



BE COMMANDE AVANCÉE

Régulation d'une turbine à gaz

Auteurs :

MARTIN PETROV

mpetrov@etud.insa-toulouse.fr

JULIEN MAFFRE

maffre@etud.insa-toulouse.fr

Enseignants :

CHARLES POUSSOT VASSAL

contact : charles.poussot-vassal@onera.fr

TODO TODO

contact : todo@laas.fr

INSA Toulouse - 5 SEC-Automatique Avancée

19 janvier 2014

version 1.0

RESUME DU RAPPORT

Ce compte-rendu explique en détails le bureau d'études de Commande Avancée qui qui s'effectue dans le cadre de l'UF TODO. Test Julien Git.

Nous présentons la modélisation et l'asservissement d'une turbine à gaz avec les justifications des choix et commandes différents. On applique une démarche industrielle en respectant des spécifications.

Dans l'annexe vous pouvez consulter le script Matlab utilisé pour ce bureau d'études.

Table des matières

Introduction	2
1 Modélisation du système	3
1.1 Présentation du problème et notations utilisées	3
1.2 Modélisation du système	3
1.2.1 Doseur de carburant	3
1.2.2 Arbre générateur	4
1.2.3 Turbine libre	5
2 Linéarisation du modèle	7
2.1 Calcul du point d'équilibre	7
2.2 Linéarisation	7
3 Observateur du Kalman	10
3.1 Équations du filtre de Kalman	10
3.2 Calcul du gain de Kalman	10
4 Commande par retour d'état	11
4.1 Performances du système linéarisé	11
4.2 Cahier des charges	11
4.3 Placement de pôles	11
4.4 Retour d'état augmenté	11
4.5 Pire échelon de charge	11
5 Commande robuste	12
5.1 Calcul du retour d'état K_{lmi} stabilisant	12
5.2 Vérification de la stabilité du système	13
Conclusion	14

Introduction

SUJET

Dans ce bureau d'études nous considérons le système d'une turbine à gaz. Ce type de système est choisi afin d'appliquer une démarche industrielle de conception.

ETAPES

L'objectif est de concevoir une commande pour la turbine qui va respecter un cahier des charges. On va appeler plusieurs compétences théoriques dans ce rapport. Dans un premier temps on modélise le système avec un modèle mathématique qui décrit son comportement. Ensuite on va lineariser autour d'un point de fonctionnement et choisir les différentes solutions possibles pour la commande afin de mieux satisfaire les spécifications. On a développé un observateur de Kalman pour mieux estimé le modèle. Nous avons mis en point une commande par retour d'état et une commande robuste de façon à réduire les délais et le coût de développement. A la fin on a présenté une validation des objectifs.

SUPPORT

Note :

Le script Matlab réalisé pour ce projet est dans l'annexe.

Chapitre 1

Modélisation du système

1.1 Présentation du problème et notations utilisées

Dans ce bureau d'étude, nous considérons un système composé d'une **turbine génératrice de gaz** et d'une charge (par exemple, le rotor d'un hélicoptère ou un alternateur pour générer de l'électricité).

La turbine se compose de plusieurs étages dans lesquels des processus thermodynamiques interviennent pour apporter de l'énergie à l'air ambiant et ainsi enclencher la rotation d'un arbre. Le premier étage consiste en la compression de l'air ambiant (et donc de sa température). Une partie de ces gaz participe alors à la combustion du carburant du second étage. Les gaz arrivent alors dans le troisième étage avec une très forte énergie potentielle, sont détendus (diminution de pression) et actionnent alors la rotation d'un axe mécanique. Les gaz possédant encore une très forte énergie, ils sont détendus une deuxième fois dans la **turbine libre** qui transforme cette énergie en énergie mécanique fournie sur l'axe de sortie.

Les variables du problème qui nous intéressent sont :

- N_g , la vitesse de rotation de l'arbre générateur de gaz.
- N_{tl} , **la vitesse de rotation de la turbine libre (grandeur à réguler)**.
- P_3 , la pression en sortie du compresseur.
- T_{45} , la température inter-turbine (avant d'être détendu dans la turbine libre).
- W_f , **débit de carburant dans le second étage (grandeur de commande du problème)**.

Intuitivement, on comprend que plus le débit de carburant W_f est grand et plus la vitesse de rotation N_{tl} de l'arbre de sortie sera grande.

L'objectif de ce bureau d'étude est donc d'assurer la **régulation de la vitesse de rotation en sortie** N_{tl} , en prenant en compte les charges mécaniques qui peuvent s'appliquer sur l'axe de sortie.

1.2 Modélisation du système

Dans cette partie, nous allons modéliser l'ensemble du système turbine, qui sera décomposé en sous-systèmes dont les fonctions de transfert sont connues.

1.2.1 Doseur de carburant

Le doseur de carburant permet d'augmenter le débit de carburant W_f circulant dans le second étage de la turbine. Le débit de consigne W_f^* est envoyée à un moteur pas à pas actionnant le doseur. La dynamique du doseur a été identifiée par un système du premier ordre tel que :

$$t_{dos} \frac{dW_f}{dt} = -W_f + W_f^* \quad (1.1)$$

$$T_{doseur}(s) = \frac{1}{1 + t_{dos}s} \quad (1.2)$$

Ce sous-système est donc la première fonction de transfert que la consigne W_f^* rencontre. La vitesse de variation de la consigne étant limitée par la dynamique du moteur du doseur, un limiteur *slew-rate* est imposé sur la consigne.

1.2.2 Arbre générateur

L'arbre générateur de gaz est le coeur du système. C'est lui qui fait le lien entre le débit de carburant W_f et la force mécanique nécessaire à la rotation de l'arbre de sortie. Ainsi, en notant :

- I_g , l'inertie de l'arbre générateur.
- C_c , le couple résistant entraînant le compresseur.
- C_{thp} , le couple généré par la détente des gaz.
- C_g , le couple résultant tel que $C_g = C_{thp} - C_c$.

Nous avons,

$$I_g \dot{N}_g(t) = C_{thp}(t) - C_c(t) = C_g(t) \quad (1.3)$$

Plusieurs séries de données (fournies sous la forme de maillage - cf Fig. 1.1) nous sont fournies pour calculer C_g , T_{45} et C_{tl} en fonction de W_f et N_g .

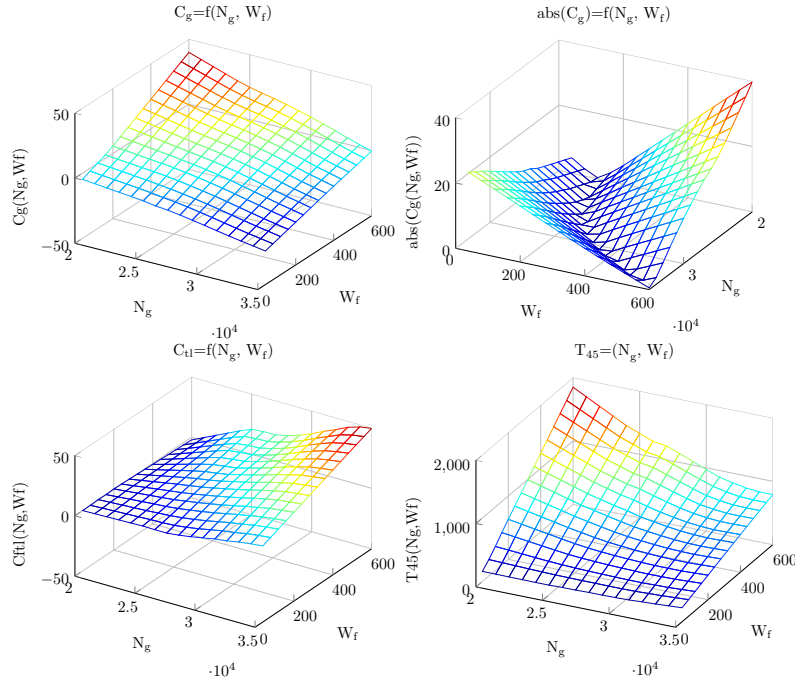


FIGURE 1.1 – Maillages des données fournies en fonction de W_f et N_g

Lorsque le couple résultant $C_g > 0$, l'arbre générateur est en phase d'accélération. De ce principe, on en déduit qu'en partant d'un état d'équilibre ($C_g = 0$) et en augmentant progressivement le débit de carburant,

la vitesse de l'arbre N_g va augmenter jusqu'à atteindre un nouvel état d'équilibre. L'équation dynamique de l'arbre générateur est donc non-linéaire :

$$I_g \dot{N}_g(t) = C_g(W_f, N_g) \quad (1.4)$$

1.2.3 Turbine libre

Les gaz issus du générateur sont détendus dans la turbine libre qui se chargera du transfert d'énergie mécanique vers l'arbre de sortie et donc la charge utile. Ainsi, en notant :

- I_{tot} , l'inertie totale de la turbine libre (somme de son inertie propre et de l'inertie de la charge).
- C_{tl} , le couple moteur récupéré par la détente des gaz.
- C_{charge} , le couple résistant dû à la charge.

Nous avons,

$$I_{tot} \dot{N}_{tl}(t) = C_{tl}(W_f, N_g, N_{tl}) - C_{charge} \quad (1.5)$$

En réalité, les données fournies ne nous donnent que $C_{tl}(W_f, N_g, N_{tl}^{nom})$ (c'est-à-dire le couple moteur autour du point de fonctionnement $N_{tl} = N_{tl}^{nom}$). L'équation dynamique de la turbine libre peut s'exprimer comme suit :

$$I_{tot} \dot{N}_{tl}(t) = C_{tl}(W_f, N_g, N_{tl}^{nom}) + \frac{dC_{tl}}{dN_{tl}}(N_g) \Delta N_{tl} - C_{charge} \quad (1.6)$$

Avec deux maillages, 2D et 3D décrits sur la figure 1.2.

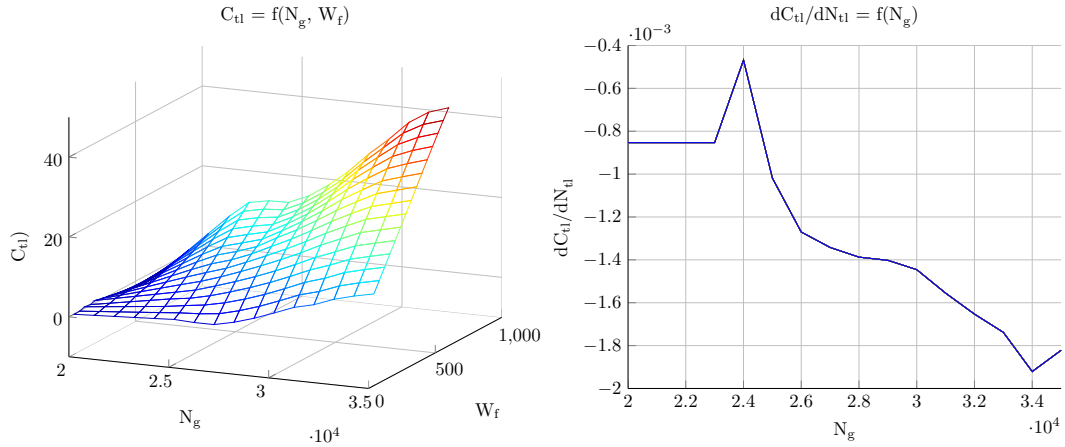


FIGURE 1.2 – Maillages de C_{tl} et $\frac{dC_{tl}}{dN_{tl}}$ en fonction de W_f et N_g

Le schéma Simulink du système complet est alors (cf Fig. 1.3) :

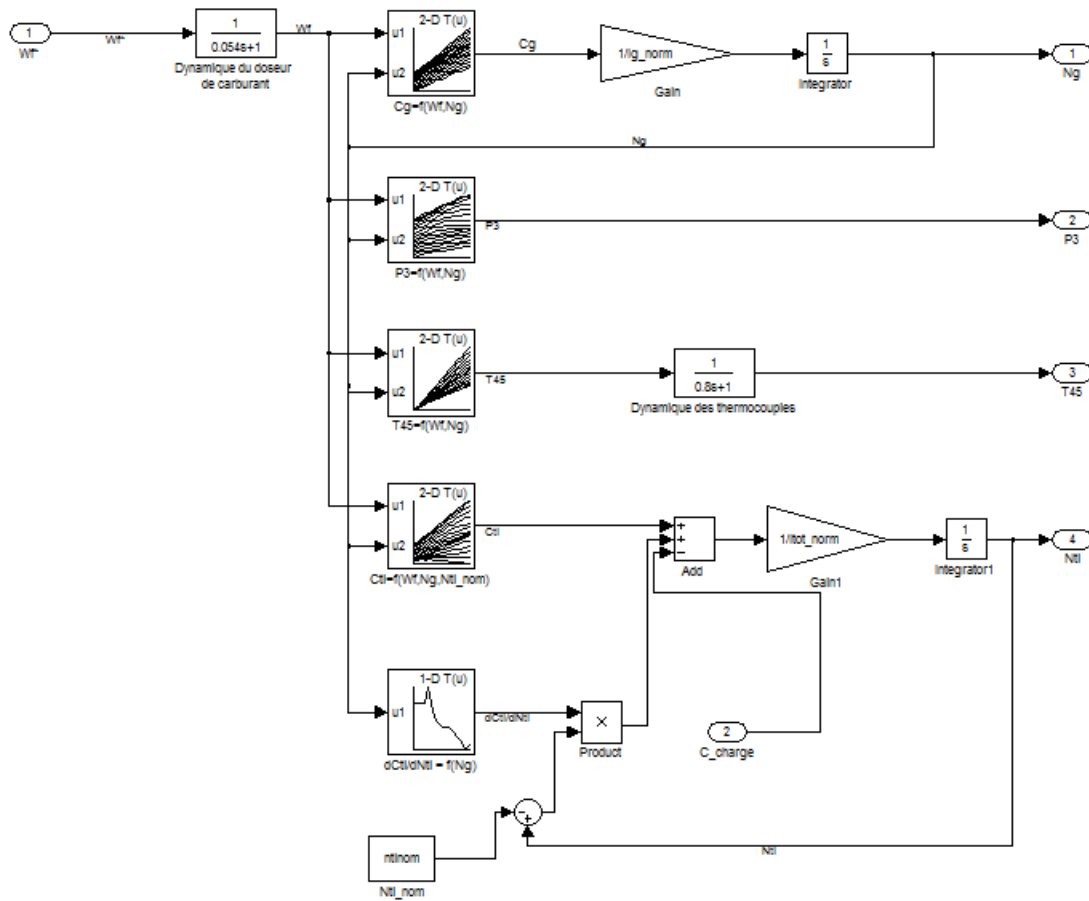


FIGURE 1.3 – Schéma Simulink du système turbine complet (non-linéaire)

Chapitre 2

Linéarisation du modèle

Le système global « turbine à gaz » étant désormais modélisé à partir de tables de mesures (grandement non-linéaires) sur le système, il est désormais nécessaire de linéariser le système autour d'un point de fonctionnement. Le but est d'obtenir une fonction de transfert globale sur laquelle les techniques de contrôle connues pourront être appliquées.

Le vecteur d'état X que nous allons considérer est tel que : $X = [W_f \quad N_g \quad N_{tl}]^t$. Le système comporte une entrée de consigne W_f (débit de carburant) et une entrée de perturbation C_{charge} (couple charge sur l'arbre de sortie).

2.1 Calcul du point d'équilibre

L'objectif de la linéarisation est de fixer un point de fonctionnement $X_0 = [W_f^0 \quad N_g^0 \quad N_{tl}^0]^t$, $U_0 = [W_f^0 \quad C_{charge}^0]^t$ et de n'étudier le système que pour de petites variations de l'état autour de ce point statique. L'objectif de la régulation étant de fixer N_{tl} à N_{tl}^{nom} , on aura donc $N_{tl}^0 = N_{tl}^{nom} = 22800 \text{ tr/min}$. Les autres variables d'état du système étant dépendantes l'une de l'autre, il est alors nécessaire de fixer l'une des deux pour calculer complètement le point d'équilibre. N_g étant mesurée de manière fiable, c'est cette dernière que nous fixerons telle que $N_g^0 = 28000 \text{ tr/min}$.

D'après l'équation 1.4, nous avons :

$$I_g \dot{N}_g(t) = C_g(W_f, N_g) \quad (2.1)$$

Comme N_g est considérée constante autour du point d'équilibre, alors $\dot{N}_g(t) = 0$. Pour déterminer W_f^0 , il suffit alors de trouver l'abscisse W_f pour laquelle le couple résultant C_g s'annule, soit (cf Fig. 1.1) :

$$W_f^0 = \arg(\min |C_g(W_f, N_g^0)|) \quad (2.2)$$

La fonction Matlab `fminsearch` retourne alors $W_f^0 = 259.64 \text{ L/h}$.

Le couple de charge C_{charge}^0 est alors déterminé par la lecture du maillage de $C_{tl}(W_f^0, N_g^0)$ (cf Fig. 1.1), soit donc $C_{charge}^0 = 13.6025 \text{ m.daN}$.

2.2 Linéarisation

Le point d'équilibre (X_0, U_0) étant désormais déterminé, les équations dynamiques régissant l'évolution des états au cours du temps doivent être calculées. Il suffit alors d'effectuer un changement de variable de

type $X(t) = \Delta X(t) + X_0$.

On obtient alors l'équation d'état dynamique du système sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{\Delta X} &= J_f|_{X=X_0} \cdot \Delta X \\ &+ \frac{\delta g}{\delta W_f^*}|_{W_f^{*0}} \cdot \Delta W_f^* \\ &+ \frac{\delta h}{\delta C_{charge}}|_{C_{charge}^0} \cdot \Delta C_{charge} \\ &+ f(X_0) + g(W_f^{*0}) + h(C_{charge}^0) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Avec J_f , jacobienne de la matrice dynamique du système non-linéaire, telle que, d'après les équations 1.1, 1.4 et 1.5 :

$$J_f = \begin{pmatrix} -\frac{1}{t_{dos}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_g} \frac{\delta C_g(W_f, N_g)}{\delta W_f} & \frac{1}{I_g} \frac{\delta C_g(W_f, N_g)}{\delta N_g} & 0 \\ \frac{1}{I_{tot}} \frac{\delta C_{tl}(W_f, N_g, N_{tl})}{\delta N_g} & \frac{1}{I_{tot}} \frac{\delta C_{tl}(W_f, N_g, N_{tl})}{\delta N_g} & \frac{1}{I_{tot}} \frac{\delta C_{tl}(W_f, N_g, N_{tl})}{\delta N_{tl}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18.5185 & 0 & 0 \\ 65.5871 & -1.9835 & 0 \\ 17.1650 & 0.8011 & -0.5289 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Par conséquent, la matrice dynamique A_{lin} du système linéarisé est telle que : $A_{lin} = J_f$. En considérant maintenant le vecteur d'entrée U tel que $U = [W_f \ C_{charge}]^t$, alors la matrice d'entrée B_{lin} du système linéarisé est telle que :

$$B_{lin} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{t_{dos}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{I_{tot}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18.5185 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -381.2529 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

En considérant maintenant le vecteur de sortie $Y = [N_g \ P_3 \ T_{45} \ N_{tl}]^t$ du système (toujours autour du point d'équilibre), la matrice de sortie C_{lin} du système est alors définie comme :

$$C_{lin} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{\delta P_3(W_f, N_g)}{\delta W_f} & \frac{\delta P_3(W_f, N_g)}{\delta N_g} & 0 \\ \frac{\delta T_{45}(W_f, N_g)}{\delta W_f} & \frac{\delta T_{45}(W_f, N_g)}{\delta N_g} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1.0000 & 0 \\ 0.0020 & 0.0002 & 0 \\ 1.6012 & -0.0228 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

La figure 2.1 montre les différences entre les performances du système complet non-linéaire et celles du système linéarisé. L'allure des réponses est sensiblement la même (régime transitoire identique). Cependant, en régime permanent, une erreur d'environ 10% persiste sur la réponse de la vitesse de l'arbre générateur de gaz N_g .

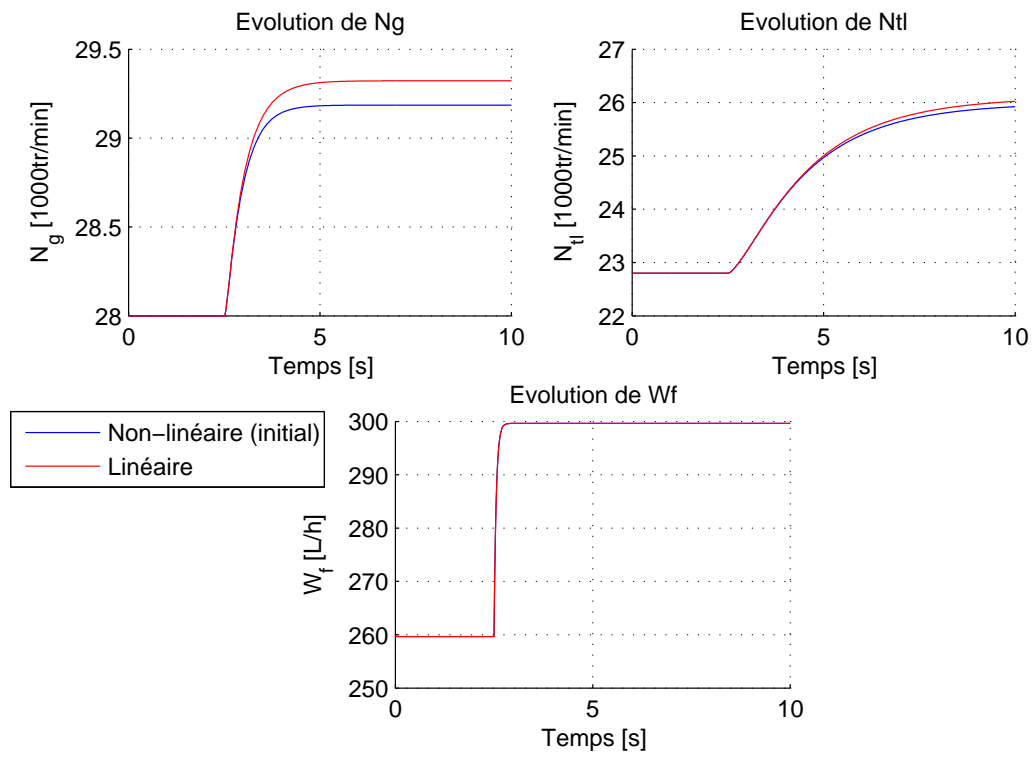


FIGURE 2.1 – Comparaison des performances entre le système initial (non-linéaire) et le système linéarisé

Chapitre 3

Observateur du Kalman

Petrov

3.1 Équations du filtre de Kalman

3.2 Calcul du gain de Kalman

Chapitre 4

Commande par retour d'état

Petrov

- 4.1 Performances du système linéarisé
- 4.2 Cahier des charges
- 4.3 Placement de pôles
- 4.4 Retour d'état augmenté
- 4.5 Pire échelon de charge

Chapitre 5

Commande robuste

Maffre

Un retour d'état K stabilisant le système et rejetant, au mieux, les perturbations (couple résistant C_{charge}) ayant été calculé pour le point de fonctionnement (X_0, U_0) considéré, il est maintenant nécessaire de vérifier la stabilité du système bouclé pour des points de fonctionnement différents. En effet, le point d'équilibre peut être en réalité légèrement différent de celui calculé dans le chapitre 2.

Nous utiliserons pour cela des méthodes de calcul *LMI* (Linear Matrix Inequalities) (toolbox `lmi` de Matlab).

5.1 Calcul du retour d'état K_{lmi} stabilisant

Nous allons tout d'abord recalculer un gain de retour d'état stabilisant le système (noté K_{lmi}). Cet exercice est bien entendu redondant par rapport à la partie précédente mais il permet d'introduire les *LMI*.

La théorie des *LMI* que l'existence d'une matrice symétrique P satisfaisant la théorie de Lyapunov est une condition nécessaire et suffisante de stabilité pouvant être décrite par l'équation :

$$PA^T + AP < 0 \quad (5.1)$$

$$P > 0 \quad (5.2)$$

La matrice dynamique A d'un système bouclé avec un gain de retour d'état $u = -Kx$ étant égale à $A_{boucl} = (A - BK)$, on aura alors la *LMI* suivante comme condition nécessaire et suffisante de stabilité :

$$P(A - BK)^T + (A - BK)P < 0 \quad (5.3)$$

$$P > 0 \quad (5.4)$$

Cette *LMI* étant non-linéaire, il est nécessaire d'effectuer le changement de variable $K = LP^{-1}$ pour assurer sa linéarité.

$$PA^T + AP + L^T B + BL < 0 \quad (5.5)$$

$$P > 0 \quad (5.6)$$

La matrice K_{lmi} retournée par le script Matlab est alors telle que :

$$K_{lmi} = [1.0042 \quad -4.0059 \quad -2.3667 \quad -1.9401] \quad (5.7)$$

Et permet d'assurer la stabilité du système en plaçant les pôles dans le demi-plan gauche du plan complexe. Cependant, comme aucune autre spécification sur le placement des pôles n'est donnée, le solveur *LMI* se contente de trouver un seul gain qui stabilise le système. Autrement dit, la dernière itération correspond à l'itération à laquelle le solveur a trouvé pour la première fois un gain stabilisant.

L'objectif est maintenant de spécifier des régions *LMI* (à l'aide par exemple de la commande `lmireg`) pour que les pôles en boucle fermée appartiennent à l'intersection de ces régions. Ces régions correspondent à :

- Un demi-plan dont la partie réelle est inférieure à une valeur négative x_0 donnée, spécifiant alors le **temps de réponse du système**.
- Un demi-plan dont la partie réelle est supérieure à une valeur négative x_1 (telle que $x_1 < x_0$) donnée, pour **rester dans la bande passante** du système.
- Un secteur conique dont la pointe est située à l'origine du plan complexe, pour fixer l'amortissement et donc **limiter le dépassement**.

5.2 Vérification de la stabilité du système

Conclusion

OBJECTIF

Durant ce bureau d'étude nous avons mis en application différentes notions vues en cours d'automatique avancée afin de commander une turbine à gaz. L'objectif est de suivre une démarche industrielle de conception d'un système de commande.

BILAN

Tout d'abord nous avons modélisé la turbine à l'aide des équations fondamentales de la mécanique.

FUTUR

Ce bureau d'étude nous a donc permis de mettre en place sur un cas concret deux commandes fondamentales de l'automatique, de nous rendre compte des difficultés qu'elles impliquent (notamment au niveau du calcul des paramètres) mais aussi de leur efficacité et de leur grande utilité.

Le sujet choisi pour mettre en oeuvre ce bureau d'étude est très parlant et a le mérite d'être complet.

Table des figures

1.1	Maillages des données fournies en fonction de W_f et N_g	4
1.2	Maillages de C_{tl} et $\frac{dC_{tl}}{dN_{tl}}$ en fonction de W_f et N_g	5
1.3	Schéma Simulink du système turbine complet (non-linéaire)	6
2.1	Comparaison des performances entre le système initial (non-linéaire) et le système linéarisé	9