

# Actividad 6: Periodo del Péndulo

Martin Alejandro Paredes Sosa

Marzo, 2016

## 1. Introducción

La matemática de un péndulo simple es, en general, compleja. Hacer suposiciones que simplifican la descripción nos permite resolver analíticamente las ecuaciones de movimiento para las oscilaciones de ángulos pequeños.

El péndulo simple, es una idealización de un péndulo real, pero en un sistema aislado donde se asume:

- La cuerda tiene una masa despreciable, es rígida y se mantiene tensa.
- El péndulo se maneja como una masa puntual.
- El movimiento es en dos dimensiones trazando un arco.
- No pierde energía por fricción o resistencia al aire.
- El campo gravitacional es uniforme.
- El soporte no se mueve.

La ecuación que nos permite encontrar el periodo cuando se utilizan ángulos pequeños es:

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad (1)$$

Mientras que para cualquier ángulo es:

$$T = 4\pi \int_0^{\theta_o} \frac{1}{\sqrt{\cos\theta - \cos\theta_o}} d\theta \quad (2)$$

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\ell$  es la longitud del péndulo y  $\theta_o$  es la condición inicial [?].

## 2. Función *integrate.quad*

Para poder resolver la integral que se tiene en la ecuación (2) se utilizaron herramientas computacionales. En nuestro caso, para resolverla se utiliza la función *integrate.quad* de la librería *scipy* de Python [?].

Esta función utiliza los siguientes parámetros:

- *func: function*. Es la función definida anteriormente para integrar.
- *a: float*. Limite inferior de integración
- *b: float*. Limite superior de integración
- *args: tuple, opcional*. Argumentos extra para la función.

### 3. Ejercicio y Resultados

Esta actividad consistió en realizar un código en python que nos permitiera encontrar el periodo de un péndulo para ángulos arbitrarios. Se hizo uso de la librería *scipy.integrate* haciendo uso de la función *quad*. Una vez que se tenía el periodo se gráfico el error relativo  $T/T_o$  y se demostró como es que diverge el periodo a medida que el angulo inicial tiende a  $\pi$ .

El siguiente código fue el que se utilizo:

```

1 #LIBRERIAS
2 import numpy as np
3 from scipy.integrate import quad
4 import matplotlib.pyplot as plt
5
6 #Constantes del problema.
7 l = 1.0      #Longitud Del Pendulo
8 g = 9.81    #Gravedad
9 n = 500
10 eps= 0.001
11 theta = np.linspace(0.0,np.pi,n)
12 theta_0 =np.linspace(eps, np.pi-eps, n)
13 res = [0 for i in range(n)]
14 err = [0 for i in range(n)]
15 T = [0 for i in range(n)]
16
17 #Caso de oscilaciones pequenas
18 T_o = 2.0 * np.pi*np.sqrt(l/g)
19
20 #Para Oscilaciones grandes
21 #Calculo de la integral
22 inte = lambda x, k : 1.0 /(np.sqrt(np.cos(x)-np.cos(k)))
23
24 for i in range(n):
25     theta_00 = theta_0[i]
26     res[i] , err [i] = quad(inte, 0, theta_00, args=(theta_00))
27
28 #Calculo del periodo
29 T[i] = 4*np.sqrt(l/(2*g)) * res[i]
30
31 #Calculo del error

```

```

32 ErrorR = (T/T_o)
33 x = (theta * 180.0)/np.pi #Transformacion a Grados
34 x1 = (theta * 180.0)/np.pi
35
36 #Grafica del Error Relativo
37 plt.figure(1)
38 plt.plot(x1,ErrorR)
39 plt.xlabel("Angulo")
40 plt.ylabel("Error Relativo T/To")
41 plt.xlim(0.0,90.0)
42 plt.ylim(1.0,1.2)
43 plt.grid()
44 #Grafica 2 Divergencia de la integral
45 plt.figure(2)
46 plt.plot(x1,T)
47 plt.xlabel("Angulo")
48 plt.ylabel("Periodo")
49 plt.grid()
50
51 plt.show()

```

Listing 1: Programa Periodo.py

Las gráficas que resultaron son las siguientes:

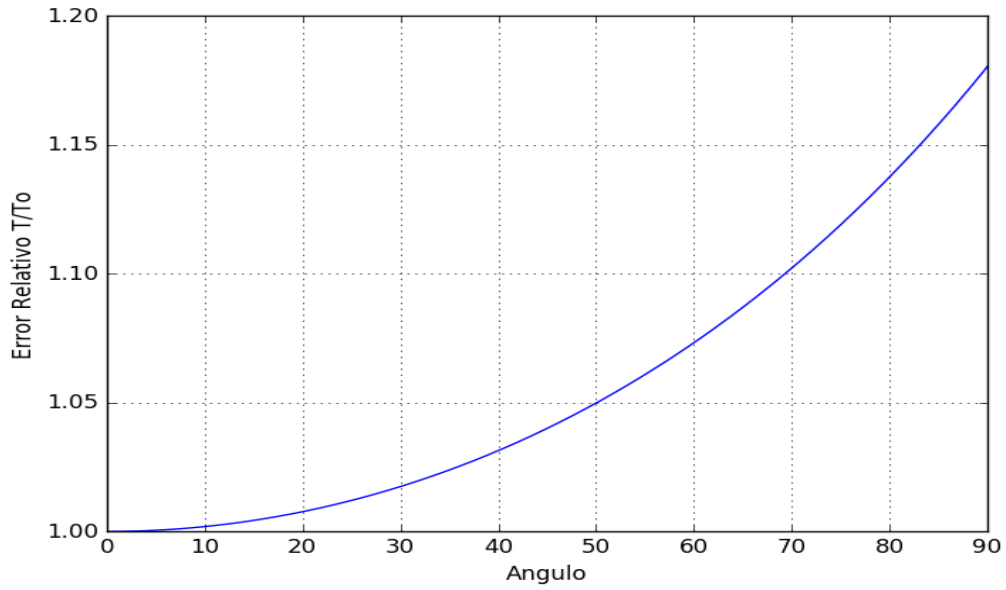


Figura 1: Angulo vs Error Relativo  $T/T_0$

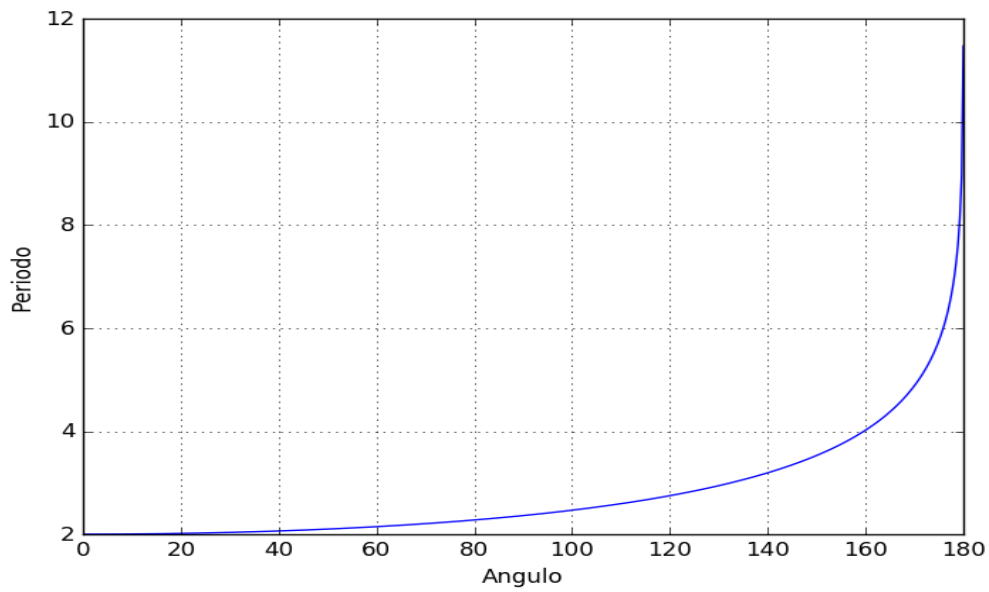


Figura 2: Divergencia del Periodo

Como Se puede observar, error aumenta conforme el ángulo crece, además el periodo tiende a infinito cuando el ángulo tiende a  $\pi$ .

## Referencias

- [1] Wikipedia,(2016) *Pendulum (mathematics)*. Recuperado de [https://en.wikipedia.org/wiki/Pendulum\\_%28mathematics%29](https://en.wikipedia.org/wiki/Pendulum_%28mathematics%29)
- [2] Scipy.org (2016) *Integration and ODEs*. Recuperado de <http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.quad.html#scipy.integrate.quad>
- [3] Lizárraga, C. (2016) *Actividad 6 (2016-1)*. Recuperado de [http://computacional1.pbworks.com/w/page/105233358/Actividad%205%20\(2016-1\)](http://computacional1.pbworks.com/w/page/105233358/Actividad%205%20(2016-1))