

# 1. 浸没边界法的有限元形式的一些测试算例<sup>1</sup>

这篇文章提出了一种基于有限元的浸没边界法的完全变分形式。传统的浸没边界法普遍使用Dirac函数插值，然而这里的方法并不需要Dirac函数。此外，它还不要求固体的密度和流体一样，并且首次实现了纯弹性可压固体和不可压流体的耦合。

在这个算法中速度场是一致的，即通过同一个式子描述固体和流体的速度。固体的位置通过位移描述： $w(s, t) := \zeta(s, t) - s$ ，固体的速度可表示为 $\dot{w}(s, t) = u(x, t)|_{x=\zeta(s, t)}$ 。这是和其他浸没边界法的主要区别，据我所知，传统的浸没边界法也是通过Dirac函数插值速度的。

引言部分的总结：

有很多人提出过基于有限元的浸没边界法：

1. 【Boffi 和 Gastaldi, 2003】<sup>2</sup> 【Boffi, 2008】<sup>3</sup>

这是第一次揭示了为什么没必要使用Dirac函数，因为它们在弱形式推导过程中自然地消失了。

2. 【Wang 和 Liu, 2004】<sup>4</sup> 【Zhang 2004】<sup>5</sup>

这两篇文章主要的工作是不再将固体看成是纤维网，将浸没边界法扩展到了流体密度和固体密度不同的情形，允许固体可压。文中使用了一种再生核粒子方法替代Dirac函数。

3. 【Heltai 和 Costanzo, 2012】<sup>6</sup>

结合了以上两种方法，取消了Dirac函数的使用，放宽了对固体的要求。文中主要讨论了流体和固体两个离散空间之间的插值。

## 2. 浸没边界法的一种有限元方法<sup>2</sup>

这篇文章对原来的浸没边界法做了一些改变，即流体部分也用有限元逼近。

**引言：**浸没边界法是用来解决流固耦合问题的，尤其是生物流体动力学问题<sup>7</sup>。在研究心脏、动脉、静脉、微循环、肺等的血液流动时，流固耦合是最主要特征。浸没边界法既是一种数值格式，也是一种数学公式。数学公式的推导是基于对流体的欧拉描述和对固体的拉格朗日描述。固体施加给流体的作用力是通过Dirac函数插值的方式实现的。而传统的处理方式是将固体和流体分开计算，通过边界条件相互作用。

最初的浸没边界法是用有限差分法计算流体部分的，我们实现了有限元的禁摩边界法。一个好处是不需要用Dirac函数。动量方程中的源项是由Dirac函数产生的，但在有限元中，这一项可以很容易地通过变分形式处理，因为形函数与Dirac函数很像。不仅如此，固体和流体可以放在统一的函数空间中进行计算。

## 3. 浸没边界法的变分实现<sup>6</sup>

---

1. [Benchmarking the immersed finite element method for fluid-structure interaction problems↵](#)

2. [The immersed boundary method : a finite element approach↵↵](#)

3. [On the hyper-elastic formulation of the immersed boundary method ↵](#)

4. [Extended immersed boundary method using FEM and RKPM↵](#)

5. [Immersed finite element method↵](#)

6. [Variational implementation of immersed finite element methods↵↵](#)

