



中国科学院大学  
University of Chinese Academy of Sciences

# 博士学位论文

超冷费米气体中的杂质物理

作者姓名: 彭程

指导教师: 崔晓玲 研究员

中国科学院物理研究所

学位类别: 理学博士

学科专业: 理论物理

培养单位: 中国科学院物理研究所

2022 年 6 月



# **Impurity Physics in Ultraold Fermi Atom Gas**

**A dissertation submitted to  
University of Chinese Academy of Sciences  
in partial fulfillment of the requirement  
for the degree of  
Doctor of Natural Science  
in Theoretical Physics**

**By**

**Peng Cheng**

**Supervisor: Professor Cui Xiaoling**

**Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences**

**June, 2022**



**中国科学院大学**  
**学位论文原创性声明**

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明或致谢。

作者签名：

日 期：

**中国科学院大学**  
**学位论文授权使用声明**

本人完全了解并同意遵守中国科学院有关保存和使用学位论文的规定，即中国科学院有权保留送交学位论文的副本，允许该论文被查阅，可以按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则公布该论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名：

日 期：

导师签名：

日 期：



## 摘 要

本文是中国科学院大学学位论文模板 `ucasthesis` 的使用说明文档。主要内容为介绍  $\text{\LaTeX}$  文档类 `ucasthesis` 的用法，以及如何使用  $\text{\LaTeX}$  快速高效地撰写学位论文。

**关键词：**中国科学院大学，学位论文， $\text{\LaTeX}$  模板





## Abstract

This paper is a help documentation for the  $\text{\LaTeX}$  class ucasthesis, which is a thesis template for the University of Chinese Academy of Sciences. The main content is about how to use the ucasthesis, as well as how to write thesis efficiently by using  $\text{\LaTeX}$ .

**Keywords:** University of Chinese Academy of Sciences (UCAS), Thesis,  $\text{\LaTeX}$  Template



## 目 录

第 1 章 绪论 .....	1
1.1 冷原子概述 .....	1
1.2 冷原子基本实验技术 .....	1
1.3 费米子少体体系 .....	1
1.3.1 费米少体实验 .....	1
1.3.2 费米少体理论 .....	1
1.4 自旋交换相互作用 .....	4
1.5 极化子理论与实验 .....	7
附录 A 中国科学院大学学位论文撰写要求 .....	9
A.1 论文无附录者无需附录部分 .....	9
A.2 测试公式编号 $\Lambda, \lambda, \theta, \bar{\Lambda}, \sqrt{S_{NN}}$ .....	9
参考文献 .....	11
致谢 .....	15
作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与研究成果 .....	17



## 图形列表

1.1 摘自 Esslinger1DMol.....	2
1.2 摘自 1D 少体势阱.....	3
1.3 摘自 SU(N) .....	5
1.4 摘自 SU(N) exp .....	6
1.5 摘自 SU(N) exp .....	7



## 表格列表





## 符号列表

## 字符

Symbol	Description	Unit
$R$	the gas constant	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
$C_v$	specific heat capacity at constant volume	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
$C_p$	specific heat capacity at constant pressure	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
$E$	specific total energy	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
$e$	specific internal energy	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
$h_T$	specific total enthalpy	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
$h$	specific enthalpy	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
$k$	thermal conductivity	$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$
$S_{ij}$	deviatoric stress tensor	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
$\tau_{ij}$	viscous stress tensor	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
$\delta_{ij}$	Kronecker tensor	1
$I_{ij}$	identity tensor	1

## 算子

Symbol	Description
$\Delta$	difference
$\nabla$	gradient operator
$\delta^\pm$	upwind-biased interpolation scheme

## 缩写

CFD	Computational Fluid Dynamics
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy
EOS	Equation of State

JWL	Jones-Wilkins-Lee
WENO	Weighted Essentially Non-oscillatory
ZND	Zel'dovich-von Neumann-Doering

## 第 1 章 绪论

### 1.1 冷原子概述

### 1.2 冷原子基本实验技术

### 1.3 费米子少体体系

伴随着冷原子平台实验技术的进步，各个凝聚态研究领域掀起了不同程度的热潮。其中少体物理的研究领域有了较大进展。得益于实验中少量原子体系的制备、调控与测量，少体物理中很多概念诸如少体束缚态、费米化等理论概念不断地在冷原子实验中被观测到，并进而引发了冷原子特性平台下相关少体物理的理论研究。实际的冷原子少体体系中几个原子被束缚在势阱中，因此我们的内容也主要限制在束缚势阱中的少体体系实验与理论研究进展，以期接下来的研究提供启发，更细致全面的 review 可推荐<sup>[1,2]</sup>，本章还不会涉及 Efimov 物理，相关 review 参见<sup>[3-5]</sup>。由于原子间全同性原理，我们将围绕玻色少体体系与费米少体体系分别展开。束缚的原子数可控程度越来越高，体系的维度可以通过各向异性的势阱实现，原子之间的相互作用均可以调节，从极弱到极强，从吸引到排斥。进一步选取不同的混合体系带来质量比的可调节性，这些丰富的可调节实验条件为少体体系带来丰富的物理。

#### 1.3.1 费米少体实验

实验中最早制备出费米子少体体系可以追溯到 2005 年，在较深的光晶格体系中观测到两费米子形成的分子态<sup>[6-12]</sup>。如图 1.1 所示，

然后沿着另外一个思路，精确制备少体体系<sup>[13-19]</sup>。

少体实验自旋<sup>[20]</sup>

#### 1.3.2 费米少体理论

少体物理之所以重要是因为可以提供一个可理解的物理图像，甚至某些特殊体系存在严格解。这些少体图像成了我们理解实验的基石。在冷原子领域，有两个经典的两体图像，分别是：自由空间 s 波散射图像与谐振子势场下 s 波相互作用两体严格解。由于本节内容关在存在外势的相关少体物理，因此我们从介绍后者出发。

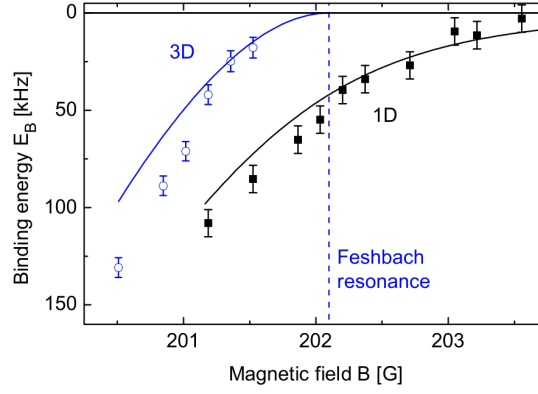


图 1.1 摘自 Esslinger1DMol

Figure 1.1 Reprinted Esslinger1DMol

1998 年 T. Busch 给出了又一个少体体系严格解：任意维度下两个全同玻色子在谐振子势场下的能谱。虽然是玻色子体系，但是这个严格解对费米子体系同样重要，我们以一维为例简单介绍，系统的哈密顿量可以写为：

$$\hat{\mathcal{H}} = -\frac{\hbar}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \frac{m\omega^2}{2} (x^2 + y^2) + g\delta(x - y) \quad (1.1)$$

其中  $m$  为全同玻色子的质量， $\omega$  为谐振子势场的特征频率。引入一维散射长度  $g = -\frac{2\hbar^2}{m} \cdot \frac{1}{a}$  并分离质心运动与相对运动  $R = \frac{x+y}{\sqrt{2}}$ ,  $X = \frac{x-y}{\sqrt{2}}$  得到  $\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_R + \hat{\mathcal{H}}_X$ ：

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_R &= -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dR^2} + \frac{1}{2} R^2 \\ \mathcal{H}_X &= -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dX^2} + \frac{1}{2} X^2 + \frac{g}{\sqrt{2}} \delta(X) \end{aligned} \quad (1.2)$$

$\mathcal{H}_X$  在谐振子基矢下对角化，其中奇宇称的谐振子能级不受影响仍为  $(2n + \frac{1}{2})\hbar\omega$ 。偶宇称的本征解能量  $E_n$  满足自洽方程为：

$$-g\Gamma\left(\frac{1-2E_k}{4}\right) = 2\sqrt{2}\Gamma\left(\frac{3-2E_k}{4}\right) \quad (1.3)$$

相应的本征波函数为：

$$\Psi_k(X) = N_k e^{-X^2/2} U\left(\frac{1-2E_k}{4}, \frac{1}{2}, X^2\right) \quad (1.4)$$

当相互作用  $g \rightarrow \infty$  时候：

$$\begin{aligned} E_k &\rightarrow (2k + 1 + 1/2)\hbar\omega \\ \Psi_k(X) &\rightarrow \psi_{2k+1}(X) \cdot \text{sign}(X) \end{aligned} \quad (1.5)$$

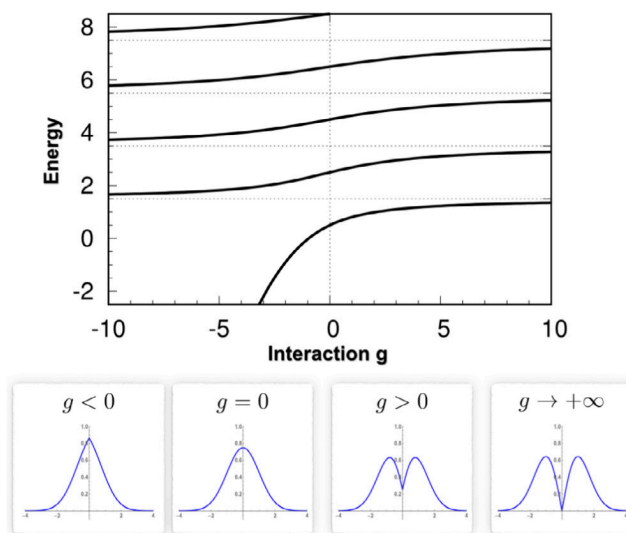


图 1.2 摘自 1D 少体势阱

Figure 1.2 Reprinted from 1Dfewtrap

其中  $\psi_{2k+1}(X)$  为谐振子第  $2k + 1$  个本征波函数。整个系统的能谱如图 1.2 所示其中当  $g \rightarrow -\infty$  时候，基态能量渐近行为是  $E_g \rightarrow -\frac{g^2}{2}$ ，称为 lower branch。其余的随着  $g \rightarrow \infty$  本征能量饱和在奇数谐振子能量的态称为 upper branch。这个少体体系的严格解在后续的实验与理论发展中起了很重要的做用。

后续有一些进一步的推广。

2 体：1D, 2D, 3D Busch  $l=0, l>0$  及一些准一维扩展。动力学<sup>[21]</sup>

如果在两体体系中再加入一个费米子，我们记为 AAB 型的费米子三体体系，仅在 A-B 费米子之间有 s 波散射相互作用。哈密顿量为：

$$\hat{H} = \quad (1.6)$$

这种体系的求解通常借助于 HyperSphere 坐标：

3 体 3DFFX,  $1/a=0$  HyperSphere coordinate 2006Castin Seth2010 all d green Hyperradius. A-D picture Blume2010<sup>[22-32]</sup>

三体四体基态能量修正引入。aad, add

Petrov, Parish, four body bound state.

维度约化<sup>[33,34]</sup>

1D 三体，1，2 密度关联，

1D 少体高自旋少体，自旋链

1D 两体 2010 M. D. Girardeau.

1D SOC 2 体,

1D 少体极化子, 围绕 Wenz 的 science 实验, 一系列理论

陈老师 1D 严格解 TG limit。一维自旋链崔老师

Intermediate interactions 1D, ED in Fock Basis。选取适当的高能态得到好的收敛性。

Zinner 变分 ansatz 1D

Fermion Pairing 少体 in 1D

有了上面介绍的量子少体研究进展, 将有几个可扩展的方向, 比如改变相互作用, dipole、库伦、以及自旋交换相互作用, 而自旋交换相互作用这将是下一章节介绍的。

## 1.4 自旋交换相互作用

在超冷原子实验平台中, 原子整体作为基本粒子, 但是具有内禀自由度。分为内部电子轨道自由度和核自旋自由度。在冷原子实验平台发展初期, 冷却囚禁的原子主要集中在碱金属一族, 最外层只有一个电子。后续随着实验技术的进步, 碱土金属一族的原子进入到大家的视野 **AE 原子体系制备**。这类冷原子最外层有两个电子, 基态  $^1S_0$  与激发态  $^3P_0$  都具有较长的寿命 (选择定则), 称为轨道自由度。由于不同内部电子结构的原子间相互作用不同, 因此不同轨道天然地带来了不同的原子间相互作用。进一步, 由于体系温度极低, 轨道电子的总角动量  $J$  为零, 碱土金属元素的核自旋自由度可以发挥重大的作用。这就为碱土金属原子作为量子模拟的平台带来丰富的可能性。

最早在碱土金属中做量子模拟的可以追溯到 2010 年理论想法, 基于当时对于费米型碱土金属原子的冷却与调控, A. V. Gorshkov 提出了利用这一平台来模拟 SU(N) 相关的物理。具体地, 从两体散射来讲, 原子间的相互作用仅与价电子排布有关而与核自旋无关。由于费米子的全同性原理, 两体散射中轨道自由的与核自旋自由度整体满足交换反对称特性, 因此两体散射通道分为

光晶格中费米型碱土金属原子服从的哈密顿量为：

$$\begin{aligned}\hat{H} = & \sum_{\alpha m} \int d^3r \hat{\Psi}_{\alpha m}^\dagger(\mathbf{r}) \left( -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V_{\alpha, opt}(\mathbf{r}) \right) \hat{\Psi}_{\alpha m}(\mathbf{r}) \\ & + \hbar\omega_0 \int d^3r (\hat{\rho}_e(\mathbf{r}) - \hat{\rho}_g(\mathbf{r})) + \sum_{\alpha, m < m'} g_{\alpha\alpha} \int d^3r \hat{\rho}_{\alpha m}(\mathbf{r}) \hat{\rho}_{\alpha m'}(\mathbf{r}) \\ & + g_{eg^+} \int d^3r \hat{\rho}_{eg^+}(\mathbf{r}) \hat{\rho}_{eg^+}(\mathbf{r}) + g_{eg^-} \int d^3r \hat{\rho}_{eg^-}(\mathbf{r}) \hat{\rho}_{eg^-}(\mathbf{r})\end{aligned}\quad (1.7)$$

其中  $\alpha = g(^1S_0)$  或者  $e(^3P_0)$  代表不同电子内态的原子。  $m = -I, \dots, I$  对应核自旋分量。  $eg^+$  与  $eg^-$  对应散射通道：

$$|eg^\pm\rangle = \frac{|ge\rangle \pm |eg\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|\uparrow\downarrow\rangle \mp |\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} \quad (1.8)$$

由于因此表征原子间相互作用参数仅需要四个通道的相互作用常数  $g_{gg}, g_{ee}, g_{eg^+}, g_{eg^-}$ 。如图 1.3 如果将  $\hat{\rho}_{eg^\pm}$  展开，我们得到不同轨道原子间的相互作用  $\hat{V}_{eg}$  分成了自

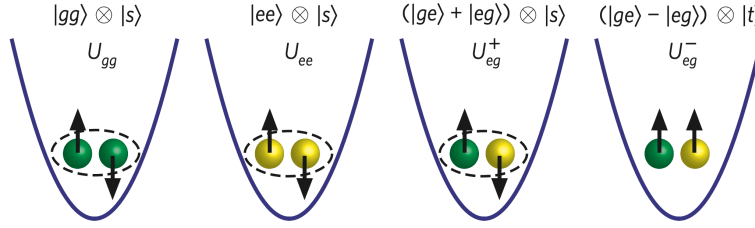


图 1.3 摘自 SU(N)

Figure 1.3 Reprinted from SU(N)

旋交换与自旋守恒的两项：

$$\begin{aligned}\hat{V}_{eg^+} = & g_{eg^+} \int d^3r \hat{\rho}_{eg^+}(\mathbf{r}) \hat{\rho}_{eg^+}(\mathbf{r}) + g_{eg^-} \int d^3r \hat{\rho}_{eg^-}(\mathbf{r}) \hat{\rho}_{eg^-}(\mathbf{r}) \\ = & \frac{g_{eg^+} + g_{eg^-}}{2} \int d^3r \rho_e(\mathbf{r}) \rho_g(\mathbf{r}) \\ & + \frac{g_{eg^+} - g_{eg^-}}{2} \sum_{mm'} \int d^3r \Psi_{gm}^\dagger(\mathbf{r}) \Psi_{em'}^\dagger(\mathbf{r}) \Psi_{gm'}(\mathbf{r}) \Psi_{em}(\mathbf{r})\end{aligned}\quad (1.9)$$

最后，将整个二次量子化哈密顿量在光晶格紧束缚近似下写为：

$$\begin{aligned}\hat{H} = & - \sum_{\langle j,i \rangle, \alpha, m} J_\alpha \left( c_{i\alpha m}^\dagger c_{j\alpha m} + \text{h.c.} \right) + \sum_{j, \alpha} \frac{U_{\alpha\alpha}}{2} n_{j\alpha} (n_{j\alpha} - 1) \\ & + V \sum_j n_{je} n_{jg} + V_{ex} \sum_{j, m, m'} c_{jgm}^\dagger c_{jem'}^\dagger c_{jgm'} c_{jem}\end{aligned}\quad (1.10)$$

其中  $\hat{n}_{j\alpha} = \sum_m \hat{n}_{j\alpha m}$ ,  $V = (U_{eg}^+ + U_{eg}^-)/2$  与  $V_{ex} = (U_{eg}^+ - U_{eg}^-)/2$  分别描述不同轨道原子间的自旋不变与自旋交换相互作用, 其中:

$$U_{eg^\pm} = g_{eg^\pm} \int d^3r w_e^2(r) w_g^2(r) \quad (1.11)$$

有了上述丰富的轨道间相互作用与核自旋 SU(N) 自由度, 这一模型可以用来模拟众多凝聚态物理中强关联多体模型, 比如近藤晶格模型、自旋链模型、自旋液体等。

紧接着于 2014 年, F. Scazza 与合作者一起在  $^{173}\text{Yb}$  体系中证实了上述自旋交换相互作用的存在。其思路如图 1.4 所示: 该实验选取不同电子排布 ( $g(^1S_0)$

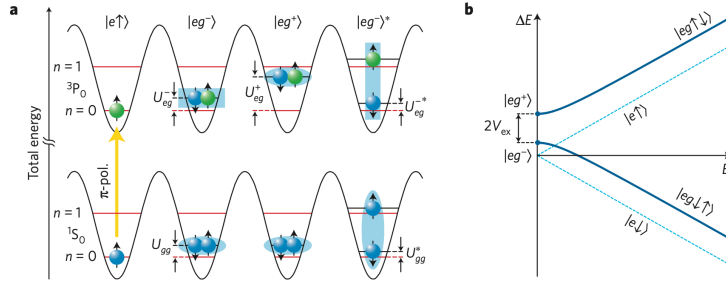


图 1.4 摘自 SU(N) exp

Figure 1.4 Reprinted from SU(N) exp

与  $e(^3P_0)$ ) 的  $^{173}\text{Yb}$  ( $I = 5/2$ ) 原子, 束缚在较深 (原子不能自由移动) 的光晶格中, 在每个格点里面, 原子间的相互作用能为:

$$U_X = \frac{4\pi\hbar^2}{m} a_X \int d^3r w_a^2(r) w_b^2(r) \quad (1.12)$$

其中  $X = gg, ee, eg^+, eg^-$  代表不同状态的原子对。装载不同核自旋的  $g$  轨道原子到光晶格中, 平均填充在  $\bar{n} = 1$  与  $\bar{n} = 2$  之间, 这样导致部分格点内有一个原子, 部分格点内有两个原子。对于有两个原子的格点, 用激光将一个原子从  $g$  态激发到  $e$  态, 末态有两个本征态  $|eg^\pm\rangle$ , 本征能量为  $U_{eg^\pm}$ 。如果在体系中加入沿  $z$  方向的磁场, 导致  $|eg^\pm\rangle$  两态之间有非零的跃迁矩阵元, 最终的哈密顿量为:

$$H_{eg} = \begin{pmatrix} U_{eg}^+ & \Delta_B \\ \Delta_B & U_{eg}^- \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

其中  $\Delta_B = \delta g m_F \mu_B B$ ,  $\delta g$  为核自旋朗德因子的差值, 激光场下末态的本征能量为:

$$E_{1,2} = V \pm \sqrt{V_{ex}^2 + \Delta_B^2} \quad (1.14)$$



本征波函数为  $|eg^\pm\rangle$  两态的线性叠加。

通过观测不同磁场下的共振谱，得到不同磁场下末态的能量，如图 1.5 拟合

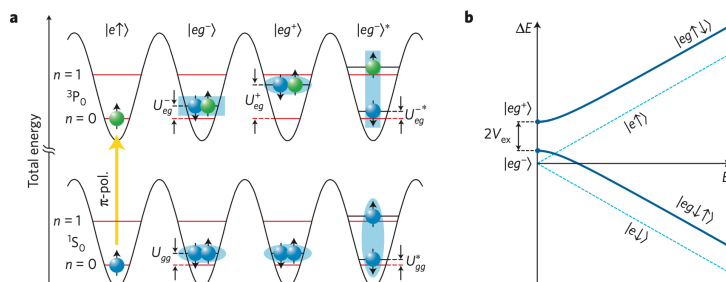


图 1.5 摘自 SU(N) exp

Figure 1.5 Reprinted from SU(N) exp

实验中不同磁场下测到的共振峰的位置，最终得到的裸的散射长度为：**散射长度数据**。进一步作者将光晶格的深度放浅让原子可以在晶格中动起来，研究演化一段时间后自旋极化的变化来直接观测到了自旋交换相互作用。

与此同时，来自研究者也分别在中观测到了自旋交换相互作用**Sr 与慕尼黑**。

进一步地，上述实验中发现的裸的自旋交换相互作用都比较小，用来做近藤物理的量子模拟尚有欠缺。因此理论研究者提出利用束缚诱导共振来调节自旋交换相互作用。具体地，

## 1.5 极化子理论与实验



## 附录 A 中国科学院大学学位论文撰写要求

学位论文是研究生科研工作成果的集中体现，是评判学位申请者学术水平、授予其学位的主要依据，是科研领域重要的文献资料。根据《科学技术报告、学位论文和学术论文的编写格式》(GB/T 7713-1987)、《学位论文编写规则》(GB/T 7713.1-2006) 和《文后参考文献著录规则》(GB7714—87) 等国家有关标准，结合中国科学院大学（以下简称“国科大”）的实际情况，特制订本规定。

### A.1 论文无附录者无需附录部分

### A.2 测试公式编号 $\Lambda, \lambda, \theta, \bar{\Lambda}, \sqrt{S_{NN}}$

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \\ \frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \mathbf{V}) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{V}) \end{cases} \quad \dots \text{ (A.1)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} u \, d\Omega + \int_S \mathbf{n} \cdot (u \mathbf{V}) \, dS = \dot{\phi} \quad \dots \text{ (A.2)}$$

$$\mathcal{L}\{f\}(s) = \int_{0^-}^{\infty} f(t) e^{-st} \, dt, \quad \mathcal{L}\{f\}(s) = \int_{0^-}^{\infty} f(t) e^{-st} \, dt$$

$$\mathcal{F}(f(x+x_0)) = \mathcal{F}(f(x)) e^{2\pi i \xi x_0}, \quad \mathcal{F}(f(x+x_0)) = \mathcal{F}(f(x)) e^{2\pi i \xi x_0}$$

mathtext:  $A, F, L, 2, 3, 5, \sigma$ , mathnormal:  $A, F, L, 2, 3, 5, \sigma$ , mathrm:  $A, F, L, 2, 3, 5, \sigma$ .

mathbf:  $A, F, L, 2, 3, 5, \sigma$ , mathit:  $A, F, L, 2, 3, 5, \sigma$ , mathsf:  $A, F, L, 2, 3, 5, \sigma$ .

mathtt:  $A, F, L, 2, 3, 5, \sigma$ , mathfrak:  $\mathfrak{A}, \mathfrak{F}, \mathfrak{L}, y, v, \gamma, \sigma$ , mathbb:  $\mathbb{A}, \mathbb{F}, \mathbb{L}, \mathbb{K}, \mathbb{Z}, \sigma$ .

mathcal:  $\mathcal{A}, \mathcal{F}, \mathcal{L}, \in, \ni, \nabla, \sigma$ , mathscr:  $\mathscr{A}, \mathscr{F}, \mathscr{L}, , , , \sigma$ , boldsymbol:  $\mathbf{A}, \mathbf{F}, \mathbf{L}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{5}, \sigma$ .

vector:  $\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{T}, \mathbf{a}, \mathbf{F}, \mathbf{n}$ , unitvector:  $\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{T}, \mathbf{a}, \mathbf{F}, \mathbf{n}$

matrix:  $\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{T}, \mathbf{a}, \mathbf{F}, \mathbf{n}$ , unitmatrix:  $\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{T}, \mathbf{a}, \mathbf{F}, \mathbf{n}$

tensor:  $\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{T}, \mathbf{a}, \mathbf{F}, \mathbf{n}$ , untensor:  $\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{T}, \mathbf{a}, \mathbf{F}, \mathbf{n}$



## 参考文献

- [1] Sowiński T, García-March M Á. One-dimensional mixtures of several ultracold atoms: a review [J/OL]. Reports on Progress in Physics, 2019, 82(10): 104401. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6633/ab3a80/meta>. DOI: <https://doi.org/10.1088/1361-6633/ab3a80>.
- [2] Blume D. Few-body physics with ultracold atomic and molecular systems in traps [J/OL]. Reports on Progress in Physics, 2012, 75(4): 046401. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0034-4885/75/4/046401>. DOI: <https://doi.org/10.1088/0034-4885/75/4/046401>.
- [3] Nielsen E, Fedorov D V, Jensen A S, et al. The three-body problem with short-range interactions [J/OL]. Physics Reports, 2001, 347(5): 373-459. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157300001071>. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0370-1573\(00\)00107-1](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(00)00107-1).
- [4] Braaten E, Hammer H W. Universality in few-body systems with large scattering length [J/OL]. Physics Reports, 2006, 428(5-6): 259-390. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157306000822>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2006.03.001>.
- [5] Köhler T, Góral K, Julienne P S. Production of cold molecules via magnetically tunable feshbach resonances [J/OL]. Rev. Mod. Phys., 2006, 78: 1311-1361. <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.78.1311>.
- [6] Greiner M, Mandel O, Esslinger T, et al. Quantum phase transition from a superfluid to a mott insulator in a gas of ultracold atoms [J/OL]. nature, 2002, 415(6867): 39-44. <https://www.nature.com/articles/415039a>. DOI: <https://doi.org/10.1038/415039a>.
- [7] Köhl M, Moritz H, Stöferle T, et al. Fermionic atoms in a three dimensional optical lattice: Observing fermi surfaces, dynamics, and interactions [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2005, 94: 080403. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.94.080403>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.080403>.
- [8] Moritz H, Stöferle T, Günter K, et al. Confinement induced molecules in a 1d fermi gas [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2005, 94: 210401. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.94.210401>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.210401>.
- [9] Stöferle T, Moritz H, Günter K, et al. Molecules of fermionic atoms in an optical lattice [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2006, 96: 030401. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.96.030401>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.030401>.
- [10] Ospelkaus C, Ospelkaus S, Humbert L, et al. Ultracold heteronuclear molecules in a 3d optical lattice [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2006, 97: 120402. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.120402>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.120402>.
- [11] Thalhammer G, Winkler K, Lang F, et al. Long-lived feshbach molecules in a three-dimensional

- optical lattice [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2006, 96: 050402. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.96.050402>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.050402>.
- [12] Sala S, Zürn G, Lompe T, et al. Coherent molecule formation in anharmonic potentials near confinement-induced resonances [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2013, 110: 203202. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.203202>.
- [13] Serwane F, Zürn G, Lompe T, et al. Deterministic preparation of a tunable few-fermion system [J/OL]. Science, 2011, 332(6027): 336-338. <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.1201351>. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1201351>.
- [14] Wenz A N, Zürn G, Murmann S, et al. From few to many: Observing the formation of a fermi sea one atom at a time [J/OL]. Science, 2013, 342(6157): 457-460. <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.1240516>. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1240516>.
- [15] Zürn G, Serwane F, Lompe T, et al. Fermionization of two distinguishable fermions [J/OL]. Physical review letters, 2012, 108(7): 075303. <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.108.075303>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.075303>.
- [16] Zürn G, Wenz A N, Murmann S, et al. Pairing in few-fermion systems with attractive interactions [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2013, 111: 175302. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.175302>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.175302>.
- [17] Murmann S, Deuretzbacher F, Zürn G, et al. Antiferromagnetic heisenberg spin chain of a few cold atoms in a one-dimensional trap [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2015, 115: 215301. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.115.215301>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.115.215301>.
- [18] Murmann S, Bergschneider A, Klinkhamer V M, et al. Two fermions in a double well: Exploring a fundamental building block of the hubbard model [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2015, 114: 080402. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.114.080402>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.114.080402>.
- [19] Rontani M. Tunneling theory of two interacting atoms in a trap [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2012, 108: 115302. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.115302>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.115302>.
- [20] Pagano G, Mancini M, Cappellini G, et al. A one-dimensional liquid of fermions with tunable spin [J/OL]. Nature Physics, 2014, 10(3): 198-201. <https://www.nature.com/articles/nphys2878>. DOI: <https://doi.org/10.1038/nphys2878>.
- [21] Idziaszek Z, Calarco T. Analytical solutions for the dynamics of two trapped interacting ultracold atoms [J/OL]. Phys. Rev. A, 2006, 74: 022712. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.74.022712>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.74.022712>.
- [22] Olshanii M, Pricoupenko L. Rigorous approach to the problem of ultraviolet divergencies in

- dilute bose gases [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2001, 88: 010402. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.88.010402>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.010402>.
- [23] Petrov D S. Three-body problem in fermi gases with short-range interparticle interaction [J/OL]. Phys. Rev. A, 2003, 67: 010703. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.67.010703>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.67.010703>.
- [24] Werner F, Castin Y. Unitary quantum three-body problem in a harmonic trap [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2006, 97: 150401. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.150401>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.150401>.
- [25] Werner F, Castin Y. Unitary gas in an isotropic harmonic trap: Symmetry properties and applications [J/OL]. Phys. Rev. A, 2006, 74: 053604. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.74.053604>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.74.053604>.
- [26] Kestner J P, Duan L M. Level crossing in the three-body problem for strongly interacting fermions in a harmonic trap [J/OL]. Phys. Rev. A, 2007, 76: 033611. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.76.033611>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.76.033611>.
- [27] Stetcu I, Barrett B R, van Kolck U, et al. Effective theory for trapped few-fermion systems [J/OL]. Phys. Rev. A, 2007, 76: 063613. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.76.063613>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.76.063613>.
- [28] von Stecher J, Greene C H, Blume D. Energetics and structural properties of trapped two-component fermi gases [J/OL]. Phys. Rev. A, 2008, 77: 043619. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.77.043619>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.77.043619>.
- [29] Daily K M, Blume D. Energy spectrum of harmonically trapped two-component fermi gases: Three- and four-particle problem [J/OL]. Phys. Rev. A, 2010, 81: 053615. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.81.053615>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.81.053615>.
- [30] Liu X J, Hu H, Drummond P D. Virial expansion for a strongly correlated fermi gas [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2009, 102: 160401. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.102.160401>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.160401>.
- [31] Liu X J, Hu H, Drummond P D. Three attractively interacting fermions in a harmonic trap: Exact solution, ferromagnetism, and high-temperature thermodynamics [J/OL]. Phys. Rev. A, 2010, 82: 023619. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.82.023619>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.023619>.
- [32] Rittenhouse S T, Mehta N P, Greene C H. Green's functions and the adiabatic hyperspherical method [J/OL]. Phys. Rev. A, 2010, 82: 022706. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.82.022706>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.022706>.
- [33] Liu X J, Hu H, Drummond P D. Exact few-body results for strongly correlated quantum gases

- in two dimensions [J/OL]. Phys. Rev. B, 2010, 82: 054524. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.82.054524>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.82.054524>.
- [34] Gharashi S E, Daily K M, Blume D. Three  $s$ -wave-interacting fermions under anisotropic harmonic confinement: Dimensional crossover of energetics and virial coefficients [J/OL]. Phys. Rev. A, 2012, 86: 042702. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.86.042702>. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.86.042702>.



## 致 谢

感激 `casthesis` 作者吴凌云学长, `gbt7714-bibtex-style` 开发者 `zepinglee`, 和 `ctex` 众多开发者们。若没有他们的辛勤付出和非凡工作,  $\text{\LaTeX}$  菜鸟的我无法完成此国科大学位论文  $\text{\LaTeX}$  模板 `ucasthesis` 的。在  $\text{\LaTeX}$  中的一点一滴的成长源于开源社区的众多优秀资料和教程, 在此对所有  $\text{\LaTeX}$  社区的贡献者表示感谢!

`ucasthesis` 国科大学位论文  $\text{\LaTeX}$  模板的最终成型离不开以霍明虹老师和丁云云老师为代表的国科大学位办公室老师们制定的官方指导文件和众多 `ucasthesis` 用户的热心测试和耐心反馈, 在此对他们的认真付出表示感谢。特别对国科大的赵永明同学的众多有效反馈意见和建议表示感谢, 对国科大本科部的陆晴老师和本科部学位办的丁云云老师的细致审核和建议表示感谢。谢谢大家的共同努力和支持, 让 `ucasthesis` 为国科大学子使用  $\text{\LaTeX}$  撰写学位论文提供便利和高效这一目标成为可能。



## 作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与研究成果

### 作者简历：

彭程，山东省潍坊市人，中国科学院物理研究所博士研究生。

### 已发表（或正式接受）的学术论文：

1. ucasthesis: A LaTeX Thesis Template for the University of Chinese Academy of Sciences, 2014.

### 参加的研究项目及获奖情况：

可以随意添加新的条目或是结构。

