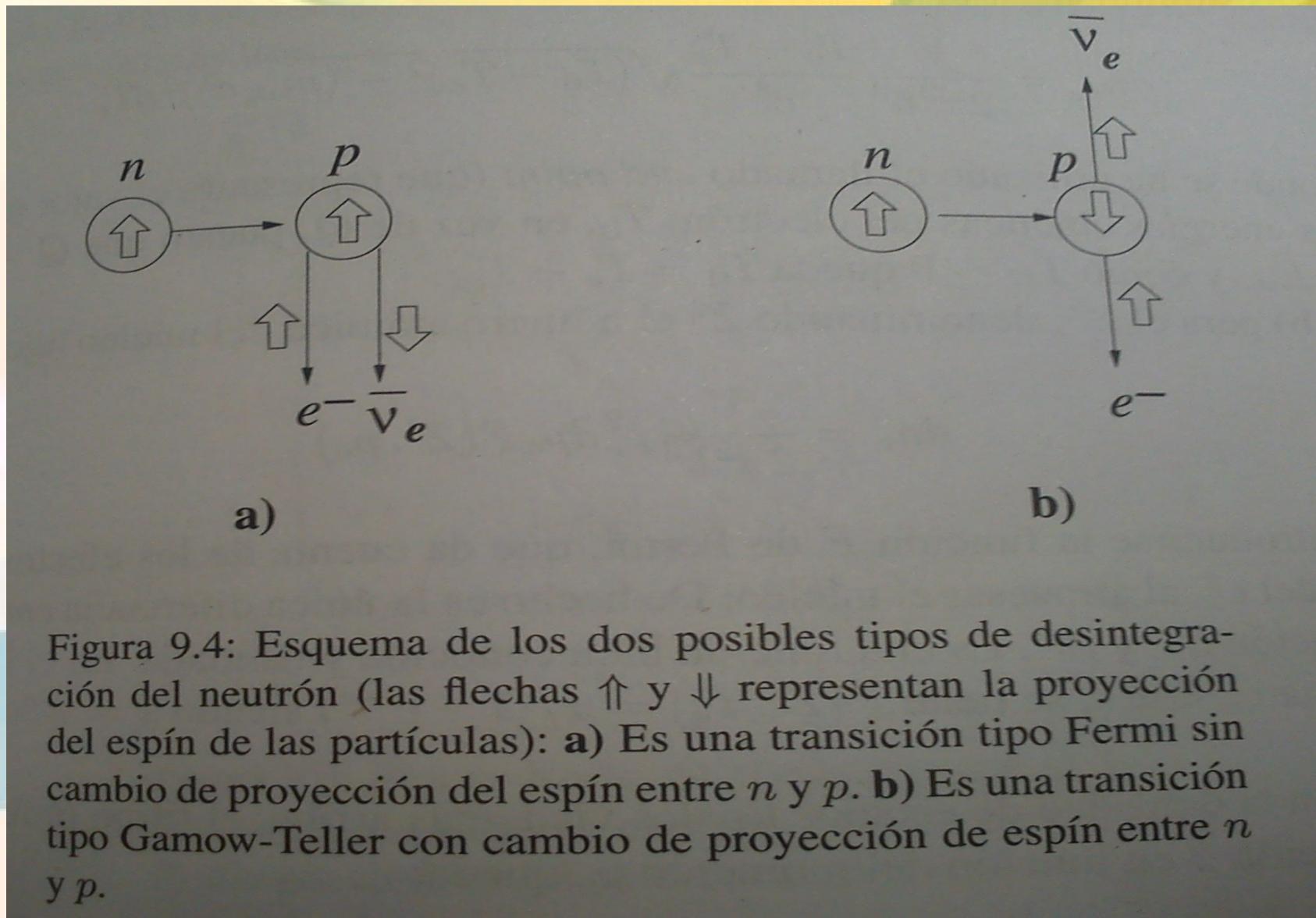
Propuesto por Lee y Yang en 1956, indica que en los procesos de interacciones débiles no se conserva la paridad de las partículas. Se conoce como puzzle $\theta-\tau$.

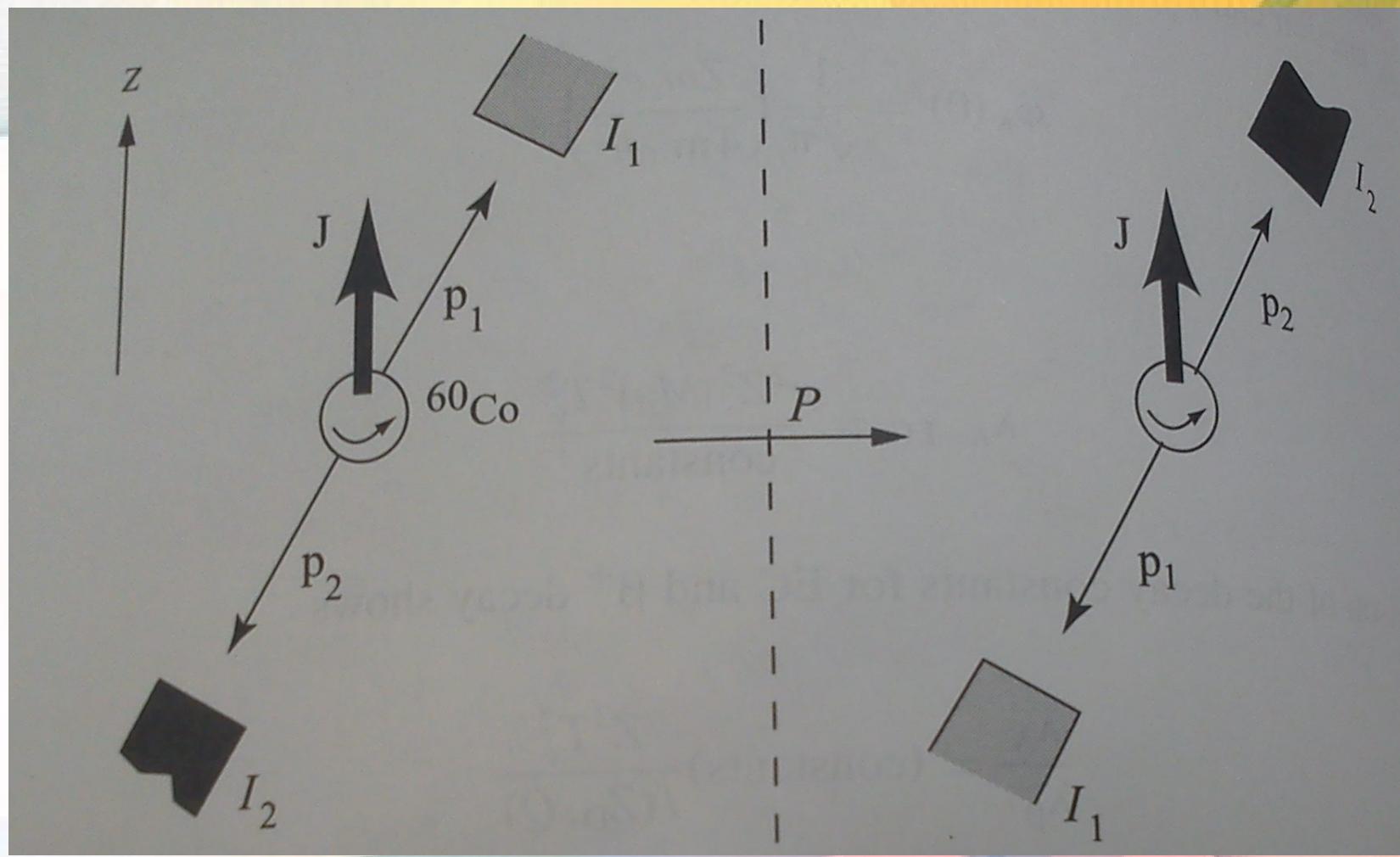


Consideraciones

- 1) La diferencia entre espines de estados nucleares $DJ = |J_f - J_i|$ coincidirá con el momento angular total de los leptones $DJ = s_e + s_v + l$
- 2) La relación entre paridad de los núcleos $P_i = P_f \cdot DP$ y $DP = (-1)^l$

$\langle F \rangle$ y $\langle GT \rangle$





$$ft_{1/2} = \frac{\ln 2}{k_1 G_V^2 \left\{ \langle F \rangle^2 + g_A^2 \langle GT \rangle^2 \right\}}$$

Transición de Fermi

Fermi: $\vec{s}_e + \vec{s}_\nu = 0$, $\left\{ \begin{array}{ll} \Delta J = 0, & \\ \Delta T = 0, & \text{pero } T_i + T_f \neq 0, \\ |\Delta T_3| = 1, & \\ \mathcal{P}_i = \mathcal{P}_f & \text{no hay cambio de paridad} \\ & \text{entre núcleos} \end{array} \right.$

$\Delta J = 1$ ya que $s_e + s_\nu = 0$ con elemento de matriz que dan cuenta al cambio de carga $p \rightarrow n$ (cambio del tercer componente del isoespín). El Delta de kronicker contiene explicitamente la regla de selección de Fermi

Transición Gamow-Teller

Gamow-Teller: $\vec{s}_e + \vec{s}_\nu = 1$,
$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta J = 0, \pm 1 & (0 \rightarrow 0) \\ |\Delta T| = 0, 1 & \text{pero } T_i + T_f \neq 0, \\ |\Delta T_3| = 1 & \\ \mathcal{P}_i = \mathcal{P}_f & \text{no cambia la paridad.} \end{array} \right.$$

$$\Delta J = 1+1 \text{ ya que } s_e + s_\nu = 1$$

Puede variar el tercer componente del isoespín luego de conocido el estado $i>$ y $f>$. Habrán transiciones prohibidas y permitidas en cada función β estudiada

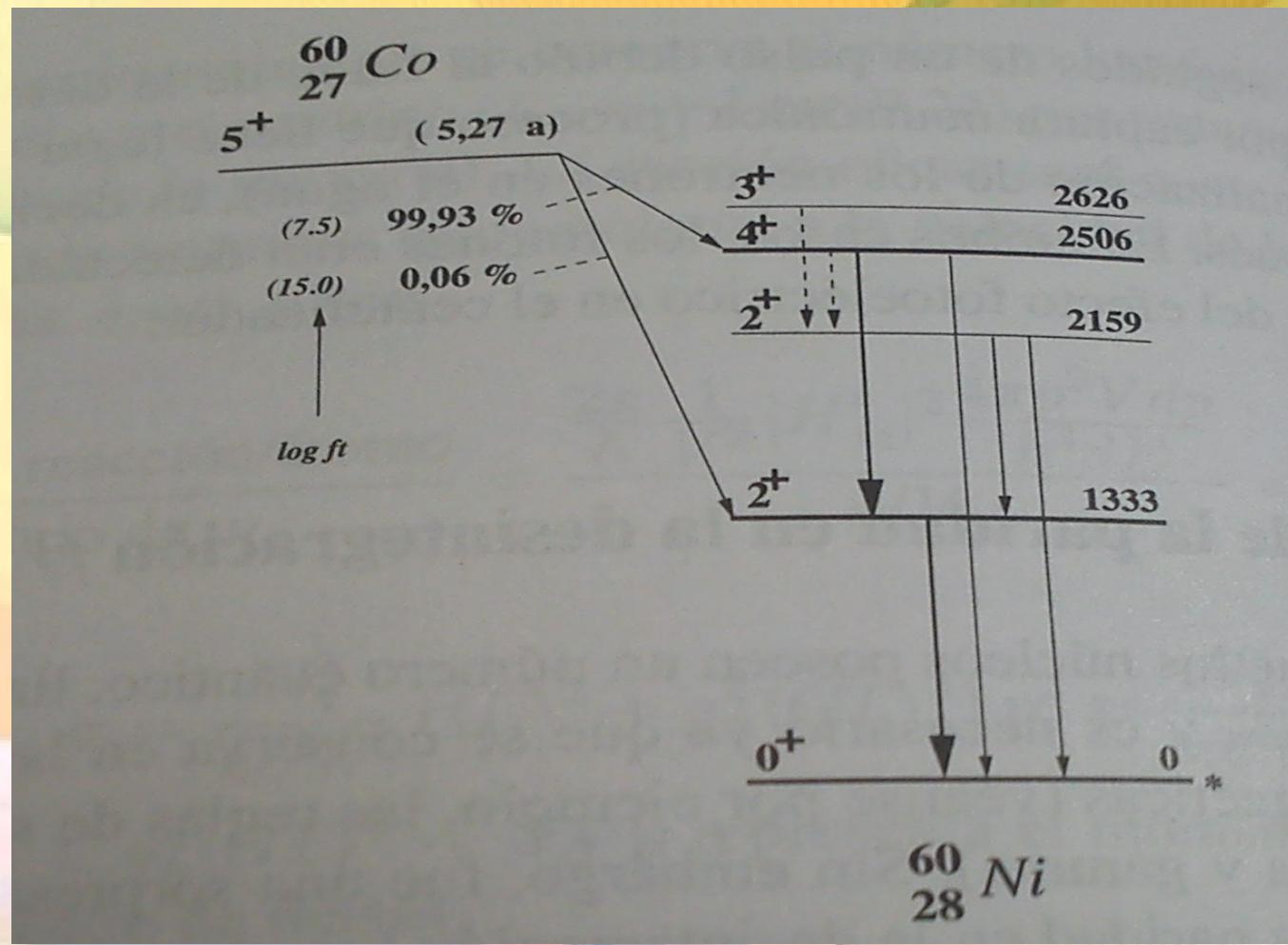
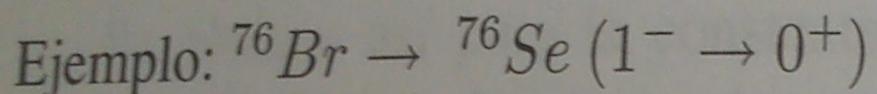


Figura 9.10: Desintegración beta del ^{60}Co . La desintegración más probable, puebla el nivel excitado $J^\pi = 4^+$ del ^{60}Ni . Se trata de una transición tipo permitida, pura Gamow-Teller.

i) 1.^o prohibidas ($\ell = 1$)

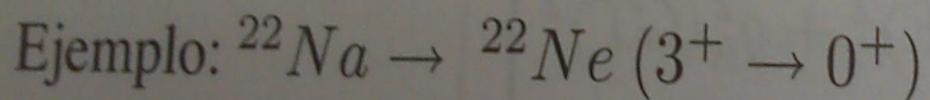
$$\mathcal{P}_i = -\mathcal{P}_f$$



$\left\{ \begin{array}{l} \text{Fermi, } |\Delta J| = 0, 1 \\ \text{Gamow-Teller, } |\Delta J| = 0, 1, 2. \end{array} \right.$

ii) 2.^o prohibidas ($\ell = 2$)

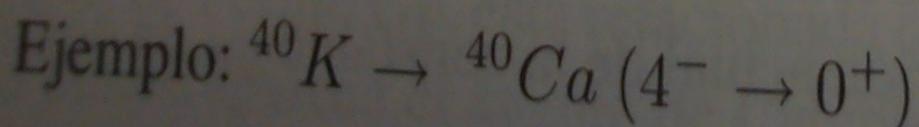
$$\mathcal{P}_i = \mathcal{P}_f$$



$\left\{ \begin{array}{l} \text{Fermi, } |\Delta J| = 2 \\ \text{Gamow-Teller, } |\Delta J| = 2, 3. \end{array} \right.$

iii) 3.^o prohibidas ($\ell = 3$)

$$\mathcal{P}_i = -\mathcal{P}_f$$

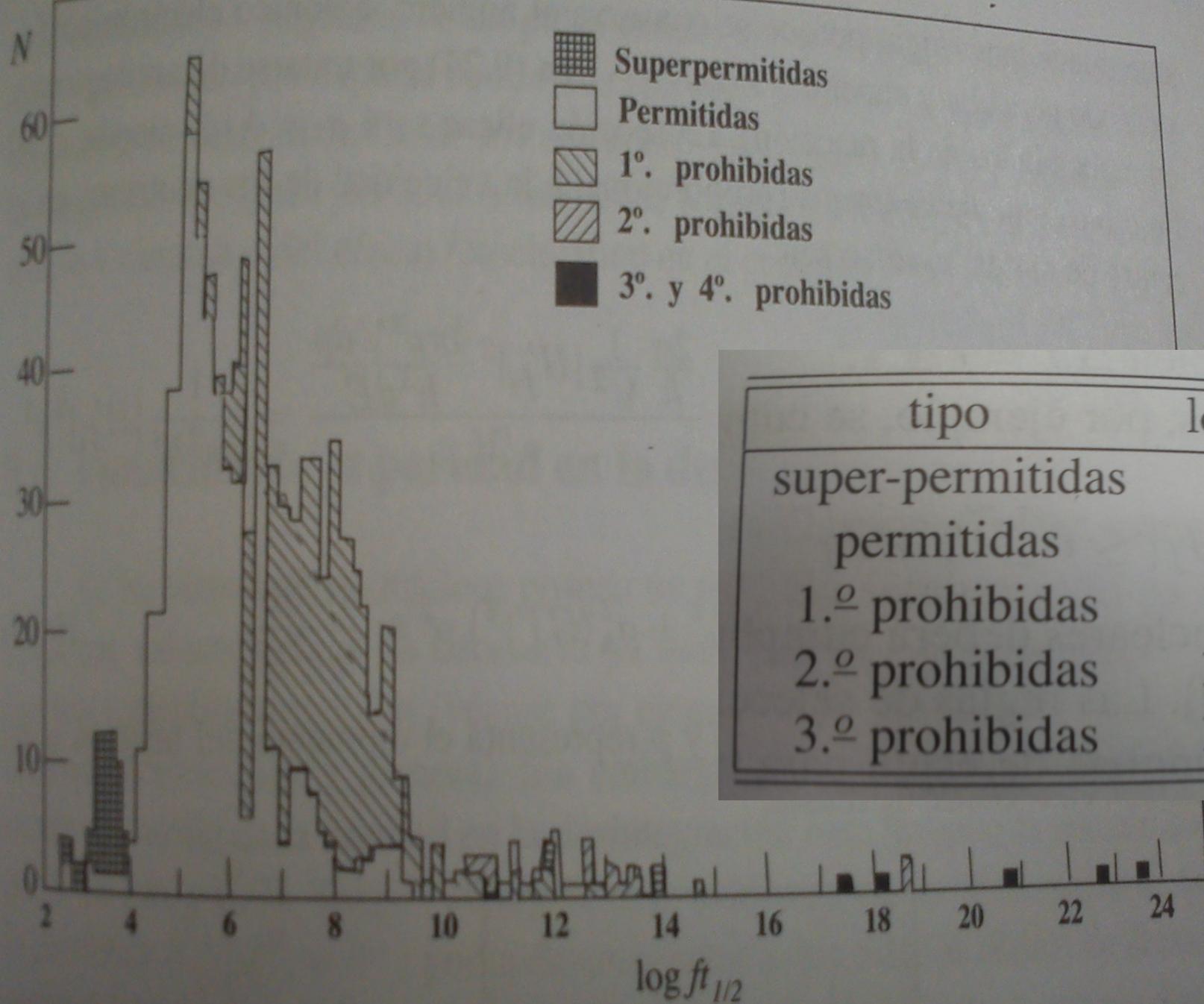


$\left\{ \begin{array}{l} \text{Fermi, } |\Delta J| = 3 \\ \text{Gamow-Teller, } |\Delta J| = 3, 4. \end{array} \right.$

Transiciones

TABLE 8.2 Classifications of β -Decay Transitions

Transition Type	$\log ft$	L_β	$\Delta\pi$	Fermi ΔI	Gamow–Teller ΔI
Superallowed	2.9–3.7	0	No	0	0
Allowed	4.4–6.0	0	No	0	0, 1
First forbidden	6–10	1	Yes	0, 1	0, 1, 2
Second forbidden	10–13	2	No	1, 2	1, 2, 3
Third forbidden	>15	3	Yes	2, 3	2, 3, 4



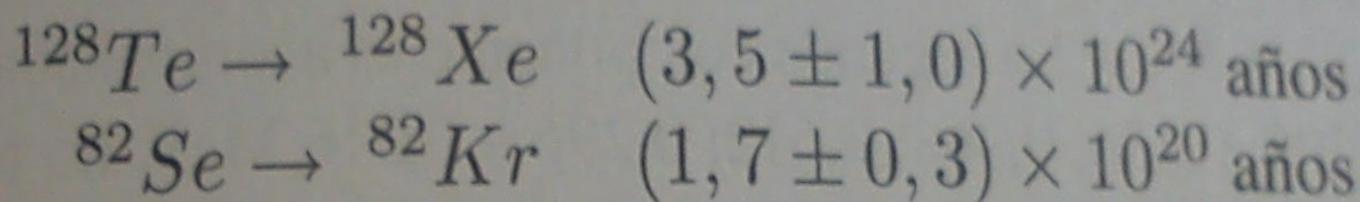
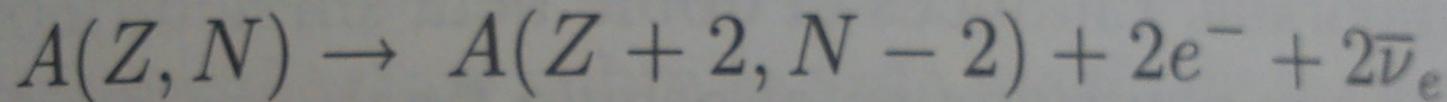
tipo	$\log ft_{1/2}$
super-permitidas	3 - 4
permitidas	4 - 8
1. ^o prohibidas	6 - 10
2. ^o prohibidas	10 - 14
3. ^o y 4. ^o prohibidas	14 - 20

$$ft_{1/2} = \frac{\ln 2}{k_1 2G_V^2}$$

$$k_1 = \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7}$$

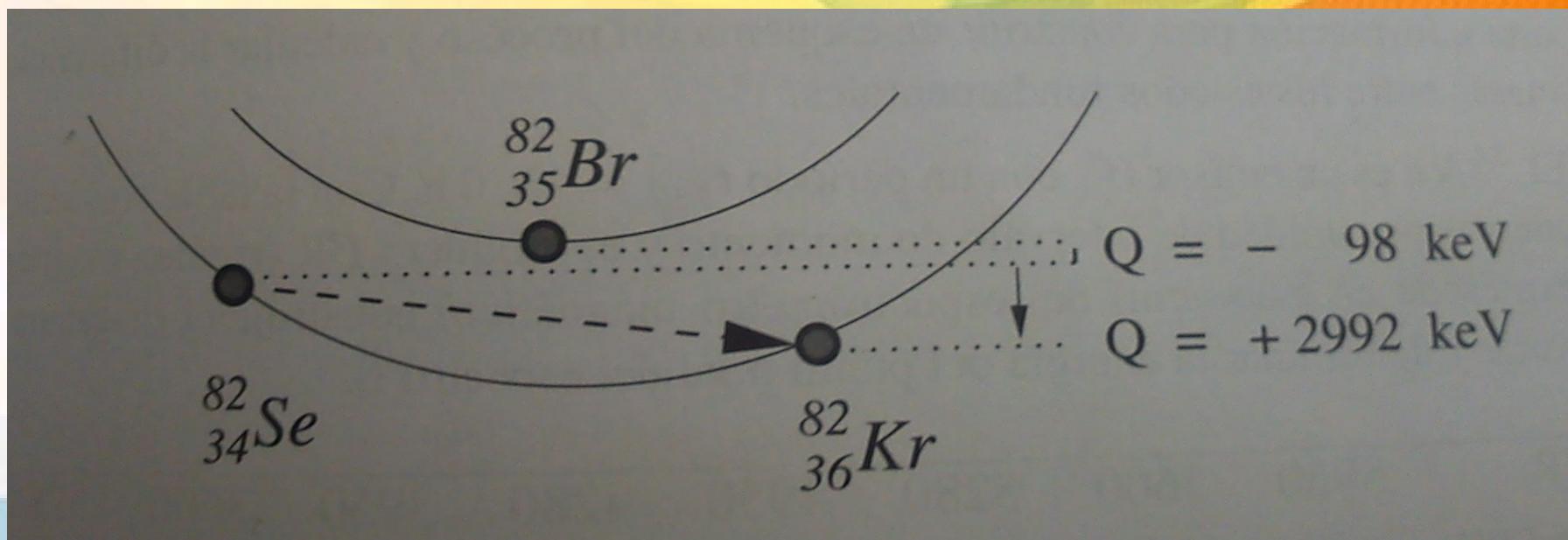
desintegración	$ft_{1/2}(s)$
$^{10}C \rightarrow ^{10}B$	3100 ± 31
$^{14}O \rightarrow ^{14}N$	3092 ± 4
$^{26}Al \rightarrow ^{26}Mg$	3081 ± 4
$^{54}Co \rightarrow ^{54}Fe$	3091 ± 5

Decaimiento Doble Beta



Estudios profundizaron naturaleza del neutrino. Fue una prueba la existencia de los neutrinos en la que se conserva el número léptónico

$$N_{Xe} = N_{Te} \left(1 - e^{-\lambda T} \right) \approx N_{Te} \frac{T \ln 2}{t_{1/2}}$$



Resumen



