

07.04.2024.

Teorija Informacije - zadaca

① 5 slučajeva prognoze: blaga kša (BK), pljuskovi (P), snijeg (Sn), sunce (Su), i naoblaka (N).

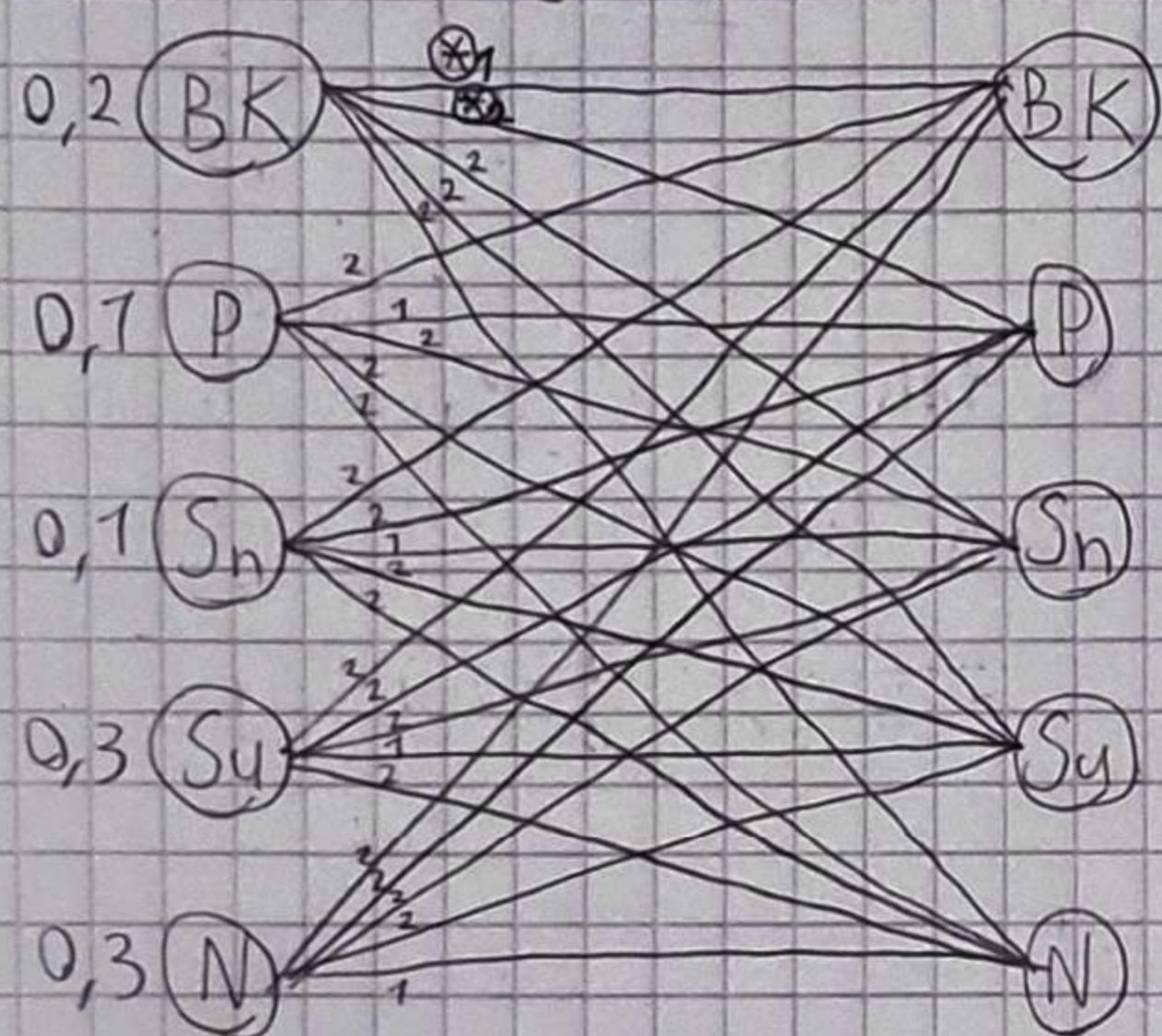
Prognoze su: BK-20%, P-10%, Sn-10%, $\sum = 40\%$

$$Su + N = 1 - 40\% \rightarrow Su + N = 60\%$$

$$Su = N$$

$$Su = 30\%, N = 30\%$$

Vjer. pogrešnih prognoza su jednake, & točnih je 80%.



	BK	P	Sn	Su	N	
BK	0,8	0,05	0,05	0,05	0,05	/ · 0,2
P	0,05	0,8	0,05	0,05	0,05	/ · 0,1
Sn	0,05	0,05	0,8	0,05	0,05	/ · 0,1
Su	0,05	0,05	0,05	0,8	0,05	/ · 0,3
N	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	/ · 0,3

	BK	P	Sn	Su	N	
BK	0,16	0,01	0,01	0,01	0,01	
P	0,005	0,08	0,005	0,005	0,005	
Sn	0,005	0,005	0,08	0,005	0,005	
Su	0,015	0,015	0,015	0,24	0,015	
N	0,015	0,015	0,015	0,075	0,24	
	0,2	0,125	0,125	0,275	0,275	

$$\begin{aligned} H(X) &= - \sum p(x) \cdot \log_2 p(x) = \\ &= (0,2) \cdot \log_2 (0,2) + 0,1 \cdot \log_2 (0,1) \cdot 2 \\ &\quad + 0,3 \cdot \log_2 (0,3) \cdot 2 = 0,4644 + \\ &\quad 2 \cdot 0,3322 + 2 \cdot 0,5211 = 2,771 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H(X, Y) &= - \sum_{x, y} p(x, y) \cdot \log_2 p(x, y) \text{ za svaki } x, y \\ &= 3,293 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) I(X; Y) &= H(X) + H(Y) - H(X, Y) \\ &= 1,117 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a) H(Y) &= 0,4644 + 2 \cdot 0,375 + 2 \cdot 0,5122 \\ &= 2,2388 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}} \end{aligned}$$

② "AAAAAEEEI|||0000000"

Izračunati efikasnost koda η

A·4, E·3, I·5, O·6, U·1, $\sum = 19$

$$\begin{aligned} p(A) &= \frac{4}{19}, & p(E) &= \frac{3}{19}, & p(I) &= \frac{5}{19}, & p(O) &= \frac{6}{19}, & p(U) &= \frac{1}{19} \\ &= 0,2105 & & = 0,1579 & & = 0,2632 & & = 0,3158 & & = 0,0526 \end{aligned}$$

	x_i	$p(x_i)$	kod	$ l_i $
A	$\frac{4}{19}$	0,2105	000	3
E	$\frac{3}{19}$	0,1579	001	3
I	$\frac{5}{19}$	0,2632	010	3
O	$\frac{6}{19}$	0,3158	011	3
U	$\frac{1}{19}$	0,0526	100	3

a) $H(X) = \sum p(x_i) \cdot \log_2 \left(\frac{1}{p(x_i)} \right)$

$$= 2,15 \text{ bit/simbol}$$

L - prosječna dulj. koda = 3

r - zad binarni kod = 2

$$a) \eta = \frac{H(X)}{L \cdot \log_2 r} = \frac{2,15}{3 \cdot \log_2 2} = \frac{2,15}{3} = 0,716$$

Shannonov kod

x_i	$p(x_i)$	pcum	$ l_i $	kod
0	0,3158	0	2	00
1	0,2632	0,3158	2	01
A	0,2105	0,579	3	100
E	0,1579	0,7895	3	110
U	0,0526	0,9474	5	11110

$$H(X) = 2,15 \text{ bit/simbol}$$

$$L = \sum p(x_i) \cdot |l_i| = 0,3158 \cdot 2 + \dots + 0,0526 \cdot 5 = 2,5262$$

$$r = 2$$

$$b) \eta = \frac{H(X)}{L \cdot \log_2 r} = \frac{2,15}{2,5262 \cdot 2} = 0,851$$

Huffmanov binarni kod

x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	kod
0	0,3158	A	0,421	0
1	0,2632	E	0,3158	1
A	0,2105	0	0,2632	2
E	0,1579			
U	0,0526			

$$H(X) = 2,15 \text{ bit/simbol}$$

$$L = 2 \cdot 0,2105 + \dots + 2 \cdot 0,0526 = 1,421$$

$$r = 3$$

$$c) \eta = \frac{H(X)}{L \cdot \log_2 r} = \frac{2,15}{1,421 \cdot \log_2 3} = 0,955$$

③ Binarna poruka: 0,1001 (aritmetički kod)

Simboli su: A, B, C, D

$$[p(A) + p(C)] : [p(B) + p(D)] = 6:4 \quad p(A) + p(B) + p(C) + p(D) = 1$$

$$p(A) = p(C), \quad p(B) = p(D)$$

$$2p(A) : 2p(B) = 6:4$$

$$\frac{3}{2}p(B) + p(B) + \frac{3}{2}p(B) + p(B) = 1$$

$$p(A) = \frac{3}{2}p(B)$$

$$\frac{9}{6}p(B) + \frac{6}{6}p(B) + \frac{9}{6}p(B) + \frac{6}{6}p(B) = 1$$

$$p(C) = p(A) = \frac{3}{2}p(B)$$

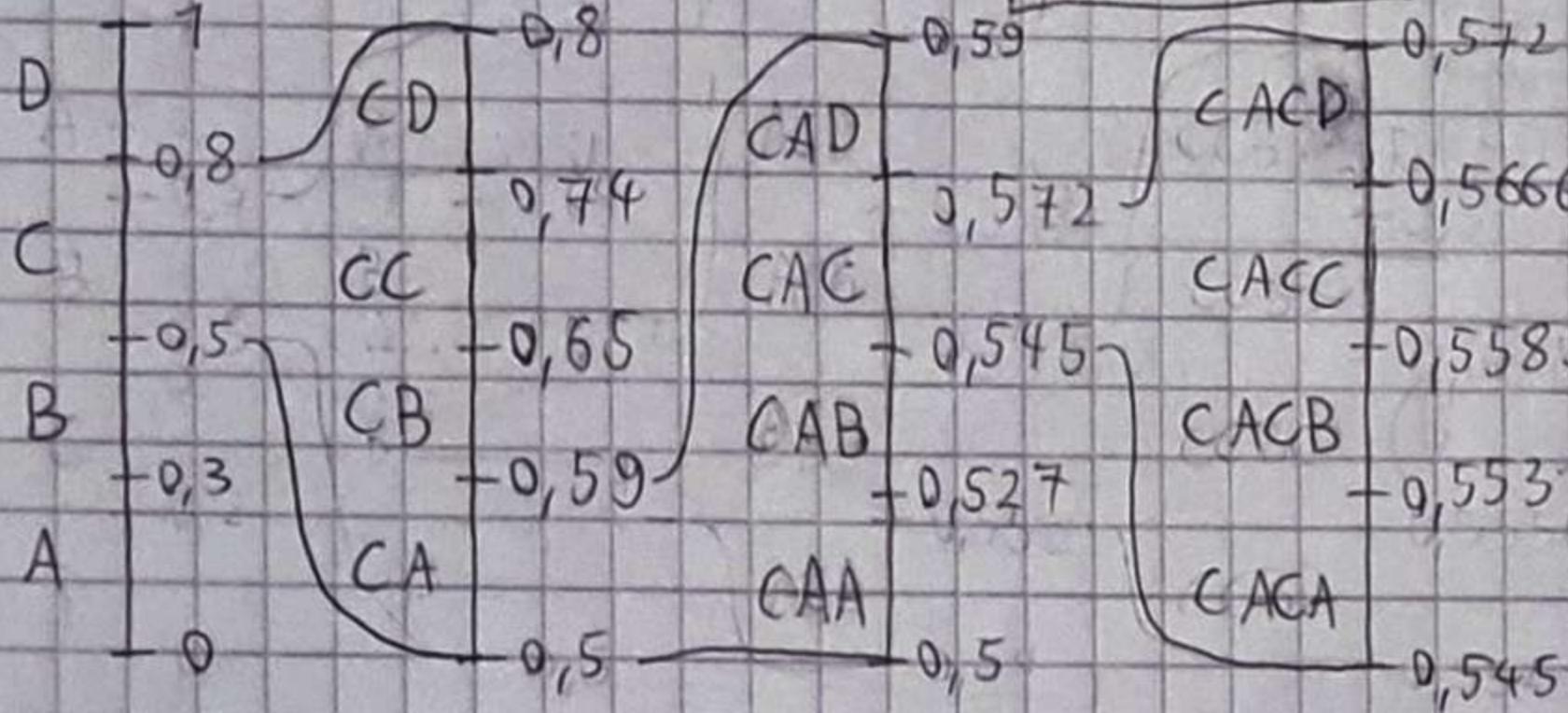
$$\frac{30}{6}p(B) = 1 / \cdot 6 : 30$$

$$p(D) = p(B) = \frac{2}{3}p(A)$$

$$p(B) = 0,2$$

$$p(A) = 0,3$$

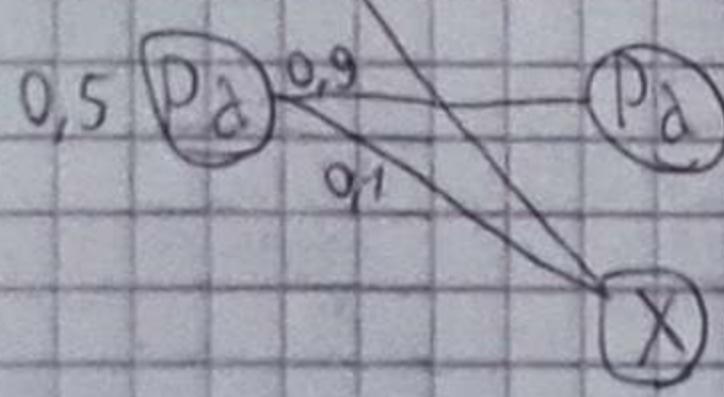
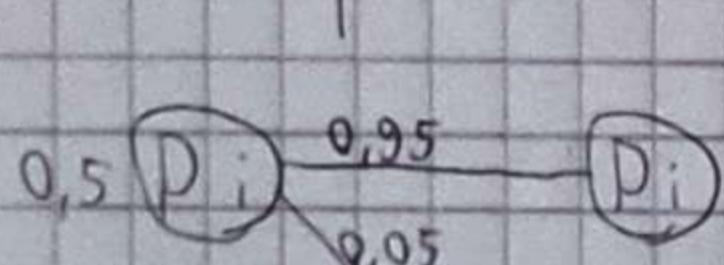
$$p(C) = 0,3$$



$$0,1001 = \frac{1}{2} + \frac{1}{16} = \frac{1}{2} + \frac{1}{16} = \underline{0,5625}$$

④ 40 pisama : 40 paketa $\rightarrow p(P_i) = 0,5, p(P_d) = 0,5$

5% pisama i 10% paketa su izgubljeni.



$$p(y_j/x_i) = \frac{p_i}{p_d} \begin{bmatrix} 0,95 & 0 & 0,05 \\ 0 & 0,9 & 0,1 \end{bmatrix} / \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$p(x_i, y_j) = \frac{p_i}{p_d} \begin{bmatrix} 0,95 & 0 & 0,05 \\ 0 & 0,9 & 0,1 \end{bmatrix} / \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$a) H(X) = 2 \cdot 0,5 = \underline{1,1}$$

$$b) H(Y) = 0,5102 + 0,5184 + 0,2803 = \underline{1,309}$$

$$c) H(X/Y) = H(X, Y) - H(Y) = 1,378 - 1,309 = \underline{0,07}$$

$$H(X, Y) = 0,5102 + 0,5184 + 0,133 + 0,2161 = \underline{1,378}$$

$$d) I(X; Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y) = 1 + 1,309 - 1,378 = \underline{0,931}$$

5.

x_i	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$f(x_i)$	25	50	20	100	75	30	150	50	100

$$p(A) = \frac{25}{600} = 0,0416, \quad p(B) = \frac{50}{600} = 0,0833, \quad p(C) = \frac{20}{600} = 0,0333,$$

$$p(D) = \frac{100}{600} = 0,1667, \quad p(E) = \frac{75}{600} = 0,125, \quad p(F) = \frac{30}{600} = 0,05,$$

$$p(G) = \frac{150}{600} = 0,25, \quad p(H) = \frac{50}{600} = 0,0833, \quad p(I) = \frac{100}{600} = 0,1667,$$

Poredani: G, D, I, E, B, H, F, A, C

a) Fanoov binarni kod

x_i	$p(x_i)$
G	0,25
D	0,1667
I	0,1667
E	0,125
B	0,0833
H	0,0833
F	0,05
A	0,04166
C	0,0333

x_i	$p(x_i)$
B	0,0833
H	0,0833
F	0,05
A	0,04166
C	0,0333

x_i	$p(x_i)$	\otimes kod
G	0,25	00
D	0,1667	01
I	0,1667	100
E	0,125	101
B	0,0833	1100
H	0,0833	1101
F	0,05	1110
A	0,04166	11110
C	0,0333	11111C

Fanoov kvartalni kod

x_i	$p(x_i)$	\otimes kod
G	0,25	0
D	0,1667	1
I	0,1667	2
E	0,125	2
B	0,0833	3
H	0,0833	3
F	0,05	3
A	0,04166	3
C	0,0333	3

x_i	$p(x_i)$	\otimes kod
B	0,0833	0
H	0,0833	1
F	0,05	2
A	0,04166	3
C	0,0333	3

b) Huffmanov ternarni kod

x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$
G	0,25	G	0,25
D	0,166	D	0,166
I	0,166	I	0,166
E	0,125	E	0,125
B	0,0833	FAC	0,125
H	0,0833	B	0,0833
F	0,05	H	0,0833
A	0,04166	A	0,04166
C	0,0333	C	0,0333

x_i	$p(x_i)$
FACBH	0,29166
G	0,25
D	0,166
I	0,166
E	0,125

x_i	$p(x_i)$	\otimes kod
D	0,45833	0
E	0,29166	1
FACBH	0,29166	100
G	0,25	101
I	0,166	110
E	0,125	111
B	0,0833	1110
H	0,0833	11110
F	0,05	111110
A	0,04166	111111A
C	0,0333	1111111C

$$n = r + k(r-1)$$

$$n = 3 + k(3-1) = 3 + 2k$$

$$n = 3, 5, 7, \dots \rightarrow \text{imamo } 9 \text{ simbola, ne treba se nista dodavati}$$

* Huffmanov kvartalni kod je na sljedećoj stranici ispod primjera c)

$$c) H(x) = (0,25 \cdot \log_2 0,25 + \dots + 0,033 \cdot \log_2 0,033) \cdot (-1) = 2,905$$

Fanoov binarni kod

$$\eta = \frac{H(x)}{L \cdot \log_2 r}, \quad r=2, \quad L = 2 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,166 + \dots + 5 \cdot 0,033 = 2,95,$$

$$\otimes \eta = \frac{2,905}{2,95 \cdot 1} = 0,985$$

Fanoov kvartalni kod

$$\eta = \frac{H(x)}{L \cdot \log_2 r}, \quad r=4, \quad L = 1 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,166 + \dots + 3 \cdot 0,033 = 1,658,$$

$$\otimes \eta = \frac{2,905}{1,658 \cdot \log_2 4} = \frac{2,905}{1,658 \cdot 2} = 0,876$$

Huffmanov ternarni kod

$$\eta = \frac{H(x)}{L \cdot \log_2 r}, \quad r=3, \quad L = 1 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,166 + \dots + 3 \cdot 0,033 = 1,875,$$

$$\otimes \eta = \frac{2,905}{1,875 \cdot \log_2 3} = 0,9775$$

Huffmanov kvartalni kod

$$\eta = \frac{H(x)}{L \cdot \log_2 r}, \quad r=4, \quad L = 1 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,166 + \dots + 3 \cdot 0,033 = 1,541,$$

$$\otimes \eta = \frac{2,905}{1,541 \cdot \log_2 4} = \frac{2,905}{1,541 \cdot 2} = 0,942$$

b)* Huffmanov kvartalni kod

x_i	$p(x_i)$
G 0,25	6
D 0,166	D
I 0,166	I
E 0,125	E
B 0,0833	-FAC
H 0,0833	B
F 0,05	H
A 0,04166	1
C 0,033	2
-D .	3

x_i	$p(x_i)$	$-FACEBH$	$0,4166$	0	6	1
G 0,25	D	G	0,25	7	D 2	
D 0,166	I	D	0,166	2	I 3	
I 0,166	E	0,125	0	1	E 0 0	
E 0,125	-FAC	0,125	1		B 0 2	
B 0,0833	B	0,0833	2		H 0 3	
H 0,0833	H	0,0833	3		F 0 1 0	
F 0,05					A 0 1 1	
A 0,04166					C 0 1 2	
C 0,033						
-D .						

\otimes kod

$$n = r+k(r-1)$$

$$n = 4+k(4-1) = 4+3k$$

n = 4, 7, 10, ... - imamo 9 simbola, treba se 1 dodati, da bi bilo 10

⑥ Poruke: A, B, C, D, E, F

$$p(A) = \frac{2}{10} = \frac{10}{50} = 0,2 \quad p(B) = \frac{2}{50} = 0,04 \quad p(C) = \frac{2}{50} = 0,04$$

$$p(D) = \frac{12}{20} = \frac{30}{50} = 0,6 \quad p(E) = \frac{2}{20} = \frac{5}{50} = 0,1 \quad p(F) = \frac{1}{50} = 0,02$$

Poredane: D, A, E, B, C, F

Niz: 011100100

Shannonský kod

x_i	$p(x_i)$	p_{cum}	l_i	kod
D	0,6	0	1	0
A	0,2	0,6	3	100
E	0,1	0,8	4	1100
B	0,04	0,9	5	11110
C	0,04	0,94	5	11111
F	0,02	0,98	6	1111110

Aritmetický kod

F	1	0,88	DBF	0,424
E	0,98	DF	0,868	0,42352
-0,88	DE	0,808	DBE	0,42112
D	0	DD	DBD	
C	0,28	DC	0,448	0,40672
B	0,24	DB	0,424	0,40576
-0,2	A	DA	0,4	0,4048
-0		0,28	DBA	0,4
				0,4024

⊗ Dekodirada: DBA,

011100100
D B A

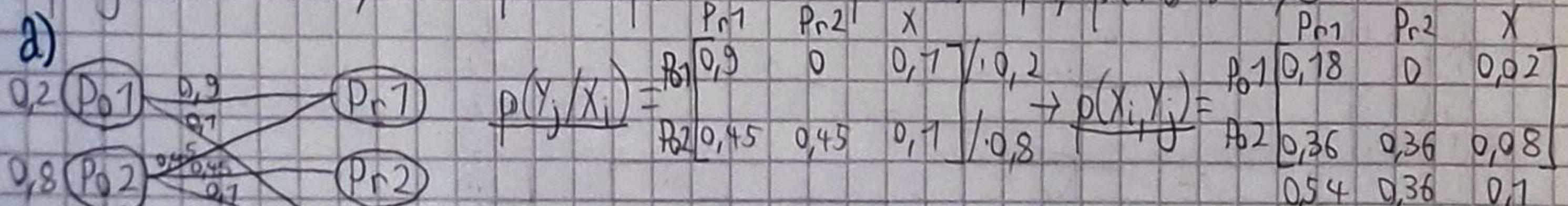
$$\otimes DBA = 0,4024_{(10)} / \cdot 2 = 0,011001110_{(2)}$$

0,8048	0
7,6096	1
7,2192	1
0,4384	0
0,8768	0
7,7536	1
7,5072	1
7,0744	1
0,0744	0

⑦ 2 posiljatelja, 3 primatelja.

$p(P_01) : p(P_02) = 1:9$. P_01 samo komun. sa P_{r1} , dok P_02 sa svima jedn.

$$p(\text{gubitak}) = 0,1 \rightarrow p(P_01) + p(P_02) = 1 \rightarrow p(P_01) = 0,2, p(P_02) = 0,8$$



b) $H(X) = p_1 p_0 (0,2) + p_2 p_0 (0,8) = 0,4644 + 0,2575 = 0,7219$

c) $H(Y) = 0,48 + 0,5306 + 0,3322 = 1,3428$

d) $I(X|Y) = H(X) - H(X|Y) = 1,3428 - 1,3428 = 0,5681$

$$H(X, Y) = 0,4453 + 0,1129 + 0,5306 \cdot 0,2575 = 1,9109$$

e) $I(X; Y) = I(X) + H(Y) - H(X, Y) = 0,7219 + 1,3428 - 1,9109 = 0,1538$

8. "DE INDUSTRIJAL ZACIJA", $\sum = 20$

$$p(D) = \frac{2}{20} = 0,1 \quad p(E) = \frac{1}{20} = 0,05 \quad p(I) = \frac{4}{20} = 0,2 \quad p(N) = \frac{1}{20} = 0,05$$

$$p(U) = \frac{1}{20} = 0,05 \quad p(S) = \frac{1}{20} = 0,05 \quad p(T) = \frac{1}{20} = 0,05 \quad p(R) = \frac{1}{20} = 0,05$$

$$p(J) = \frac{2}{20} = 0,1 \quad p(A) = \frac{3}{20} = 0,15 \quad p(L) = \frac{1}{20} = 0,05 \quad p(Z) = \frac{1}{20} = 0,05$$

$$p(C) = \frac{1}{20} = 0,05$$

POREDANO: I, A, D, J, C, E, L, N, R, S, T, U, Z

a) Fanoov ternarni kod

x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	kod
I	0,2	D	0,1	0
A	0,15	J	0,1	1
D	0,7	C	0,05	2
J	0,1	E	0,05	2
C	0,05			
F	0,05			
L	0,05			
N	0,05			
R	0,05			
S	0,05			
T	0,05			
U	0,05			
Z	0,05			

Fanoov kvartalni kod

x_i	$p(x_i)$	kod
I	0,2	0
A	0,75	1
D	0,1	1
J	0,7	2
C	0,05	2
E	0,05	2
L	0,05	2
N	0,05	0
R	0,05	0
S	0,05	1
T	0,05	2
U	0,05	3
Z	0,05	3

⊗ 10|12|1|00|20|10|22|1|21|22|0|20|00|11|01|200|00|222|0|120|00|11|01

b) Huffmanov ternarni kod

x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$
I	0,2	I	0,2	I	0,2	I	0,2
A	0,15	A	0,15	A	0,15	A	0,15
D	0,1	TUZ	0,15	TUZ	0,15	A	0,75
J	0,1	D	0,1	NRS	0,15	D	0,1
C	0,05	J	0,1	D	0,1	CEL	0,15
E	0,05	C	0,05	J	0,1	D	0,1
L	0,05	E	0,05	C	0,05	J	0,1
N	0,05	L	0,05	E	0,05	D	0,1
R	0,05	N	0,05	D	0,05	C	0,05
S	0,05	R	0,05	L	0,05	J	0,1
O	T	T	0,05	O	S	O	0,2
1	U	U	0,05	1	S	0,05	2
2	Z	Z	0,05	2			

⊗ 11|22|0|300|11|33|31|32|301|0|20|10|23|0|331|10|21|0|20|10

Huffmanov kvartalni kod

x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$
C	0,25	CELDJ	0,25	ATUZNRSD	0,45	O	1	O	0,2	I	0,2
E	0,25	J	0,2	CELDJ	0,25	I	0,15	A	0,15	STUZ	0,2
L	0,25	D	0,1	A	0,75	TUZ	0,15	R	0,1	ELNR	0,2
J	0,15	J	0,1	TUZ	0,15	J	0,1	D	0,1	A	0,75
N	0,15	NRS	0,15	NRS	0,15	C	0,05	C	0,05	J	0,1
R	0,15	D	0,1	CEL	0,15	E	0,05	E	0,05	D	0,1
S	0,15	J	0,1	D	0,05	L	0,05	L	0,05	J	0,1
O	0,15	O	0,1	NRS	0,15	N	0,05	N	0,05	O	0,2
1	0,15	S	0,05	O	0,05	R	0,05	R	0,05	ELNR	0,2
2	0,15					T	0,05	T	0,05		
3	0,15					D	0,05	D	0,05		
4	0,15					J	0,05	J	0,05		

⊗ kod

$$C) L_F3 = 2 \cdot 0,2 + \dots + 3 \cdot 0,05 = 2,45$$

$$H(X) = p_1 p_2(0,2) + \dots + p_6 p_7(0,05) = 3,4842$$

$$\eta_{F3} = \frac{3,4842}{2,45 \cdot \log_2 3} = 0,897$$

$$L_F4 = 1 \cdot 0,2 + \dots + 3 \cdot 0,05 = 2,1$$

$$\eta_{F4} = \frac{3,4842}{2 \cdot \log_2 4} = 0,87$$

$$L_H3 = 1 \cdot 0,2 + \dots + 3 \cdot 0,05 = 2,25$$

$$\eta_{H3} = \frac{3,4842}{2,25 \cdot \log_2 3} = 0,98$$

$$L_H4 = 1 \cdot 0,2 + \dots + 2 \cdot 0,05 = 1,8$$

$$\eta_{H4} = \frac{3,4842}{1,8 \cdot \log_2 4} = 0,97$$

1	7	1	7	1	7	1	7	1	7	1	7
A	10	P	10	C	10	F	30	L	31	N	32
T	11	I	11	R	13	S	20	U	22	V	23
E	12	O	12	D	13	M	21	W	22	X	23
N	13	S	13	J	14	K	22	Y	23	Z	24

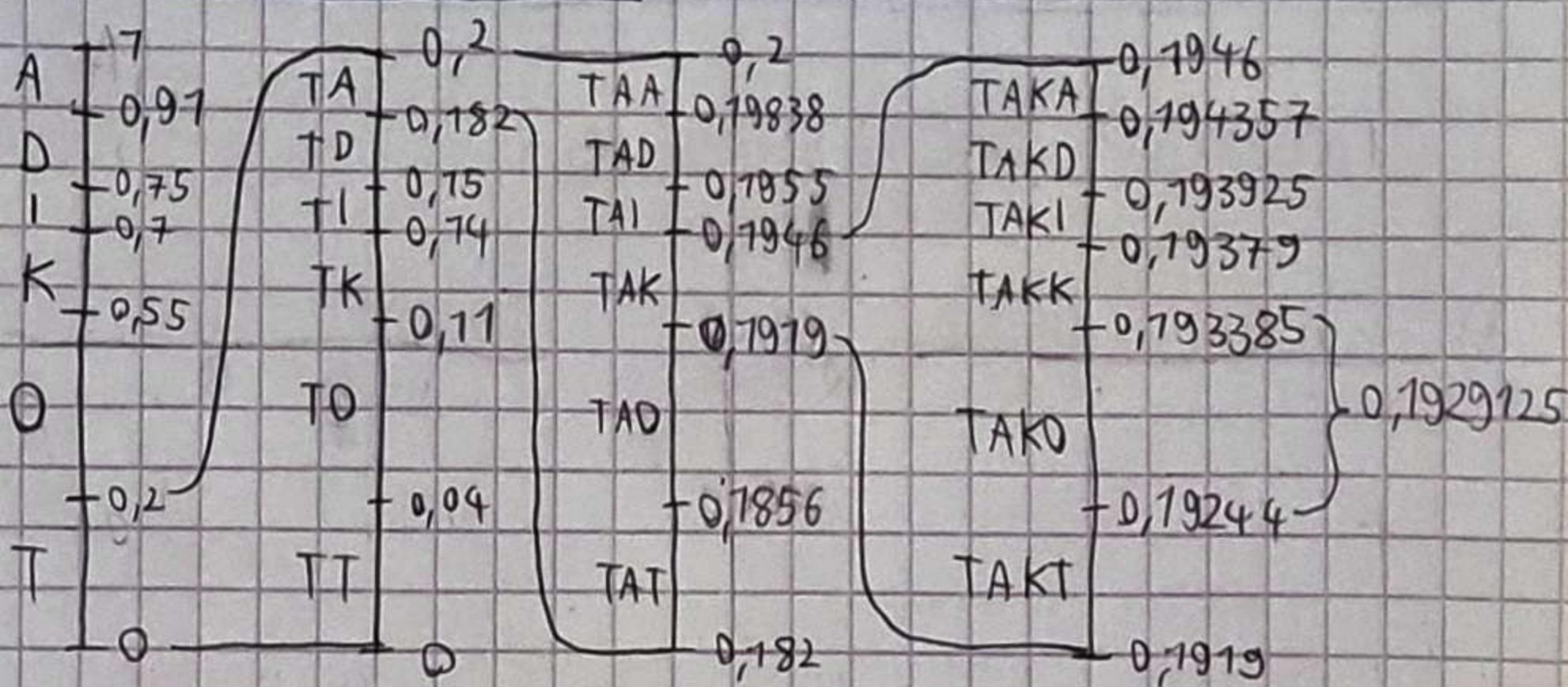
⑨ Poruke: TQK,D,A,T $p(T)=0,05$, $p(Q)=0,35$, $p(K)=0,15$, $p(D)=0,16$, $p(A)=0,09$, $p(I)=0,2$

Niz: 010110110100

Aritmetički kod

Shannonov kod

x_i	$p(x_i)$	pcum	li	kod
D	0,35	0	2	00
T	0,2	0,35	3	010
D	0,16	0,55	3	100
K	0,15	0,71	3	101
A	0,09	0,86	4	1101
I	0,05	0,95	5	11110



⊗ Dekodirano: TAKD

⊗ Kodirano: $0,1929125_{(10)} / \cdot 2 = 0,001100010110_{(2)}$

0,385825	0
0,77165	0
1,5433	1
1,0866	1
0,1732	0
0,3464	0
0,6928	0
1,3856	1
0,7712	0
1,5424	1
1,9848	1
0,1696	0

⑩ Poruke: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$

$$p(x_1) = 0,045 \quad p(x_2) = 0,12 \quad p(x_3) = 0,1 \quad p(x_4) = 0,15$$

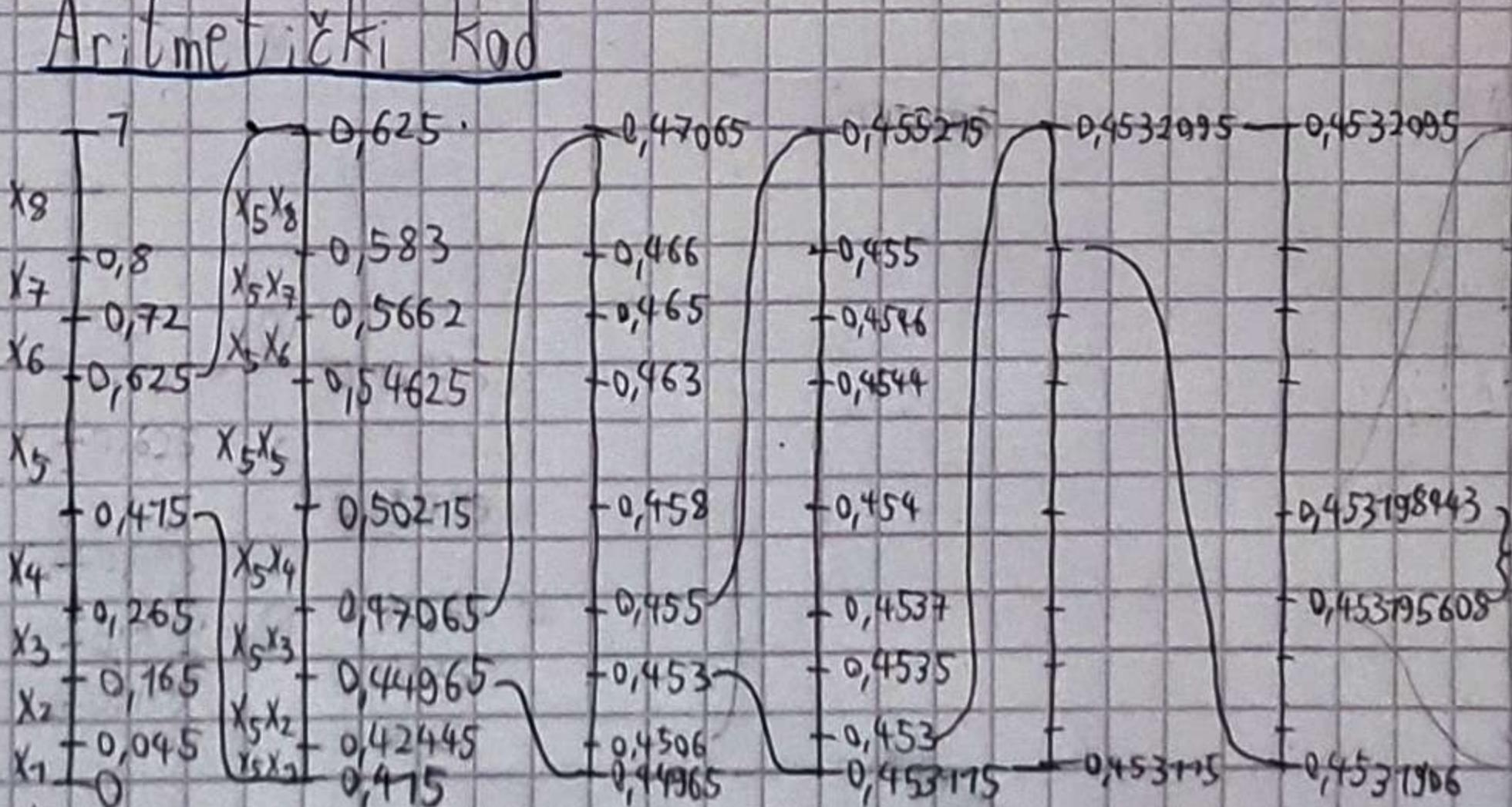
$$p(x_5) = 0,21 \quad p(x_6) = 0,095 \quad p(x_7) = 0,08 \quad p(x_8) = 0,2$$

Poredano: $x_5, x_8, x_4, x_2, x_3, x_6, x_7, x_1$

Niz: 00010101101110001011

Shannonov kod Aritmetički kod

x_i	$p(x_i)$	pcum	li	kod
x_5	0,21	0	3	000
x_8	0,2	0,21	3	001
x_4	0,15	0,41	3	011
x_2	0,12	0,56	4	1000
x_3	0,1	0,68	4	1010
x_6	0,095	0,78	4	1100
x_7	0,08	0,875	4	1110
x_1	0,045	0,955	5	11110



⊗ Dekodirano:

$x_5 \ x_3 \ x_3 \ x_1 \ x_8 \ x_4$

⊗ Kodirano: $0,453797_{(10)} / \cdot 2 = 0,011101_{(2)}$

11.

x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
$f(x_i)$	160	24	48	80	120	100	56	120	40	52

$$p(\text{poredano}) = \{x_1(0,2), x_5(0,15), x_8, x_6(0,125), x_4(0,1), x_7(0,07), x_{10}(0,065), x_3(0,06), x_9(0,05), x_2(0,03)\}$$

a) Fanoov kod (2)

x_i	$p(x_i)$	\otimes kod
$x_1 0,2$	0	00
$x_5 0,15$	0	10
$x_8 0,15$	0	11
$x_6 0,125$	1	00
$x_4 0,1$	1	01
$x_7 0,07$	1	100
$x_{10} 0,065$	1	101
$x_3 0,06$	1	1100
$x_9 0,05$	1	1101
$x_2 0,03$	1	1110

Fanoov kod (4)

x_i	$p(x_i)$	\otimes kod
$x_1 0,2$	0	0
$x_5 0,15$	10	10
$x_8 0,15$	11	11
$x_6 0,125$	20	20
$x_4 0,1$	21	21
$x_7 0,07$	30	30
$x_{10} 0,065$	31	31
$x_3 0,06$	32	32
$x_9 0,05$	330	330
$x_2 0,03$	331	331

b) Huffman kod (3)

x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$
$x_1 0,2$		$x_1 0,2$		$x_1 0,2$	
$x_5 0,15$		$x_5 0,15$		$x_7 x_{10} x_3 0,195$	
$x_8 0,15$		$x_8 0,15$		$x_5 0,15$	
$x_6 0,125$		$x_6 0,125$		$x_8 0,15$	
$x_4 0,1$		$x_4 0,1$		$x_6 0,125$	
$x_7 0,07$		$-x_9 x_2 0,08$		$x_4 0,1$	
$x_{10} 0,065$		$x_7 0,07$		$-x_9 x_2 0,08$	
$x_3 0,06$		$x_7 0,07$		$x_7 0,07$	
0				$x_7 0,07$	
$x_9 0,05$				$x_7 0,07$	
1				$x_7 0,07$	
$x_2 0,03$				$x_7 0,07$	
2				$x_7 0,07$	

x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	\otimes kod
$x_7 x_{10} x_3 x_5 x_8 0,495$	0	$x_7 x_{10} x_3 x_5 x_8 0,495$	0	$x_1 2$		
$x_1 0,2$	1	$x_1 0,2$	1	$x_5 3$		
$x_7 x_{10} x_3 0,195$	0	$x_7 x_{10} x_3 0,195$	0	$x_8 00$		
$x_5 0,15$	1	$x_5 0,15$	1	$x_6 01$		
$x_8 0,15$	2	$x_8 0,15$	2	$x_4 02$		
$x_4 0,1$	1	$x_4 0,1$	1	$x_7 03$		
$x_7 0,07$	2	$x_7 0,07$	2	$x_{10} 10$		
$x_{10} 0,065$	0	$x_7 0,07$	3	$x_3 71$		
$x_3 0,06$	1			$x_9 72$		
$x_9 0,05$	2			$x_3 73$		
$x_2 0,03$	3					

Huffman kod (4)

x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	\otimes kod
$x_1 0,2$		$x_{10} x_3 x_9 x_2 0,205$		$x_8 x_6 x_4 x_7 0,445$	0	$x_1 2$
$x_5 0,15$		$x_1 0,2$		$x_{10} x_3 x_9 x_2 0,205$	1	$x_5 3$
$x_8 0,15$		$x_5 0,15$		$x_1 0,2$	2	$x_8 00$
$x_6 0,125$		$x_8 0,15$		$x_5 0,15$	3	$x_6 01$
$x_4 0,1$		$x_6 0,125$		$x_5 0,15$	1	$x_4 02$
$x_7 0,07$		$x_4 0,1$		$x_7 0,07$	2	$x_7 03$
$x_{10} 0,065$		$x_4 0,1$		$x_{10} 10$		
$x_3 0,06$		$x_7 0,07$		$x_3 71$		
$x_9 0,05$				$x_9 72$		
$x_2 0,03$				$x_3 73$		

$$C) H(x) = p_1 d_1 p_2 d_2 + \dots + p_n d_n p_n = 3,129$$

$$F_3 = 2 \cdot 0,2 + \dots + 5 \cdot 0,03 = 3,155$$

$$\eta_{F_3} = \frac{3,129}{3,155 \cdot \log_2 3} = 0,626$$

$$F_4 = 1 \cdot 0,2 + \dots + 3 \cdot 0,03 = 1,88$$

$$\eta_{F_4} = \frac{3,129}{1,88 \cdot \log_2 4} = 0,832$$

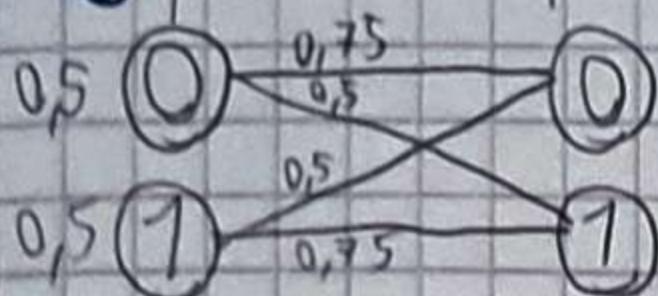
$$H_3 = 1 \cdot 0,2 + \dots + 3 \cdot 0,03 = 2,135$$

$$\eta_{H_3} = 0,924$$

$$H_4 = 1,651$$

$$\eta_{H_4} = 0,948$$

$$12) p(0)=0,5 \quad p(1)=0,5$$



$$p(\text{točno}) = 3 \cdot p(\text{greška})$$

$$p(\text{točno}) + p(\text{greška}) = 1$$

$$\therefore p(\text{greška}) = 1/4$$

$$p(\text{greška}) = 0,25 \rightarrow p(\text{točno}) = 0,75$$

$$p(y_j/x_i) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0,75 & 0,25 \end{bmatrix} / 0,5 \rightarrow p(x_i, y_j) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0,375 & 0,725 \end{bmatrix}$$

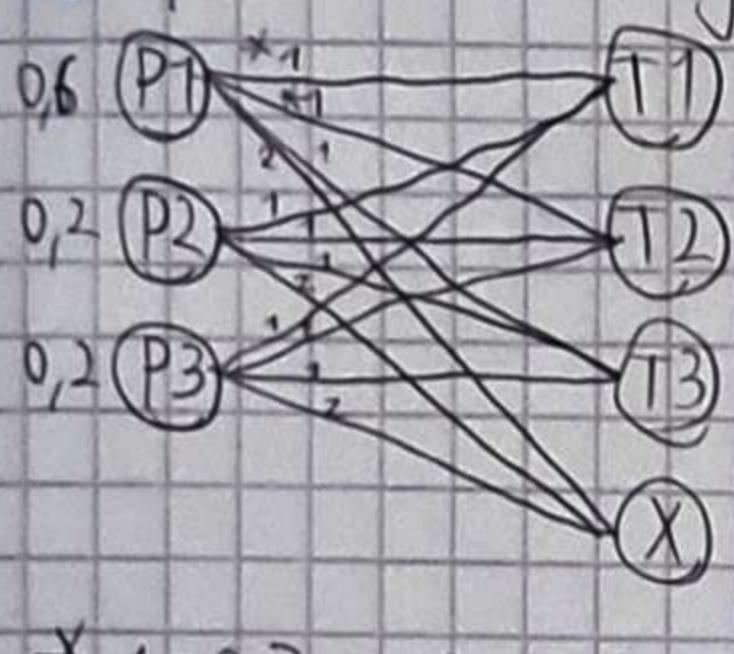
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0,125 & 0,375 \\ 0,5 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$H(x) = H_{\max}(x) = \log_2 2 = 1$$

$$H(y) = 2 \cdot 0,5 = 1$$

$$H(x, y) = 2 \cdot 0,5306 + 2 \cdot 0,375 = 1,8112 \quad I(x; y) = H(x) + H(y) - H(x, y) = 0,1888$$

13. 3 proizvoda, 3 trgovine



$$p(y_j/x_i) = \frac{p_1}{p_2} \begin{bmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,3 & 0,1 \end{bmatrix} / 0,6 \rightarrow p(x_i, y_j) = \frac{p_1}{p_2} \begin{bmatrix} 0,18 & 0,18 & 0,18 & 0,06 \end{bmatrix}$$

$$p_3 \begin{bmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,3 & 0,1 \end{bmatrix} / 0,2 \rightarrow p(x_i, y_j) = \frac{p_3}{p_2} \begin{bmatrix} 0,06 & 0,06 & 0,06 & 0,02 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,3 & 0,1 \end{bmatrix}$$

$$a) H(x) = 0,4422 + 2 \cdot 0,4644 = 1,377 \quad b) H(y) = 3 \cdot 0,5211 + 0,3322 = 1,8955$$

$$c) H(x/y) = H(x, y) - H(y) = 3,2662 - 1,8955 = 1,3707$$

$$H(x, y) = 3 \cdot 0,4453 + 7 \cdot 0,2435 + 2 \cdot 0,1129 = 3,2662$$

$$d) I(x; y) = H(x) + H(y) - H(x, y) = 1,377 + 1,8955 - 3,2662 = 0,0003$$

14)

x_i	A	B	C	D	E	F	G	H
$f(x_i)$	25	50	80	40	20	100	25	60

$$\rightarrow \sum = 400$$

$$p(\text{predano}) = \{F(0,25), C(0,2), H(0,15), B(0,125), D(0,1), A(0,0625), G(0,0625), E(0,05)\}$$

a) Fanoov kod (2)

x_i	$p(x_i)$	\otimes kod
F	0,25	0 0
C	0,2	0 1
H	0,15	1 0 0
B	0,125	1 0 1
D	0,1	1 1 0
A	0,0625	1 1 0 1
G	0,0625	1 1 1 0
E	0,05	1 1 1 1

Fanoov kod (4)

x_i	$p(x_i)$	\otimes kod
F	0,25	0 0
C	0,2	0 1
H	0,15	1 0 0
B	0,125	1 0 1
D	0,1	1 1 0
A	0,0625	1 1 0 1
G	0,0625	1 1 1 0
E	0,05	1 1 1 1

$$c) H(x) = 1,798$$

$$L_{F3} = 1,825, r = 3$$

$$\otimes \eta_{F3} = 0,625$$

$$L_{F4} = 1,55, r = 4$$

$$\otimes \eta_{F4} = 0,902$$

b) HUFFMANOV kod (3)

x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	\otimes kod
F	0,25	F	0,25	GEDA	0,275	CHB	0,475	0
C	0,2	C	0,2	F	0,25	EDA	0,275	1
H	0,15	H	0,15	C	0,2	F	0,25	2
B	0,125	B	0,125	H	0,15			
D	0,1	GE	0,1125	B	0,125			
A	0,0625	D	0,1					
G	0,0625	A	0,0625					
E	0,05							
-	0							
								2

c) $L_{H3} = \underline{1,8625}, r=3$

$\otimes \eta_{H3} = \underline{0,948}$

$L_{H4} = \underline{1,5125}, r=4$

$\otimes \eta_{H4} = \underline{0,925}$

HUFFMANOV kod (4)

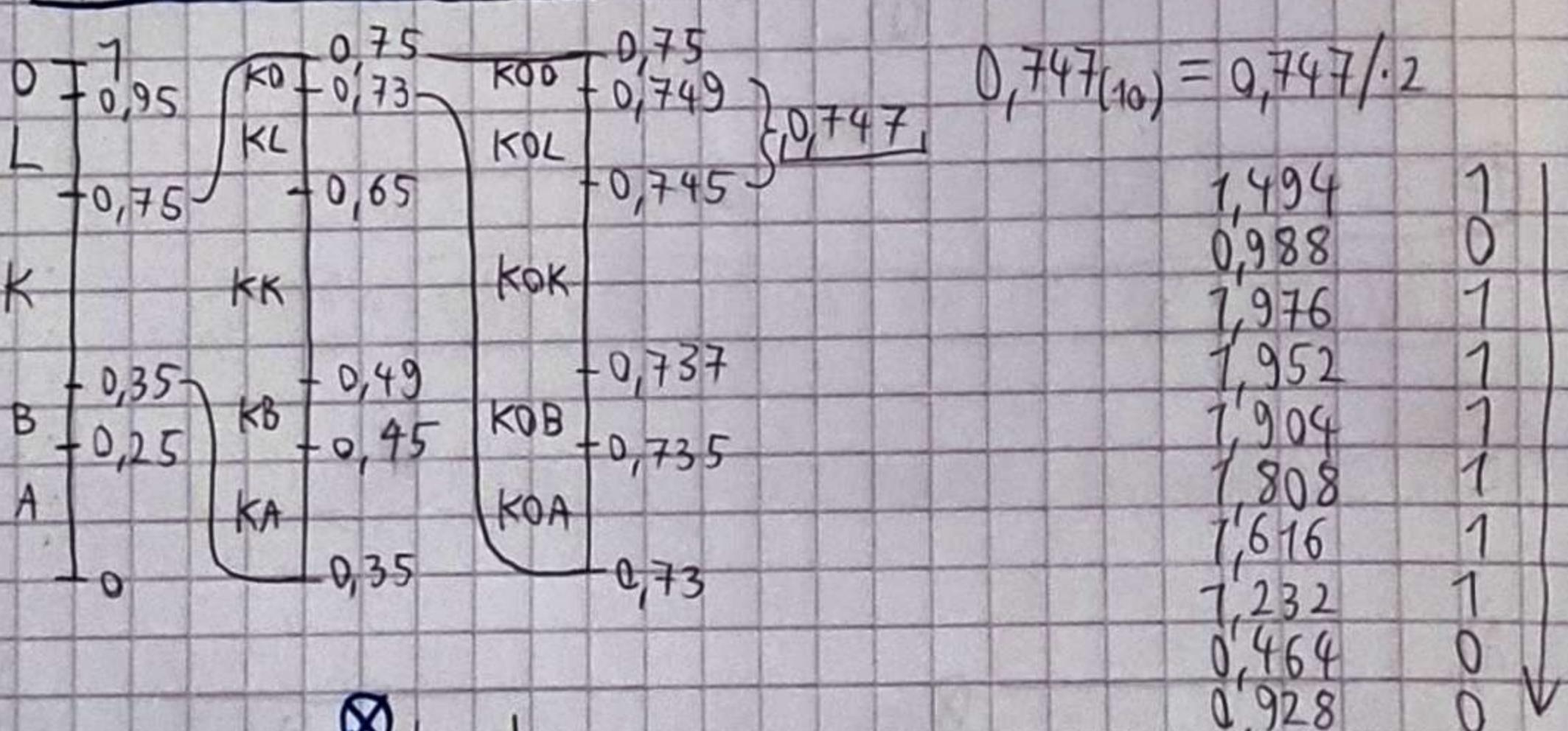
x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	x_i	$p(x_i)$	\otimes kod
F	0,25	F	0,25	FEEDAB	0,4	0
C	0,2	C	0,2	F	0,25	1
H	0,15	H	0,15	C	0,2	2
B	0,125	B	0,125	H	0,15	3
D	0,1	FE	0,1125			
A	0,0625	D	0,1			
G	0,0625	A	0,0625			
E	0,05					
-	0					
/	0					2
/	0					3

15) $p(\text{porédano}) = \{K(0,4), A(0,25), L(0,2), B(0,1), O(0,05)\}$

N. z: 0011110101 Aritmetický kod

Shannonov kod

x_i	$p(x_i)$	p_{cum}	kod
K	0,4	0	00
A	0,25	0,4	01
L	0,2	0,65	101
B	0,1	0,85	1101
O	0,05	0,95	11110



\otimes Dekodiranje: KDL,

\otimes Kodiranje: = 0,1011111100 (2)

16) $p(A) \cdot p(B) = 6:4 \rightarrow p(A) = \frac{3}{2} p(B)$

$p(A) + p(B) = 1$

$\frac{3}{2} p(B) + p(B) = 1 / \cdot \frac{2}{5}$

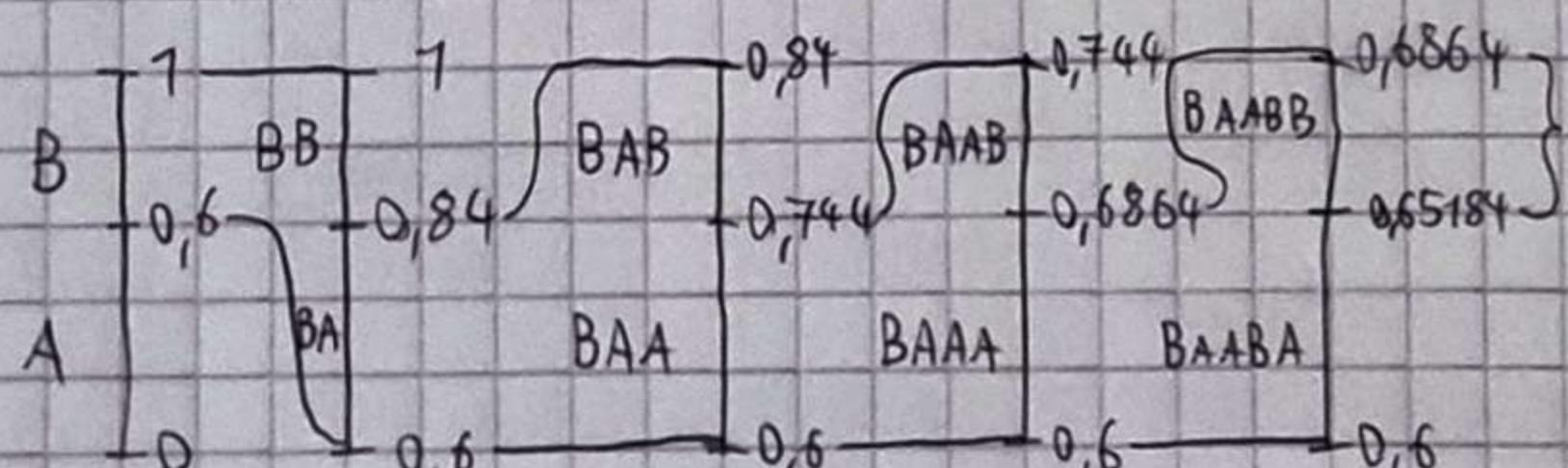
$\underline{p(B) = 0,4}$

$\underline{p(A) = 0,6}$

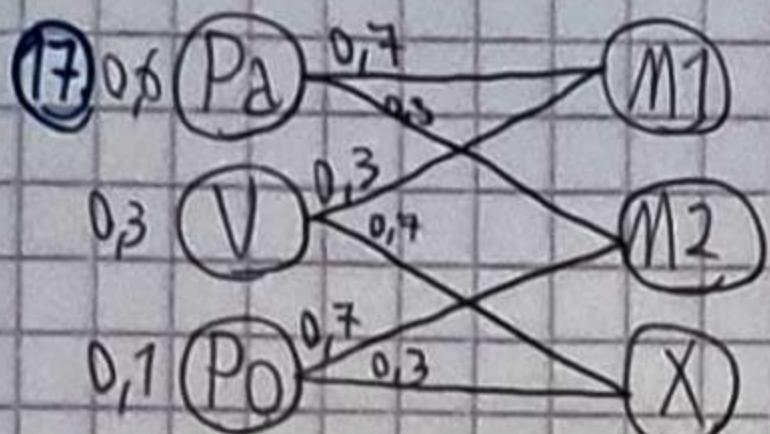
$0,70101 = \underline{\underline{1+2+2+2}} =$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} =$

$= \frac{16+9+1}{32} = \frac{26}{32} = 0,65625$



\otimes Dekodiranje: BAABBB



$$p(y_j/x_i) = \sqrt{P_A \begin{bmatrix} M_1 & M_2 & X \\ 0.7 & 0.3 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0.7 \\ 0 & 0.7 & 0.3 \end{bmatrix} / 0.6} \rightarrow p(x_i, y_j) = \sqrt{P_D \begin{bmatrix} M_1 & M_2 & X \\ 0.42 & 0.18 & 0 \\ 0.09 & 0 & 0.21 \\ 0 & 0.07 & 0.03 \end{bmatrix} / 0.1}$$

$$a) H(X) = \sum p(x_i) \log p(x_i) = 0.4922 + 0.5211 + 0.3322 = 1.2955$$

$$b) H(Y) = 0.4954 + 0.5 + 0.4941 = 1.4895, \quad c) H(Y/X) = H(X, Y) - H(X) = 0.6873$$

$$H(X, Y) = \sum p(x_i) \log p(x_i) = 0.42 + \dots + 0.03 = 2.1768$$

$$d) I(X; Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y) = 0.6082$$

(18) $p(\text{porédano}) = \{0(0,33), P(0,266), E(0,2), A(0,066), M(0,066), T(0,066)\}$

$N_{12}: 1110|1001101|1100$

Shannon kod

x_i	$p(x_i)$	p_{cum}	I_i	kod
O	0,33	0	2	00
P	0,266	0,33	2	01
E	0,2	0,6	3	100
A	0,066	0,8	4	1100
M	0,066	0,866	4	1101
T	0,066	0,933	4	1110

Fanoov kod (3)

x_i	$p(x_i)$	kod
O	0,33	0
P	0,266	1
E	0,2	20
A	0,066	21
M	0,066	220
T	0,066	221

⊗ Dekodirano: TEMA,

⊗ Kodirano: 221|20|220|21