Tipovi zadataka:

Teorija brojeva:

1. Koji je najveci zajednicki djelitelj (mjera) brojeva 172 i 54
2. Ostatak dijeljenja broja 7^{99} sa 16
3. Koja je zadnja znamenka broja 43^{44}
4. Je li broj $2222^{5555} + 5555^{2222}$ dijeljiv sa 3
5. Kongruencija (x je na lijevoj strani) - racuna se mjera, crta se tablica, postavlja se $x=ub(\mathrm{mod}\ m)$, itd.
6. Nepoznanica u relaciji (x na desnoj strani) - ako je m (iz $x(\mathrm{mod}\ m)$) slozen broj, onda se koristi fermatov teorem ($P(m)=P(a)P(b)=(a-1)(b-1)$, itd.), a ako je prost onda se koristi fermatov teorem (opet?) ($a^{(p-1)}=1 \bmod p$). Treba se dobiti relacija koja ima m (iz $x(\mathrm{mod}\ m)$) koji je isti kao u zadanoj relaciji, pa mozemo zakljuciti da je to x.
7. Sustavi - ako su m-ovi prosti onda se izracuna njihov produkt, onda se racuna $x1$, $x2$, $x3$, itd. Ako su slozeni, onda se trebaju rastaviti na svoje faktore, pa grupirati slicne kongruencije, pa onda stvoriti novi sustav koji se sastoji samo od prostih m-ova, pa onda nastaviti kao i za prvu vrstu sustava.
8. Pronaci proste brojeve gdje (prva jednadzba) dijeli (druga jednadzba). Ovdje se koriste pravila npr: ako p^2 dijeli neki broj, onda i p dijeli taj broj. Takodjer se koristi fermatov teorem ($a^p=a \bmod p$). Zatim se uzimaju prosti p-ovi i provjerava se koji odgovara.
9. Polinomijalne kongruencije (polinom na lijevoj strani, nesto mod nesto na desnoj) - provjerava se je li koeficijent uz prvi clan na lijevoj strani visekratnik mod-a sa desne strane. Ako nije, onda eksponent na prvom clanu sa lijeve strane je max broj rijesenja. Pisemo x-eve od 0 do m (gdje je m mod sa desne strane). Ako jest visekratnik, onda uklanjamo taj clan, prepisujemo novu jednadzbu, pa ponovno rijesavamo. Ako se desi da imamo vise rijesenja od eksponenta prvog clana, onda moramo provjeriti je li koeficijent svakog clana visekratnih m-a sa desne strane. Ako jest, onda su sva rijesenja validna.
10. Linearne diofantske jednadzbe (npr. $ax+bx=c$) - vise nacina rijesavanja:
    - Ako je $c = 0$, onda izrazavamo x i y pomocu t i to nam je konacno rijesenje.
    - Ako $c \mathrel{!}= 0$, onda prvo racunamo homogeno rijesenje (isto kao iznad), pa onda napamet pronadjemo jedno partikularno rijesenje. Njih zbrojimo i to je konacno rijesenje.
    - Ako su a i b >> c, onda homogeno rijesenje racunamo kao normalno, a partikularno racunamo putem euklidovog algoritma, te pokusavamo pokazati broj 1 pomoci visekratnika od a i b. Zatim to sve pomnozimo sa c, i koeficijenti uz a i b su partikularno rijesenje (moramo paziti na predznake, a i b moraju imati isti predznak kao u zadanoj formuli). Zatim zbrojimo homogeno i partikularno i to je konacno rijesenje.
    - Ako su a i b < c a ne mozemo napamet naci partikularno rijesenje, onda uzimamo x ili y (ko god ima manji koeficijent uz sebe) te njega izrazavamo putem druge varijable. Rezultirajucu jednadzbu pokusamo pokratiti sto vise mozemo, dok ne dobijemo niz cijelih brojeva okoncan razlomkom. Moramo pronaci sve vrijednosti

varijable u razlomku za koju je rezultat tog razlomka cijeli broj, te preko toga mozemo izracunati tu samu varijablu (varijable izrazimo pomocu nove varijable u, postavimo te izraze u 0, te racunamo u. Nakon toga postavljamo interval na brojevnoj liniji od min(u1, u2) i max(u1, u2), te uzimamo cijelobrojne vrijednosti iz tog intervala. Zatim to ubacujemo u x i y i dobijemo nekoliko rijesenja).
    - Ako najveci zajednicki djelitelj od a i b ne dijeli c, onda nema rijesenja.
    - Formulu smijemo podijeliti sa nekim brojem na pocetku ako je to korisno
11. Nelinearne diofantske jednadzbe - 7 metoda:
    - Faktorizacija: treba se prepoznati da zadana jednadzba se moze potpuno faktorizirati, tako da je na lijevo strani umnozak a na desnoj strani jedan broj. Zatim mozemo uzeti svaki faktor tog broja sa desne strane pa racunati varijable sa lijeve. Ponekad se treba napraviti puno sustava. Ova se metoda najlakse prepozna ako na lijevoj strani stvorimo neki oblik polinoma, no inace se treba dobro paziti.
    - Kvocijent: ako se trazi dijeli li jedan broj nekog drugog, onda se koristi ova metoda. Inace se moze koristiti ako ne mozemo faktorizacijom - jednu varijablu (najcesce y) izrazimo kao razlomak na desnoj strani pomocu x-ova. Zatim desnu stranu pokusamo skratiti sto vise mozemo, te zadnji clan ce biti razlomak za kojeg trebamo pronaci vrijednosti x-a za koje je rezultat cijeli broj. Zatim to ubacimo u x i y i dobijemo nekoliko rijesenja. Cesto ima puno sustava.
    - Zbroj: Najcesce se koristi ako je na lijevoj strani jedna varijabla na velik eksponent (npr. 4 ili 5), a na desnoj strani mal broj. U tom slucaju mozemo suziti vrijednosti clana koji ima taj veliki koeficijent na jako mal interval (npr. brojevi -1, 0, i 1), te izracunati drugu varijablu pomocu tih vrijednosti. Ova se metoda koristi ako na lijevoj strani ne mozemo nista faktorizirati i imamo velik eksponent na jednom od clanova sto bi znacilo da metoda kvocijenta ne bi bila korisna.
    - Poslijednja znamenka: Jedna od laksih metoda no zahtijeva da je na desnoj strani konkretan broj a da varijable imaju koeficijente/eksponente uz njih pomocu kojih mozemo zakljuciti koja im je zadnja znamenka. Pravila: kvadrati zavrsavaju sa 0, 1, 4, 5, 6, 9, kubovi zavrsavaju sa 0, 1, 8, 9, a potencije na 4 zavrsavaju sa 0, 1, 5, 6. Brojevi pomnozeni sa 2 uvijek zavrsavaju parnim brojem, brojevi pomnozeni sa 5 uvijek zavrsavaju sa 0 ili 5, i brojevi pomnozeni sa 10 uvijek zavrsavaju sa 0, itd. Pomocu ovoga mozemo zakljuciti postoje li rijesenje ili ne.
    - Kongruencija/modulo: Racunamo ostatke brojeva, najcesce nakon dijeljenja sa 2. Pravila: paran+paran=paran, neparan+neparan=paran, paran+neparan=neparan. Pomocu ovoga mozemo zakljuciti postoji li rijesenje ili ne.
    - Zbroj potencije s parnim eksponentom: Rijedak slucaj, koristi se kada je na lijevoj strani zbroj kvadrata (iltiga parnih potencija) a na desnoj strani mal broj, koji se moze napraviti od zbroja kvadrata (npr. 13 = 4 + 9).

- Nejednakost: Ako znamo intervale nekih varijabli (npr. ako je lijeva strana produkt i ako mora biti veca od 0, onda mozemo zakljuciti da oba produkta moraju biti veci od 0). Ovdje racunamo intervale varijabli te uzimamo cijele brojeve iz tih intervala. Takodjer mozemo suziti broj brojeva iz intervala koje moramo provjeriti uz dodatne informacije koje sami mozemo logicki zakljuciti npr. ako broj treba biti paran. Takodjer se koristi za zadatke tipa 1/a+1/b+1/c=1. U tom slucaju mozemo pretpostaviti da su sve varijable jednake, u kojem slucaju mozemo napraviti nejednakost pa izvlaciti cijelobrojne vrijednosti. Npr. ako je 1/a+1/b+1/c=1, moramo zakljuciti da su brojevi strogo veci od 1, te onda mozemo pretpostaviti da su a, b i c jednaki, sto znaci da je 3/a>=1, sto znaci da je a<=3. Zatim mozemo uzeti cijele brojeve iz intervala [1, 3] (u ovom slucaju to su 2 i 3) i provjeriti jesu li rijesenja, i tako se granati na druge varijable dok ne dobijemo nekoliko rijesenja.