

## BE COMMANDE AVANCÉE

# Régulation d'une turbine à gaz

Auteurs:

MARTIN PETROV mpetr JULIEN MAFFRE maffre

 $mpetrov@etud.insa-toulouse.fr\\ maffre@etud.insa-toulouse.fr$ 

Enseignants:

CHARLES POUSSOT VASSAL

TODO TODO contact : todo@laas.fr

contact: charles.poussot-vassal@onera.fr

INSA Toulouse - 5 SEC-Automatique Avancée 18 janvier 2014

version 1.0

#### RESUME DU RAPPORT

Ce compte-rendu explique en détails le bureau d'études de Commande Avancée qui qui s'effectue dans le cadre de l'UF TODO. Test Julien Git.

Nous présentons la modélisation et l'asservissement d'une turbine à gaz avec les justifications des choix et commandes différents. On applique une démarche industrielle en respectant des spécifications.

Dans l'annexe vous pouvez consulter le script Matlab utilisé pour ce bureau d'études.

# Table des matières

Introduction		
1	Modélisation du système	3
	.1 Présentation du problème et notations utilisées	3
	.2 Modélisation du système	3
	1.2.1 Doseur de carburant	3
	1.2.2 Arbre générateur	4
	1.2.3 Turbine libre	5
2	inéarisation du modèle	7
	2.1 Calcul du point d'équilibre	7
	Linéarisation	7
3	Observateur du Kalman	9
	5.1 Équations du filtre de Kalman	9
	3.2 Calcul du gain de Kalman	9
4	Commande par retour d'état	10
	.1 Performances du système linéarisé	10
	.2 Cahier des charges	10
	.3 Placement de pôles	10
	4 Retour d'état augmenté	10
	.5 Pire échelon de charge	10
5	Commande robuste	11
	.1 Vérification de la stabilité du système	11
	$0.2$ Controleur $H_{\infty}$	
C	aclusion	12

# Introduction

### SUJET

Dans ce bureau d'études nous considérons le système d'une turbine à gaz. Ce type de système est choisi afin d'appliquer une démarche industrielle de conception.

### **ETAPES**

L'objectif est de concevoir une commande pour la turbine qui va respecter un cahier des charges. On va appeler plusieurs compétences théoriques dans ce rapport. Dans un premier temps on modélise le système avec un modèle mathématique qui décrit son comportement. Ensuite on va lineariser autour d'un point de fonctionnement et choisir les différentes solutions possibles pour la commande afin de mieux satisfaire les spécifications. On a développé un observateur de Kalman pour mieux estimé le modèle. Nous avons mis en point une commande par retour d'état et une commande robuste de façon à réduire les délais et le coût de développement. A la fin on a présenté une validation des objectifs.

### **SUPPORT**

### Note:

Le script Matlab réalisé pour ce projet est dans l'annexe.

# Modélisation du système

## 1.1 Présentation du problème et notations utilisées

Dans ce bureau d'étude, nous considérons un système composé d'une **turbine génératrice de gaz** et d'une charge (par exemple, le rotor d'un hélicoptère ou un alternateur pour générer de l'électricité).

La turbine se compose de plusieurs étages dans lesquels des processus thermodynamiques interviennent pour apporter de l'énergie à l'air ambiant et ainsi enclencher la rotation d'un arbre. Le premier étage consiste en la compression de l'air ambiant (et donc de sa température). Une partie de ces gaz participe alors à la combustion du carburant du second étage. Les gaz arrivent alors dans le troisième étage avec une très forte énergie potentielle, sont détendus (diminution de pression) et actionnent alors la rotation d'un axe mécanique. Les gaz possédant encore une très forte énergie, ils sont détendus une deuxième fois dans la **turbine libre** qui transforme cette énergie en énergie mécanique fournie sur l'axe de sortie.

Les variables du problème qui nous intéressent sont :

- $-N_q$ , la vitesse de rotation de l'arbre générateur de gaz.
- $-N_{tl}$ , la vitesse de rotation de la turbine libre (grandeur à réguler).
- $-P_3$ , la pression en sortie du compresseur.
- $-T_{45}$ , la température inter-turbine (avant d'être détendu dans la turbine libre).
- $-W_f$ , débit de carburant dans le second étage (grandeur de commande du problème).

Intuitivement, on comprend que plus le débit de carburant  $W_f$  est grand et plus la vitesse de rotation  $N_{tl}$  de l'arbre de sortie sera grande.

L'objectif de ce bureau d'étude est donc d'assurer la régulation de la vitesse de rotation en sortie  $N_{tl}$ , en prenant en compte les charges mécaniques qui peuvent s'appliquer sur l'axe de sortie.

# 1.2 Modélisation du système

Dans cette partie, nous allons modéliser l'ensemble du système turbine, qui sera décomposé en soussystèmes dont les fonctions de transfert sont connues.

## 1.2.1 Doseur de carburant

Le doseur de carburant permet d'augmenter le débit de carburant  $W_f$  circulant dans le second étage de la turbine. Le débit de consigne  $W_f^*$  est envoyée à un moteur pas à pas actionnant le doseur. La dynamique du doseur a été identifiée par un système du premier ordre tel que :

$$t_{dos}\frac{dW_f}{dt} = -W_f + W_f^* \tag{1.1}$$

$$T_{doseur}(s) = \frac{1}{1 + t_{dos}s} \tag{1.2}$$

Ce sous-système est donc la première fonction de transfert que la consigne  $W_f^*$  rencontre. La vitesse de variation de la consigne étant limitée par la dynamique du moteur du doseur, un limiteur slew-rate est imposé sur la consigne.

## 1.2.2 Arbre générateur

L'arbre générateur de gaz est le coeur du système. C'est lui qui fait le lien entre le débit de carburant  $W_f$  et la forcé mécanique nécessaire à la rotation de l'arbre de sortie. Ainsi, en notant :

- $-I_q$ , l'inertie de l'arbre générateur.
- $-C_c$ , le couple résistant entraînant le compresseur.
- $-C_{thp}$ , le couple généré par la détente des gaz.
- $-C_g$ , le couple résultant tel que  $C_g = C_{thp} C_c$ .

Nous avons,

$$Ig\dot{N}_{q}(t) = C_{thp}(t) - C_{c}(t) = C_{q}(t)$$
 (1.3)

Plusieurs séries de données (fournies sous la forme de maillage - cf Fig. 1.1) nous sont fournies pour calculer  $C_g$ ,  $T_{45}$  et  $C_{tl}$  en fonction de  $W_f$  et  $N_g$ .

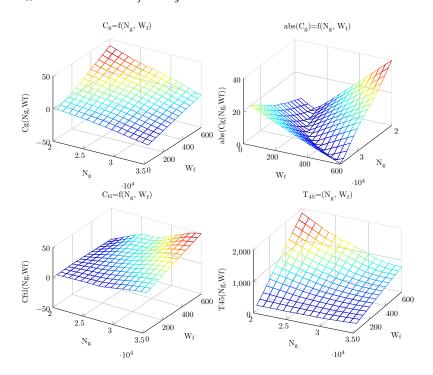


FIGURE 1.1 – Maillages des données fournies en fonction de  $W_f$  et  $N_q$ 

Lorsque le couple résultant  $C_g > 0$ , l'arbre générateur est en phase d'accélération. De ce principe, on en déduit qu'en partant d'un état d'équilibre  $(C_g = 0)$  et en augmentant progressivement le débit de carburant,

la vitesse de l'arbre  $N_g$  va augmenter jusqu'à atteindre une nouvel état d'équilibre. L'équation dynamique de l'arbre générateur est donc non-linéaire :

$$I_g \dot{N}_g(t) = C_g(W_f, N_g) \tag{1.4}$$

### 1.2.3 Turbine libre

Les gaz issus du générateur sont détendus dans la turbine libre qui se chargera du transfert d'énergie mécanique vers l'arbre de sortie et donc la charge utile. Ainsi, en notant :

- $I_{tot}$ , l'inertie totale de la turbine libre (somme de son inertie propre et de l'inertie de la charge).
- $-C_{tl}$ , le couple moteur récupéré par la détente des gaz.
- $-C_{charge}$ , le couple résistant dû à la charge.

Nous avons,

$$I_{tot}\dot{N}_{tl}(t) = C_{tl}(W_f, N_q, N_{tl}) - C_{charge}$$

$$\tag{1.5}$$

En réalité, les données fournies ne nous donnent que  $C_{tl}(W_f, N_g, N_{tl}^{nom}$  (c'est-à-dire le couple moteur autour du point de fonctionnement  $N_{tl} = N_{tl}^{nom}$ ). L'équation dynamique de la turbine libre peut s'exprimer comme suit :

$$I_{tot}\dot{N}_{tl}(t) = C_{tl}(W_f, N_g, N_{tl}^{nom}) + \frac{dC_{tl}}{dN_{tl}}(N_g)\Delta N_{tl} - C_{charge}$$

$$\tag{1.6}$$

Avec deux maillages, 2D et 3D décrits sur la figure 1.2.

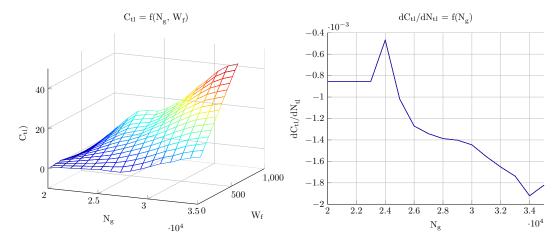


FIGURE 1.2 – Maillages de  $C_{tl}$  et  $\frac{dC_{tl}}{dN_{tl}}$  en fonction de  $W_f$  et  $N_g$ 

The state of the s

Le schéma  ${\tt Simulink}$  du système complet est alors (cf Fig. 1.3) :

FIGURE 1.3 – Schéma Simulink du système turbine complet (non-linéaire)

# Linéarisation du modèle

Le système global « turbine à gaz »étant désormais modélisé à partir de tables de mesures (grandement non-linéaires) sur le système, il est désormais nécessaire de linéariser le système autour d'un point de fonctionnement. Le but est d'obtenir une fonction de transfert globale sur laquelle les techniques de contrôle connues pourront être appliquées.

Le vecteur d'état X que nous allons considérer est tel que :  $X = [W_f \ N_g \ N_{tl}]^t$ . Le système comporte une entrée de consigne  $W_f$  (débit de carburant) et une entrée de perturbation  $C_{charge}$  (couple charge sur l'arbre de sortie).

## 2.1 Calcul du point d'équilibre

L'objectif de la linéarisation est de fixer un point de fonctionnement  $X_0 = [W_f^0 \ N_g^0 \ N_{tl}^0]^t$ ,  $U_0 = [W_f^0 \ C_{charge}^0]^t$  et de n'étudier le système que pour de petites variations de l'état autour de ce point statique. L'objectif de la régulation étant de fixer  $N_{tl}$  à  $N_{tl}^{nom}$ , on aura donc  $N_{tl}^0 = N_{tl}^{nom} = 22800 \, tr/min$ . Les autres variables d'état du système étant dépendantes l'une de l'autre, il est alors nécessaire de fixer l'une des deux pour calculer complètement le point d'équilibre.  $N_g$  étant mesurée de manière fiable, c'est cette dernière que nous fixerons telle que  $N_g^0 = 28000 \, tr/min$ .

D'après l'équation 1.4, nous avons :

$$I_g \dot{N}_g(t) = C_g(W_f, N_g) \tag{2.1}$$

Comme  $N_g$  est considérée constante autour du point d'équilibre, alors  $\dot{N}_g(t) = 0$ . Pour déterminer  $W_f^0$ , il suffit alors de trouver l'abscisse  $W_f$  pour laquelle le couple résultant  $C_g$  s'annule, soit (cf Fig. 1.1) :

$$W_f^0 = arg(min|C_g(W_f, N_g^0)|)$$
(2.2)

La fonction Matlab fminsearch retourne alors  $W_f^0 = 259.64 \ L/h$ .

Le couple de charge  $C^0_{charge}$  est alors déterminé par la lecture du maillage de  $C_{tl}(W_f^0, N_g^0)$  (cf Fig. 1.1), soit donc  $C^0_{charge} = 13.6025 \ m.daN$ .

## 2.2 Linéarisation

Le point d'équilibre  $(X_0, U_0)$  étant désormais déterminé, les équations dynamiques régissant l'évolution des états au cours du temps doivent être calculées. Il suffit alors d'effectuer un changement de variable de

type  $X(t) = \Delta X(t) + X_0$ .

On obtient alors l'équation d'état dynamique du système sous la forme :

$$\Delta X = J_f|_{X=X_0}.\Delta X 
+ \frac{\delta g}{\delta W_f^*}|_{W_f^{*0}}.\Delta W_f^* 
+ \frac{\delta h}{\delta C_{charge}}|_{C_{charge}^0}.\Delta C_{charge} 
+ f(X_0) + g(W_f^{*0}) + h(C_{charge}^0)$$
(2.3)

Avec  $J_f$ , jacobienne de la matrice dynamique du système non-linéaire, telle que, d'après les équations 1.1, 1.4 et 1.5 :

$$J_{f} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{t_{dos}} & 0 & 0\\ \frac{1}{I_{g}} * \frac{\delta C_{g}(W_{f}, N_{g})}{\delta W_{f}} & \frac{1}{I_{g}} * \frac{\delta C_{g}(W_{f}, N_{g})}{\delta N_{g}} & 0\\ \frac{1}{I_{tot}} * \frac{\delta C_{tl}(W_{f}, N_{g}, N_{tl})}{\delta N_{g}} & \frac{1}{I_{tot}} * \frac{\delta C_{tl}(W_{f}, N_{g}, N_{tl})}{\delta N_{g}} & \frac{1}{I_{tot}} * \frac{\delta C_{tl}(W_{f}, N_{g}, N_{tl})}{\delta N_{g}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18.5185 & 0 & 0\\ 65.5871 & -1.9835 & 0\\ 17.1650 & 0.8011 & -0.5289 \end{pmatrix}$$

$$(2.4)$$

Par conséquent, la matrice dynamique  $A_{lin}$  du système linéarisé est telle que :  $A_{lin} = J_f$ . En considérant maintenant le vecteur d'entrée U tel que  $U = [W_f \quad C_{charge}]^t$ , alors la matrice d'entrée  $B_lin$  du système linéarisé est telle que :

$$B_{lin} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{t_{dos}} & 0\\ 0 & 0\\ 0 & -\frac{1}{t_{tot}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18.5185 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & -381.2529 \end{pmatrix}$$
 (2.5)

En considérant maintenant le vecteur de sortie  $Y = [N_g \quad P_3 \quad T_{45} \quad N_{tl}]^t$  du système (toujours autour du point d'équilibre), la matrice de sortie  $C_{lin}$  du système est alors définie comme :

$$C_{lin} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{\delta P_3(W_f, N_g)}{\delta W_f} & \frac{\delta P_3(W_f, N_g)}{\delta N_g} & 0 \\ \frac{\delta T_{45}(W_f, N_g)}{\delta W_f} & \frac{\delta T_{45}(W_f, N_g)}{\delta N_g} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1.0000 & 0 \\ 0.0020 & 0.0002 & 0 \\ 1.6012 & -0.0228 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 \end{pmatrix}$$
(2.6)

# Observateur du Kalman

## Petrov

- 3.1 Équations du filtre de Kalman
- 3.2 Calcul du gain de Kalman

# Commande par retour d'état

### Petrov

- 4.1 Performances du système linéarisé
- 4.2 Cahier des charges
- 4.3 Placement de pôles
- 4.4 Retour d'état augmenté
- 4.5 Pire échelon de charge

# Commande robuste

## Maffre

- 5.1 Vérification de la stabilité du système
- 5.2 Controleur  $H_{\infty}$

# Conclusion

### **OBJECTIF**

Durant ce bureau d'étude nous avons mis en application différentes notions vues en cours d'automatique avancée afin de commander une turbine à gaz. L'objectif est de suivre une démarche industrielle de conception d'un système de commande.

#### **BILAN**

Tout d'abord nous avons modélisé la turbine à l'aide des équations fondamentales de la mécanique.

### **FUTUR**

Ce bureau d'étude nous a donc permis de mettre en place sur un cas concret deux commandes fondamentales de l'automatique, de nous rendre compte des difficultés qu'elles impliquent (notamment au niveau du calcul des paramètres) mais aussi de leur efficacité et de leur grande utilité.

Le sujet choisi pour mettre en oeuvre ce bureau d'étude est très parlant et a le mérite d'être complet.

# Table des figures

1.1	Maillages des données fournies en fonction de $W_f$ et $N_g$	4
1.2	Maillages de $C_{tl}$ et $\frac{dC_{tl}}{dN_{tl}}$ en fonction de $W_f$ et $N_g$	5
1.3	Schéma Simulink du système turbine complet (non-linéaire)	6