

# Medidas y escalas en Astronomía

Alvarado R. Julieth Carolina

Preciado Estrada Mateo

October 1, 2015

Universidad de Antioquia, Pregrado de Astronomía, Medellín

## Abstract

Si realizamos un comparación de las proporciones de la Tierra con las de otros planetas, sistemas planetarios o galaxias, nos damos cuenta que no podemos realizar muchas mediciones usando nuestras escalas convencionales, por lo que realizar estudios a esta escala se presenta como un problema para la astronomía, pues el manejo de números tan grandes es una cuestión tediosa y compleja. Como solución existen algunas medidas que multiplican las del Sistema Internacional y permiten un mejor manejo de las cantidades astronómicas y por ende una mejor comprensión de estas magnitudes.

El propósito de esta primer práctica del curso es aprender a usar las principales unidades de masa, longitud, tiempo y energía astronómicas, todas estas fundamentales en la carrera, mediante una serie de cálculos sencillos que comparan medidas a escala del SI con unidades astronómicas, así de esta forma tener una comprensión mayor de las magnitudes en el universo.

Además de esto, se realizó un acercamiento a la solución de problemas astronómicos, tales como el cálculo de masas de cuerpos celestes o la medición de distancias a estrellas, los cuales requerían que los estudiantes buscaran métodos o ecuaciones con qué dar respuesta a los problemas.

## 1 Determinación de masas

### Masa de la Tierra

Para este cálculo, hicimos uso de la ecuación de la gravitación universal desarrollada por *Sir Isaac Newton* que enuncia que la fuerza ejercida entre dos cuerpos por el producto de la constante de gravitación universal ( $G$ ) es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa; y tuvimos en cuenta que para este caso,  $m$  es la masa de uno de los integrantes del grupo,  $M_{\oplus}$  la masa de la Tierra, y  $R_{\oplus}$  es el radio de la *Tierra*, es decir:

$$\vec{F} = \frac{GM_{\oplus}m}{R^2}$$

Sin embargo, sabemos que la fuerza que experimenta una persona sobre la superficie terrestre es el peso ( $mg$ ), entonces, sustituyendo en la anterior ecuación obtenemos:

$$mg = \frac{GM_{\oplus}m^2}{R_{\oplus}}$$

$$g = \frac{GM_{\oplus}^2}{R_{\oplus}}$$

$$M_{\oplus} = \frac{gR_{\oplus}}{2}G$$

Ahora, reemplazando datos conocidos en esta ecuación, tenemos que:

$$M_{\oplus} = \frac{(9.8m/s^2)(6371km^2)}{6.67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}}$$

$$M_{\oplus} = 5.96 \times 10^{24} kg \quad (1)$$

### Masa del Sol

Suponiendo que la órbita de la *Tierra* alrededor del *Sol* es circular, es suficiente con igualar la fuerza de atracción entre estos dos con la fuerza centrípeta que ejerce el *Sol* sobre la *Tierra*. Para un movimiento circular la fuerza centrípeta es:

$$\vec{F} = M_{\oplus} \frac{V^2}{R}$$

Donde  $M_{\oplus}$  es la masa de la *Tierra*,  $V$  es la velocidad de traslación y  $R$  es la distancia del *Sol* a la *Tierra*.

$$M_{\oplus} \frac{V^2}{R} = \frac{GM_{\oplus}M_{\odot}}{R^2}$$

$$V^2 R = GM_{\odot}$$

$$M_{\odot} = \frac{V^2 R}{G}$$

La velocidad de la *Tierra*  $V$  es simplemente la longitud de la órbita dividida por el periodo de traslación alrededor del *Sol*, entonces:

$$V = \frac{2\pi R}{T}$$

Reemplazando obtenemos que:

$$M_{\odot} = \frac{4\pi^2 R^3}{T^2 G}$$

Ahora, reemplazando datos conocidos en esta ecuación, tenemos que:

$$M_{\odot} = \frac{4\pi^2 (1,496 \times 10^{11} m)^3}{(31557600 s)^2 (6.67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2})}$$

$$M_{\odot} = 1.989 \times 10^{30} kg$$

## Masa de Júpiter

Una manera de calcular la masa de *Júpiter* es utilizando a una de sus lunas, en éste caso *Calisto*, entonces el cálculo es similar al anterior:

$$M_{Jup} = \frac{4\pi^2 R_j^3}{T_j^2 G}$$

Ahora, reemplazando datos conocidos en esta ecuación, tenemos que:

$$M_{Jup} = \frac{4\pi^2 (18.83 \times 10^8 m)^3}{(1441931.42 s)(6.67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2})}$$

Donde  $R_j$  es el radio de la órbita de *Calisto* y  $T_j$  es su período, entonces:

$$M_{Jup} = 1.89 \times 10^{27} kg$$

## Masa de la Galaxia

Para el cálculo de la masa galaxia (*Milky Way*) al interior de la órbita del sol, si asumimos un disco homogéneo podemos reemplazarlo por una masa puntual en el centro de la galaxia y entonces el cálculo es el mismo que en los cálculos:

$$M_{galaxy} = \frac{4\pi^2 R^3}{T^2 G}$$

Con  $R$  siendo el radio al centro de la galaxia y  $T$  el período:

$$M_{galaxy} = 2.41 \times 10^{41} kg$$

## 2 Determinación de distancias

### Edificio Coltejer

Para el cálculo de la distancia desde el *ITM fraternidad* hasta el edificio *Coltejer* usando el método de paralaje tenemos las siguientes fotos tomadas desde el *ITM fraternidad*



Figure 1: Foto del Coltejer tomada desde el *ITM fraternidad*, costado derecho



Figure 2: Foto del Coltejer tomada desde el *ITM fraternidad*, costado derecho



Figure 3: Imagen obtenida con el solapamiento de fotos. Muestra el desplazamiento de las montañas (ángulo de paralaje), *ITM fraternidad* terraza observatorio

Para calcular en ángulo de paralaje se solaparon ambas imágenes usando *Inkscape* y haciendo coincidir el edificio *Coltejer*. Como escala de medida tomamos la distancia entre el *Coltejer* y el edificio blanco a su izquierda, entre éstos dos había unos  $15^\circ$ .

El ángulo de de desplazamiento que encontramos fue de aproximadamente  $\alpha 3^\circ$  por lo que el ángulo de paralaje  $\zeta$  es de  $1.5^\circ$  aproximadamente. La distancia entre las fotos fue de  $45\text{ m}$ , entonces la distancia al coltejer es:

$$\zeta \approx \left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$D_{col} \approx \frac{h}{\tan(\zeta)}$$

$$D_{col} \approx \frac{45\text{ m}}{\tan(1.5^\circ)}$$

$$D_{col} \approx 1718.8\text{ m}$$

### Distancia a la estrella

Para calcular la distancia a la estrella, hicimos uso del método de paralaje estelar, lo único necesario en este caso es el ángulo que subtiende la estrella a lo largo del tiempo en que se tomaron las dos fotografías.

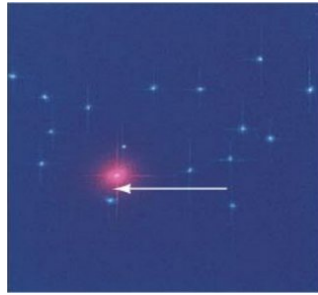


Figure 4: Fotografía tomada en Julio

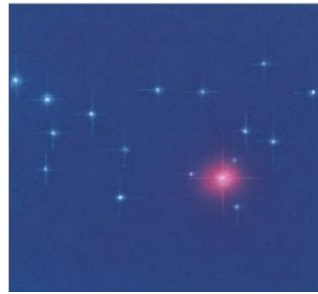


Figure 5: Fotografía tomada en Enero

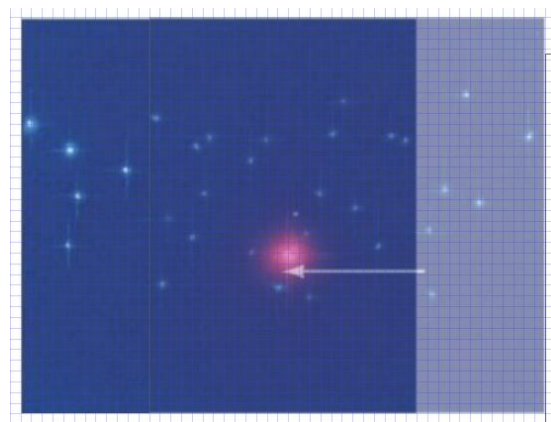


Figure 6: Imagen solapada con rejilla

El ángulo  $\gamma$  observado después de solapar las dos imágenes tomadas en dos puntos opuestos de la órbita terrestre es de  $0^{\circ}0'0.324324''$ , por ende el ángulo de paralaje  $\epsilon$  es de  $0^{\circ}0'0.324324''$ , para hallar este fue necesario utilizar una rejilla. De esta forma tenemos que:

$$\epsilon \approx \left(\frac{\gamma}{2}\right)$$

$$\epsilon \approx \left(\frac{0^{\circ}0'0.324324''}{2}\right)$$

$$\epsilon \approx 0^{\circ}0'0.16217''$$

$$D_{star} \approx \frac{h}{\tan(\epsilon)}$$

$$D_{star} \approx \frac{1 \text{ AU}}{\tan(0^{\circ}0'0.16217)}$$

$$D_{star} \approx \frac{1271904.83 \text{ AU}}{206264.8062 \text{ AU}}$$

$$D_{star} \approx 6.16368 \text{ pc}$$

### 3 Cálculo de tiempos

En el calendario Gregoriano la fecha de nacimiento de Julieth es 09/06/1998 y la fecha de la próxima clase de Astronomía Práctica I es 30/09/2015 entonces el tiempo de vida hasta este momento ha sido 546278400 s.

#### Porcentaje edad

La edad de la *Tierra* es de alrededor de 4 Gyr los cuales equivalen a  $1.271 \times 10^{17}$  s entonces:

$$P = \frac{(546278400)(100)}{1.271 \times 10^{17}}$$

$$P = 4.29 \times 10^{-7}$$

Donde  $P$  es el porcentaje de la edad de la *Tierra* al que equivale su edad.

Ahora, según el calendario Gregoriano, la fecha de nacimiento de Mateo es 21/12/1996 y la fecha de la próxima clase de Astronomía Práctica I es 30/09/2015, por lo tanto su tiempo de vida hasta este momento ha sido 592502400 s.

#### Porcentaje edad

Realizamos el cálculo de este porcentaje del mismo modo:

$$P = \frac{(592502400)(100)}{1.271 \times 10^{17}}$$

$$P = 4.66 \times 10^{-7}$$

## Porcentaje tiempo del Homo Sapiens

El Homo Sapiens apareció en la Tierra hace unos 195000 *años*, lo que equivale en unidades del Sistema Internacional a  $6.15 \times 10^{12} s$  aproximadamente. Ahora, si comparamos este tiempo con la edad del Universo que es  $1.3798 \times 10^{10} años$ , es decir  $4.351 \times 10^{17} s$ , podemos determinar qué porcentaje de esta edad ha vivido el Homo Sapiens:

$$P = \frac{6.15 \times 10^{12}}{4.351 \times 10^{17}}$$

$$P = 1.413 \times 10^{-3}$$

## 4 Cálculo de energía

### Potencia del Sol

Calculamos a cuántos Led's equivale la potencia del Sol con una regla de tres sencilla. Sabiendo que:

$$1 \text{ Led} \approx 0.09 W$$

$$1 \odot \approx 3.83 \times 10^{26} W$$

Tenemos que la potencia del Sol equivale a:

$$Power_{\odot} \approx \frac{3.83 \times 10^{26}}{0.09 W}$$

$$Power_{\odot} \approx 4.25 \times 10^{27} \text{ Led}$$

### Energía del sol

Haciendo una estimación del tiempo de vida del *Sol*, podemos calcular la cantidad de energía que va a producir a lo largo de este tiempo.

$$E_{\odot} \approx (3.83 \times 10^{26}) \times (9 \times 10^9 \text{ yrs} \times 365, 25d \times 86400s)$$

$$E_{\odot} \approx 1,08 \times 10^{44} W$$

## 5 Conclusiones

Comprender el tamaño de la *Tierra* resulta al parecer realmente sencillo, sin embargo no ocurre lo mismo cuando deseas extrapolar esas dimensiones para conocer el tamaño del universo, pues este es absolutamente mucho más vasto comparado con este *Pale blue dot* en el que habitamos, es de suma importancia para un Astrónomo saber y comprender como utilizar medidas apropiadas durante el lapso de su carrera científica.