Actividad 5: Espacio Fase: Péndulo

Martin Alejandro Paredes Sosa

Marzo, 2016

1. Introducción

Un espacio fase es una representación geométrica de las trayectorias de un sistema dinámico en el plano fase. Cada set de condiciones iniciales esta representada por una curva o punto. Este es una herramienta muy útil en el estudio de los sistemas dinámicos.

En el espacio fase, cada grado de libertad o parámetro del sistema se representa por un eje coordenado en el espacio multidimensional. Un sistema con dos parámetros suele ocurrir para una sola partícula moviéndose en una dimensión, donde las variables son posición y velocidad.

La ecuación diferencial que representa el movimiento del péndulo simple es:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0 \tag{1}$$

donde g es la aceleración debida a la gravedad, ℓ la longitud del péndulo y θ es el desplazamiento angular.

2. Función *integrate.odeint*

La ecuación diferencial del péndulo no tiene una solución analítica. Para poder resolverla se utilizan herramientas computacionales. En nuestro caso, para resolverla se utiliza la función *integrate.odeint* de la librería *scipy* de Python [2].

Esta función utiliza los siguientes parámetros:

- func: *callable(y, t0, ...)*. Computa la derivada de y en t0.
- y0: *arreglo*. Las condiciones iniciales en y. Puede ser un vector.
- t:*arreglo*. Secuencia de puntos para los cuales se resolverá y. El valor inicial debe ser el primer valor se la secuencia.
- args:*tuple, opcional.* Argumentos extra para la función.

3. Ejercicio y Resultados

Esta actividad consistió en realizar un código en python que nos permitiera construir el espacio fase de un péndulo simple. Se hizo uso de la librería *scipy.integrate* haciendo uso de la función *odeint* para resolver la ecuacion (1) y asi conocer todas las trayectorias.

El código que se utilizo fue el siguiente:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint

#Definiendo las constantes de la Ec. Diferencial
g = 9.81
l = 1.0
b = 0.0 #Pendulo simple por lo tanto sin friccion
c = g/l

#Codiciones Iniciales
X_f1 =np.array([-4.0*np.pi,4.0*np.pi])
X_f2 =np.array([-2.0*np.pi,-0.0*np.pi]) #Completar Diagrama
t = np.linspace(-0.0*np.pi,5.0*np.pi,500) #Para generar la solucion

#Definicion de la ecuacion diderencial del pendulo
def p (y, t, b, c):
    theta, omega = y
    dy_dt = [omega,-b*omega -c*np.sin(theta)]
    return dy_dt

#Defininedo Color y Numero
values  =np.linspace(-1.0,1.0,100) # position of X0 between X_f0 and X_f1
vcolors = plt.cm.Greys(np.linspace(0.5,1.0,len(values))) #Color Trayectoria
#=====================================
# Trayectoria
for v, col in zip(values, vcolors):
    y0 = v * X_f1                               # Punto de Inicio
    X = odeint(p, y0, t, args=(b,c))
    plt.plot( X[:,0], X[:,1], color=col, label='X0=(%.f, %.f)'%(y0[0],y0[1]))

# Trayectoria          #Completar el diagrama fase
for v, col in zip(values, vcolors):
    y1 = v * X_f2                               # Punto de Inicio
    X1 = odeint(p, y1, t, args=(b,c))
    plt.plot( X1[:,0], X1[:,1], color=col, label='X0=(%.f, %.f)'%(y1[0],y1[1]))
#=====================================
#Graficar
```

```
plt.title('Trayectorias y  direcciones ')
plt.xlabel('Angulo')
plt.ylabel('Velocidad Angular')
plt.grid()
plt.xlim(-2.0*np.pi,2.0*np.pi)
plt.ylim(-10,10)

plt.show()
```

Listing 1: Programa Fase.py

El resultado que se obtuvo fue el siguiente:

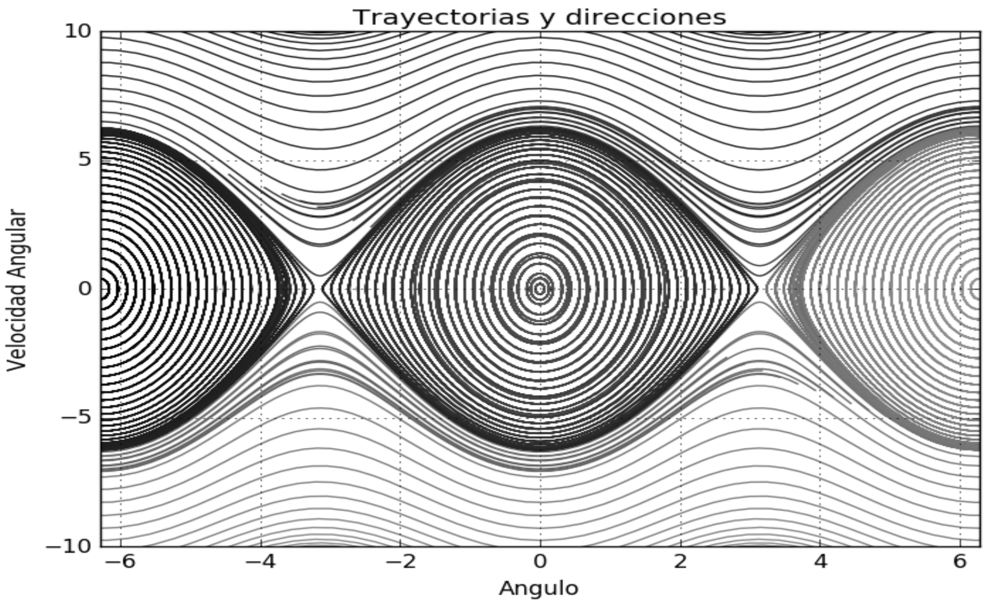

Figura 1: Diagrama Fase del péndulo simple

Referencias

[1] Wikipedia,(2015) *Phase portrait*. Recuperado de
https://en.wikipedia.org/wiki/Phase_portrait

[2] Scipy.org (2016) *Integration and ODEs*. Recuperado de
http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.odeint.html
#scipy.integrate.odeint

[3] Lizárraga, C. (2016) *Actividad 7 (2016-1)*. Recuperado de
http://computacional1.pbworks.com/w/page/105676740/Actividad %207 %20
(2016-1)

[4] Scipy Cookbook (2015) *Matplotlib: lotka volterra tutorial*. Recuperado de:
http://scipy-cookbook.readthedocs.org/items/LoktaVolterraTutorial.html