

Subestructura en simulaciones de materia oscura

Martín Alejandro Paredes Sosa

Una tesis presentada para obtener el título de

Maestría en Ciencias (Física)

bajo la dirección de Carlos Antonio Calcáneo Roldán



**"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"**

Departamento de Investigación en Física
Universidad de Sonora
Hermosillo, Sonora

Mayo de 2023

Dedicatoria

Subestructura en simulaciones de materia oscura

Martín Alejandro Paredes Sosa

Tesis presentada para el título de Maestría en Física

Mayo de 2023

Resumen

El modelo cosmológico actual asume que vivimos en un Universo “críticamente lleno”. Esto significa que la densidad del Universo es exactamente aquella necesaria para mantenerlo abierto y sin curvatura. La manera mas exitosa para estudiar la cosmología en los últimos 50 años han sido las simulaciones cosmológicas, las cuales apuntan a un Universo dominado por una componente no material con aproximadamente un tercio de su contenido constituido por materia oscura $\Omega_0 \approx \Omega_\lambda + \Omega_M \approx 0.7 + 0.3$. La distribución de la materia en estas simulaciones nos da un mecanismo para contrastar estos valores de densidad con la observada.

En este trabajo estudiamos la subestructura en simulaciones cosmológicas como posibles indicadores de los parámetros cosmológicos.

Declaración

Este escrito es resultado de un ejercicio de revisión, investigación, resolución y síntesis llevado a cabo en el grupo de Física Fundamental de la Universidad de Sonora. Aunque algunos aspectos del trabajo pudieran haber sido ya presentados en congresos o publicaciones independientes, ninguna parte de este trabajo, en su forma actual, ha sido presentada para la obtención de algún grado en otra institución o con fines no académicos. El trabajo, incluida la redacción del texto, es producto exclusivo de los esfuerzos del autor, excepto cuando se señale explícitamente en el texto alguna cita.

©; 2023 por Martín Alejandro Paredes Sosa.

“Este documento se libera al público por su autor bajo una licencia *creative commons* Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-SA 4.0). Se puede reproducir en todo o en parte, redistribuir y adaptar por cualquier medio. Lo anterior está condicionado a que cualquiera de sus derivados deberán liberarse bajo las mismas condiciones y ha que se haga referencia al original (una versión completa de la licencia se puede encontrar en: <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es>) ”

Agradecimientos

Índice general

Resumen	III
Declaración	IV
Agradecimientos	V
Introducción	1
1. Modelo Cosmológico	2
1.1. Materia y Energía en el Universo	2
1.2. Evidencia astrofísica de la Materia Oscura	5
1.3. Características de la Materia Oscura	6
2. Simulaciones Cosmológicas	9
2.1. Grandes Simulaciones	10
2.2. La interacción dominante en las simulaciones	12
2.3. Una razón práctica para las simulaciones	12
2.4. GADGET-4	14
3. Halos de Materia Oscura	19
3.1. Cosmología Plana $\Omega = 1$	19
3.1.1. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.691, \Omega_0 = 0.309$	19
3.1.2. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.309, \Omega_0 = 0.691$	31
3.1.3. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.5, \Omega_0 = 0.5$	41
3.2. Cosmología Sub-Crítica $\Omega < 1$	51
3.2.1. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0, \Omega_0 = 0.309$	52

3.2.2. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.691, \Omega_0 = 0.1545$	63
3.2.3. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.3455, \Omega_0 = 0.309$	75
3.3. Cosmología Super-Crítica $\Omega > 1$	87
3.3.1. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.691, \Omega_0 = 0.409$	88
3.3.2. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.791, \Omega_0 = 0.309$	99
Conclusiones	112
Bibliografía	113

Índice de figuras

2.1. Millennium Simulation Cosmic Web	10
2.2. Eagle Simulation Cosmic Web	11
3.1. Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691, \Omega_0 = 0.309$	20
3.2. Distribución de masa	21
3.3. Comparación de distribución de masa	21
3.4. Media y desviación estándar de la distribución de masa	22
3.5. Radio que contiene la mitad de la masa	23
3.6. Distribución del radio que contiene la mitad de la masa	23
3.7. Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	24
3.8. Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	25
3.9. Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial . .	25
3.10. Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	26
3.11. Velocidad circular máxima	27
3.12. Distribución de la velocidad circular máxima	27
3.13. Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	28
3.14. Dispersión de velocidades	29
3.15. Distribución de la dispersión de velocidades	29
3.16. Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	30
3.17. Mapa de densidad de un Universo en en diferentes redshift	31
3.18. Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0.309, \Omega_0 = 0.691$	32
3.19. Distribución de masa	32
3.20. Comparación de distribución de masa	33

3.21. Media y desviación estándar de la distribución de masa	33
3.22. Radio que contiene la mitad de la masa	34
3.23. Distribución del Radio que contiene la mitad de la masa	34
3.24. Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	35
3.25. Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	36
3.26. Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial .	36
3.27. Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	37
3.28. Velocidad circular máxima	37
3.29. Distribución de la velocidad circular máxima	38
3.30. Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	38
3.31. Dispersión de velocidades	39
3.32. Distribución de la dispersión de velocidades	39
3.33. Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	40
3.34. Mapa de densidad en en diferentes redshift	41
3.35. Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$.	42
3.36. Distribución de masa	43
3.37. Comparación de distribución de masa Universo	43
3.38. Media y desviación estándar de la distribución de masa	44
3.39. Radio que contiene la mitad de la masa	44
3.40. Distribución del Radio que contiene la mitad de la masa	45
3.41. Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	45
3.42. Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	46
3.43. Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial .	46
3.44. Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	47
3.45. Velocidad circular máxima	47
3.46. Distribución de la velocidad circular máxima	48
3.47. Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	48
3.48. Dispersión de velocidades	49
3.49. Distribución de la dispersión de velocidades	49

3.50. Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	50
3.51. Mapa de densidad en en diferentes redshift	51
3.52. Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0, \Omega_0 = 0.309$. .	52
3.53. Distribución de masa	53
3.54. Comparación de distribución de masa	53
3.55. Media y desviación estándar de la distribución de masa	54
3.56. Radio que contiene la mitad de la masa	55
3.57. Distribución del radio que contiene la mitad de la masa	55
3.58. Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	56
3.59. Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	57
3.60. Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial . .	57
3.61. Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	58
3.62. Velocidad circular máxima	59
3.63. Distribución de la velocidad circular máxima	59
3.64. Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	60
3.65. Dispersión de velocidades	61
3.66. Distribución de la dispersión de velocidades	61
3.67. Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	62
3.68. Mapa de densidad en en diferentes redshift	63
3.69. Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691, \Omega_0 = 0.1545$	64
3.70. Distribución de masa	65
3.71. Comparación de distribución de masa	65
3.72. Media y desviación estándar de la distribución de masa	66
3.73. Radio que contiene la mitad de la masa	67
3.74. Distribución del radio que contiene la mitad de la masa	67
3.75. Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	68
3.76. Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	69
3.77. Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial . .	69
3.78. Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	70

3.79. Velocidad circular máxima	71
3.80. Distribución de la velocidad circular máxima	71
3.81. Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	72
3.82. Dispersión de velocidades	73
3.83. Distribución de la dispersión de velocidades	73
3.84. Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	74
3.85. Mapa de densidad de un Universo en en diferentes redshift	75
3.86. Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$	76
3.87. Distribución de masa	77
3.88. Comparación de distribución de masa	77
3.89. Media y desviación estándar de la distribución de masa	78
3.90. Radio que contiene la mitad de la masa	79
3.91. Distribución del radio que contiene la mitad de la masa	79
3.92. Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	80
3.93. Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	81
3.94. Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	81
3.95. Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	82
3.96. Velocidad circular máxima	83
3.97. Distribución de la velocidad circular máxima	83
3.98. Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	84
3.99. Dispersión de velocidades	85
3.100Distribución de la dispersión de velocidades	85
3.101Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	86
3.102Mapa de densidad en en diferentes redshift	87
3.103Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$	88
3.104Distribución de masa	89
3.105Comparación de distribución de masa	89
3.106Media y desviación estándar de la distribución de masa	90
3.107Radio que contiene la mitad de la masa	91
3.108Distribución del radio que contiene la mitad de la masa	91

3.109	Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	92
3.110	Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	93
3.111	Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial .	93
3.112	Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	94
3.113	Velocidad circular máxima	95
3.114	Distribución de la velocidad circular máxima	95
3.115	Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	96
3.116	Dispersión de velocidades	97
3.117	Distribución de la dispersión de velocidades	97
3.118	Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	98
3.119	Mapa de densidad en en diferentes redshift	99
3.120	Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$	100
3.121	Distribución de masa	101
3.122	Comparación de distribución de masa	101
3.123	Media y desviación estándar de la distribución de masa	102
3.124	Radio que contiene la mitad de la masa	103
3.125	Distribución del radio que contiene la mitad de la masa	103
3.126	Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	104
3.127	Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	105
3.128	Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial .	105
3.129	Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima radial	106
3.130	Velocidad circular máxima	107
3.131	Distribución de la velocidad circular máxima	107
3.132	Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	108
3.133	Dispersión de velocidades	109
3.134	Distribución de la dispersión de velocidades	109
3.135	Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	110
3.136	Mapa de densidad en en diferentes redshift	111

Introducción

Breaking News: LIGO just announce they found the gravitational wave,
February 11 2016 9:43 a.m. :)

Capítulo 1

Modelo Cosmológico

Existe una gran cantidad de evidencia de que el Universo tiene una componente no luminosa conocida como “*materia oscura*” y este material no es la materia bariónica habitual de la vida cotidiana (protones, electrones, neutrones, etc.) sino alguna partícula con propiedades desconocidas. Determinar la naturaleza de la materia oscura es uno de los mas importantes problemas sin resolver en la cosmología moderna.

Muchas escalas se han probado en la búsqueda de evidencia de materia oscura: desde la escala cosmológica o la escala global del Universo hasta la escala local de las galaxias. Recientemente, el segundo de estos métodos se encontró como el mas favorable debido a que es relativamente sencillo extraer información de la dinámica de sistemas cercanos. Experimentos en la escala cosmológica (e.g. WMAP [1], Misión Planck [2], o The Supernova Cosmology Project [3]) hacen posible medidas detalladas de muchos parámetros cosmológicos.

1.1. Materia y Energía en el Universo

La cantidad y composición de materia y energía en el Universo es de fundamental importancia en la cosmología. Por simplicidad, todas las formas de materia y energía se pueden escribir como la fracción de la densidad de energía crítica:

$$\Omega_o \equiv \frac{\rho_{tot}}{\rho_o} = \Omega_{rad} + \Omega_M + \Omega_\Lambda$$

donde los subíndices “ o ”denotan el valor de la época actual, $\rho_o = 3H_o^2/8\pi G \approx 1.88h^2\text{gcm}^{-3} \approx 278h^2M_\odot\text{kpc}^{-3}$ (en estas expresiones $H_o = 1000\text{hkms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ es la constante de Hubble y h es un numero en el rango de 0.5 a 1 - donde $h \sim 0.67$ es el valor mas aceptado actualmente [4]). En la presente discusión descompondremos la densidad de materia/energía en tres componentes: la fracción aportada por la radiación (o especies relativistas) Ω_{rad} , la componente de materia Ω_M y una contribución suave Ω_Λ . (No hay razón a priori para considerar solo estas componentes, esta elección trata de reflejar los valores medidos actuales, donde la materia y la radiación son componentes evidentes).

Una de las observaciones mejor definidas en la cosmología (con una precisión de 0.05 %) es que la radiación cósmica de fondo radia como cuerpo negro de temperatura $T_o = 2.7277$ K. Esto significa que la contribución de los fotones a la densidad total de energía del Universo puede calcularse con precisión a ser $\Omega_\gamma h^2 = 2.48 \times 10^{-5}$. Si los neutrinos no tienen masa o son muy ligeros, entonces su densidad de energía también es muy conocida porque está relacionada con la de los fotones $\Omega_\nu h^2 = 6 \times \frac{7}{8}(4/11)^{\frac{4}{3}}\Omega_\gamma$ (considerando que hay 6 especies de neutrinos). La nucleosíntesis del Big Bang (BBN) restringe la cantidad de especies relativistas adicionales menos que se hayan producido después de la época de BBN [5].

Debido a que la contribución de la radiación a la densidad total de energía en el Universo es pequeña, podemos continuar la discusión tomando en cuenta solamente las otras dos componentes Ω_M y Ω_Λ

La temperatura de la Radiación Cósmica de Fondo (CMB de sus siglas en Ingles) es casi isotrópica en todo el cielo. Esta es evidencia de que el Universo inició en un estado de densidad infinita. Pero, a una menor escala de prueba, el CMB presenta una anisotropía en la temperatura de $\Delta T/T \approx 10^{-5}$. Estas fluctuaciones se pueden utilizar para determinar el valor de Ω_o .

En el estado caliente y denso del Universo temprano todas las partículas estaban ligadas. Esto incluye fotones y bariones (en general todas las partículas del modelo estándar). Conforme el Universo se enfrió, llegó un punto donde los fotones se dispersaron de los bariones. El CMB que observamos esta compuesto de fotones que provienen de la superficie de esta última dispersión. A medida que los bariones se

acumulaban en los pozos de potencial de materia oscura, la presión de los fotones que actuó como una fuerza de restauración y esto resultó en una oscilación acústica impulsadas por la gravedad. Estas oscilaciones se pueden descomponer en sus modos de Fourier, las amplitudes multipolares C_{lm} de la anisotropía del CMB están determinados por aquellos modos con $k \sim lH_o/2$. La última dispersión ocurrió por un pequeño periodo de tiempo, esto hace al CMB una foto del Universo en el momento de la última dispersión donde cada modo se puede “ver” en una fase bien definida de su oscilación. Los modos atrapados en la máxima compresión o rarefacción conducen a la anisotropía de la temperatura más grande, que resulta en una serie de picos acústicos. La posición del primer pico depende del valor de Ω_o (De hecho: $l \approx 200/\sqrt{\Omega_o}$) [6]. Observaciones recientes del CMB [1, 2], permiten restringir la ubicación del primer pico ($l = 200 \pm 8$ [7]) que a su vez fija el valor de la densidad total de materia/energía del Universo: $\Omega_o = 1 \pm 0.1$.

La abundancia primitiva predicha de ${}^4\text{He}$ ($\approx 25\%$) fue el primer éxito del BBN. La consistencia de las predicciones de BBN para las abundancia de estos elementos ligeros (D , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$ y ${}^7\text{Li}$) con sus abundancias primitivas inferidas ha sido una prueba importante del modelo Big-Bang en los primeros tiempos. De todos los elementos ligeros, el deuterio proporciona la mejor medición de la densidad de bariones en el Universo. Esto se debe a que la abundancia primitiva de deuterio es más sensible a la densidad bariónica ($\propto 1/\rho_{baryon}^{1.7}$) y su evolución desde el Big-Bang es simple (las estrellas solo lo destruyen).

Mediciones locales, donde alrededor de la mitad del material proviene de las estrellas, no refleja directamente las abundancias primordiales. Las líneas de Lyman del deuterio en el espectro de absorción de tres cuásares con alto corrimiento al rojo ($z > 2$) han permitido una determinación precisa de las abundancias primordiales del deuterio $\rho_D/\rho_H = (3.0 \pm 0.2) \times 10^{-5}$ [8]. Esto nos conduce al valor de la densidad de bariones del Universo de $\Omega_{baryon}h^2 = 0.02 \pm 0.002$ [8]. Mediciones actuales del CMB también proveen un límite de $\Omega_{baryon}h^2 > 0.019$ [7] que es consistente con los resultados anteriores.

Otra forma para medir la densidad de masa/energía total, es a través del pará-

metro de desaceleración.

$$q_o \equiv -\frac{(\ddot{R}/R)_o}{H_o^2} = \frac{\Omega_o}{2} [1 + 3p_o/\rho_o]$$

el cuál cuantifica la desaceleración de la expansión debido a la gravedad.

Este método depende de un conocimiento preciso de la distancia luminosa(d_L) para un objeto que, con un corrimiento al rojo bajo z , está relacionado con q_o mediante

$$d_L H_o = z + z^2(1 - q_o)/2 + \mathcal{O}(z^3) \quad (1.1)$$

por lo tanto, la precisión de las mediciones del flujo, \mathcal{F} , de objetos con luminosidad conocida, L , se puede usar para determinar q_o . (La distancia luminosa de un objeto se puede inferir de la ley del cuadrado inverso $d_L \equiv \sqrt{L/4\pi\mathcal{F}}$).

Dos grupos (Supernova Cosmology Project y the High-z Supernova Team) usan mediciones precisas del flujo de objetos con luminosidad bien definida (Supernova tipo Ia - SNeIa) para concluir que la expansión del Universo se está acelerando en lugar de desacelerarse, es decir $q_o < 0$ [9, 10]. Esto implica que gran parte de la energía en el Universo es una componente desconocida que presión negativa. La explicación más popular para esta nueva componente es la existencia de una constante cosmológica, $\Omega_\lambda \neq 0$.

Por lo tanto, combinando observaciones modernas del CMB [1, 2] , con recientes observaciones de supernovas [3, 11], el paradigma favorecido actualmente es un Universo en donde el contenido de materia corresponde aproximadamente a un tercio de la densidad total, es decir $\Omega_M \approx 0.3$ y existe una componente extra suave de energía oscura que contribuye $\Omega_\lambda \approx 0.7$. Actualmente se está debatiendo la realidad y la naturaleza física de esta componente, pero por lo general es aceptada.

También es claro que el valor pequeño para la fracción de bariones en el Universo sugiere que la mayor parte de la materia ($\sim 90\%$) tiene que ser una forma de algún material no bariónico desconocido.

1.2. Evidencia astrofísica de la Materia Oscura

En 1932, Oort analizó números y velocidades de estrellas cercanas al sol y concluyó que la cantidad de materia gravitante implicada por estas velocidades era 30 %

a 50 % superior a la que debía por las estrellas visibles. Después, en 1993, Zwicky concluyó que la velocidad de dispersión en cúmulos ricos de galaxias requieren de 10 a 100 veces mas masa para mantenerlos unidos de lo que podrían explicar las galaxias luminosas mismas.

No es simple concluir de estos ejemplos que la evidencia de alguna materia exótica, pero si ilustran como la dinámica de las estrellas, galaxias y cúmulos sirven como una sonda para el contenido de materia en el Universo.

Más pruebas de la existencia de materia oscura provienen de la dinámica de sistemas galácticos, las curvas de rotación de galaxias espirales o la velocidad dispersión de enanas esferoidales. No se observa suficiente materia luminosa en las galaxias para explicar la cinemática observada, es decir, cuando las velocidades de galaxias espirales son medidas, generalmente se observa que al medir la velocidad de rotación lejos del centro, esta incrementa hasta alcanzar un valor constante. Esto contrasta con lo que se espera de una distribución de materia que corresponde a la materia luminosa (estrellas + gas) en la galaxia.

La escala mas pequeña, en la cual existe evidencia de materia oscura son las enanas esferoidales del Grupo Local. Observaciones de las velocidades de dispersión en la mayoría de estos sistemas [12], han soportado por un largo tiempo que son dominadas por materia oscura con proporciones de masa/luz en los rangos de 10-100.

1.3. Características de la Materia Oscura

Dado que la mayor parte de la densidad de materia del Universo no interactúa con los campos electromagnéticos, solo se detecta por su interacción gravitacional y posiblemente por interacciones de fuerza débil. Sin embargo, los efectos de la materia oscura sobre la materia visible son espectaculares, a medida que los pozos de potencial gravitacional de la materia oscura canalizan a los bariones formando los lugares de nacimiento de las galaxias visibles. El estudio de la ubicación, tamaño y la historia de fusión de galaxias están conectadas al crecimiento de estructuras de materia oscura, conocidas como “halos”.

El estudio de los halos de materia oscura no es simple. El consenso dice que un

halo es un objeto ligado gravitacionalmente [13]. Pero no existe un consenso en la definición de sus propiedades. Existen propiedades con las que podemos caracterizar estas estructuras, entre ellas están la masa, las velocidades y su tamaño. Sin embargo, cada una de estas cantidades puede referirse a distintos aspectos físicos de la colección de partículas a la que llamamos “halos”

Para poder hablar del tamaño, ocupamos hablar del radio. Es complicado especificar donde termina un halo debido a que la función de la densidad decrece con el radio y no es acotada, por lo cual es necesario definir un límite. Un buen límite es considerar el radio que contiene la mitad de la masa. Con este podemos dar una idea del tamaño, así como, de que tan denso es el halo.

Otro límite que podemos utilizar es el radio donde se encuentra el pico de la curva de rotación (velocidad máxima radial). Este límite nos permite darnos una idea de la dinámica del halo y de la densidad.

Para poder describir la dinámica de los halos, estudiamos las diferentes velocidades asociadas al sistema. Para determinar la dinámica, podemos usar: la velocidad máxima radial, la velocidad del centro de masa del halo o bien la dispersión de velocidades.

La velocidad máxima radial es aquella que se asocia con el pico de la curva de rotación. Esta consta de un gráfico de las velocidades de los cuerpos, contra la distancia radial del centro de masa

Para una partícula de masa m en órbita circular alrededor de otra de masa M , la aceleración centripeta se compensa por la gravedad

$$\frac{GMm}{r^2} = m \frac{V^2}{r}$$

De aquí obtenemos la expresión para la velocidad radial

$$V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Dada que la masa central no está centralizada, debemos considerarla como una distribución de masa $M(r)$

$$V = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \quad (1.2)$$

Conocer esta propiedad nos permite estudiar la distribución de la masa del halo, así como la dinámica del sistema [14].

La velocidad del centro de masa, o bien “la velocidad del halo en la simulación”, es aquella velocidad que se asocia al movimiento de las partículas del halo como uno solo cuerpo, el cual nos permite conocer la dinámica del sistema con respecto al resto de los halos.

Con la dispersión de velocidades podemos estudiar la dinámica interna de los halos. Podemos ver como tanto varían las velocidades dentro de los halos.

El estudio con precisión de las velocidades, podemos comparar los datos experimentales con información obtenida de observaciones astronómicas.

Dada la naturaleza de la materia oscura, la mejor forma identificarla es mediante los efectos gravitacionales, por lo que estudiar la masa y su distribución nos permite conocer que tipo de estructuras podemos encontrar, o bien, como la materia oscura domina sobre la materia ordinaria, podemos inferir que estructuras de materia ordinaria se forman debido a la materia oscura.

Capítulo 2

Simulaciones Cosmológicas

Las simulaciones cosmológicas son una herramienta esencial para el estudio del Universo. Son el único experimento con el que contamos para reproducir su evolución. Las simulaciones numéricas nos permiten un estudio detallado de formación de estructura no lineal y nos permite hacer conexiones entre un Universo simple, con alto corrimiento al rojo y con uno complejo, como el que se observa en la actualidad.

El trabajo que se realiza va desde el estudio del agrupamiento gravitacional no lineal de materia oscura, formación de grupos de galaxias, interacción de galaxias aisladas y la evolución de gas intergaláctico. Su desarrollo ha permitido un inmenso avance en estas áreas, el cual no era posible antes dado a las limitaciones que existían en el computó [15].

Con la rápida evolución en el rendimiento de las computadoras y algoritmos numéricos, han nacido múltiples códigos que simulan la formación de estructura del Universo. Muchos de estos códigos se han hecho públicos y libres, lo que ha permitido que el estudio sea mas sencillo para nuevos investigadores o grupos de investigación [16]. El futuro de las simulaciones numéricas esta en hacer mejoras en la precisión y en la fidelidad en la Física de las técnicas de modelado.

2.1. Grandes Simulaciones

Gracias al desarrollo de códigos y el avance en el hardware de las maquinas modernas, han surgido grandes colaboraciones con la intención de realizar simulaciones cada vez mas grandes. Algunas de ellas son:

Millennium Simulation

La Millennium Simulation fue una de las mas grandes simulaciones de N-Cuerpos realizada en el 2005. Esta contenía mas de 10 billones de partículas en una caja de 2 billones de años luz por lado. La simulación se realizó por la Virgo Consortium usando 512 procesadores localizados en el Instituto Max Planck para Astrofísica en Garching, Alemania. Tomo 28 días (600 horas), consumiendo alrededor de 343,000 horas de tiempo de cpu [17].

Esta fue la primera simulación parte de una serie de simulaciones relacionadas a volúmenes cosmológicos. En 2008 se realizó una segunda simulación con las misma cosmología, misma estructura de salida y misma cantidad de partículas, pero con una caja 5 veces mas pequeña, lo que aumento la densidad de partículas y por tanto permitió tener una resolución de masa 125 veces mejor.

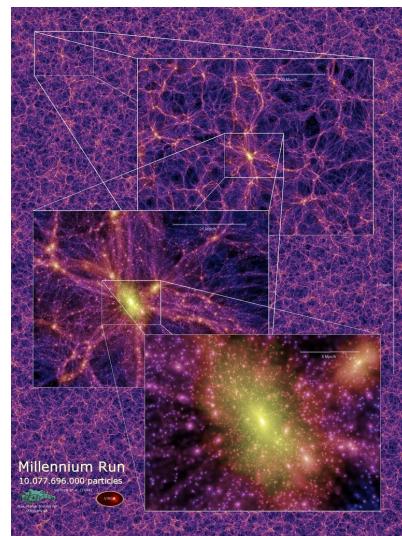


Figura 2.1: Se muestra el mapa de densidad de un corte de $15Mpc/h$ en redshift $z = 0$ de la *Millennium Simulation*. Imagen obtenida de MPA

Eagle Simulation

El proyecto EAGLE (Evolution and Assembly of GaLaxies and their Environments) es una colaboración de The Virgo Consortium, la cual es una simulación hidrodinámica de gran escala de un Universo de Λ CDM, el cual tenía como objetivo entender como las galaxias se forman y evolucionan. La mas grande de las simulaciones se realizó con 6.8 billones de partículas, en un volumen de 100 Mpc por lado, conteniendo al menos 10,000 galaxias del tamaño de la vía láctea, la cual tardó mas de un mes y medio de tiempo de computo y una de la mas grandes super-computadoras con 4000 núcleos de procesamiento usando una versión modificada del código de simulación GADGET-2 [18, 19].

La simulación empieza en un Universo todavía muy uniforme (sin formación de estrellas o galaxias) usando parámetros motivados por las observaciones del satélite Plank [1, 2]. Algunos de los parámetros cruciales de la simulación son la densidad de materia oscura, la cual es responsable de la formación de estructura de materia bariónica, así como la constante cosmológica, responsable de la expansión acelerada del Universo.

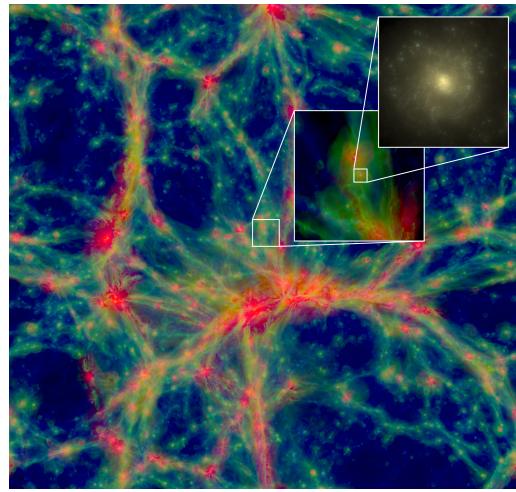


Figura 2.2: Se muestra el mapa de densidad de la Eagle Simulation. Obtenida de *The Eagle Project*

2.2. La interacción dominante en las simulaciones

Para estudiar el comportamiento de un sistema de partículas, tenemos que simplificarlo lo más posible. Empezamos identificando la fuerza responsable del movimiento de las partículas, en este caso es la gravedad y en específico nos quedamos con la gravedad descrita por Newton (2.1). Por tanto, solo requerimos conocer las masas y las posiciones de las partículas.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (2.1)$$

Pero como estamos tratando con sistema de N partículas tenemos que considerar la contribución de fuerzas debida al resto de las partículas. Por el teorema de superposición podemos decir que

$$F_1 = F_{1,2} + F_{1,3} + \cdots + F_{1,N} = \sum_{i=2}^N F_{1,i} \quad (2.2)$$

Pero también podemos resolver el problema si trabajamos con el potencial

$$\nabla \phi(\mathbf{r}) = \mathbf{F} \quad (2.3)$$

2.3. Una razón práctica para las simulaciones

Si consideramos las dimensiones de nuestra galaxia, podemos calcular el camino medio libre de una estrella antes de que colisione con otra estrella. En un sistema de partículas que se mueven en órbitas rectas, el camino medio libre es $\lambda = 1/(n\sigma)$ donde n es la densidad numérica de partículas y σ es la sección transversal de cada estrella. Asumiendo que todas las estrellas son como nuestro sol ($\sigma = \pi(2R_\odot)^2$ donde $R_\odot = 6.96 \times 10^{10}$ cm) y teniendo que en la galaxia hay aproximadamente 10^{11} estrellas distribuidas uniformemente sobre un disco de radio de $10kpc$ y grosor de $1kpc$, tenemos una densidad de número de estrellas en el disco de $n = 0.3pc^{-3}$. Por lo tanto el camino medio libre es de $\lambda = 1.5 \times 10^{33}cm = 5 \times 10^{14}pc$. Ahora el tiempo entre colisiones es aproximadamente λ/v , donde v es la velocidad aleatoria de una estrella en un lugar dado. Para $v = 40km s^{-1}$ el intervalo entre colisiones es aproximadamente de 10^{19} años, 10^9 veces más antiguo que la edad de la galaxia [20]. Es evidente que

las colisiones entre estrellas son lo suficientemente raras que no tienen importancia en la dinámica de las galaxias, por lo que para cualquier propósito, la dinámica de las estrellas en la galaxia se pueden aproximar a la de un conjunto de puntos masivos que no colisionan entre si, es decir un gas sin colisiones.

Como vemos que las colisiones entre estrellas de una galaxia son raras, podemos decir que a la escala del Universo sucede lo mismo. Por lo tanto, si queremos simular nuestro Universo, idealmente se debe resolver la ecuación de Boltzmann sin colisiones (CBE)

$$\frac{df}{dt} \equiv \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} \quad (2.4)$$

donde el potencial auto-consistente Φ es la solución a la ecuación de Poisson

$$\nabla^2 \Phi(\mathbf{r}, t) = 4\pi G \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (2.5)$$

y $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ es la densidad de partículas en el espacio fase.

Seguir esta ruta presenta algunos retos tanto computacionales como físicos ya que debemos conocer bien la densidad en el espacio fase. Esta cantidad es prácticamente imposible de conocer para el Universo temprano, aunque se hacen algunos intentos por extrapolar posibles formas a partir de estructuras que vemos en el cielo actualmente (ver por ejemplo, [[20, Binney]], capítulo 7).

La solución que se ha preferido es aproximar la dinámica mediante códigos de N-cuerpos, en los cuales se supone una interacción entre partículas dada por la interacción gravitacional clásica por pares de partículas en las cuales se agrega un radio de suavizado para evitar dividir por cero cuando se acercan mucho los cuerpos.

Existen grandes cantidades de códigos para simulaciones de N-Cuerpos, pero se diferencian en como realizan los cálculos para el movimiento gravitacional. Además de que siempre están buscando la forma de hacer los simuladores mas rápidos y eficientes.

2.4. GADGET-4

Los código GADGET han sido de los mas utilizados en el estudió de formación de estructura y estudio de la materia oscura en las ultimas dos décadas. Han existido varias iteraciones de los códigos GADGET, siendo GADGET-4 la mas reciente y una renovación completa del simulador.

La motivación detrás de la nueva versión de GADGET-4 fue construir un simulador con el cual se pudieran tener simulaciones mas grandes y con mayor precisión. Esto implica tener cálculos con gran poder estadístico y mayor resolución y para lograr esto, GADGET hace uso de métodos de paralelización avanzados. Pero debido a la necesidad de tener simulaciones cada vez mas grandes, se ha buscado mejorar escalabilidad del cogido GADGET [16].

Para esto se buscó quitar las limitaciones para grandes simulaciones, procurando que tenga un buen rendimiento en condiciones de alto rango dinámico en escalas de tiempo. También busca mejorar la precisión en los cálculos de fuerza gravitacional e hidrodinámica. Finalmente se buscó modernizar el código, quitando partes obsoletas y mejorando la legibilidad y la modularidad del código con el objetivo de que los usuarios puedan desarrollar con facilidad extensiones para el mismo.

Una de las características que separa a GADGET de otros simuladores, es que es un código flexible multi-propósito que no restringe el tipo de simulaciones, sino que da prioridad a la flexibilidad sobre la optimización para casos específicos. Para esto se implementaron un buen numero de nuevos métodos numéricos. También se introdujeron nuevas funcionalidades al código en la forma de la introducción de código para la búsqueda de grupos y sub-estructura (*Friends of Friends* (FOF), SUBFIND) asi como un *Merger Tree* que corre junto a la simulación. Se incluyó una nueva variación de un buscador de sub-estructura, SUBFIND-HBT, que usa la información de sub-halos del pasado en consideración, lo que permite una forma robusta y eficiente de seguir la sub-estructura en el tiempo incluso después de unirse a otro halo. GADGET también es capaz de generar sus condiciones iniciales ya sea usando la aproximación de Zeldovich o con la teoría de la perturbación lagrangiana de segundo orden (2PLT) [16].

Cálculos de Gravedad de GADGET-4

Tenemos un potencial $\Phi(\mathbf{x})$ producido por N partículas con masas m_j en coordenadas x_j en el dominio con dimensiones $L_x \times L_y \times L_z$ que se replica periódicamente en las tres direcciones esta dado por:

$$\Phi(\mathbf{x}) = - \sum_{j=1}^N \sum_{\mathbf{n}=-\infty}^{\infty} \frac{m_j}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x} + \mathbf{q}_n| + |\epsilon(\mathbf{x}_j - \mathbf{x} + \mathbf{q}_n)|} - m_j \varphi_{\mathbf{n}}(\mathbf{x}) \quad (2.6)$$

donde $\mathbf{q}_{\mathbf{n}}$ denota vectores de desplazamiento periódico dados por $\mathbf{q}_n = (n_x L_x, n_y L_y, n_z L_z)$ y $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ son tripletes enteros y la suma sobre \mathbf{n} se extiende sobre todo los tripletes. Se omitió la constante gravitacional G por simplicidad. La contribución del potencial $\varphi_{\mathbf{n}}(\mathbf{x})$ es el de un cubo homogéneo de unidad de masa y extensión $L_x \times L_y \times L_z$ con un desplazamiento $\mathbf{q}_{\mathbf{n}}$. Este termino se agrega para que la suma converja sobre un sistema periódico, de manera que efectivamente se establece neutralidad de carga gravitacional.

La función $\epsilon(r)$ describe a la ley de suavizado gravitacional. Debemos asumir que el suavizado tiene un rango finito, donde $\epsilon(r) = 0$ para $r \geq r_0$ y donde r_0 es mas pequeño que la mitad de la dimensión mas pequeña de la caja. En GADGET se ha adoptado un potencial donde el potencial de una partícula puntual se remplaza por un potencial con una distribución de masa suave con bordes en $h = 2.8\epsilon_0$, donde ϵ_0 es el radio de suavizado. La ley de suavizado esta dada por:

$$\epsilon(r; \epsilon_0) = -\frac{2.8\epsilon_0}{W_2(r/2.8\epsilon_0)} - r \quad (2.7)$$

Ahora definamos $\mathbf{q}_j^*(x)$ como el desplazamiento periódico que minimiza la distancia de $\mathbf{x}_j + \mathbf{q}_n$ a x (es decir selecciona la ubicación de la partícula j imagen periódica mas cercana a la posición \mathbf{x}), podemos escribir el potencial como:

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{x}) = & - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x} + \mathbf{q}_j^*| + |\epsilon(\mathbf{x}_j - \mathbf{x} + \mathbf{q}_j^*)|} \\ & + \sum_{j=1}^N m_j \psi(\mathbf{x}_j - \mathbf{x} + \mathbf{q}_j^*) \end{aligned} \quad (2.8)$$

donde la primera parte es el potencial gravitacional de newton con una corrección para considerar el radio de suavizado y el segundo termino en potencial se introduce

como una corrección para el suavizado de imágenes distantes. Este es el potencial que GADGET-4 usa como base para los cálculos de gravedad, pero como GADGET es un simulador diseñado para abarcar una amplia gama de necesidades, sus desarrolladores implementaron diversos algoritmos para la forma en la que se realizaron los cálculos.

Buscador de grupos y sub-halos

Las simulaciones cosmológicas son una herramienta útil para simular el movimiento de cuerpos en nuestro Universo, pero ocupamos más herramientas para poder describir las propiedades del Universo. En GADGET-4 se han implementado una diversa cantidad de herramientas con las que podemos estudiar nuestras simulaciones y muchas de estas corren junto a la simulación, lo que permite tener mejores resultados. Algunas de las herramientas que tiene GADGET son buscador de grupos y sub-halos, construcción de árboles de fusión, conos de luz, estimación del espectro de potencia y generación de condiciones iniciales.

La herramienta de nuestro interés fue el buscador de grupos y sub-halos. GADGET tiene tres implementaciones distintas. Se implementó un *Friends of Friends* (FOF), un algoritmo SUBFIND para buscar sub-estructura ligada gravitacionalmente y nueva variante SUBFIND-HBT el cual usa información pasada de miembros del grupos para ver la evolución de los grupos y sub-halos.

Friends of Friends (FOF)

El algoritmo de FOF organiza los halos en una lista de enlaces. Este empieza poniendo todas las partículas en su propio grupo, luego se busca todos los pares de partículas con una distancia menor a longitud de enlace l . El valor más común de l es 0.2 veces la distancia media entre partícula. De esta manera los halos están ligados por contornos de densidad que aproximan sobre-densidades. Cada par que se encuentra con una distancia suficiente pequeña, provoca que los grupos a los que pertenecen se unan. La implementación de GADGET se ha reportado tener mayores velocidades comparados con otras implementaciones en la literatura [16].

SUBFIND

En la búsqueda de estructuras de materia oscura, el buscador FOF se puede combinar con el algoritmo SUBFIND. La idea es checar si los halos encontrados son estructuras ligadas gravitacionalmente. Primero se busca el campo de densidad, donde se busca picos de densidad aislados. De ahí se buscan los puntos sillas que conectan dos picos de densidad. El pico pequeño se registra como un candidato de sub-estructura, el cual se somete a un procedimiento con el cual se verifica que se encuentra ligado gravitacionalmente.

En la implementación que se realizó en GADGET-4, para la selección de cuales picos son sub-estructura y cuales solo están en el fondo (no forman parte de la sub-estructura), se puede tomar en cuenta la historia de las partículas sobre a cuales halos formo parte en el pasado. Esto lo puede hacer mientras se evoluciona el sistema de la simulación tomando en cuenta a que halos han pertenecido y la suma acumulada del tamaño del halo, mientras que en el si se realiza al terminar la simulación esta información se recolecta de los snapshots en orden temporal. El pico con la mayor suma se identifica como un pico del fondo (no es necesariamente el pico con la mayor cantidad de partículas).

SUBFIND-HBT

Hemos visto dos herramientas que nos permiten identificar estructuras, cada una con una aproximación diferente para determinar la pertenencia de las partículas a estructura. Ahora veremos la última implementación de buscador de estructura que tiene GADGET-4. SUBFIND identifica estructura ligada gravitacionalmente en el espacio coordenado en un solo corte temporal. Este método tiende a ser demandante computacionalmente y tiende a tener problemas identificando toda la materia que contiene la sub-estructura, especialmente cerca del pericentro del subhalo que orbita un halo mas grande.

Este método tiende a ser muy rápido ya que suele omitir el paso donde verifican si las partículas se encuentran ligadas gravitacionalmente, lo que hace que las estructuras identificadas tengan una naturaleza física no definida seguramente. Una alternativa es depender de información pasada para la identificación de halos. Si

tenemos un conjunto de partículas que se encuentran ligadas gravitacionalmente y se clasifica como una sub-estructura de un sistema mas grande, se puede checar continuamente si las partículas siguen ligadas. Esto asume que las estructuras solo pueden perder partículas y que no crecen en masa en una manera apreciable cuando se encuentra en órbita de un sistema mas grande. Este algoritmo se le conoce como *Hierarchically Bound Tracing*(HBT).

GADGET-4 implemento una variante de HBT+. En la practica, este algoritmo puede reemplazar a SUBFIND teniendo la misma estructura de salida, a este enfoque SUBFIND-HBT. Funciona solamente con los snapshots en secuencia procesados en orden temporal. El método primeramente encuentra nuevos grupos FOF. Después se identifican candidatos para sub-estructura en cada grupo FOF basados en su pasadas afiliaciones de sub-estructuras. Los candidatos mas grandes encontrados se descartan por el momento, debido a que el procedimiento lo identifica como el halo del fondo del grupo, el cual puede crecer en masa. El resto de los candidatos se someten a un proceso para identificar si las partículas siguen ligas a la sub-estructura usando sus coordenadas en el espacio fase. Este método es significativamente mas simple y barato computacionalmente ya que no se necesita calcular el campo de densidad y por tanto no hay necesidad de procesar el calculo de los puntos sillas. La gran ventaja es que capaz de recuperar la masa total de todas las sub-estructuras, incluso de las que están cerca del pericentro en su orbita [16].

Capítulo 3

Halos de Materia Oscura

Con la intención de conocer y diferenciar diferentes cosmologías, en nuestro estudio de los halos de materia oscura, optamos por realizar fue una variedad de simulaciones de materia oscura. Desde simulaciones con cosmologías de Universos planos ($\Omega = 1$), así como cosmologías de universos con densidades sub-criticas ($\Omega < 1$) y super-criticas ($\Omega > 1$). Las simulaciones que realizamos empezaron en un corrimiento al rojo de $z = 63$ hasta un $z = 0$.

3.1. Cosmología Plana $\Omega = 1$

Comenzaremos con un estudio de las cosmologías planas (aquellas donde las densidades sean $\Omega = 1$). Estudiaremos 3 cosmologías planas, empezando con las que tiene las densidades mas aceptadas de nuestro Universo ($\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$ [2]). Luego pasaremos nuestra atención a estudiar los efectos que hay con las densidades invertidas ($\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$) y para terminar con las cosmologías planas veremos los efectos en un Universo con densidades iguales ($\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$).

3.1.1. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$

En la evolución de este Universo, la materia comienza a agruparse lentamente en lo que llamamos halos. En un principio la materia parece una nube difusa sin estructuras internas, después de un tiempo en el que se esta agrumando, pequeñas estructuras de materia se empiezan a formar. Las primeras estructuras son pocas

como se aprecia en la figura 3.1. Las estructuras tardan tiempo en aparecer y eventualmente hay un aumento acelerado en la cantidad halos que se forman y mas hacia al presente vemos un pico donde empiezan a disminuir el total de halos.

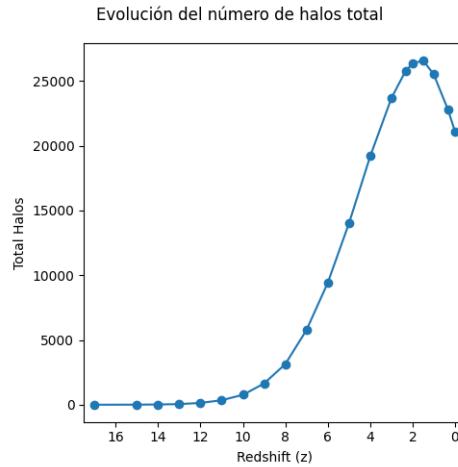


Figura 3.1: Se muestra el numero de halos según el redshift y podemos observar como evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.309$.

La distribución de la masa para esta cosmología se observa en las figuras 3.2 y 3.3. Los rangos de la masa se encuentran entre las $10^{10.11} M_\odot$ a $10^{14.32} M_\odot$ a lo largo de la evolución del sistema. Las primeras estructuras, las que tienen z altos, tenían masas menores a $10^{11} M_\odot$ y las estructuras en z pequeños la mayor parte de los halos tenían masas entre $10^{10.5} M_\odot$ y $10^{11.5} M_\odot$ con estructuras que alcanzan $10^{14.32} M_\odot$. Mientras, la figura 3.4 nos muestra el comportamiento medio durante la evolución donde observamos que la masa media incrementa desde $10^{10.41} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.11} M_\odot$ en $z = 15$ hasta $10^{10.75} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.49} M_\odot$ en $z = 0$.

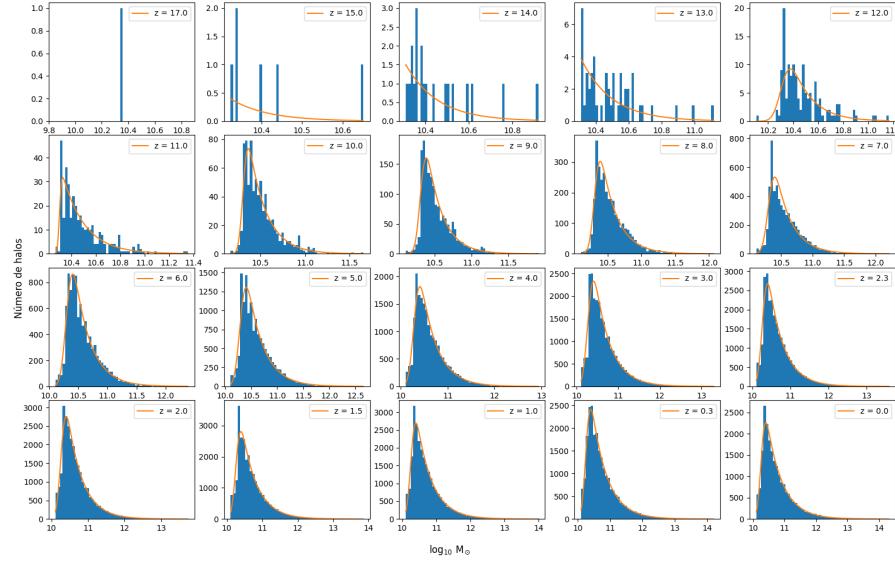


Figura 3.2: Tenemos la cantidad de halos en diferentes rangos de masa. Se muestran la distribución de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 17$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez mas masivos.

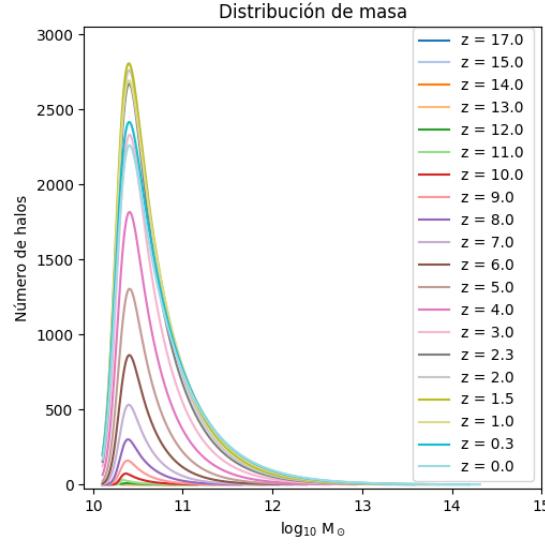


Figura 3.3: Tenemos la cantidad de halos en los diferentes rangos de masa. Comparamos de las distribuciones de masa durante la evolución del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestra la cantidad de halos en un rango de masas. Se observa como crece la cantidad de halos de materia oscura, asi como el tamaño de estos.

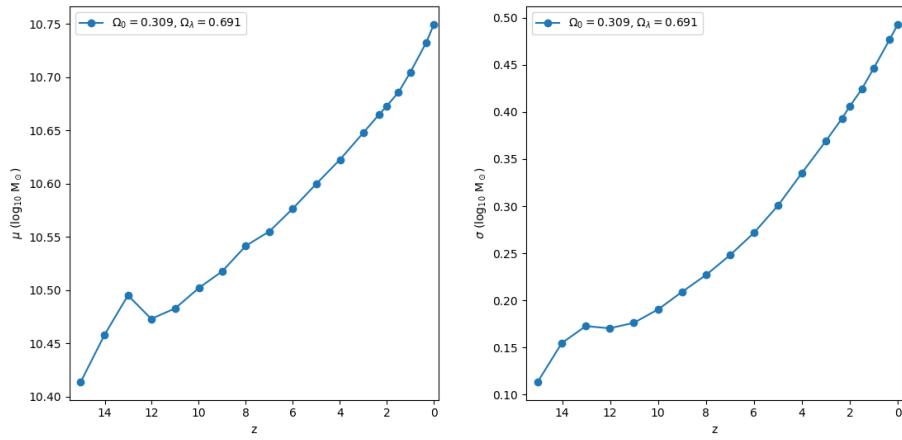


Figura 3.4: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura y se observa como cambia durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad que hay de los halos de materia oscura.

En las figuras 3.5 y 3.6 podemos ver el radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del Universo. Vemos que los radios se encuentran entre los $10^{0.24}$ kpc y $10^{2.69}$ kpc donde los primeros halos tienen radios entre los $10^{0.24}$ kpc y los $10^{1.01}$ y las estructuras mas recientes tienen la mayor parte de los halos en el rango de $10^{1.25}$ kpc y los $10^{1.7}$ kpc con halos que alcanzan hasta los $10^{2.69}$ kpc. En la figura 3.7 vemos el crecimiento del radio medio desde $10^{0.44}$ kpc con una desviación de $10^{0.06}$ kpc en $z = 15$ hasta un radio de $10^{1.47}$ kpc con una desviación de $10^{0.19}$ kpc en $z = 0$.

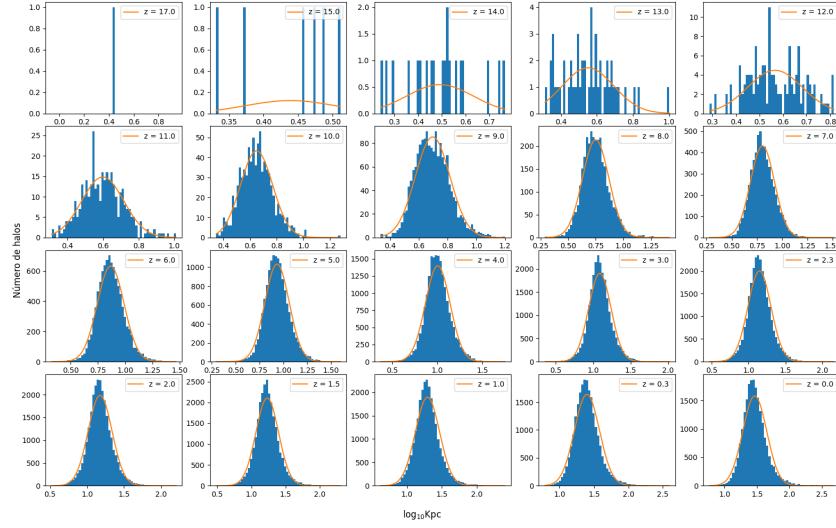


Figura 3.5: Se muestra la cantidad de halos que tiene el radio que contiene la mitad de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 17$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

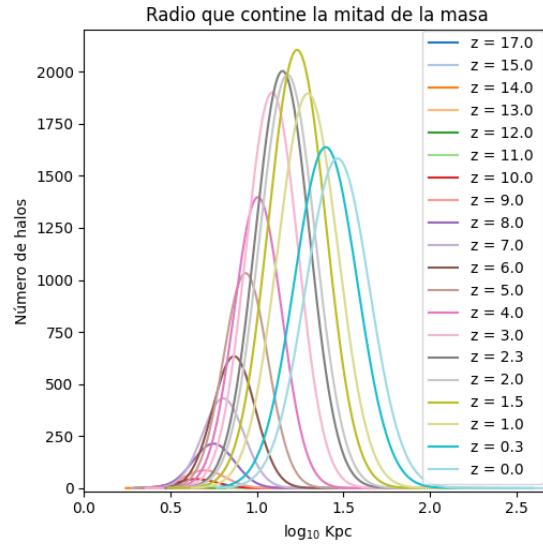


Figura 3.6: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura que tienen un radio que contiene la mitad de la masa en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 17$ hasta un $z = 0$.

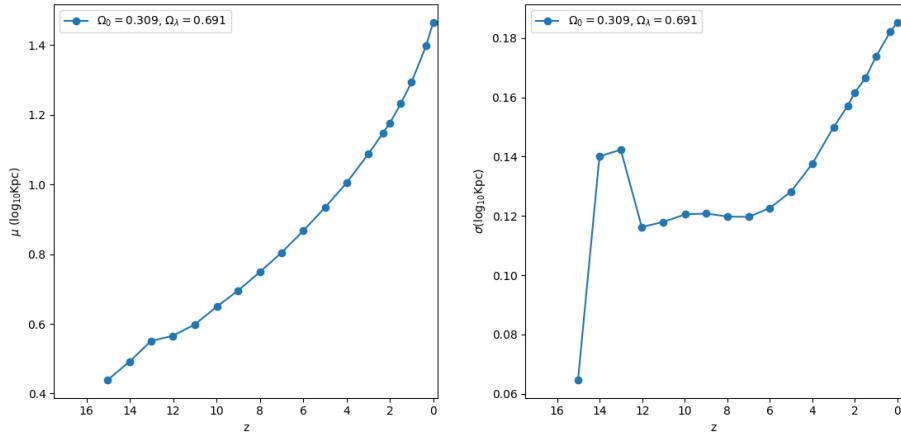


Figura 3.7: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 17$ hasta un $z = 0$.

Otra medida que utilizamos para dar una idea en el tamaño que tienen los halos es usando el radio donde tenemos la mayor velocidad radial. En las figuras 3.8 y 3.9 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras, tenemos halos con radios que van desde los 0.72kpc hasta los 452.28kpc. Vemos que la gran mayoría de los halos son halos con tamaños menores a 50kpc con halos que alcanzan hasta los 452.28kpc mas al presente y menores a 10kpc con estructuras que alcanzan 9.83kpc en los redshifts mas altos. En la figura 3.10 vemos que la media va desde los 2.45kpc con una desviación de 0.88kpc en $z = 15$ hasta 27.60kpc con una desviación de 15.69kpc en $z = 0$.

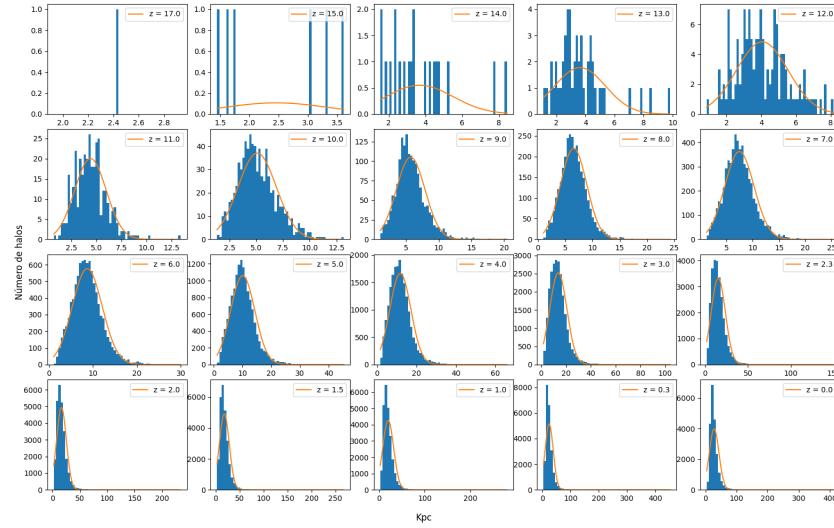


Figura 3.8: Se muestra el radio donde se alcanza la velocidad máxima radial conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 17$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

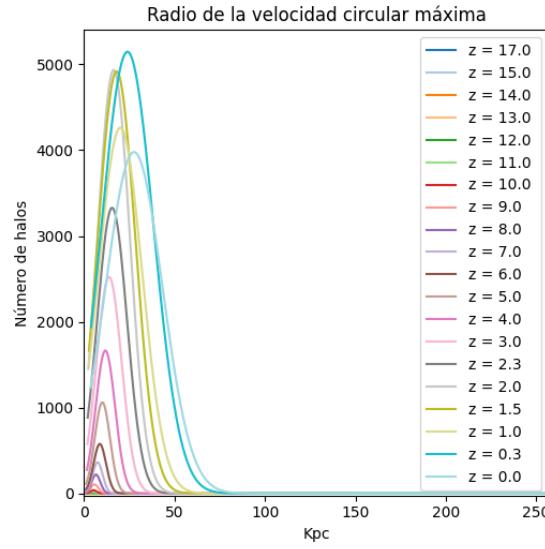


Figura 3.9: Se muestra la cantidad de halos de materia oscura con el radio donde se alcanza la velocidad máxima radial en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$.

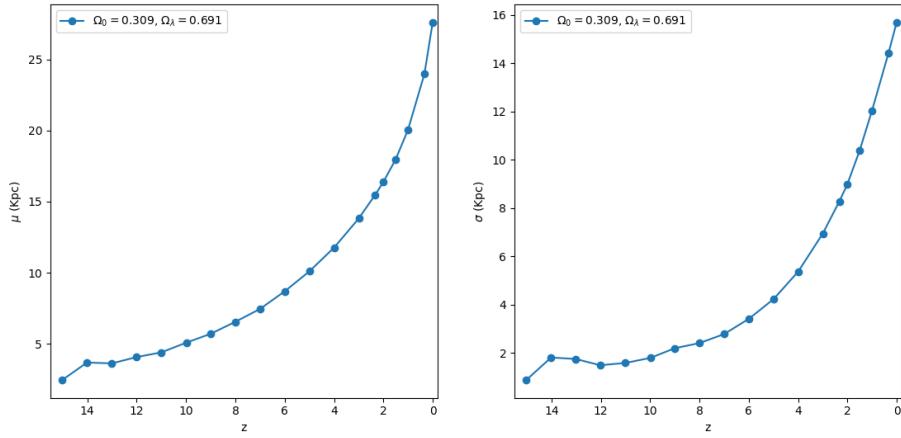


Figura 3.10: En la izquierda mostramos la media del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 17$ hasta un $z = 0$.

Pasando a las velocidades, empezando con la velocidad circular máxima. Podemos apreciar que las velocidades circulares van de los rangos de los 22.82km/s hasta los 1001.91km/s donde vemos la gran mayoría de los halos en los rangos de 100km/s y 175km/s para los z altos y entre los 50km/s y 175km/s mas al presente, como se muestra en las figuras 3.11 y 3.12. Lo que podemos ver en la figura 3.13 es que la velocidad media disminuye rápidamente desde 150.13km/s con una desviación de 26.76km/s en $z = 15$ hasta que alcanza 74.77km/s con una desviación de 33.90km/s en $z = 0$.

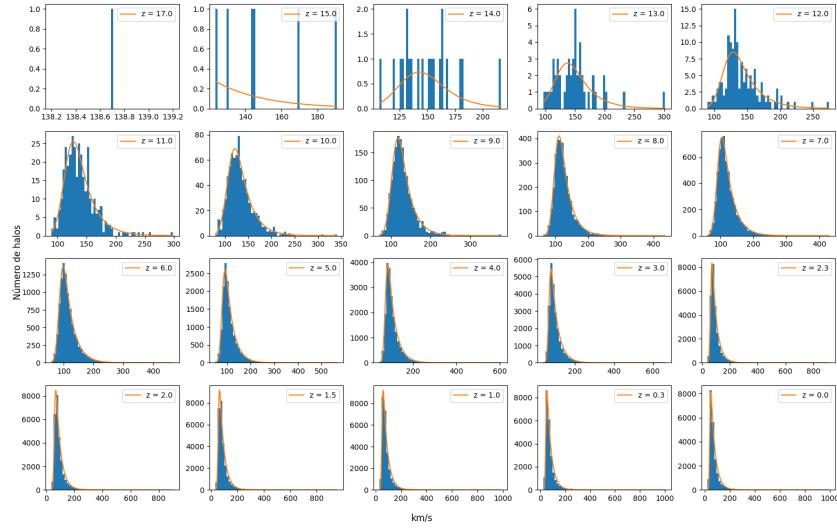


Figura 3.11: Se muestra la velocidad circular máxima conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 17$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

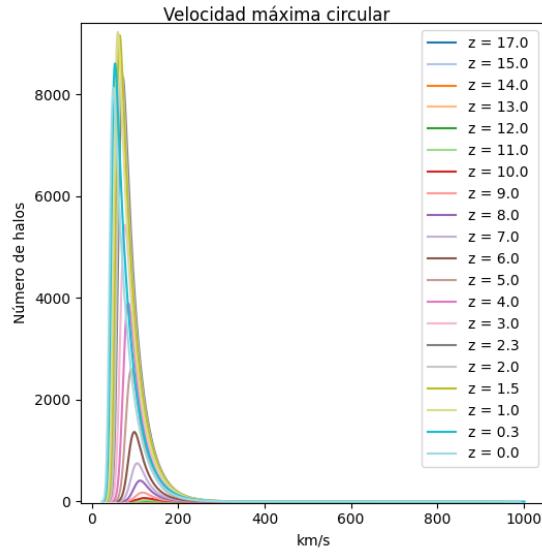


Figura 3.12: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos de velocidad circular máxima en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$.

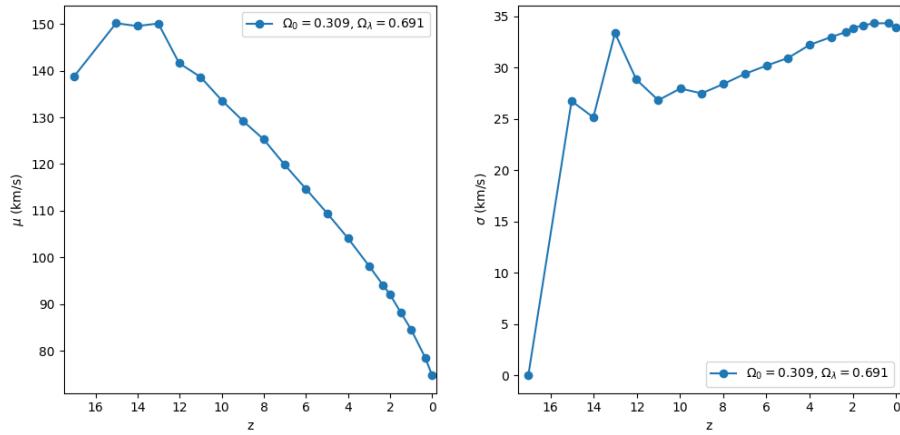


Figura 3.13: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

Ahora hablemos de la dispersión de las velocidades de los halos de materia oscura. La dispersión de velocidades de estos halos esta en los rangos de 12.78km/s a los 619.79km/s a lo largo de la evolución de los halos. Vemos en las figuras 3.14 y 3.15 que en los z altos vemos que la mayor parte de los halos se encuentran en el rango de los 60km/s a los 100km/s con picos en los 183.94km/s, mientras que en los z bajos vemos los rango que van de 50km/s y 80km/s con los picos entre los 355.62km/s y 619.79km/s. En la figura 3.16 observamos que la dispersión de velocidades media disminuye desde los 85.25km/s con una desviación de 13.09km/s en $z = 15$ a 37.08km/s con una desviación de 18.69km/s en $z = 0$.

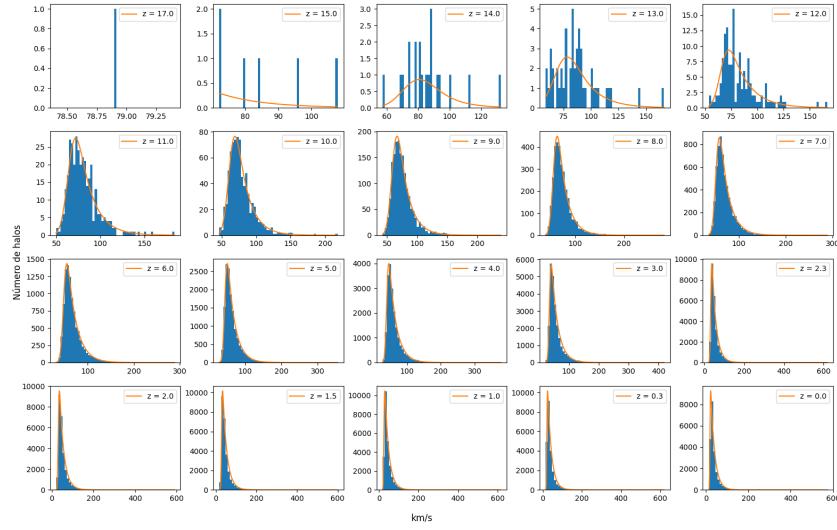


Figura 3.14: Se muestra la dispersión de velocidades conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 17$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

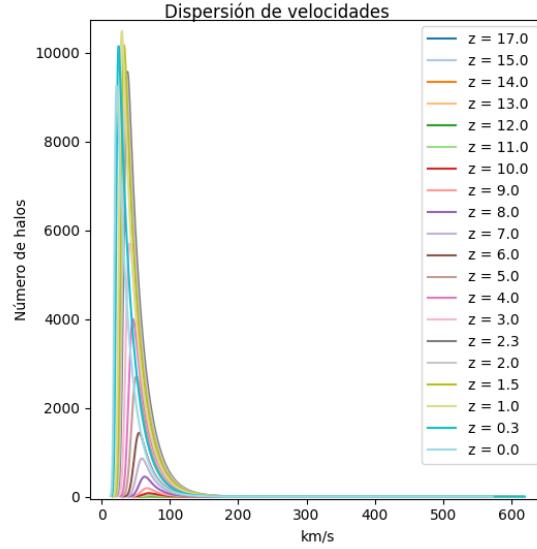


Figura 3.15: Mostramos la dispersion de velocidades de los halos de materia oscura en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$.

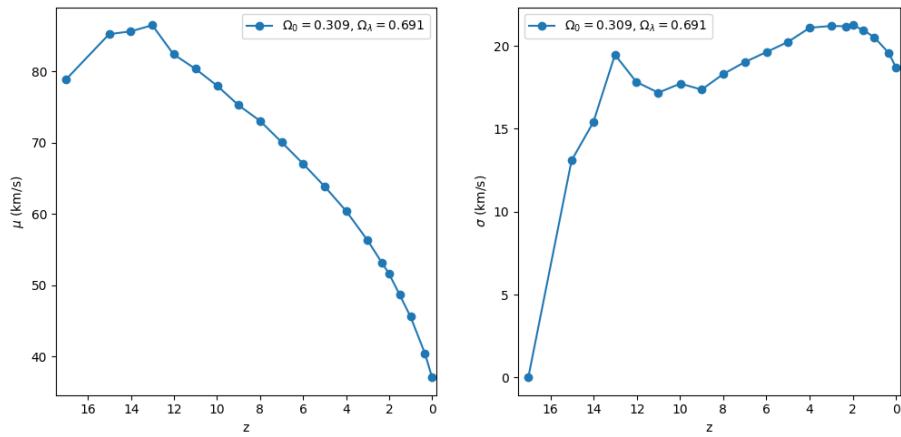


Figura 3.16: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

Finalmente, la figura 3.17 muestra a lo que conocemos como la *Cosmic Web* vista desde un plano. Se ve el mapa de densidad de la simulación del Universo en diferentes redshifts. En los redshift altos (viendo mas al pasado) se observan nubes difusas donde no hay una estructura, mientras que los redshift bajos (mas al presente) se observan estructuras mejor definidos y con el tiempo vemos que hay un aumento en la cantidad de estructura que se observa.

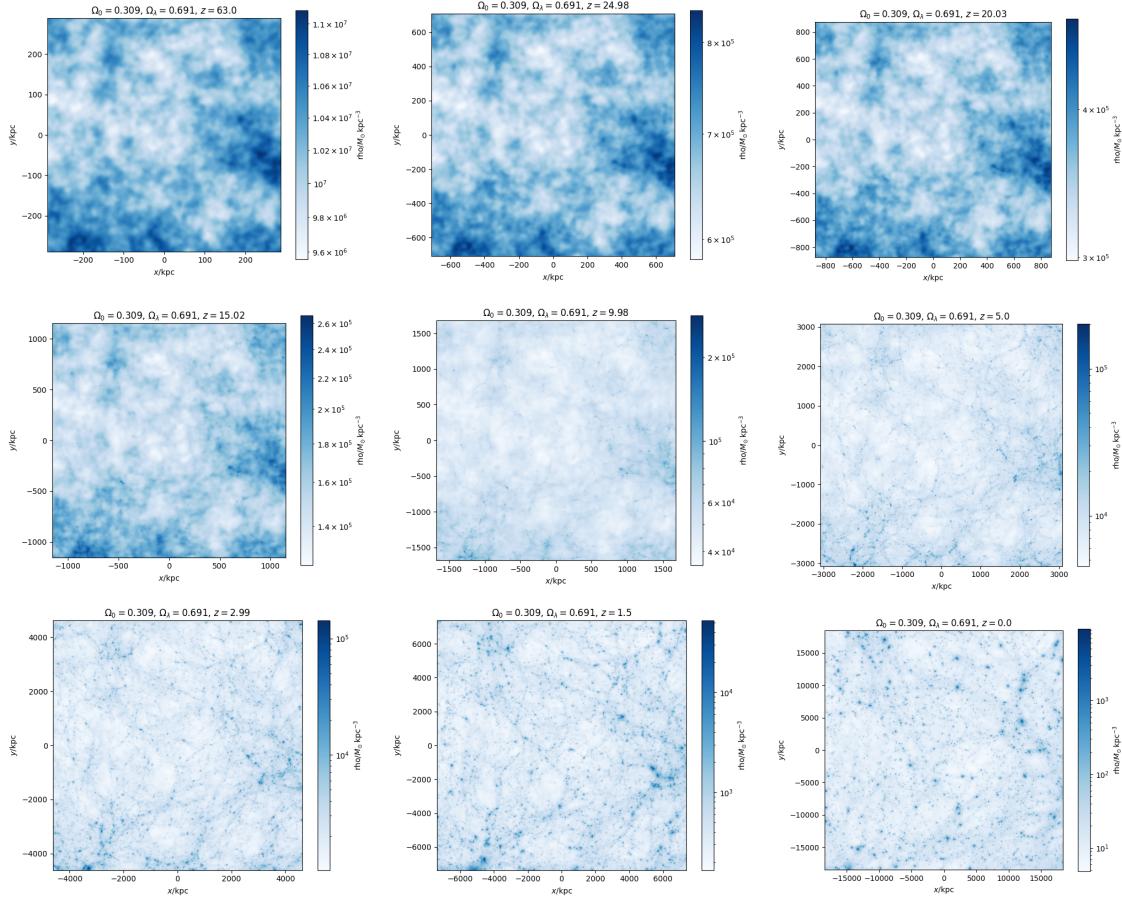


Figura 3.17: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$.

3.1.2. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$

Hemos estudiado un Universo con las densidades mas aceptadas, pero como cambia si las densidades cambian, para este caso que sucede si invertimos las densidades pero dejamos el Universo plano. Primeramente podemos apreciar en la figura 3.18 que los halos se empiezan a formar en redshift $z = 14$ pero tiene un comportamiento similar a la cosmología anterior, teniendo el pico en la cantidad de halos alrededor del redshift $z = 2$.

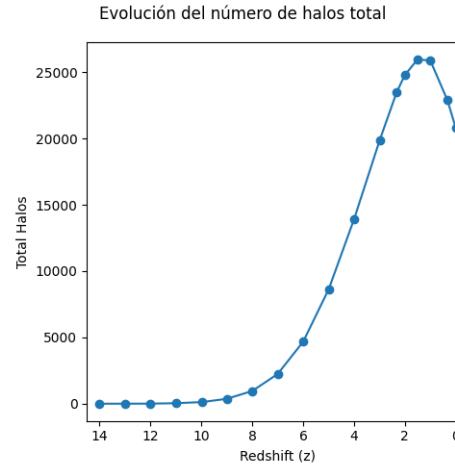


Figura 3.18: Se muestra el numero de halos y como cambia la cantidad conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.309$ y $\Omega_0 = 0.691$.

La distribución de masa de los halos se ve en la figura 3.20 a largo de la evolución. Podemos ver poca estructura con masas mayores a $10^{12} M_\odot$ y mayor parte de la masa entre $10^{10.3}$ y $10^{11} M_\odot$. Ademas en 3.21 vemos que la media muestra un incremento en la masa de los halos, el que va de $10^{10.8} M_\odot$ en $z = 13$ hasta $10^{11.1} M_\odot$ en $z = 0$. Esto es un incremento de aproximadamente un orden de magnitud. Mientras la desviación tiene un incremento aproximado de $10^{0.1} M_\odot$ en $z = 13$ a $10^{0.5} M_\odot$ en $z = 0$.

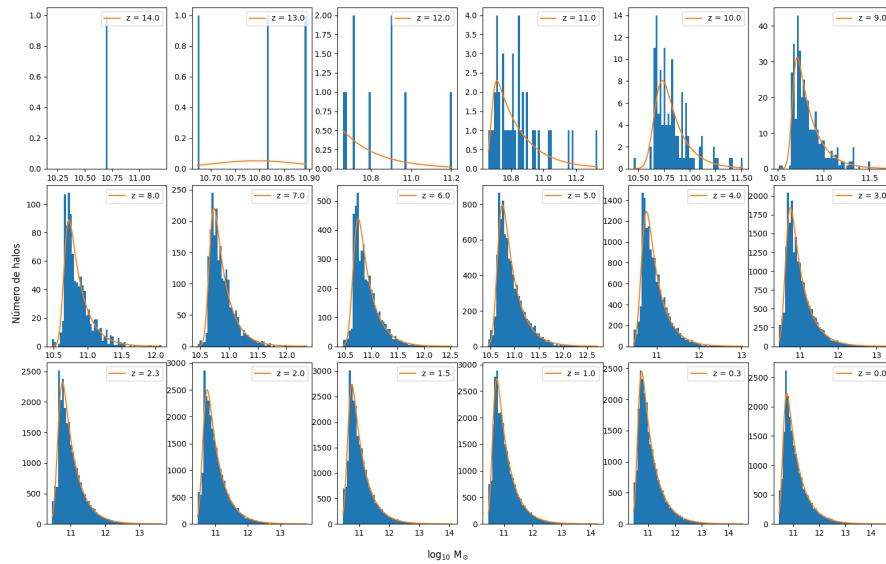


Figura 3.19: Se muestra la distribución de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.309$ y $\Omega_0 = 0.691$. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez mas masivos.

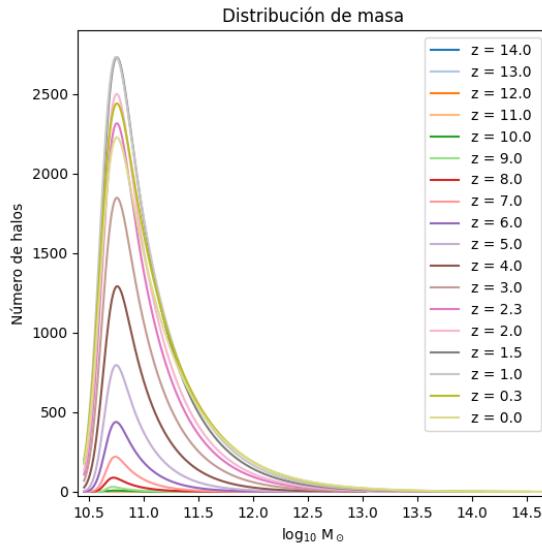


Figura 3.20: Comparación de las distribuciones de masa durante la evolución del Universo $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$. Se observa como crece la cantidad de halos de materia oscura, así como el tamaño de estos.

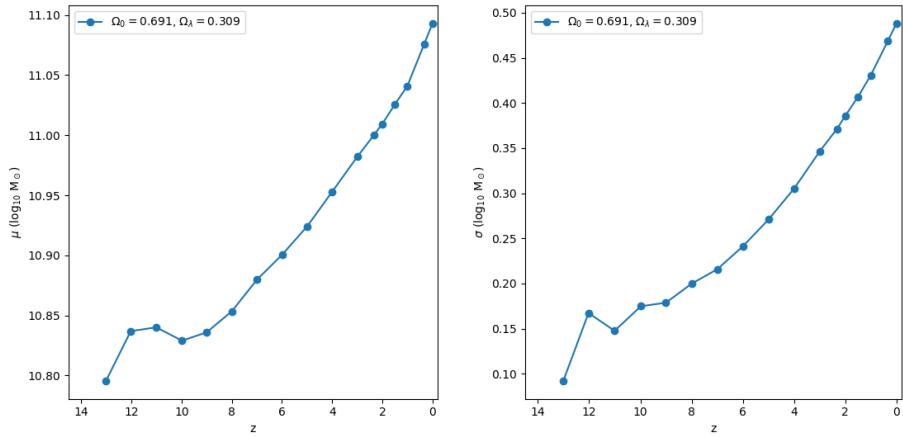


Figura 3.21: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura y se observa como cambia durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad que hay de los halos de materia oscura.

Ahora hablemos del tamaño de estas estructuras, empezando con el radio que contiene la mitad de la masa. En la figura 3.22 y 3.23 vemos que tenemos halos que tienen radios desde $10^{0.35}$ kpc hasta $10^{2.5}$ kpc a lo largo de la evolución de los halos. Vemos en la figura 3.24 que el radio crece con el tiempo teniendo un crecimiento desde $10^{0.53}$ kpc en las primeras estructuras hasta $10^{1.5}$ kpc en el presente. También

vemos que las primeras estructuras tienen desviaciones de entre $10^{0.08}$ y $10^{0.15}$ kpc mientras que las mas recientes estaban entre $10^{0.15}$ y $10^{0.19}$ kpc.

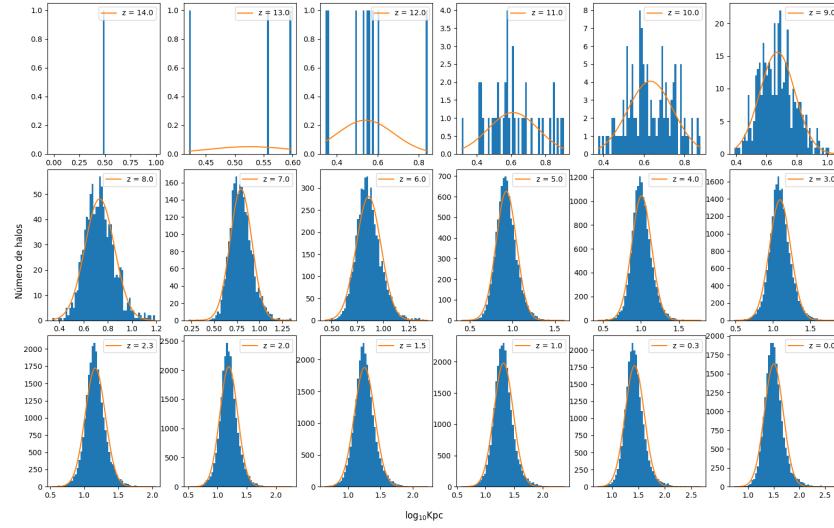


Figura 3.22: Se muestra el radio que contiene la mitad de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.309$ y $\Omega_0 = 0.691$.

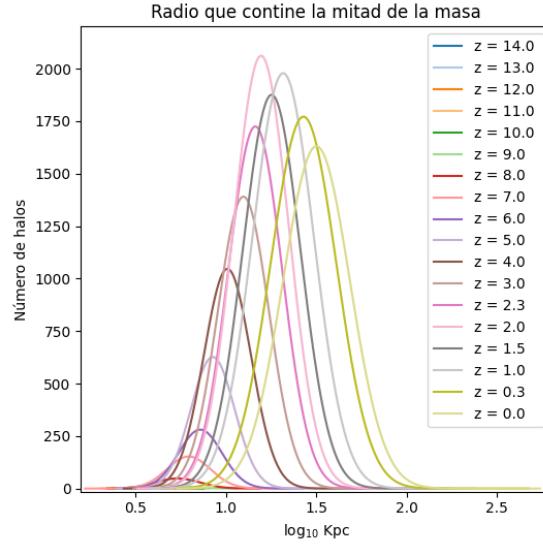


Figura 3.23: Comparación de las distribuciones del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura de un Universo $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$.

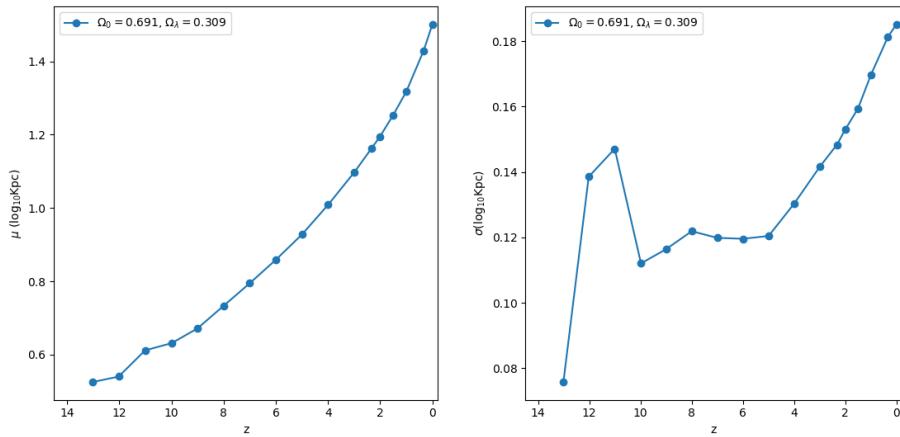


Figura 3.24: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

Ahora veamos el comportamiento del radio asociado con las velocidades circulares. En las figuras 3.25 y 3.26 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras tenemos halos con radios que van desde los 2kpc hasta los 600kpc. Vemos que la gran mayoría de los halos son halos con tamaños menores a 100kpc mas al presente y menores a 10kpc en los redshifts mas altos. En la figura 3.27 vemos que la media va desde los 4.28kpc con una desviación de 0.02kpc en $z = 13$ hasta 30.5kpc con una desviación de 18.7kpc en $z = 0$.

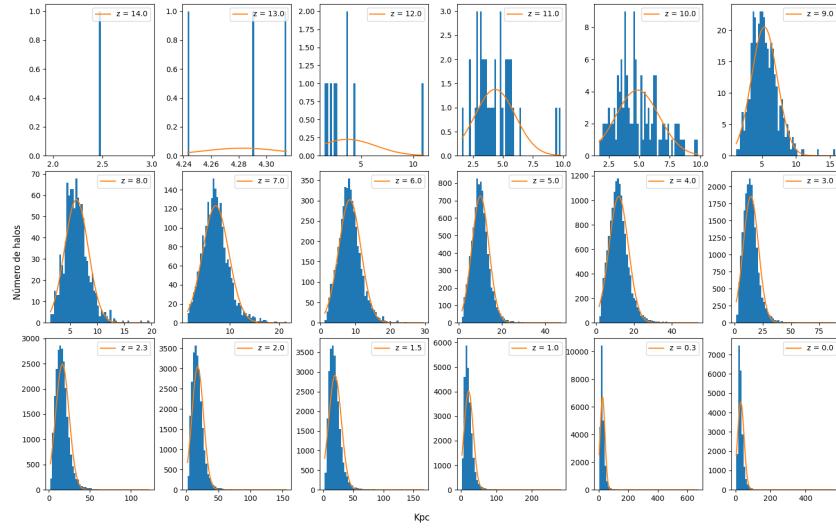


Figura 3.25: Se muestra el radio donde se alcanza la velocidad máxima radial conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.309$ y $\Omega_0 = 0.691$. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez mas masivos.

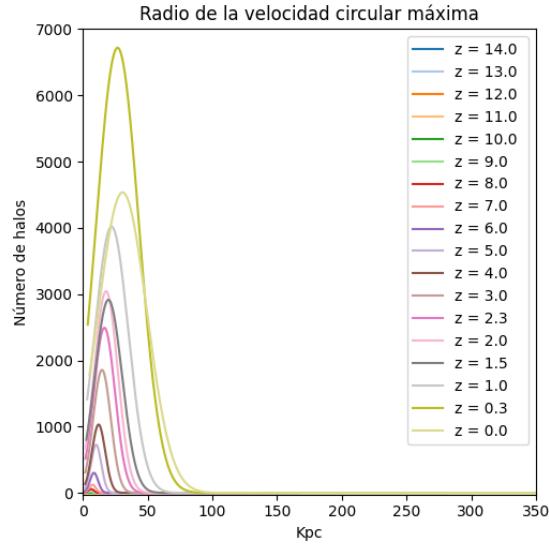


Figura 3.26: Comparación de las distribuciones del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial de los halos de materia oscura de un Universo $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$.

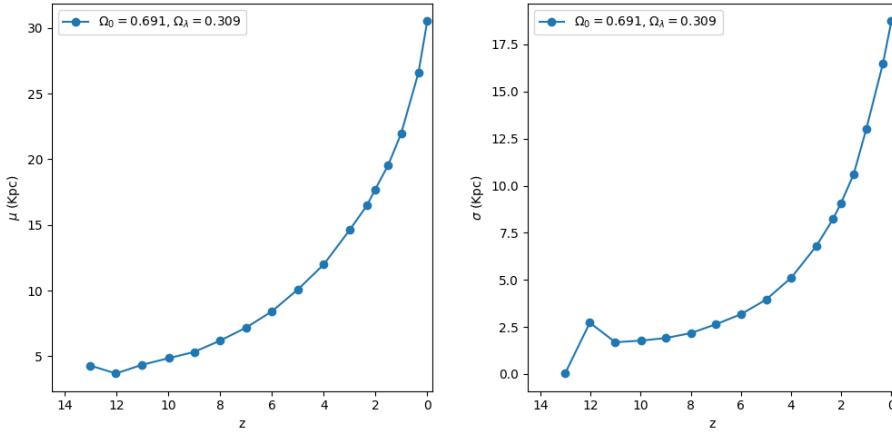


Figura 3.27: En la izquierda mostramos la media del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

Seguimos con la velocidad circular máxima que se alcanza en estos radios. Podemos apreciar que las velocidades circulares van de los rangos de los 20km/s hasta los 1400km/s donde vemos la gran mayoría de los halos en los rangos de 100km/s y 200km/s, como se muestra en las figuras 3.28 y 3.29. Lo que podemos ver en la figura 3.30 es que la velocidad media disminuye rápidamente desde 207.01km/s con una desviación de 13.71km/s en $z = 13$ hasta que alcanza 106.06km/s con una desviación de 47.34km/s en $z = 0$.

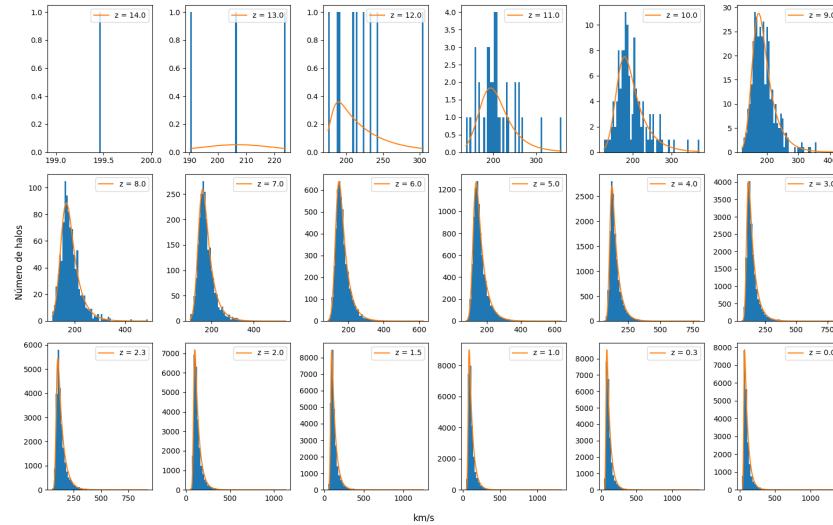


Figura 3.28: Se muestra la velocidad circular máxima conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\Lambda = 0.309$ y $\Omega_0 = 0.691$.

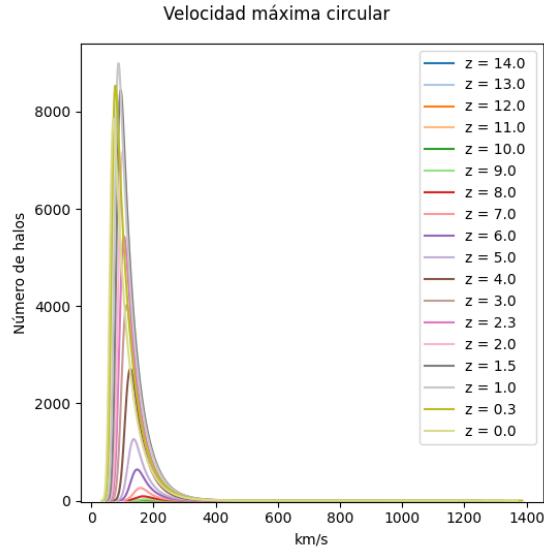


Figura 3.29: Comparación de las distribuciones de la velocidad circular máxima de los halos de materia oscura de un Universo $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$.

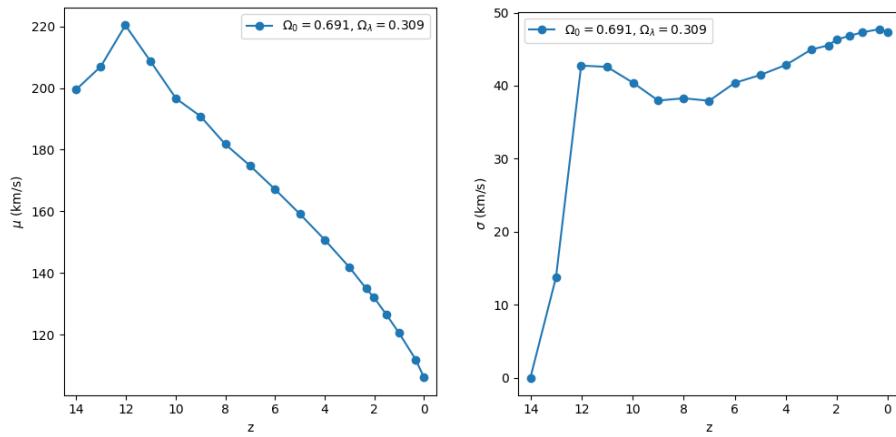


Figura 3.30: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

La dispersión de velocidades de estos halos está en los rangos de 17km/s a los 857km/s a lo largo de la evolución de los halos. Vemos en las figuras 3.31 y 3.32 que en los z altos vemos que la mayor parte de los halos se encuentran en el rango de los 100km/s a los 150km/s con picos en los 200km/s y 400km/s, mientras que en los z bajos vemos los rango que van de 50km/s y 150km/s con los picos entre los 400km/s y 857km/s. En la figura 3.33 observamos que la dispersión de velocidades

media disminuye desde los 114.45km/s con una desviación de 7.96km/s en $z = 14$ a 54.03km/s con una desviación de 26.70km/s en $z = 0$.

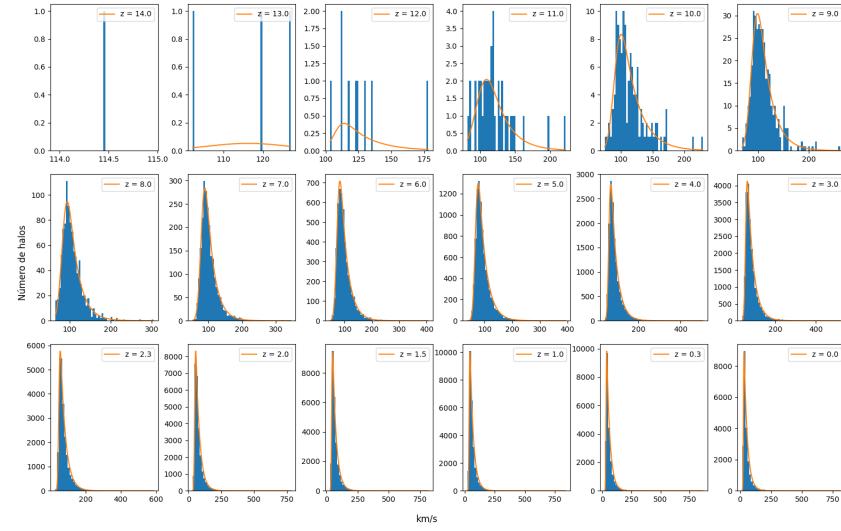


Figura 3.31: Se muestra la dispersión de velocidades conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.309$ y $\Omega_0 = 0.691$.

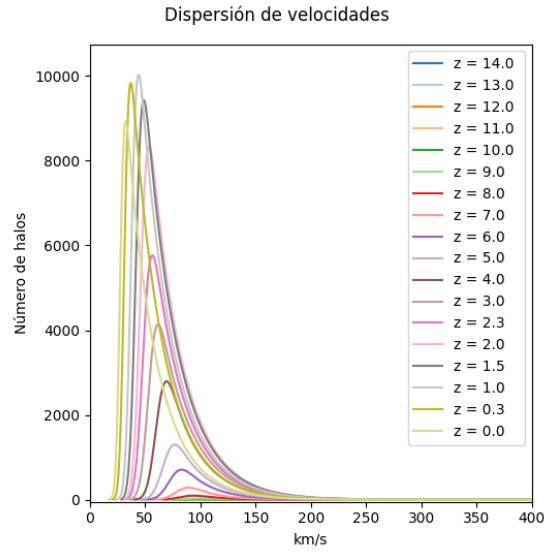


Figura 3.32: Comparación de las distribuciones de la dispersión de velocidades de los halos de materia oscura de un Universo $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$.

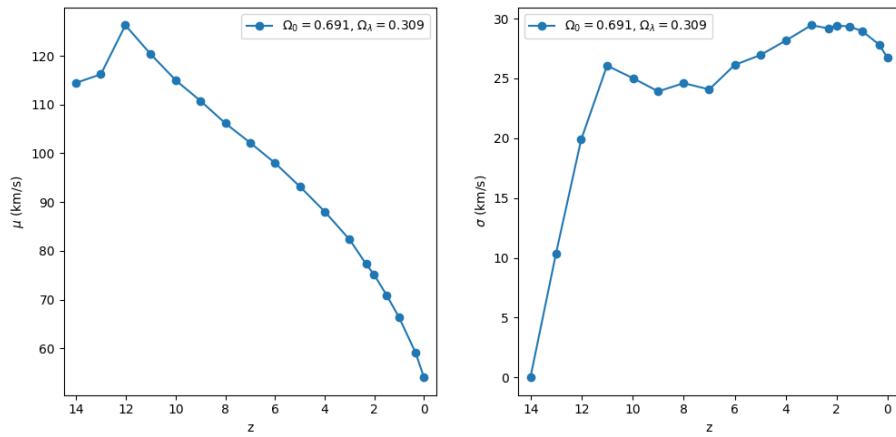


Figura 3.33: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

La figura 3.34 muestra el mapa de densidad de un Universo $\Omega_\lambda = 0.309$ $\Omega_0 = 0.691$, donde podemos ver la estructura que describimos en los diferentes puntos de su evolución vista desde un plano .

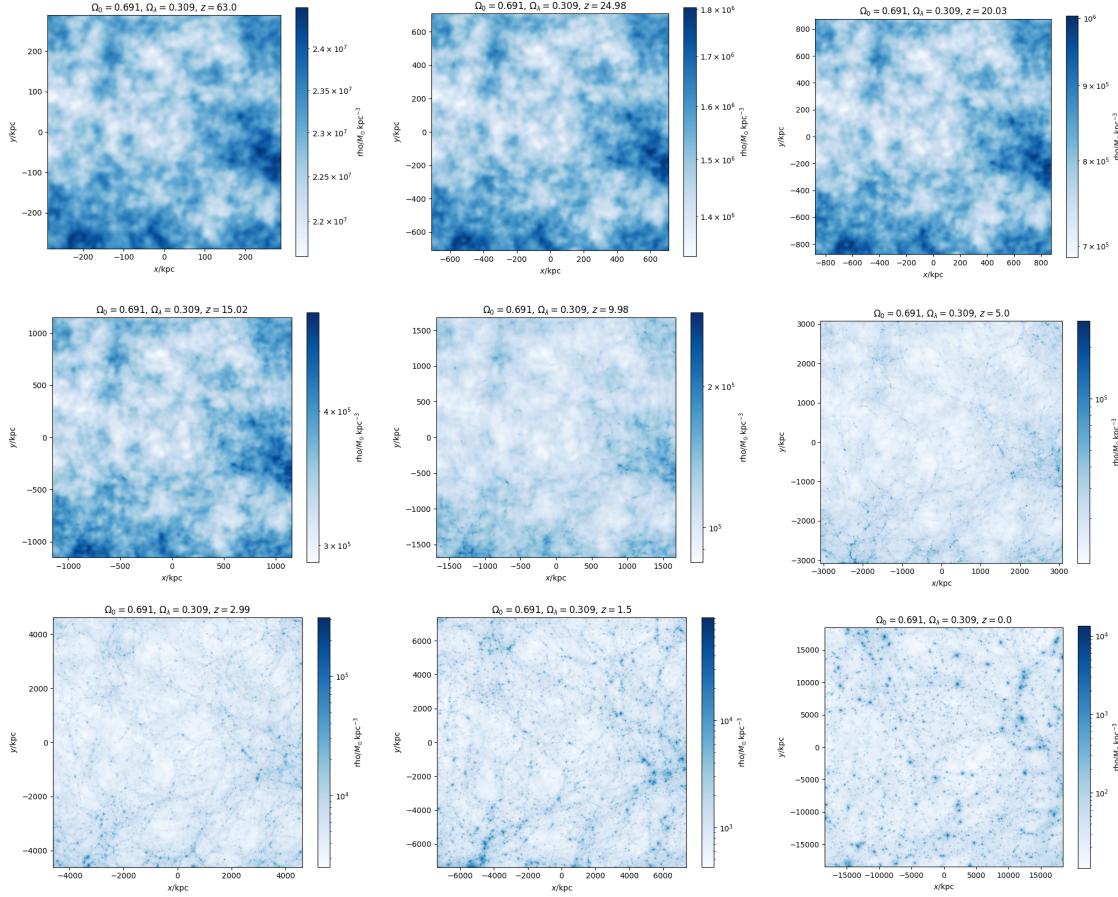


Figura 3.34: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$.

3.1.3. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$

Hemos visto que como se comporta un Universo con las densidades mas aceptadas y cuando estas se invierten. Ahora veamos un Universo con las densidades iguales ($\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$). Comencemos viendo como se afecta la cantidad de halos. La figura 3.35 muestra que los primeros halos aparecen en $z = 15$, además muestra que el máximo de halos en las simulaciones que se alcanza fue de 26242 halos en $z = 1.5$. Observamos un comportamiento similar a las cosmologías anteriores donde vemos un crecimiento rápido hasta que alcanza un máximo y después empieza a disminuir.

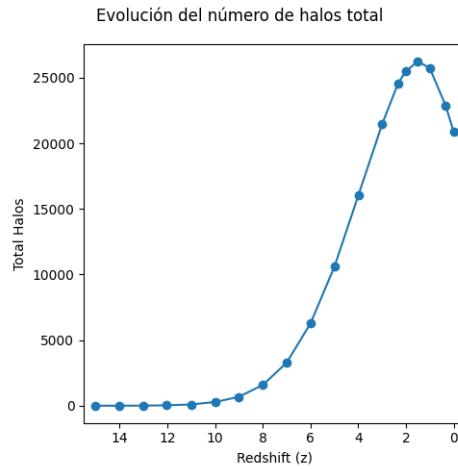


Figura 3.35: Se muestra el numero de halos y como cambia la cantidad conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.5$ y $\Omega_0 = 0.5$.

La distribución de la masa para esta cosmología se observa en las figuras 3.36 y 3.37. Los rangos de la masa se encuentran entre las $10^{10.3} M_\odot$ a $10^{14.5} M_\odot$ a lo largo de la evolución del sistema. Las primeras estructuras, las que tienen z altos, tenían masas menores a $10^{12} M_\odot$ y las estructuras en z pequeños la mayor parte de los halos tenían masas entre $10^{10.5} M_\odot$ y $10^{11.5} M_\odot$. Mientras, la figura 3.38 nos muestra el comportamiento medio durante la evolución. Observamos que la masa media incrementa desde $10^{10.65} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.1} M_\odot$ en $z = 14$ hasta $10^{10.95} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.5} M_\odot$ en $z = 0$.

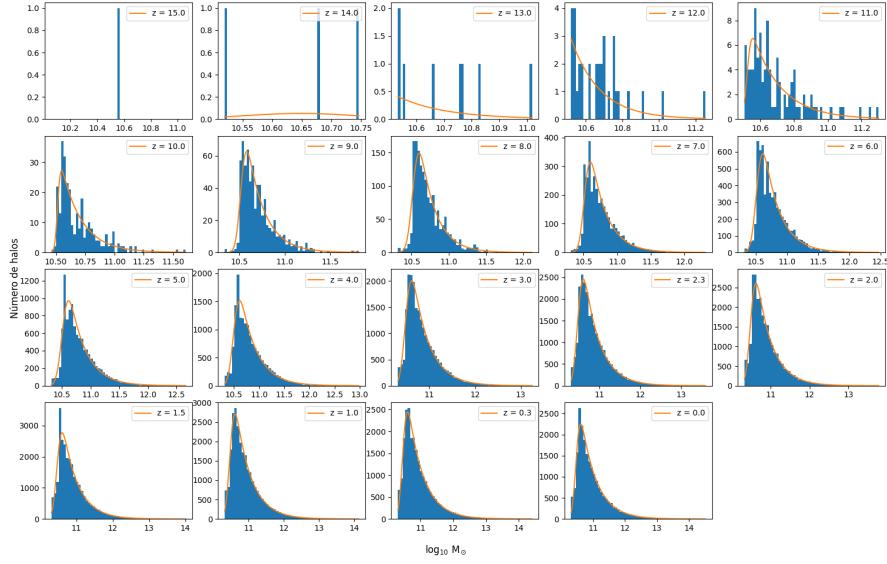


Figura 3.36: Se muestra la distribución de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.5$ y $\Omega_0 = 0.5$. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez mas masivos.

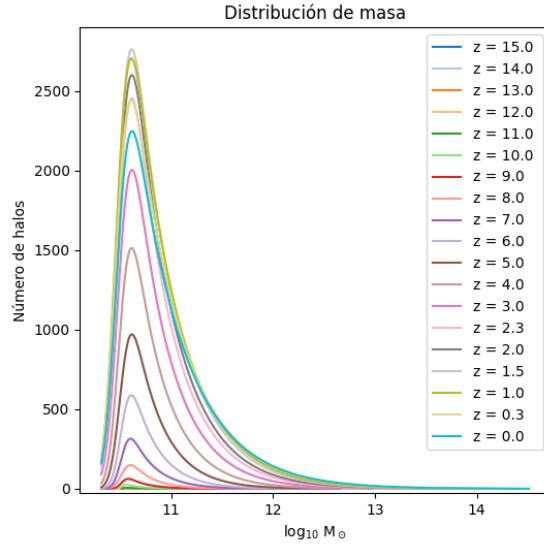


Figura 3.37: Comparación de las distribuciones de masa durante la evolución del Universo $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$. Se observa como crece la cantidad de halos de materia oscura, así como el tamaño de estos.

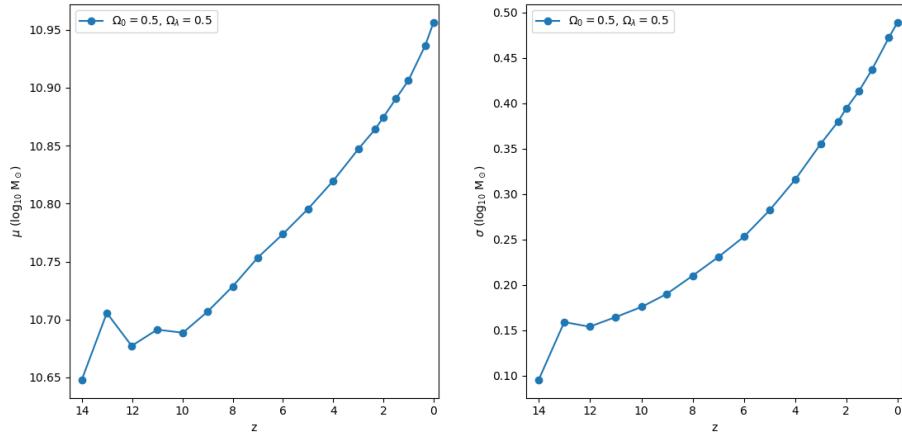


Figura 3.38: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura y se observa como cambia durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad que hay de los halos de materia oscura.

En las figuras 3.39 y 3.40 podemos ver el radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del Universo. Vemos que los radios se encuentran entre los $10^{0.27}$ kpc y $10^{2.72}$ kpc donde los primeros halos tienen radios entre los $10^{0.29}$ kpc y los $10^{1.61}$ y las estructuras mas recientes tienen la mayor parte de los halos en el rango de 10^1 kpc y los $10^{1.75}$. El radio medio tiene un crecimiento de $10^{0.53}$ kpc con una desviación de $10^{0.09}$ kpc en $z = 14$ hasta un radio de $10^{1.49}$ kpc con una desviación de $10^{0.18}$ kpc en $z = 0$.

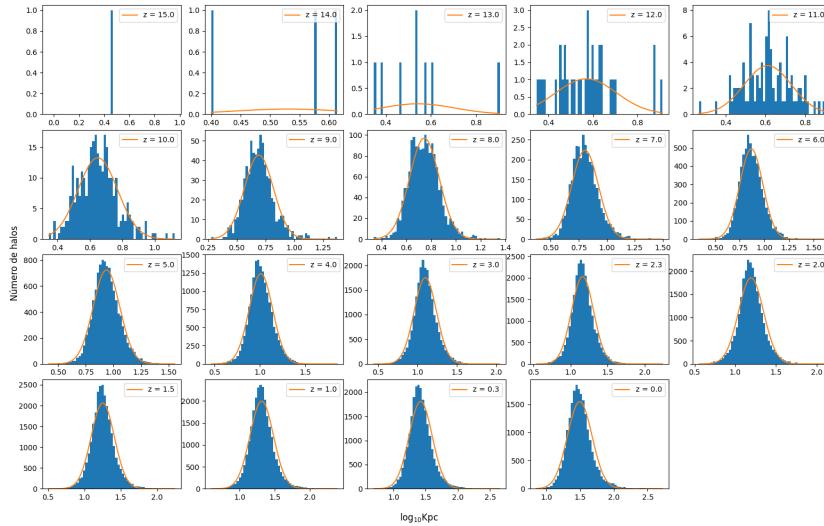


Figura 3.39: Se muestra el radio que contiene la mitad de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.5$ y $\Omega_0 = 0.5$.

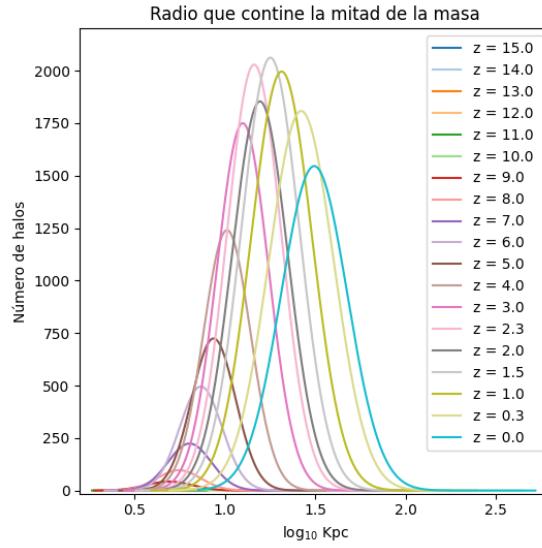


Figura 3.40: Comparación de las distribuciones del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura en un Universo $\Omega_\lambda = 0.5$ y $\Omega_0 = 0.5$.

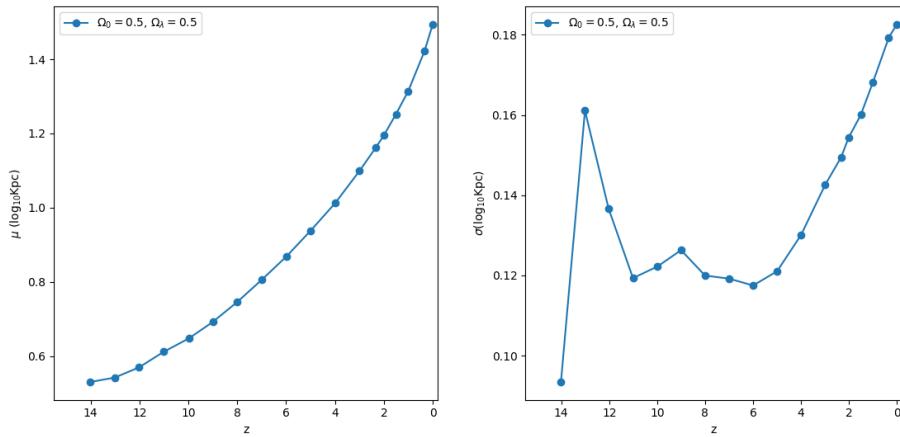


Figura 3.41: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

Ahora veamos el comportamiento del radio asociado con la velocidades circulares. En las figuras 3.42 y 3.43 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras, tenemos halos con radios que van desde los 1kpc hasta los 590kpc. Vemos que la gran mayoría de los halos son halos con tamaños menores a 20kpc mas al presente y menores a 10kpc en los redshifts mas altos. En la figura 3.44 vemos que la media va desde los 3.39kpc con una desviación de 1.18kpc en $z = 13$ hasta 29.44kpc con

una desviación de 17.95kpc en $z = 0$.

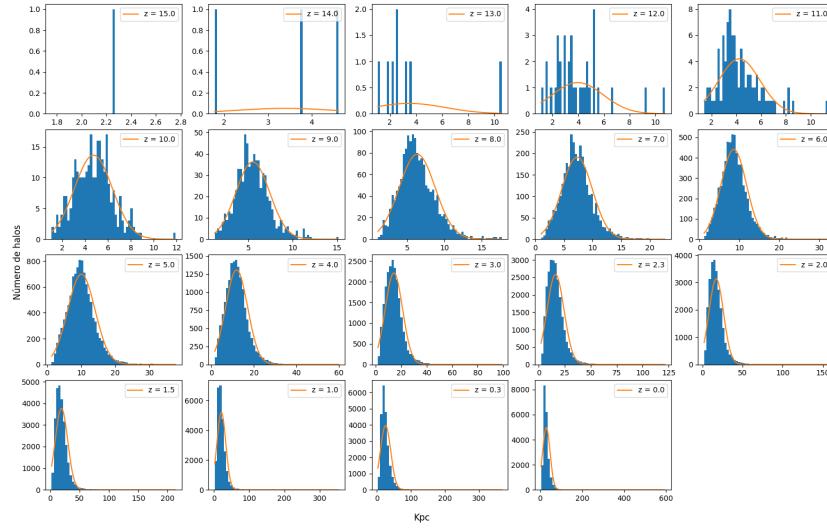


Figura 3.42: Se muestra el radio donde se alcanza la velocidad máxima radial conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.5$ y $\Omega_0 = 0.5$. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez mas masivos.

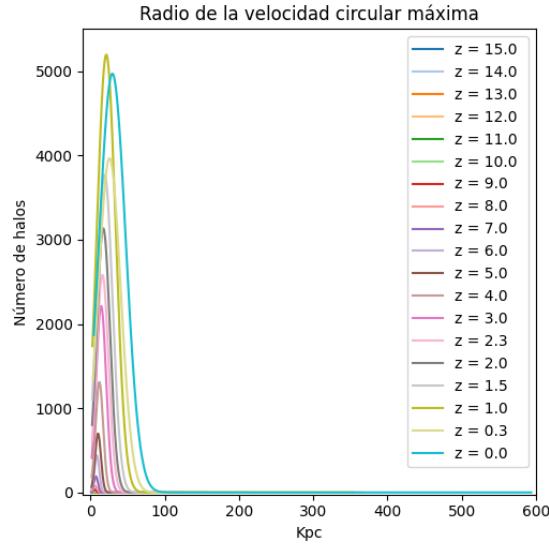


Figura 3.43: Comparación de las distribuciones del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial de los halos de materia oscura en un Universo $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$.

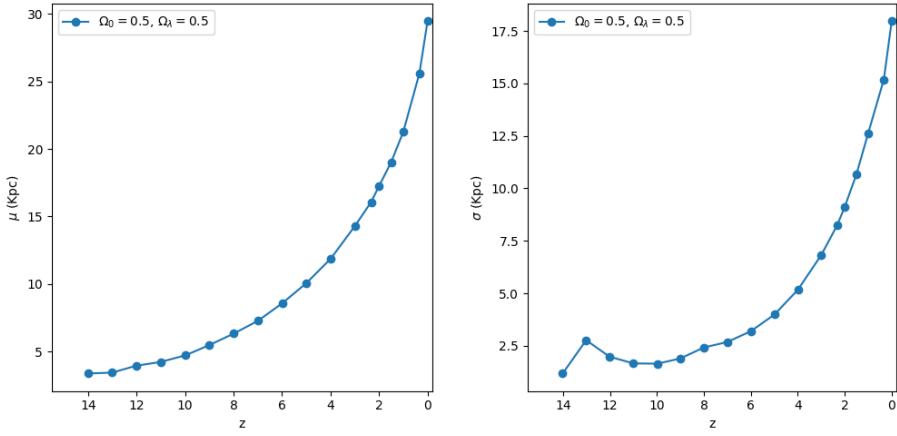


Figura 3.44: En la izquierda mostramos la media del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

Seguimos con la velocidad circular máxima que se alcanza en estos radios. Podemos apreciar que las velocidades circulares van de los rangos de los 25km/s hasta los 1216km/s donde vemos la gran mayoría de los halos en los rangos de 30km/s y 175km/s, como se muestra en las figuras 3.45 y 3.46. Lo que podemos ver en la figura 3.47 es que la velocidad media disminuye rápidamente desde 177.53km/s con una desviación de 2.14km/s en $z = 15$ hasta que alcanza 92.14km/s con una desviación de 41.30km/s en $z = 0$.

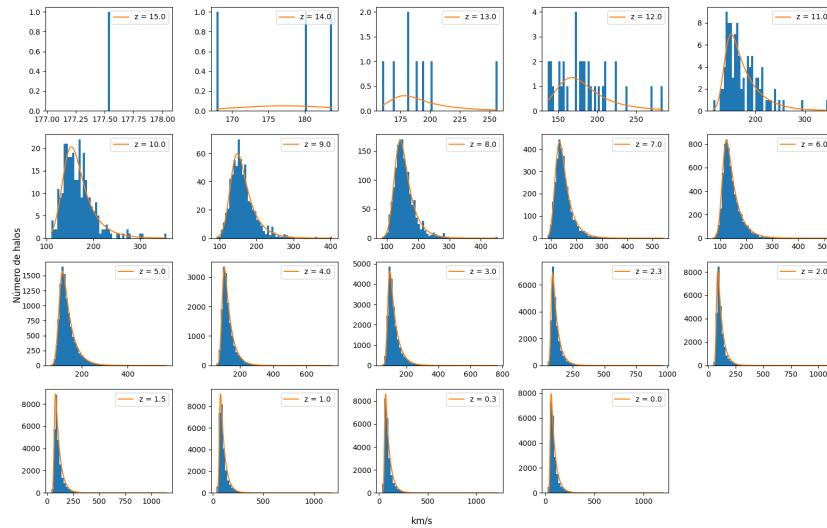


Figura 3.45: Se muestra la velocidad circular máxima conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.5$ y $\Omega_0 = 0.5$.

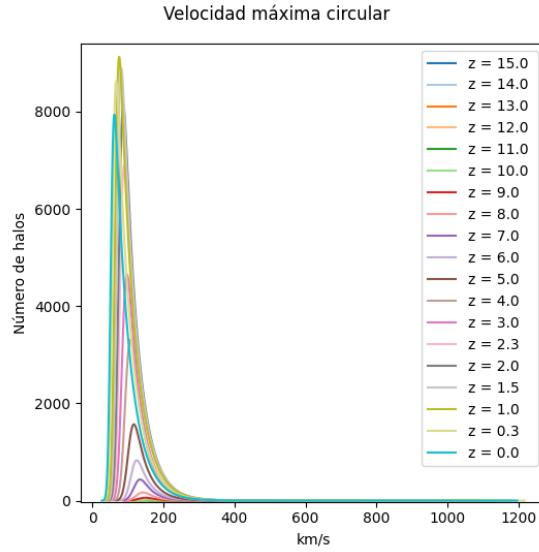


Figura 3.46: Comparación de las distribuciones de la velocidad circular máxima de los halos de materia oscura en un Universo $\Omega_\Lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$.

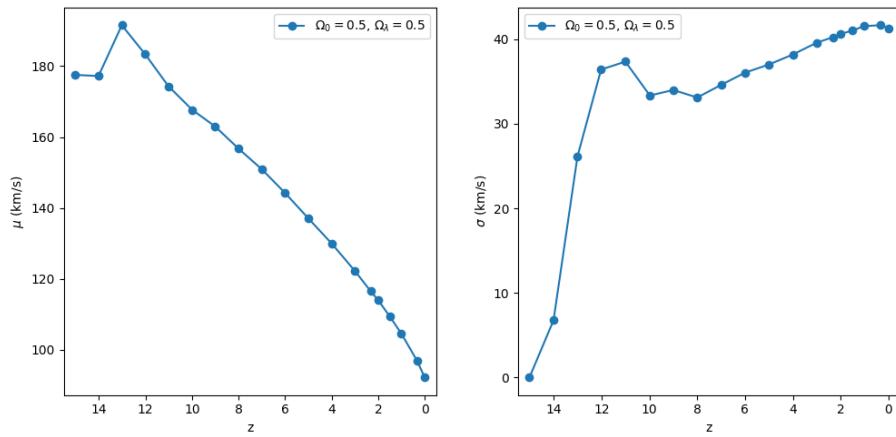


Figura 3.47: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

La dispersión de velocidades de estos halos está en los rangos de 14km/s a los 743km/s a lo largo de la evolución de los halos. Vemos en las figuras 3.48 y 3.49 que en los z altos vemos que la mayor parte de los halos se encuentran en el rango de los 75km/s a los 100km/s con picos en los 347km/s, mientras que en los z bajos vemos los rangos que van de 50km/s y 80km/s con los picos entre los 600km/s y 750km/s. En la figura 3.50 observamos que la dispersión de velocidades

media disminuye desde los 100.87km/s con una desviación de 6.67km/s en $z = 15$ a 46.44km/s con una desviación de 23.13km/s en $z = 0$.

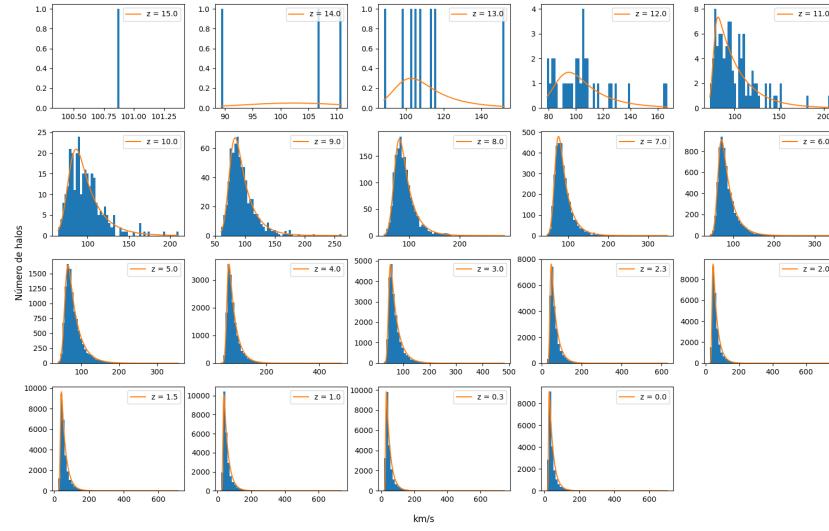


Figura 3.48: Se muestra la dispersión de velocidades conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.5$ y $\Omega_0 = 0.5$.

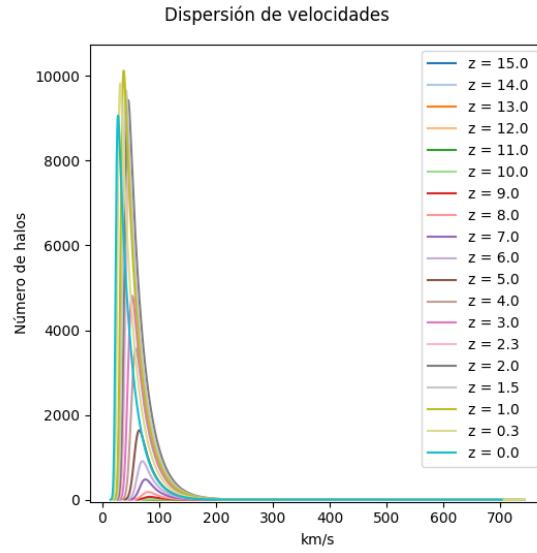


Figura 3.49: Comparación de las distribuciones de la dispersión de velocidades de los halos de materia oscura en un Universo $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$.

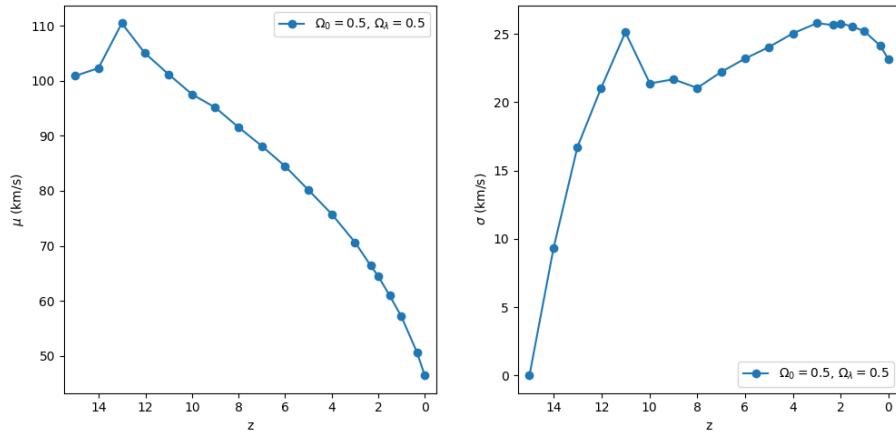


Figura 3.50: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

La figura 3.51 muestra el mapa de densidad de un Universo $\Omega_\lambda = 0.5$ $\Omega_0 = 0.5$, donde podemos ver la estructura que describimos en los diferentes puntos de su evolución vista desde un plano .

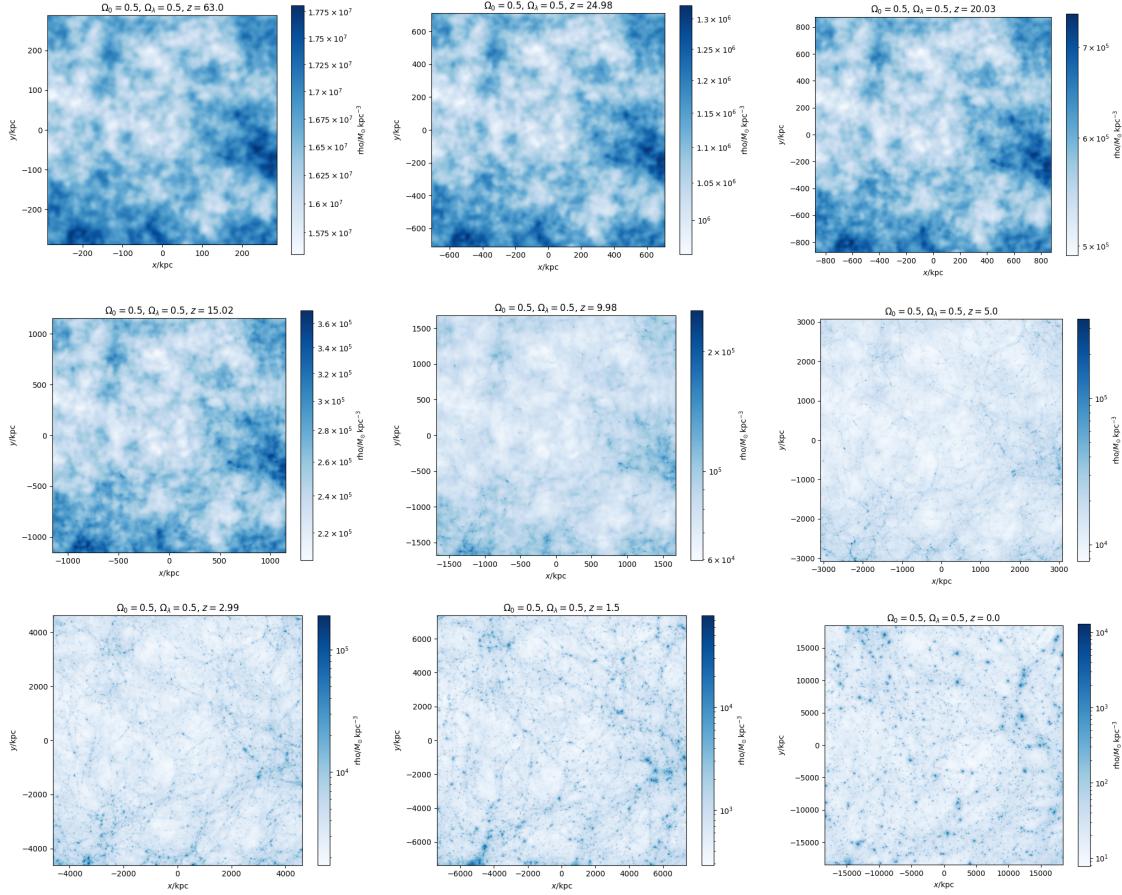


Figura 3.51: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0.5, \Omega_0 = 0.5$.

3.2. Cosmología Sub-Crítica $\Omega < 1$

Hemos visto los efectos en un Universo plano, ahora veamos tres nuevas cosmologías pero ahora son Universos abiertos acelerados, o bien un Universo Sub-Crítico. Estas nuevas cosmologías se eligieron de manera de obtener una idea de los efectos en el Universo cuando se altera una de sus densidad como se realizó anteriormente. Empezando con una cosmología donde las densidades son $\Omega_\lambda = 0, \Omega_0 = 0.309$, en este universo veremos los efectos de un Universo sin presencia de energía oscura. Luego pasaremos nuestra atención a estudiar los efectos de un Universo donde quitamos la mitad de la densidad de energía ($\Omega_\lambda = 0.3455, \Omega_0 = 0.309$) y para terminar con las cosmologías sub-críticas veremos los efectos en un Universo donde consideramos la mitad de la densidad de materia ($\Omega_\lambda = 0.5, \Omega_0 = 0.5$).

3.2.1. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0, \Omega_0 = 0.309$

La primera cosmología es en la que no hay efectos de la energía oscura. Lo primero que podemos observar en la figura 3.52 es que las estructuras se empiezan a formar a partir del redshift $z = 25$. En $z = 2.33$ es donde alcanzamos la mayor cantidad halos. Alrededor de $z = 16$ es cuando empezamos a ver un crecimiento apreciable en la cantidad de halos.

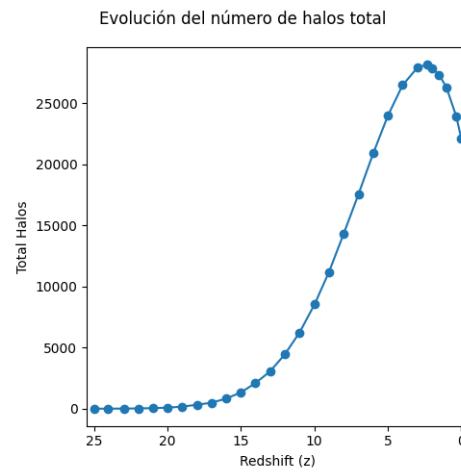


Figura 3.52: Se muestra el numero de halos según el redshift y podemos observar como evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0$ y $\Omega_0 = 0.309$.

La distribución de la masa para esta cosmología se observa en las figuras 3.53 y 3.54. Los rangos de la masa se encuentran entre las $10^{10.31} M_\odot$ a $10^{14.35} M_\odot$ a lo largo de la evolución del sistema. Las primeras estructuras, las que tienen z altos, tenían masas menores a $10^{11} M_\odot$ y las estructuras en z pequeños la mayor parte de los halos tenían masas entre $10^{9.8} M_\odot$ y $10^{11} M_\odot$ con estructuras que alcanzan $10^{14.03} M_\odot$. Mientras, la figura 3.55 nos muestra el comportamiento medio durante la evolución donde observamos que la masa media incrementa desde $10^{10.42} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.11} M_\odot$ en $z = 25$ hasta $10^{10.76} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.49} M_\odot$ en $z = 0$.

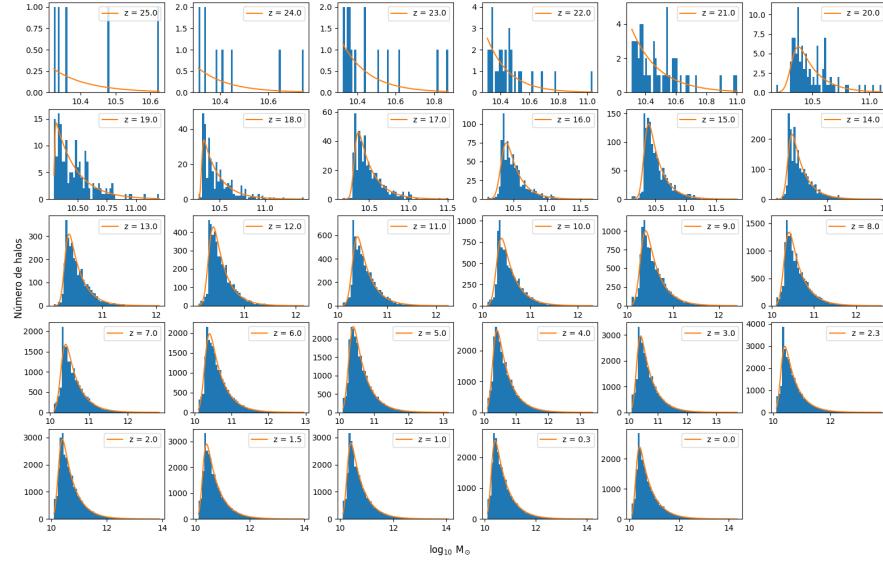


Figura 3.53: Tenemos la cantidad de halos en diferentes rangos de masa. Se muestran la distribución de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez mas masivos.

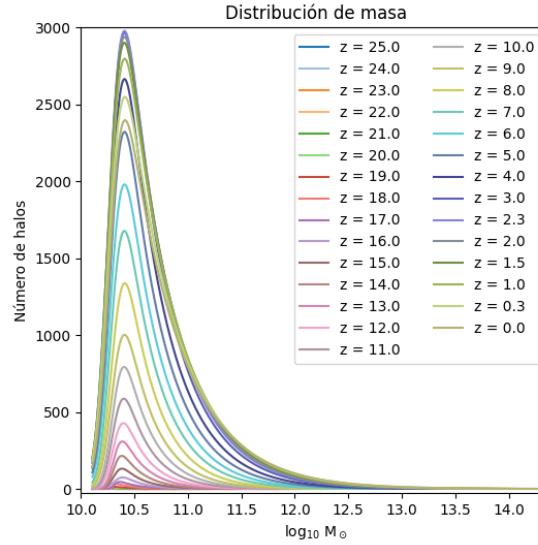


Figura 3.54: Tenemos la cantidad de halos en los diferentes rangos de masa. Comparamos de las distribuciones de masa durante la evolución del Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestra la cantidad de halos en un rango de masas. Se observa como crece la cantidad de halos de materia oscura, asi como el tamaño de estos.

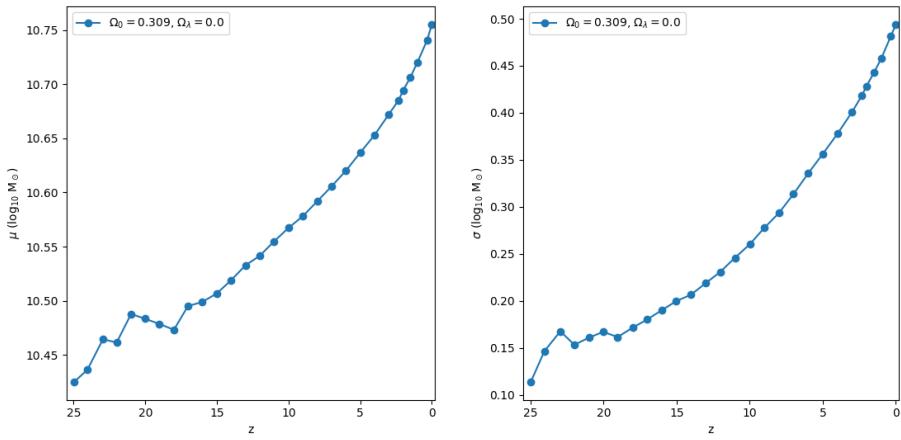


Figura 3.55: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura y se observa como cambia durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad que hay de los halos de materia oscura.

En las figuras 3.56 y 3.57 podemos ver el radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del Universo. Vemos que los radios se encuentran entre los $10^{0.09}$ kpc y $10^{2.57}$ kpc donde los primeros halos tienen radios entre los $10^{0.09}$ kpc y los $10^{0.65}$ y las estructuras mas recientes tienen la mayor parte de los halos en el rango de 10^1 kpc y los $10^{1.75}$ kpc con halos que alcanzan hasta los $10^{2.57}$ kpc. En la figura 3.58 vemos el crecimiento del radio medio desde $10^{0.32}$ kpc con una desviación de $10^{0.12}$ kpc en $z = 25$ hasta un radio de $10^{1.39}$ kpc con una desviación de $10^{0.18}$ kpc en $z = 0$. También vemos que en la desviación estándar hay mucha variedad en los primeros z pero mas al presente vemos crecimiento mas estable.

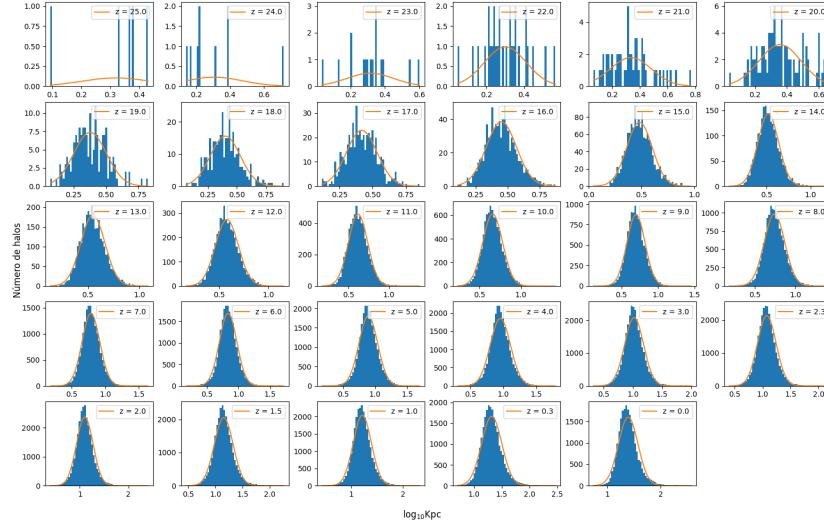


Figura 3.56: Se muestra la cantidad de halos que tiene el radio que contiene la mitad de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

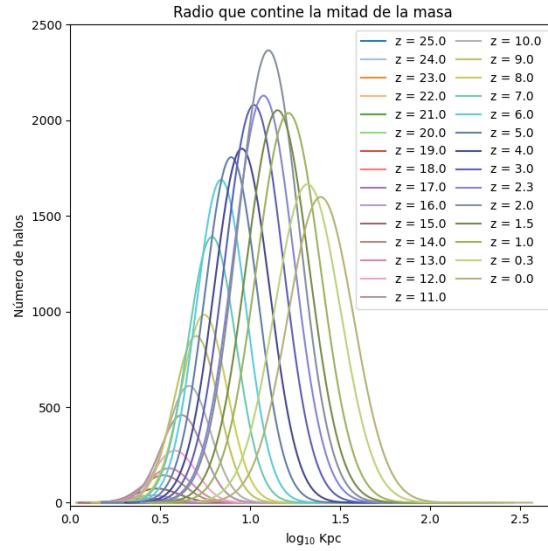


Figura 3.57: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura que tienen un radio que contiene la mitad de la masa en un Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$.

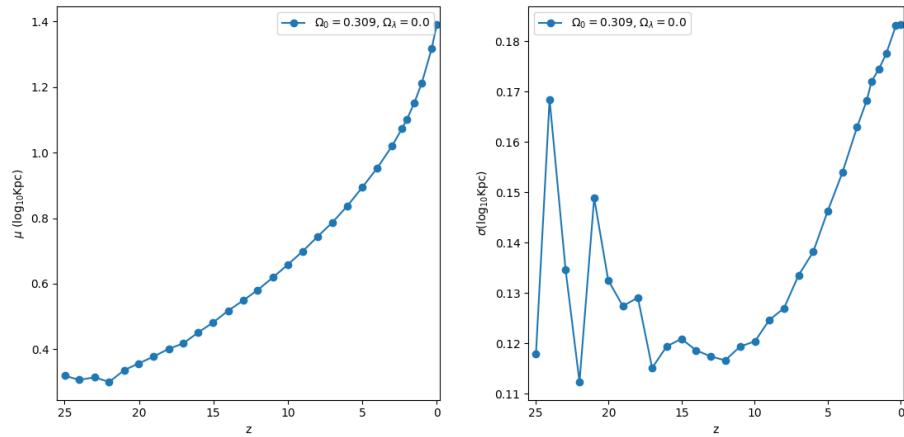


Figura 3.58: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

En las figuras 3.59 y 3.60 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras, tenemos halos con radios que van desde los 0.66kpc hasta los 271.91kpc. Vemos que la gran mayoría de los halos son halos con tamaños menores a 40kpc con halos que alcanzan hasta los 271.91kpc mas al presente y menores a 6kpc con estructuras que alcanzan 6.16kpc en los redshifts mas altos. En la figura 3.61 vemos que la media va desde los 1.76kpc con una desviación de 0.40kpc en $z = 25$ hasta 21.99kpc con una desviación de 10.78kpc en $z = 0$.

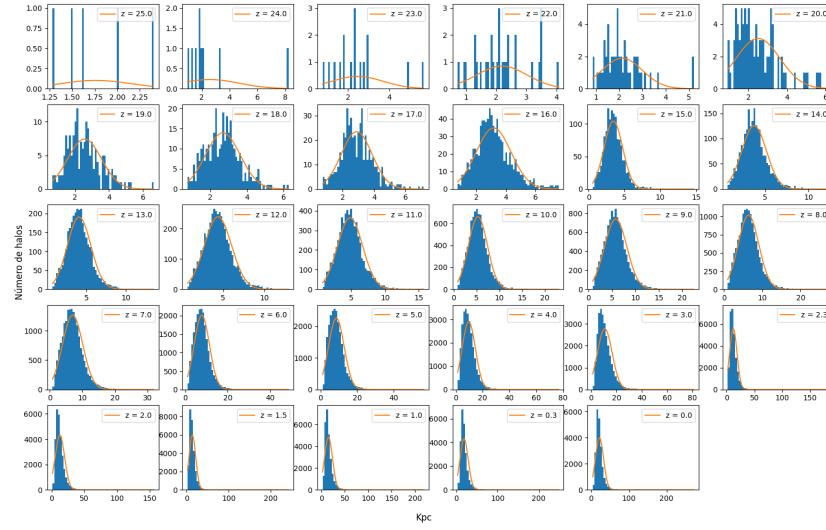


Figura 3.59: Se muestra el radio donde se alcanza la velocidad máxima radial conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

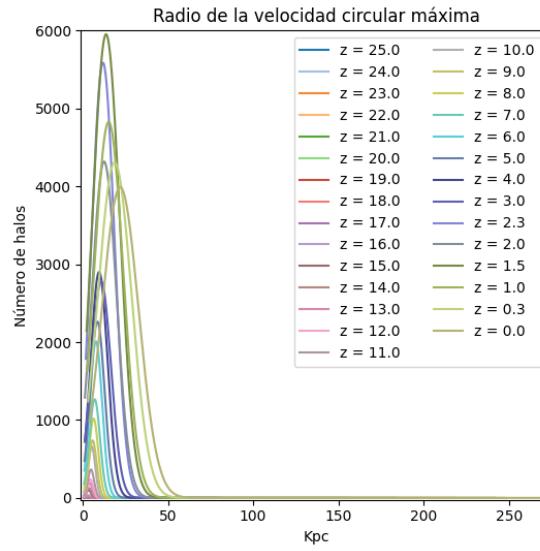


Figura 3.60: Se muestra la cantidad de halos de materia oscura con el radio donde se alcanza la velocidad máxima radial en un Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$.

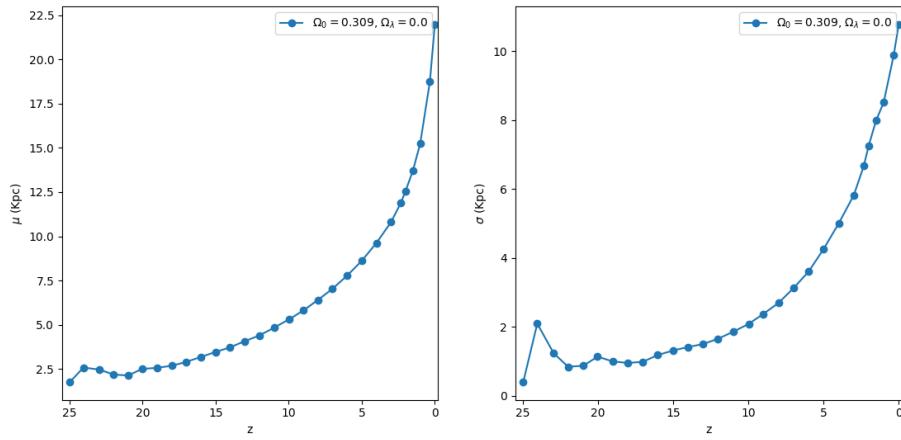


Figura 3.61: En la izquierda mostramos la media del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

Pasando a las velocidades, podemos apreciar que las velocidades circulares van de los rangos de los 23.99km/s hasta los 1167.42km/s donde vemos la gran mayoría de los halos en los rangos de 125km/s y 175km/s para los z altos y entre los 50km/s y 100km/s mas al presente, como se muestra en las figuras 3.62 y 3.63. Lo que podemos ver en la figura 3.64 es que la velocidad media disminuye rápidamente desde 178.18km/s con una desviación de 29.43km/s en $z = 25$ hasta que alcanza 82.60km/s con una desviación de 38.29km/s en $z = 0$.

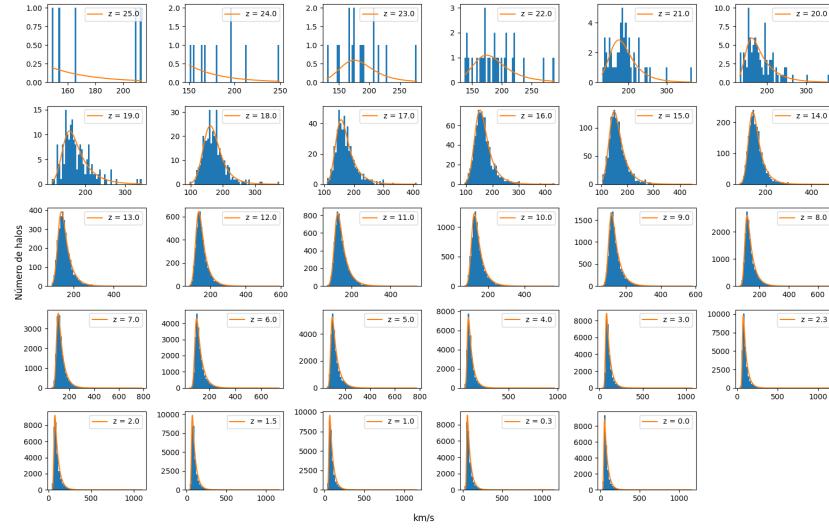


Figura 3.62: Se muestra la velocidad circular máxima conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

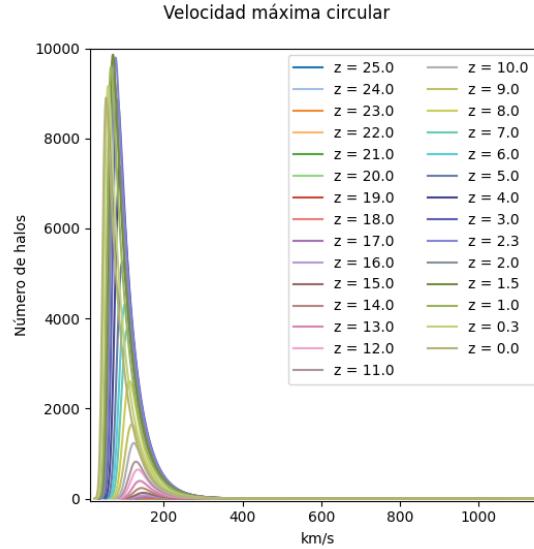


Figura 3.63: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos de velocidad circular máxima en un Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$.

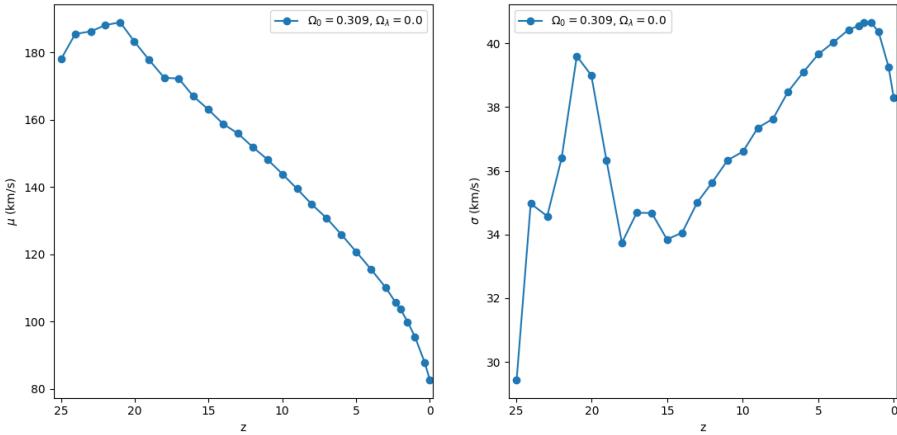


Figura 3.64: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

Continuemos con la dispersión de las velocidades de los halos de materia oscura. La dispersión de velocidades de estos halos esta en los rangos de 12.66km/s a los 711.39km/s a lo largo de la evolución de los halos. Vemos en las figuras 3.65 y 3.66 que en los z altos vemos que la mayor parte de los halos se encuentran en el rango de los 80km/s a los 110km/s con picos en los 217.65km/s, mientras que en los z bajos vemos los rango que van de 20km/s y 50km/s con los picos en los 658.36km/s. En la figura 3.67 observamos que la dispersión de velocidades media disminuye desde los 101.07km/s con una desviación de 14.75km/s en $z = 25$ a 39.01km/s con una desviación de 20.08km/s en $z = 0$.

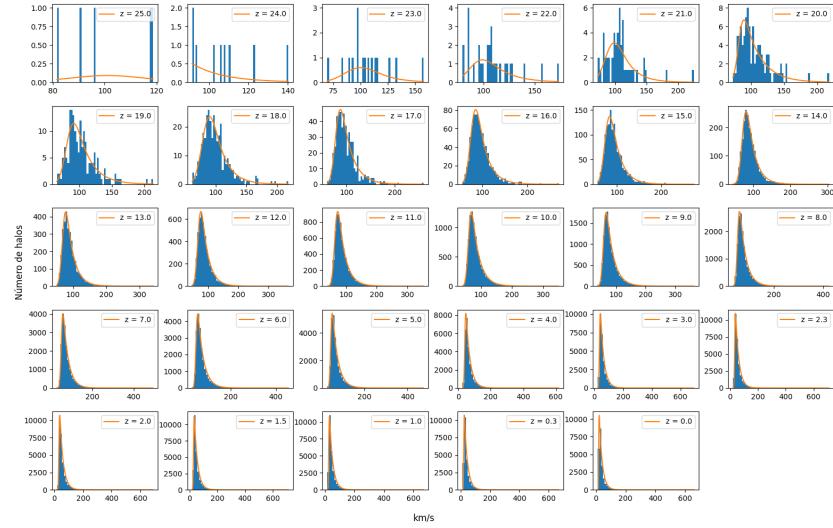


Figura 3.65: Se muestra la dispersión de velocidades conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 17$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

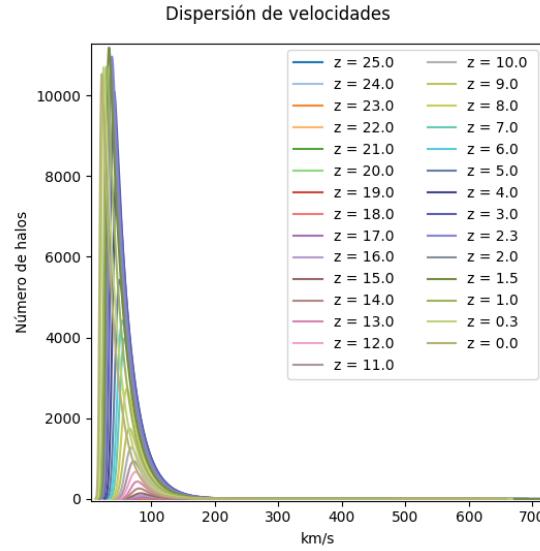


Figura 3.66: Mostramos la dispersion de velocidades de los halos de materia oscura en un Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$.

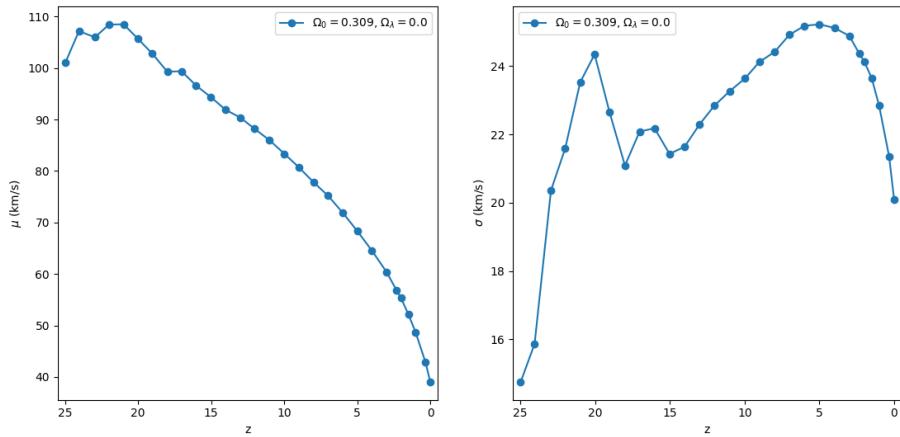


Figura 3.67: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

La figura 3.68 muestra el mapa de densidad de un Universo $\Omega_\lambda = 0$ $\Omega_0 = 0.309$, donde podemos ver la estructura que describimos en los diferentes puntos de su evolución vista desde un plano .

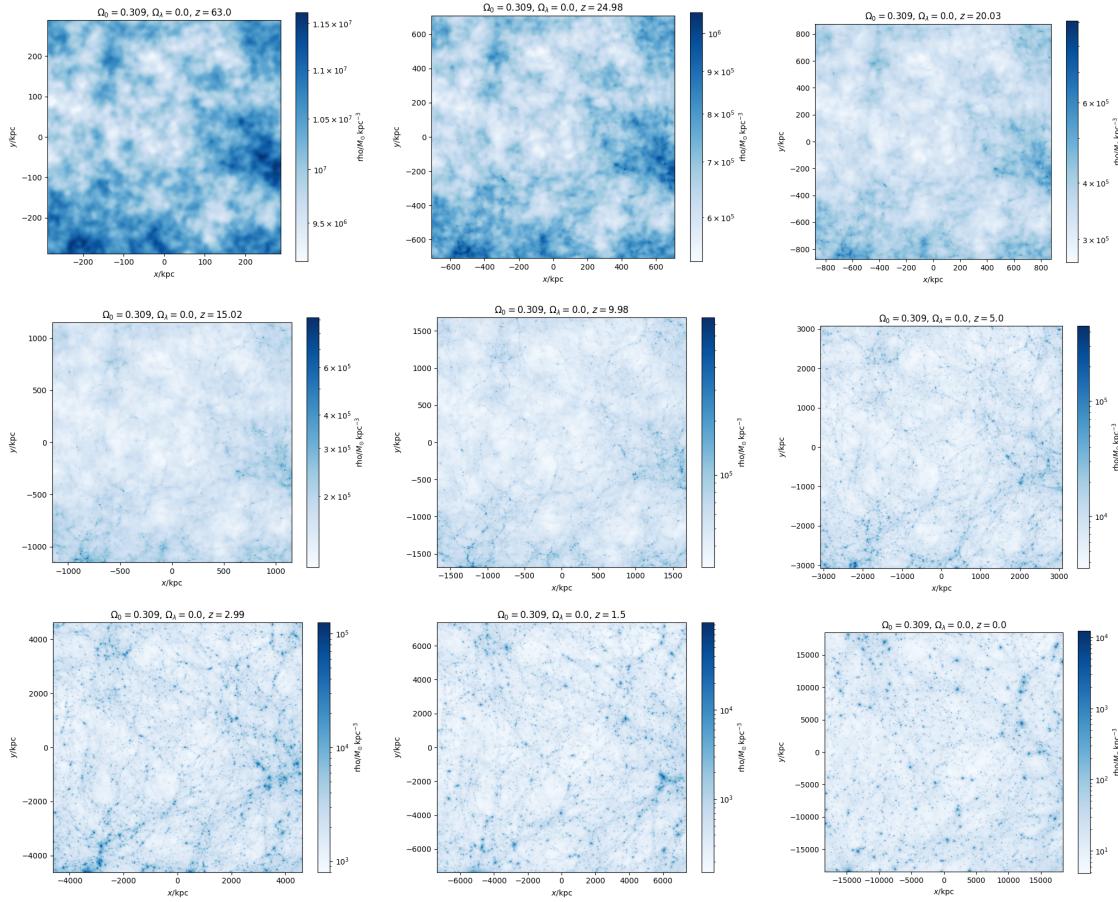


Figura 3.68: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$.

3.2.2. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$

Hemos visto los efectos de la ausencia de energía oscura, ahora veremos los efectos de una disminución de la densidad de materia. Lo primero que podemos observar en la figura 3.69 es que las estructuras se empiezan a formar a partir del redshift $z = 22$, igual que cuando hay una ausencia de energía oscura. En $z = 2.33$ es donde alcanzamos la mayor cantidad halos a lo largo de la evolución del Universo. Alrededor de $z = 14$ es cuando empezamos a ver un crecimiento apreciable en la cantidad de halos.

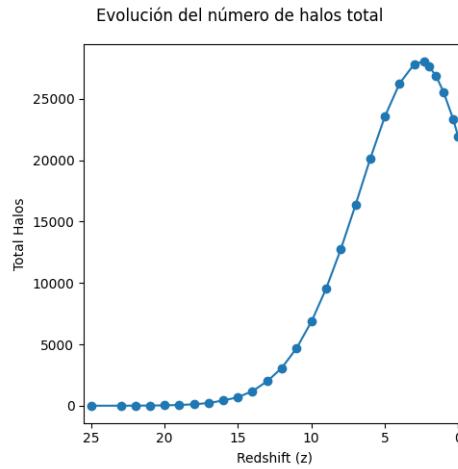


Figura 3.69: Se muestra el numero de halos según el redshift y podemos observar como evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.1545$.

La distribución de la masa para esta cosmología se observa en las figuras 3.70 y 3.71. Los rangos de la masa se encuentran entre las $10^{9.81} M_\odot$ a $10^{14.03} M_\odot$ a lo largo de la evolución del sistema. Las primeras estructuras, las que tienen z altos, tenían masas menores a $10^{11.5} M_\odot$ y las estructuras en z pequeños la mayor parte de los halos tenían masas entre $10^{10.5} M_\odot$ y $10^{11} M_\odot$ con estructuras que alcanzan $10^{14.32} M_\odot$. Mientras, la figura 3.72 nos muestra el comportamiento medio durante la evolución donde observamos que la masa media incrementa desde $10^{10.14} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.11} M_\odot$ en $z = 23$ hasta $10^{10.45} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.50} M_\odot$ en $z = 0$.

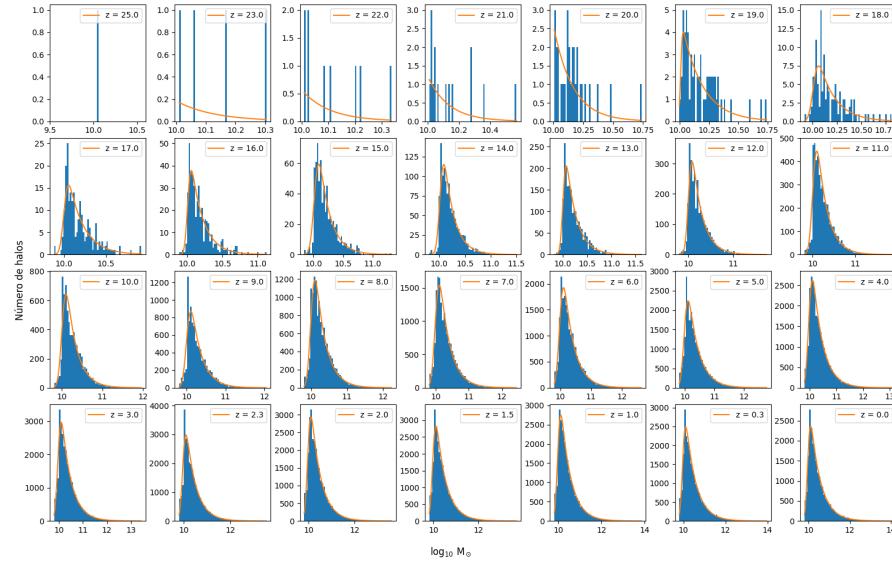


Figura 3.70: Tenemos la cantidad de halos en diferentes rangos de masa. Se muestran la distribución de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.1545$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 22$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez mas masivos.

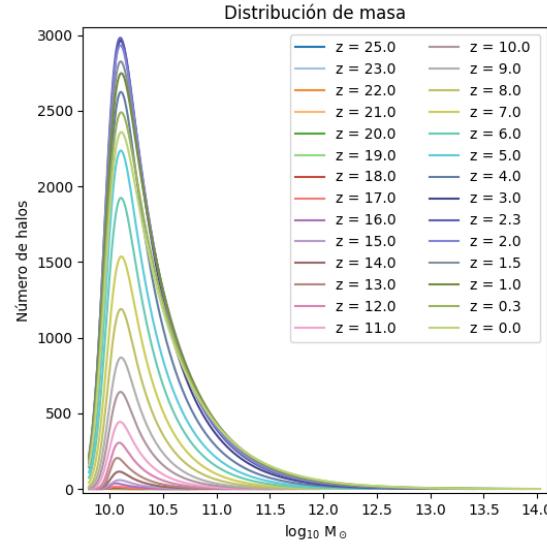


Figura 3.71: Tenemos la cantidad de halos en los diferentes rangos de masa. Comparamos de las distribuciones de masa durante la evolución del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$. Se muestra la cantidad de halos en un rango de masas. Se observa como crece la cantidad de halos de materia oscura, asi como el tamaño de estos.

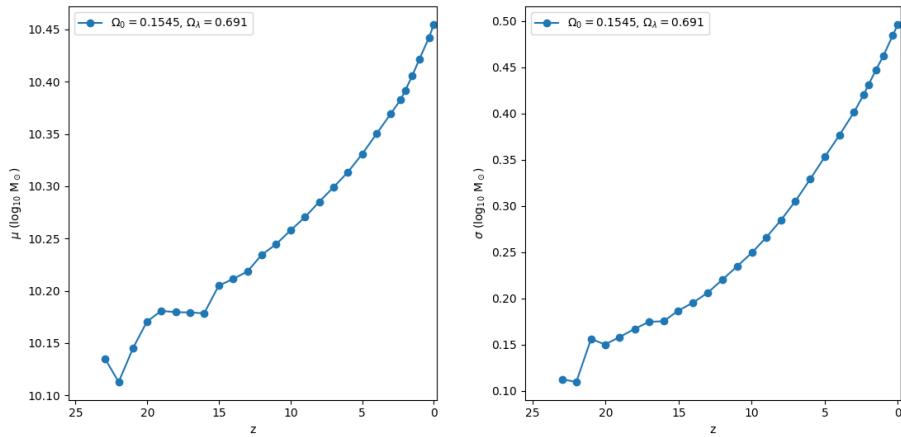


Figura 3.72: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura y se observa como cambia durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad que hay de los halos de materia oscura.

En las figuras 3.73 y 3.74 podemos ver el radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del Universo. Vemos que los radios se encuentran entre los $10^{0.08}$ kpc y $10^{2.59}$ kpc donde los primeros halos tienen radios entre los $10^{0.08}$ kpc y los $10^{0.75}$ y las estructuras mas recientes tienen la mayor parte de los halos en el rango de $10^{1.08}$ kpc y los $10^{1.60}$ kpc con halos que alcanzan hasta los $10^{2.59}$ kpc. En la figura 3.75 vemos el crecimiento del radio medio desde $10^{0.46}$ kpc con una desviación de $10^{0.04}$ kpc en $z = 23$ hasta un radio de $10^{1.40}$ kpc con una desviación de $10^{0.18}$ kpc en $z = 0$.

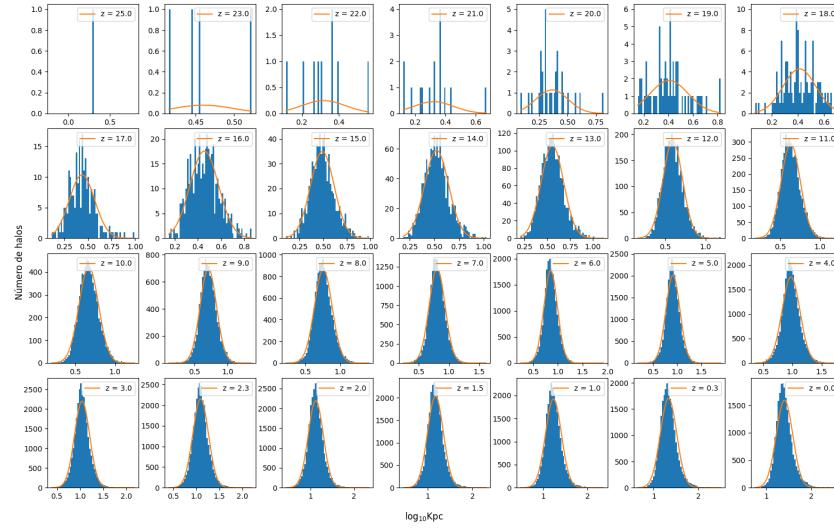


Figura 3.73: Se muestra la cantidad de halos que tiene el radio que contiene la mitad de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.1545$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

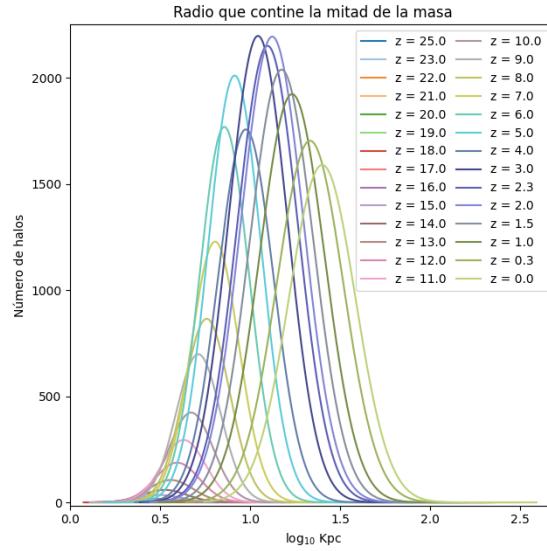


Figura 3.74: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura que tienen un radio que contiene la mitad de la masa en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$.

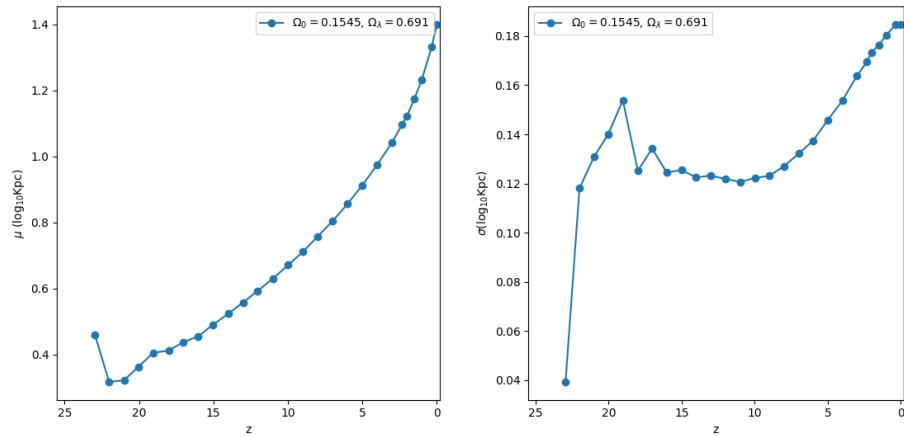


Figura 3.75: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

En las figuras 3.76 y 3.77 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras, tenemos halos con radios que van desde los 0.70kpc hasta los 278.41kpc. Vemos que la gran mayoría de los halos son halos con tamaños menores a 40kpc con halos que alcanzan hasta los 278.41kpc mas al presente y menores a 6kpc con estructuras que alcanzan 6.65kpc en los redshifts mas altos. En la figura 3.78 vemos que la media va desde los 1.86kpc con una desviación de 0.41kpc en $z = 23$ hasta 22.79kpc con una desviación de 11.35kpc en $z = 0$.

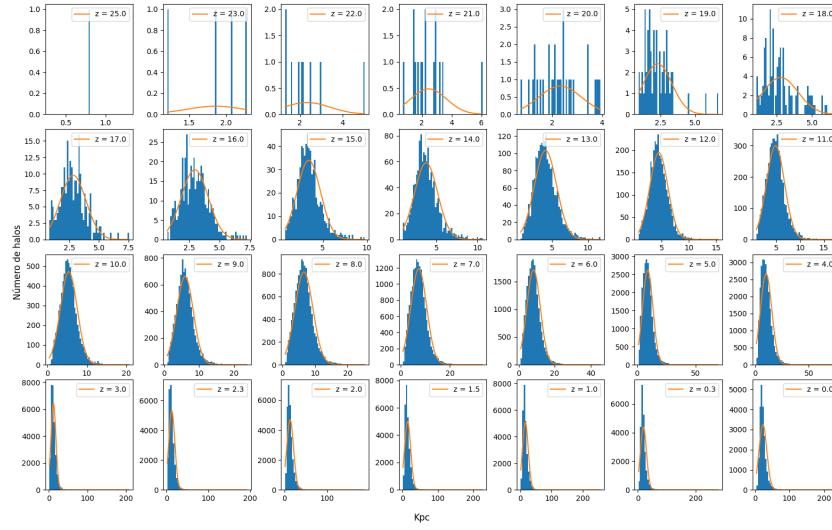


Figura 3.76: Se muestra el radio donde se alcanza la velocidad máxima radial conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.1545$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

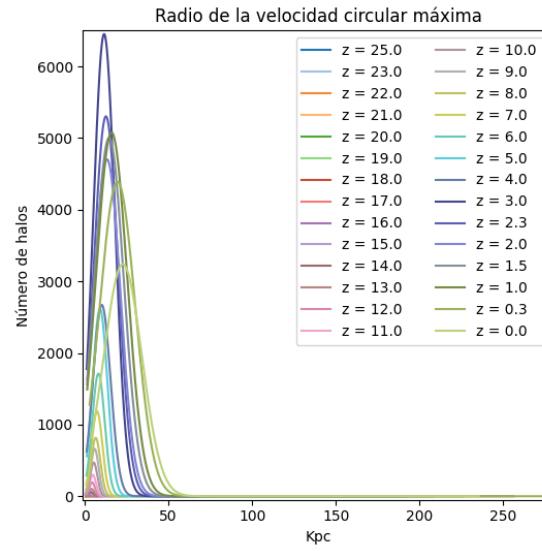


Figura 3.77: Se muestra la cantidad de halos de materia oscura con el radio donde se alcanza la velocidad máxima radial en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$.

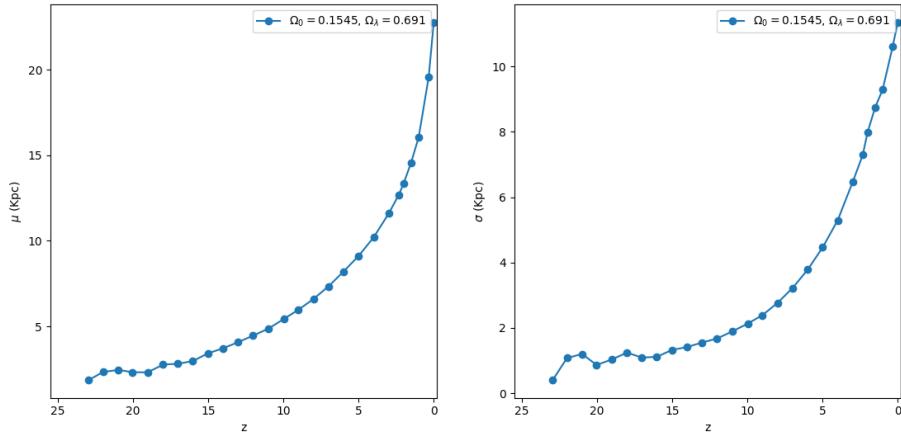


Figura 3.78: En la izquierda mostramos la media del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

Pasando a las velocidades, podemos apreciar que las velocidades circulares van de los rangos de los 16.07km/s hasta los 932.03km/s donde vemos la gran mayoría de los halos en los rangos de 80km/s y 150km/s para los z altos y entre los 30km/s y 75km/s con picos en los 932.02km/s mas al presente, como se muestra en las figuras 3.79 y 3.80. Lo que podemos ver en la figura 3.81 es que la velocidad media disminuye rápidamente desde 108.56km/s con una desviación de 13.03km/s en $z = 23$ hasta que alcanza 57.84km/s con una desviación de 26.86km/s en $z = 0$.

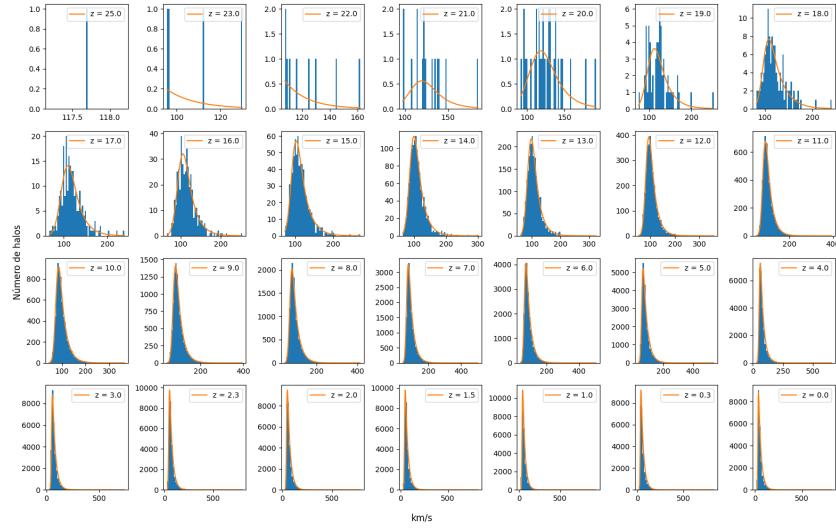


Figura 3.79: Se muestra la velocidad circular máxima conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.1545$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

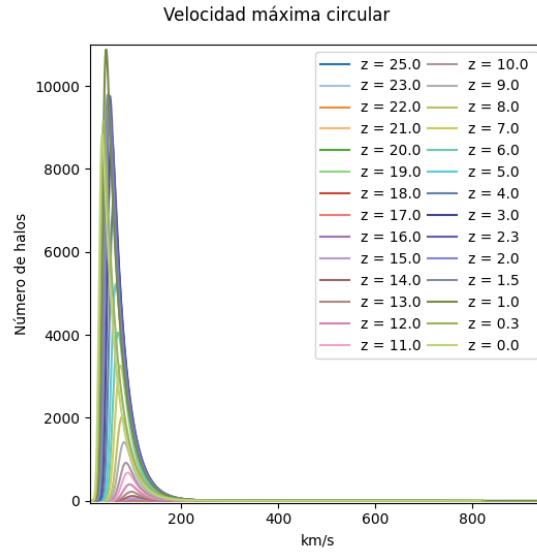


Figura 3.80: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos de velocidad circular máxima en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$.

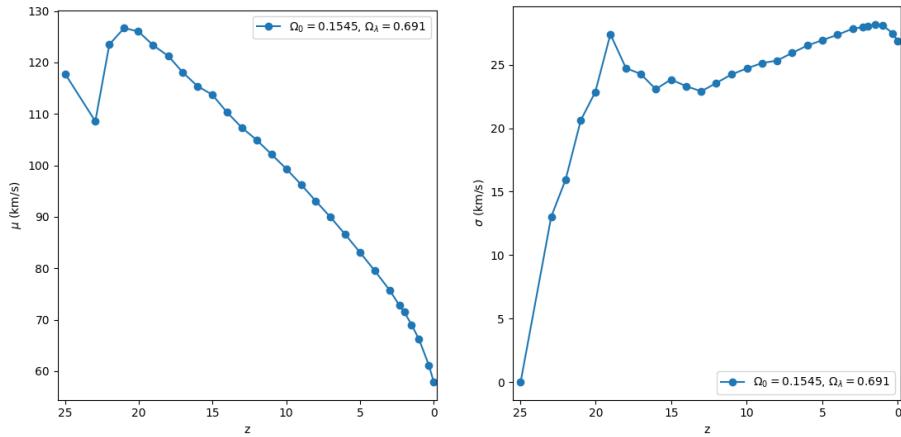


Figura 3.81: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

Continuemos con la dispersión de las velocidades de los halos de materia oscura. La dispersión de velocidades de estos halos esta en los rangos de 8.18km/s a los 615.94km/s a lo largo de la evolución de los halos. Vemos en las figuras 3.82 y 3.83 que en los z altos vemos que que la mayor parte de los halos se encuentran en el rango de los 50km/s a los 100km/s con picos en los 115.64km/s, mientras que en los z bajos vemos los rango que van de 12km/s y 40km/s con los picos en los 615.94km/s. En la figura 3.84 observamos que la dispersión de velocidades media disminuye desde los 63.11km/s con una desviación de 10.17km/s en $z = 23$ a 27.33km/s con una desviación de 14.17km/s en $z = 0$.

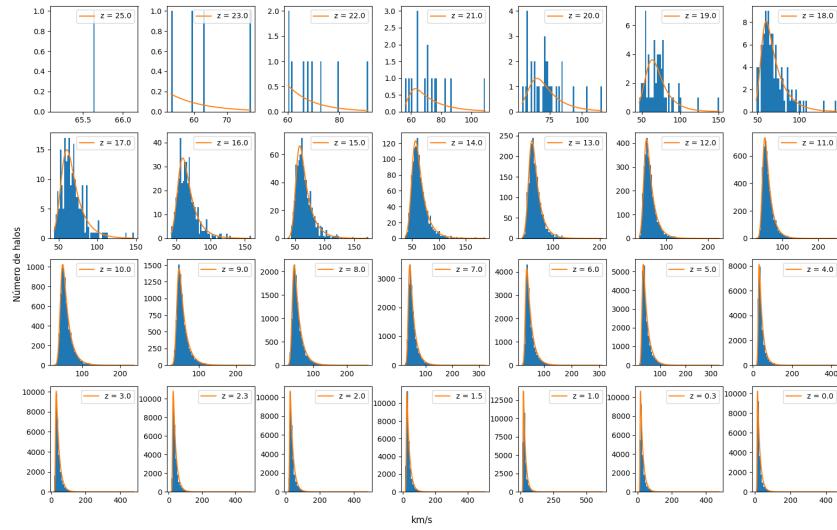


Figura 3.82: Se muestra la dispersión de velocidades conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.1545$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

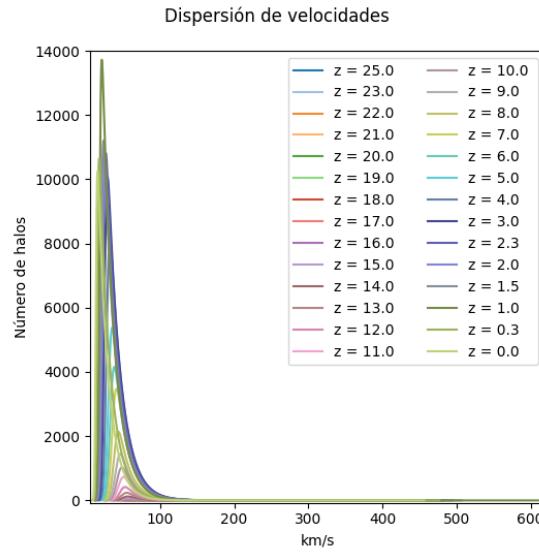


Figura 3.83: Mostramos la dispersion de velocidades de los halos de materia oscura en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$.

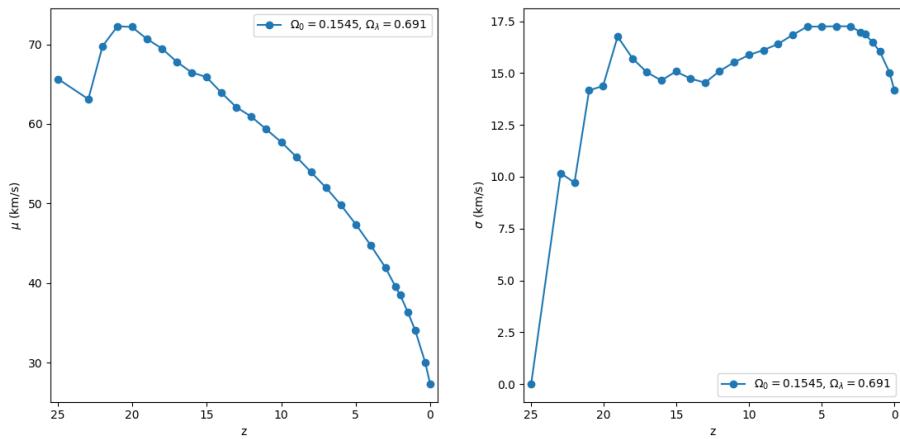


Figura 3.84: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

La figura 3.85 muestra el mapa de densidad de un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$ $\Omega_0 = 0.1545$, donde podemos ver la estructura que describimos en los diferentes puntos de su evolución vista desde un plano .

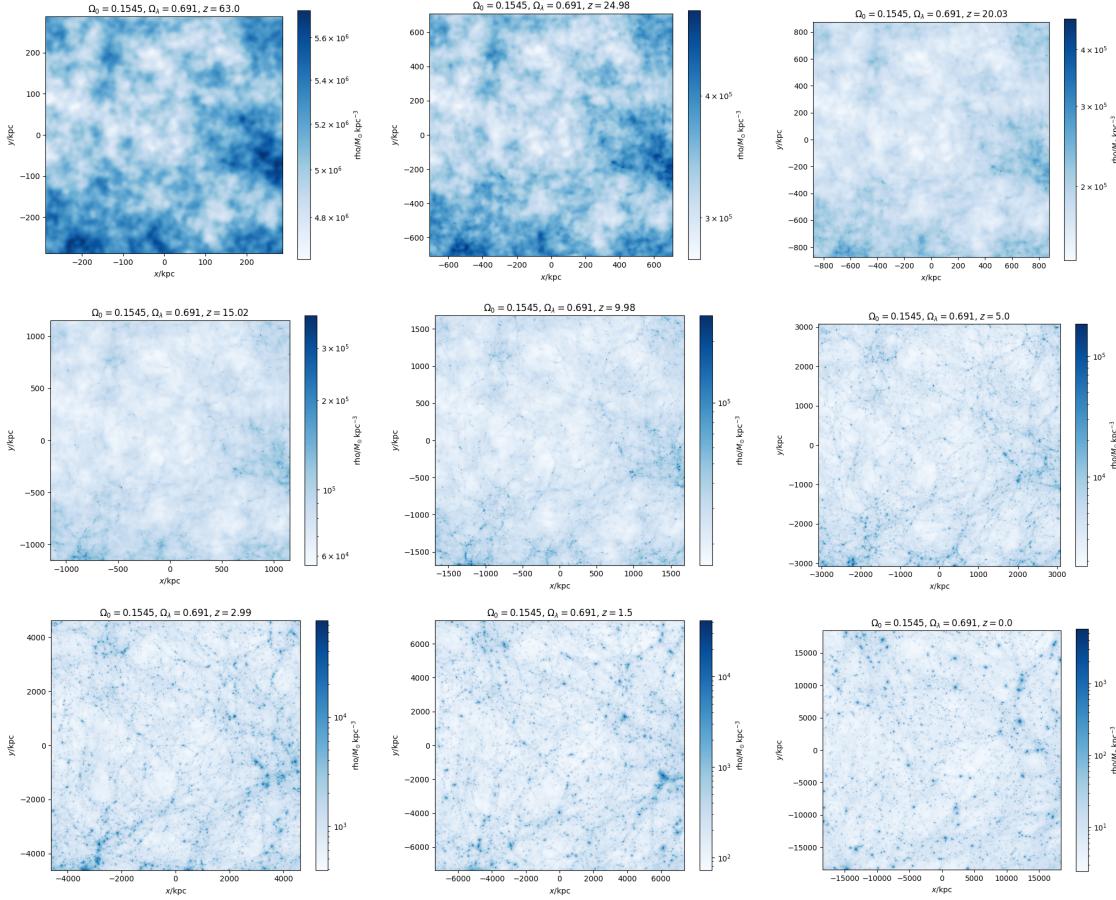


Figura 3.85: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$.

3.2.3. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$

Hemos visto los efectos de la ausencia de energía oscura, ahora veremos los efectos de una disminución de la densidad de materia. Lo primero que podemos observar en la figura 3.86 es que las estructuras se empiezan a formar a partir del redshift $z = 22$, similar a cuando hay una ausencia de energía oscura, empezamos a ver estructura. En $z = 2$ es donde alcanzamos la mayor cantidad halos a lo largo de la evolución del Universo. Alrededor de $z = 12$ es cuando empezamos a ver un crecimiento apreciable en la cantidad de halos.

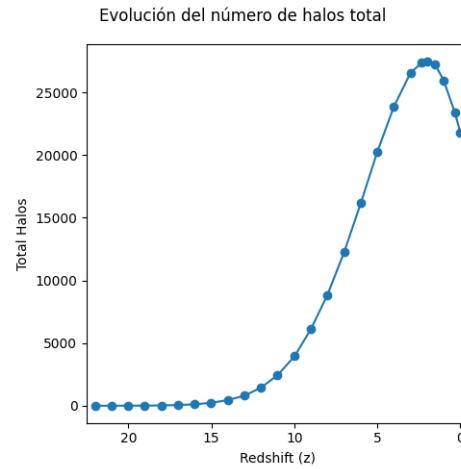


Figura 3.86: Se muestra el numero de halos según el redshift y podemos observar como evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.3455$ y $\Omega_0 = 0.309$.

La distribución de la masa para esta cosmología se observa en las figuras 3.87 y 3.88. Los rangos de la masa se encuentran entre las $10^{10.11} M_\odot$ a $10^{14.32} M_\odot$ a lo largo de la evolución del sistema. Las primeras estructuras, las que tienen z altos, tenían masas menores a $10^{11.0} M_\odot$ y las estructuras en z pequeños la mayor parte de los halos tenían masas entre $10^{10.2} M_\odot$ y $10^{11.0} M_\odot$ con estructuras que alcanzan $10^{14.32} M_\odot$. Mientras, la figura 3.89 nos muestra el comportamiento medio durante la evolución donde observamos que la masa media incrementa desde $10^{10.45} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.12} M_\odot$ en $z = 20$ hasta $10^{10.75} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.49} M_\odot$ en $z = 0$.

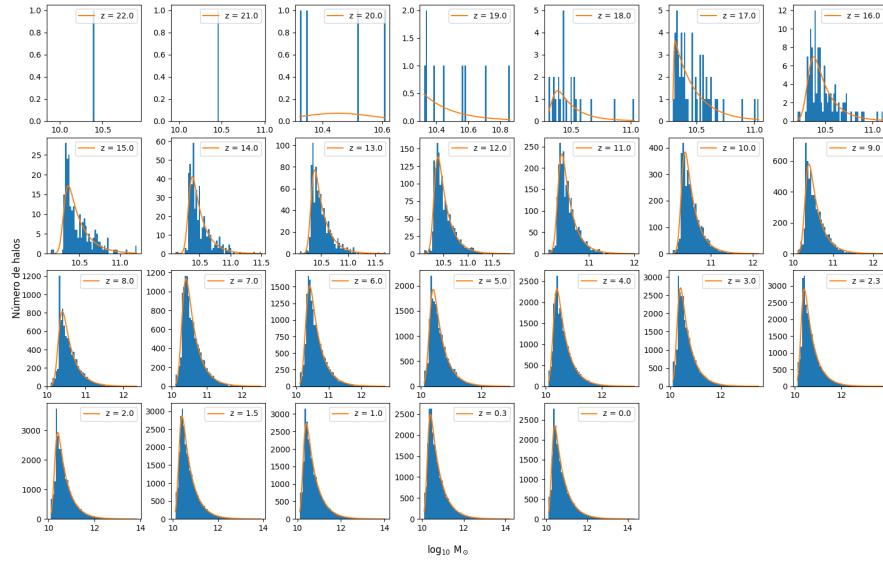


Figura 3.87: Tenemos la cantidad de halos en diferentes rangos de masa. Se muestran la distribución de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.3455$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 22$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez mas masivos.

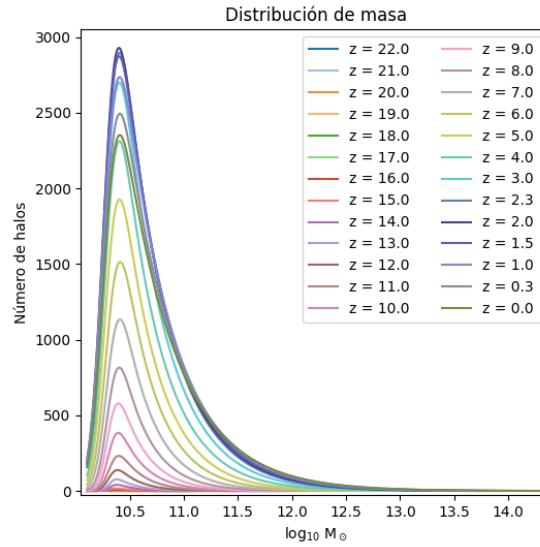


Figura 3.88: Tenemos la cantidad de halos en los diferentes rangos de masa. Comparamos de las distribuciones de masa durante la evolución del Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestra la cantidad de halos en un rango de masas. Se observa como crece la cantidad de halos de materia oscura, asi como el tamaño de estos.

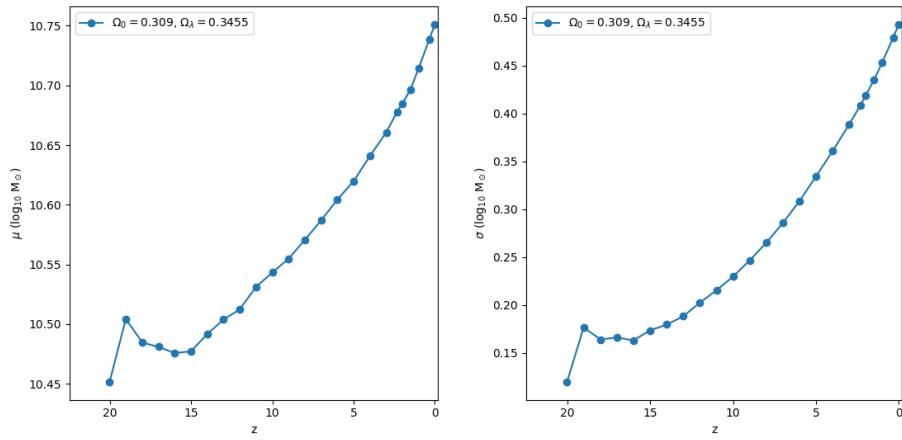


Figura 3.89: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura y se observa como cambia durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad que hay de los halos de materia oscura.

En las figuras 3.90 y 3.91 podemos ver el radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del Universo. Vemos que los radios se encuentran entre los $10^{0.11}\text{kpc}$ y $10^{2.62}\text{kpc}$ donde los primeros halos tienen radios entre los $10^{0.11}\text{kpc}$ y los $10^{0.75}$ y las estructuras mas recientes tienen la mayor parte de los halos en el rango de $10^{1.10}\text{kpc}$ y los $10^{1.65}\text{kpc}$ con halos que alcanzan hasta los $10^{2.62}\text{kpc}$. En la figura 3.92 vemos el crecimiento del radio medio desde $10^{0.33}\text{kpc}$ con una desviación de $10^{0.13}\text{kpc}$ en $z = 20$ hasta un radio de $10^{1.42}\text{kpc}$ con una desviación de $10^{0.18}\text{kpc}$ en $z = 0$.

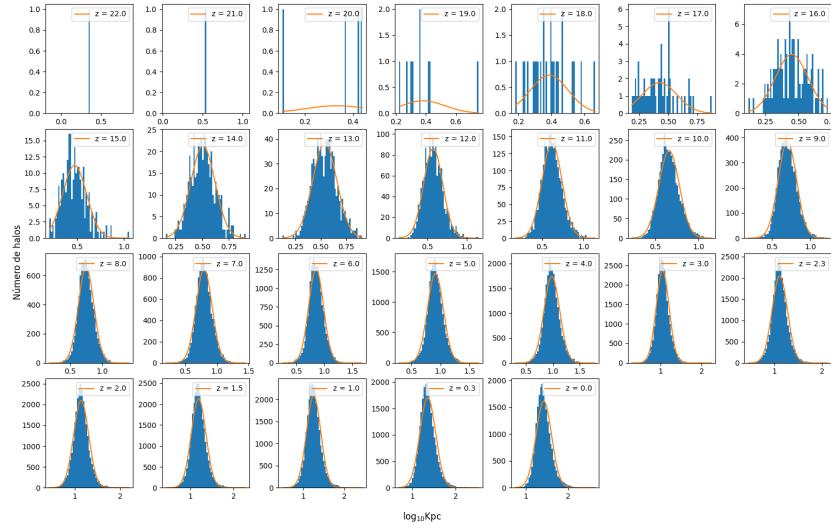


Figura 3.90: Se muestra la cantidad de halos que tiene el radio que contiene la mitad de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.3455$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 22$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

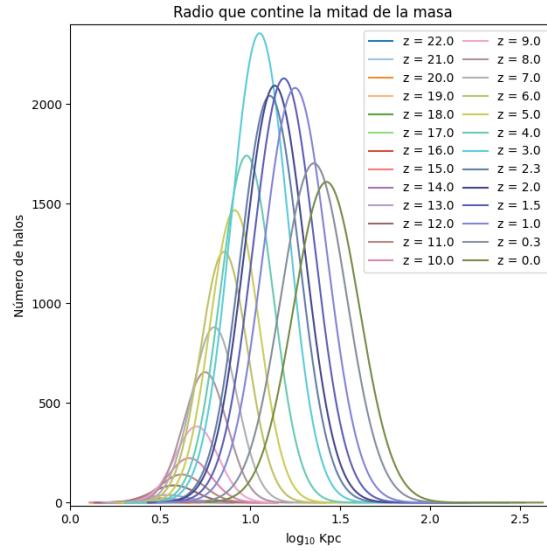


Figura 3.91: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura que tienen un radio que contiene la mitad de la masa en un Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$.

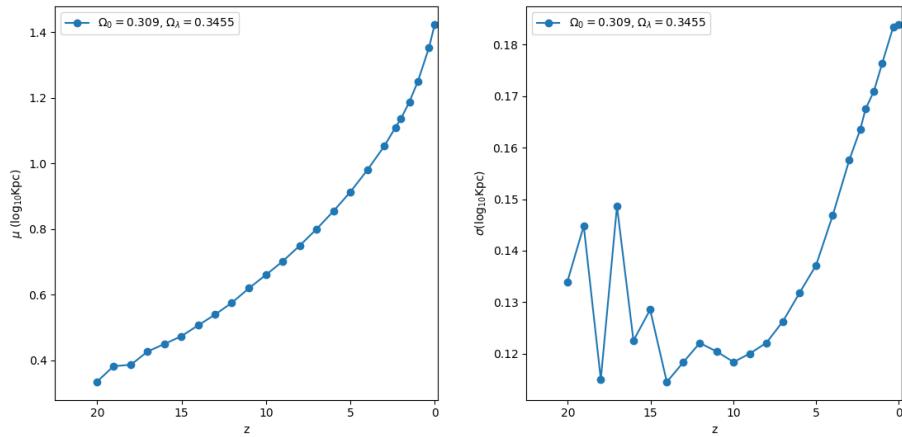


Figura 3.92: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 22$ hasta un $z = 0$.

En las figuras 3.93 y 3.94 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras, tenemos halos con radios que van desde los 0.72kpc hasta los 288.42kpc. Vemos que la gran mayoría de los halos son halos con tamaños menores a 40kpc con halos que alcanzan hasta los 288.42kpc mas al presente y menores a 5kpc con estructuras que alcanzan 7.98kpc en los redshifts mas altos. En la figura 3.95 vemos que la media va desde los 2.39kpc con una desviación de 0.64kpc en $z = 20$ hasta 24.29kpc con una desviación de 12.70kpc en $z = 0$.

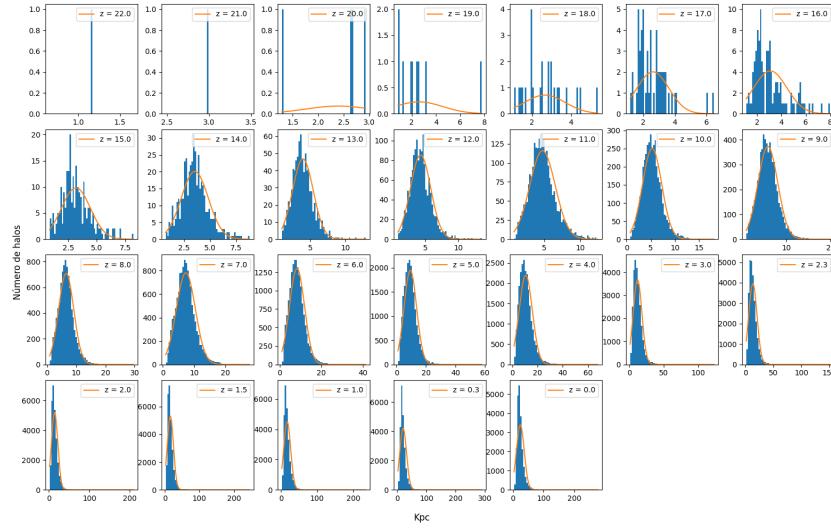


Figura 3.93: Se muestra el radio donde se alcanza la velocidad máxima radial conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.3455$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 22$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

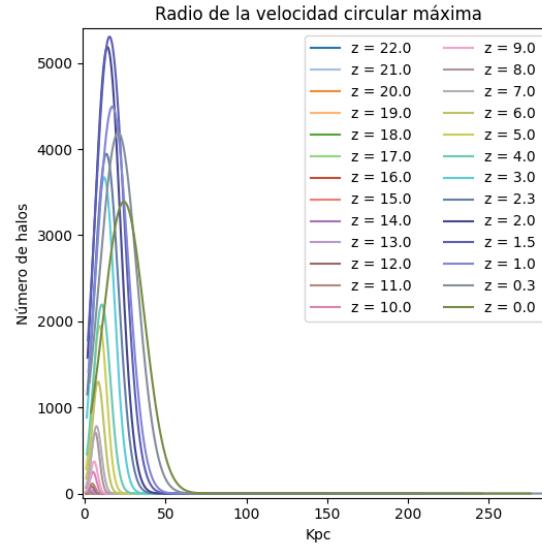


Figura 3.94: Se muestra la cantidad de halos de materia oscura con el radio donde se alcanza la velocidad máxima radial en un Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$.

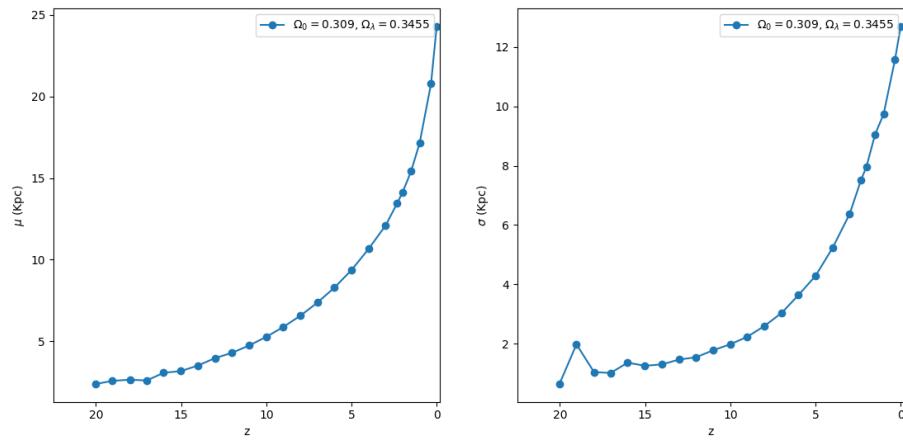


Figura 3.95: En la izquierda mostramos la media del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 22$ hasta un $z = 0$.

Pasando a las velocidades, podemos apreciar que las velocidades circulares van de los rangos de los 21.71km/s hasta los 1088.27km/s donde vemos la gran mayoría de los halos en los rangos de 125km/s y 200km/s para los z altos y entre los 40km/s y 100km/s con picos en los 1088.27km/s mas al presente, como se muestra en las figuras 3.96 y 3.97. Lo que podemos ver en la figura 3.98 es que la velocidad media disminuye rápidamente desde 177.30km/s con una desviación de 30.21km/s en $z = 20$ hasta que alcanza 78.90km/s con una desviación de 36.28km/s en $z = 0$.

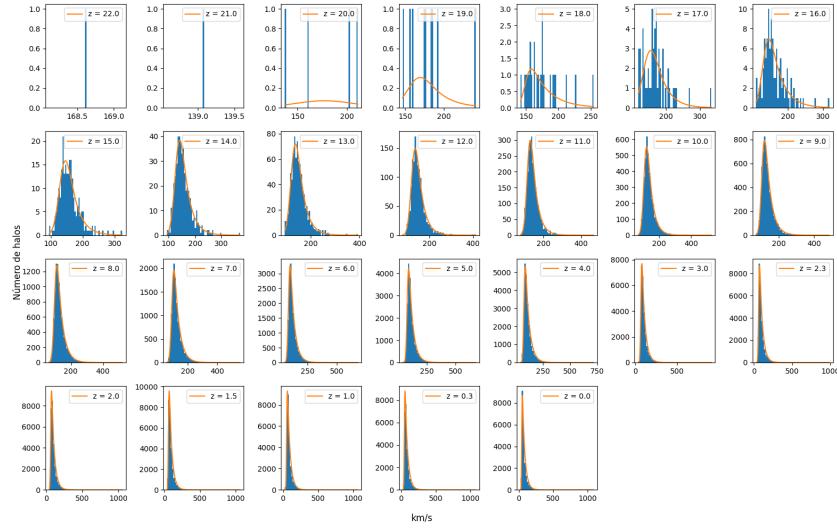


Figura 3.96: Se muestra la velocidad circular máxima conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.3455$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 22$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

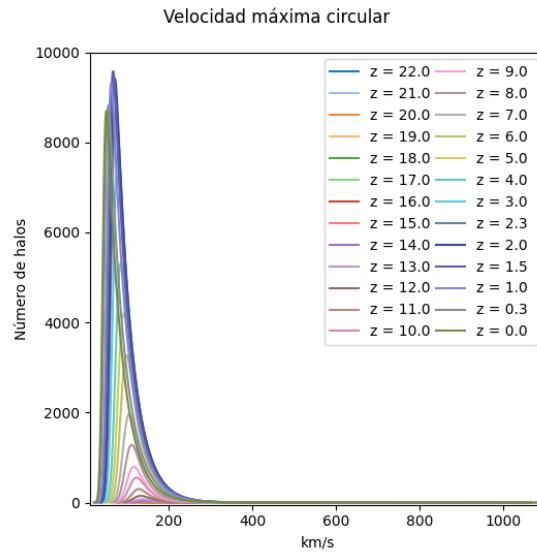


Figura 3.97: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos de velocidad circular máxima en un Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$.

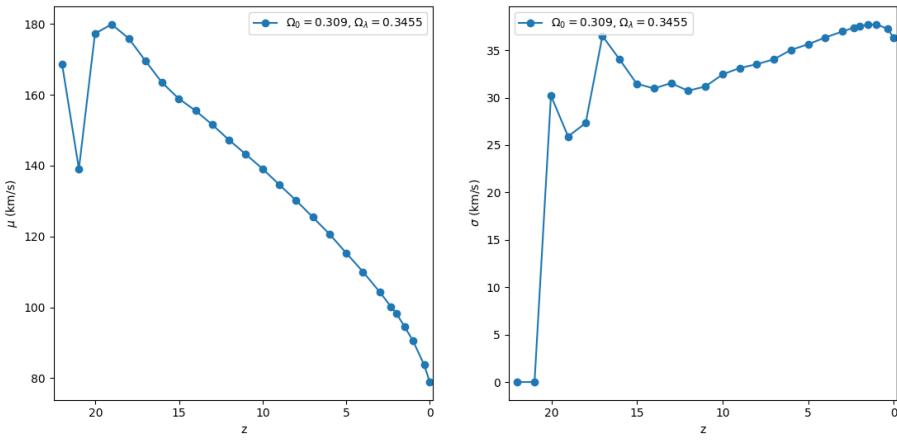


Figura 3.98: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 22$ hasta un $z = 0$.

Continuemos con la dispersión de las velocidades de los halos de materia oscura. La dispersión de velocidades de estos halos esta en los rangos de 11.96km/s a los 656.17km/s a lo largo de la evolución de los halos. Vemos en las figuras 3.99 y 3.100 que en los z altos vemos que la mayor parte de los halos se encuentran en el rango de los 66km/s a los 110km/s con picos en los 201.57km/s, mientras que en los z bajos vemos los rango que van de 20km/s y 50km/s con los picos en los 656.17km/s. En la figura 3.101 observamos que la dispersión de velocidades media disminuye desde los 96.91km/s con una desviación de 15.15km/s en $z = 20$ a 38.08km/s con una desviación de 19.43km/s en $z = 0$.

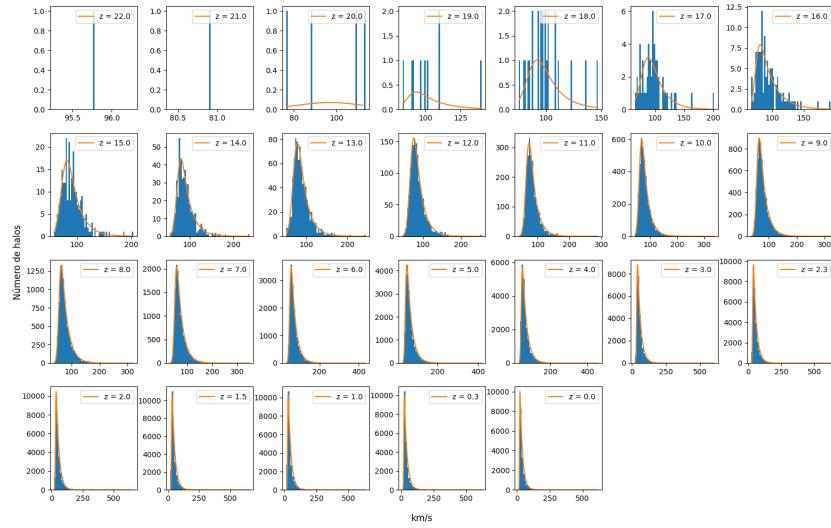


Figura 3.99: Se muestra la dispersión de velocidades conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.3455$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 22$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

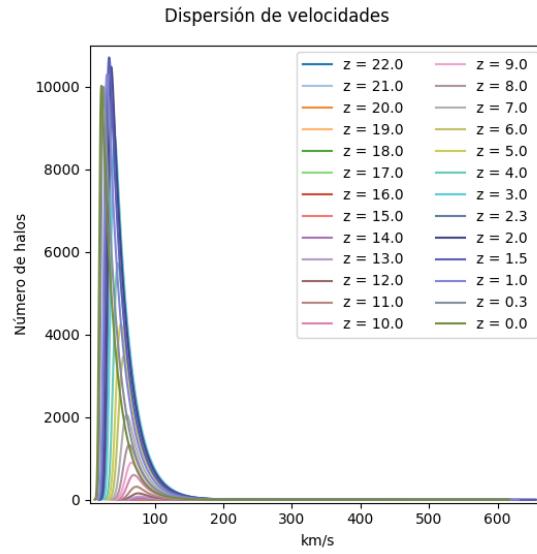


Figura 3.100: Mostramos la dispersion de velocidades de los halos de materia oscura en un Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$.

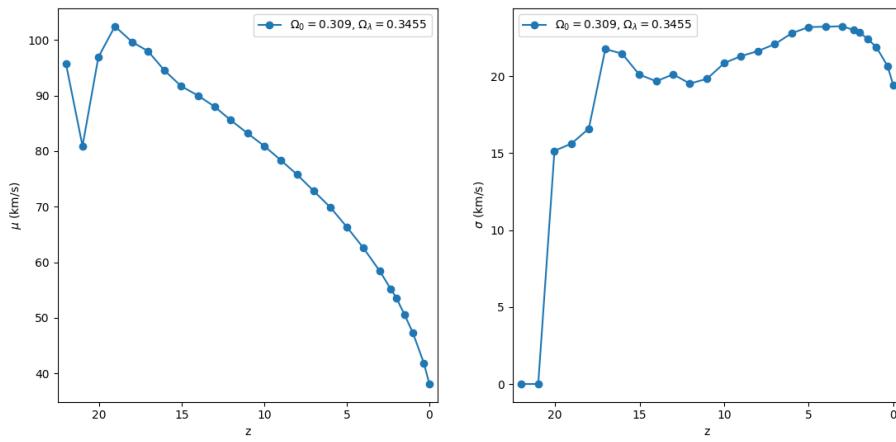


Figura 3.101: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

La figura 3.102 muestra el mapa de densidad de un Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$ $\Omega_0 = 0.309$, donde podemos ver la estructura que describimos en los diferentes puntos de su evolución vista desde un plano .

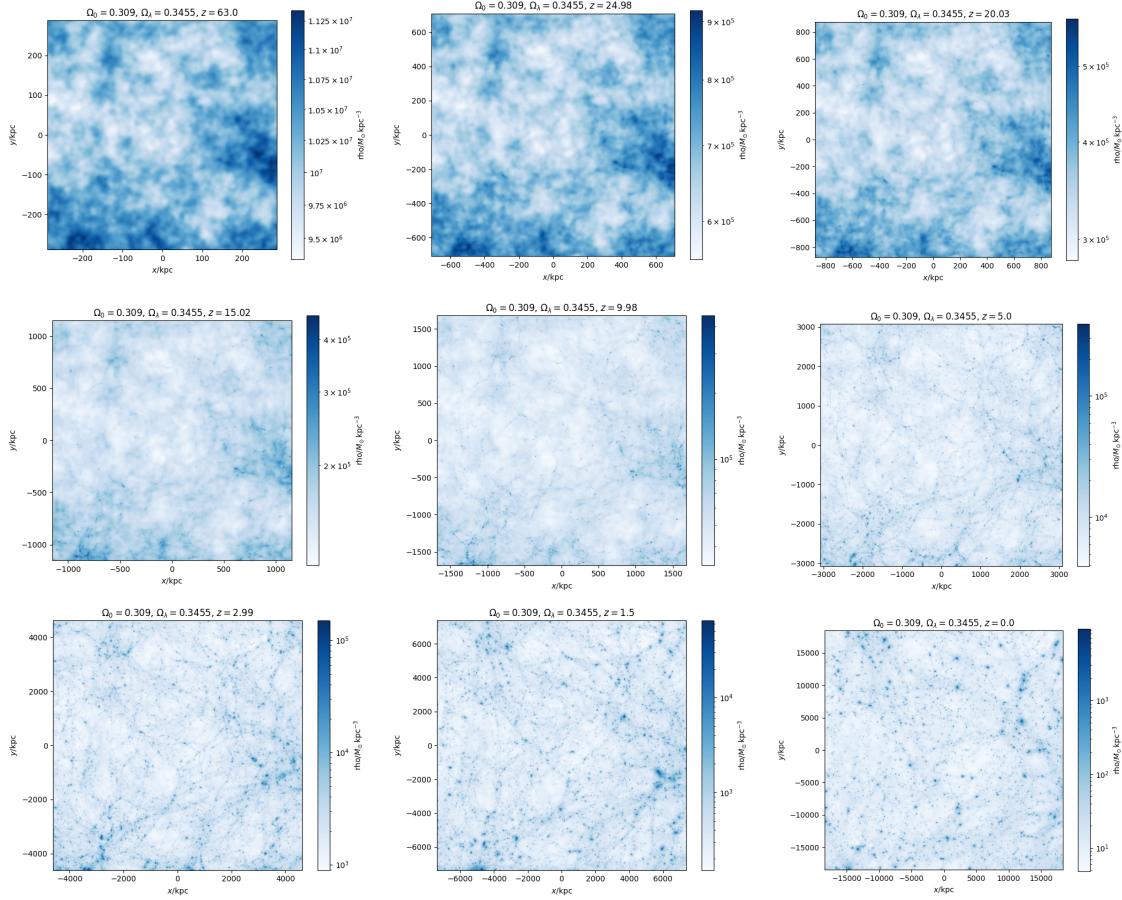


Figura 3.102: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$.

3.3. Cosmología Super-Crítica $\Omega > 1$

Hemos visto los efectos en un Universo plano y uno abierto acelerado, ahora veamos dos nuevas cosmologías pero con cosmologías cerradas (o super-criticas). Estas nuevas cosmologías se escogieron con el objetivo de estudiar los efectos en el Universo cuando se altera una de sus densidades como se realizó anteriormente. Empezando con una cosmología donde las densidades son $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$, en este universo veremos los efectos de un Universo con un incremento en la densidad de materia pero sin afectarse la densidad de energía. Luego pasaremos nuestra atención a estudiar los efectos de un Universo donde aumentamos la densidad de energía sin afectar la densidad de materia ($\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$).

3.3.1. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$

Iniciamos analizando un Universo con un incremento en la densidad de materia. Lo primero que podemos observar en la figura 3.103 es que las estructuras se empiezan a formar a partir del redshift $z = 13$. En $z = 1.5$ es donde alcanzamos la mayor cantidad halos, 26073 halos. Alrededor de $z = 8$ es cuando empezamos a ver un crecimiento apreciable en la cantidad de halos.

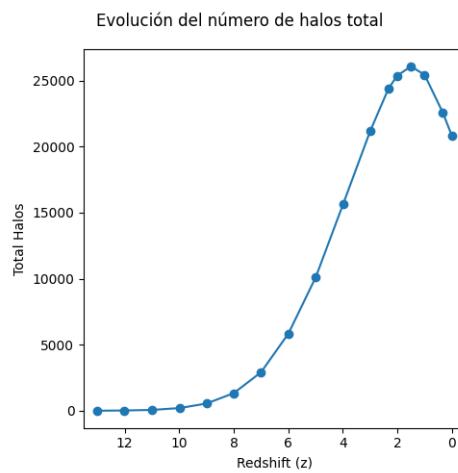


Figura 3.103: Se muestra el numero de halos según el redshift y podemos observar como evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.409$.

La distribución de la masa para esta cosmología se observa en las figuras 3.104 y 3.105. Los rangos de la masa se encuentran entre las $10^{10.23} M_\odot$ a $10^{14.43} M_\odot$ a lo largo de la evolución del sistema. Las primeras estructuras, z altos, tenían masas menores a $10^{11.33} M_\odot$ y las estructuras en z pequeños la mayor parte de los halos tenían masas entre $10^{10.23} M_\odot$ y $10^{11.5} M_\odot$ con estructuras que alcanzan $10^{14.43} M_\odot$. Mientras, la figura 3.106 nos muestra el comportamiento medio durante la evolución donde observamos que la masa media incrementa desde $10^{10.54} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.11} M_\odot$ en $z = 13$ hasta $10^{10.87} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.49} M_\odot$ en $z = 0$.

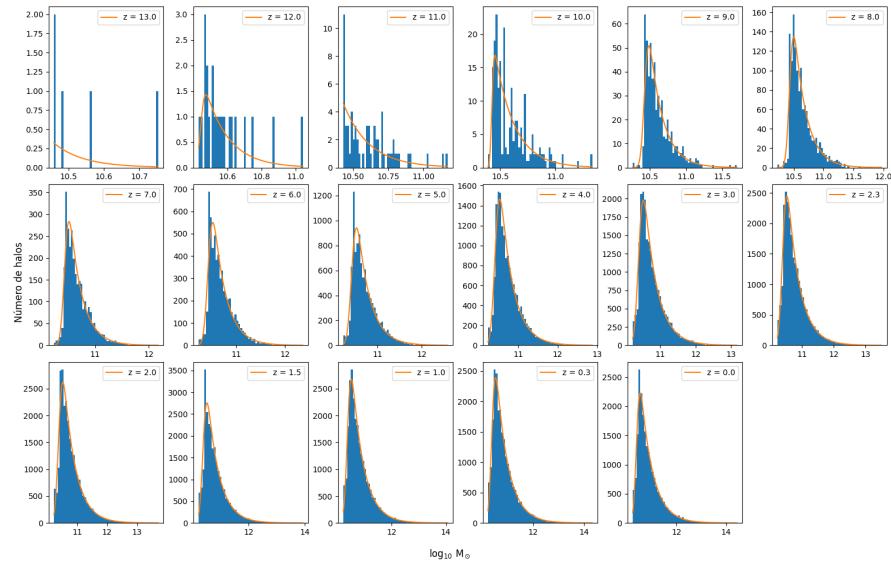


Figura 3.104: Tenemos la cantidad de halos en diferentes rangos de masa. Se muestran la distribución de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.409$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 13$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez mas masivos.

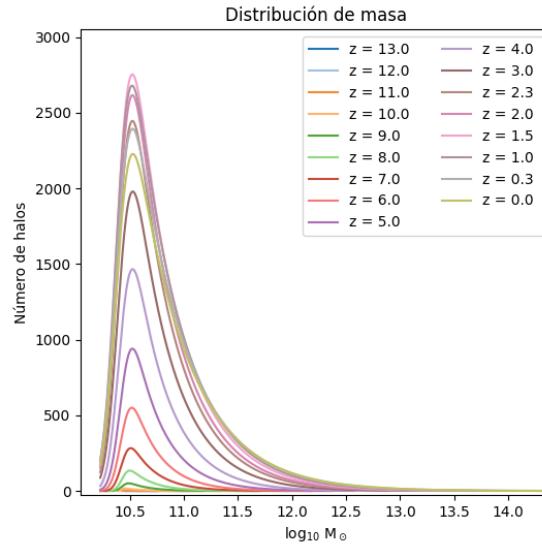


Figura 3.105: Tenemos la cantidad de halos en los diferentes rangos de masa. Comparamos de las distribuciones de masa durante la evolución del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$. Se muestra la cantidad de halos en un rango de masas. Se observa como crece la cantidad de halos de materia oscura, asi como el tamaño de estos.

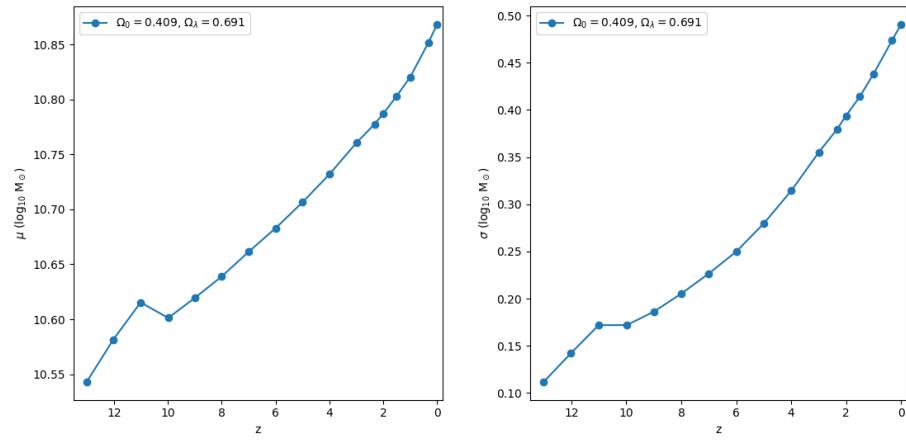


Figura 3.106: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura y se observa como cambia durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad que hay de los halos de materia oscura.

En las figuras 3.107 y 3.108 podemos ver el radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del Universo. Vemos que los radios se encuentran entre los $10^{0.25}$ kpc y $10^{2.73}$ kpc donde los primeros halos tienen radios menores a $10^{1.10}$ kpc y las estructuras mas recientes tienen la mayor parte de los halos en el rango de $10^{1.17}$ kpc y los $10^{1.73}$ kpc con halos que alcanzan hasta los $10^{2.73}$ kpc. En la figura 3.109 vemos el crecimiento del radio medio desde $10^{0.47}$ kpc con una desviación de $10^{0.05}$ kpc en $z = 13$ hasta un radio de $10^{1.49}$ kpc con una desviación de $10^{0.18}$ kpc en $z = 0$.

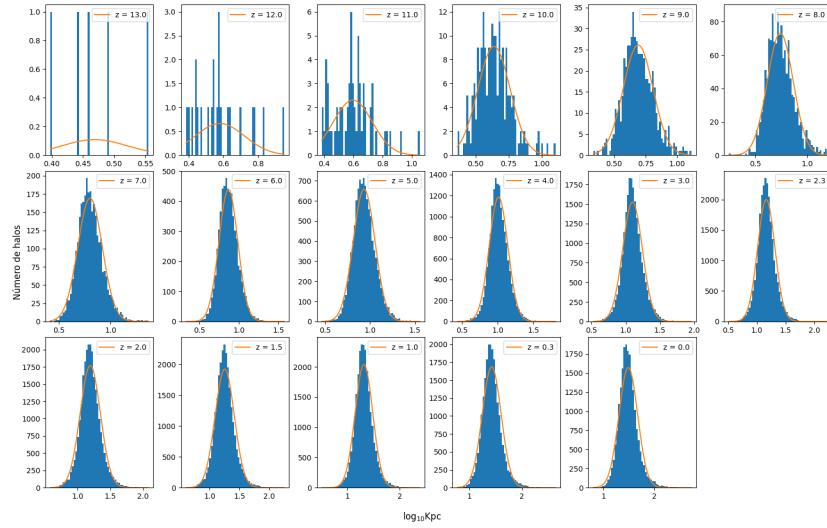


Figura 3.107: Se muestra la cantidad de halos que tiene el radio que contiene la mitad de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.409$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 13$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

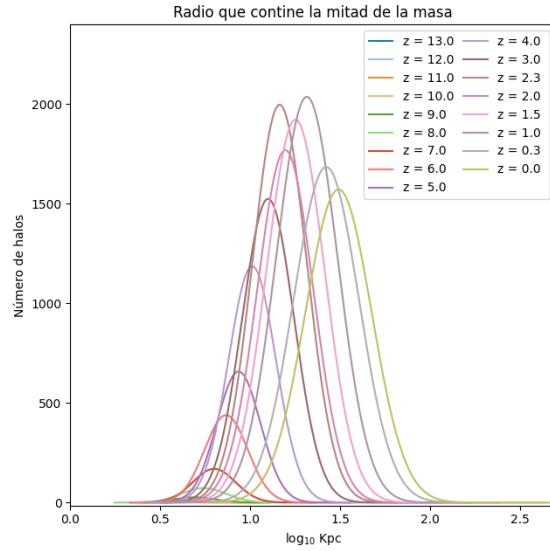


Figura 3.108: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura que tienen un radio que contiene la mitad de la masa en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$.

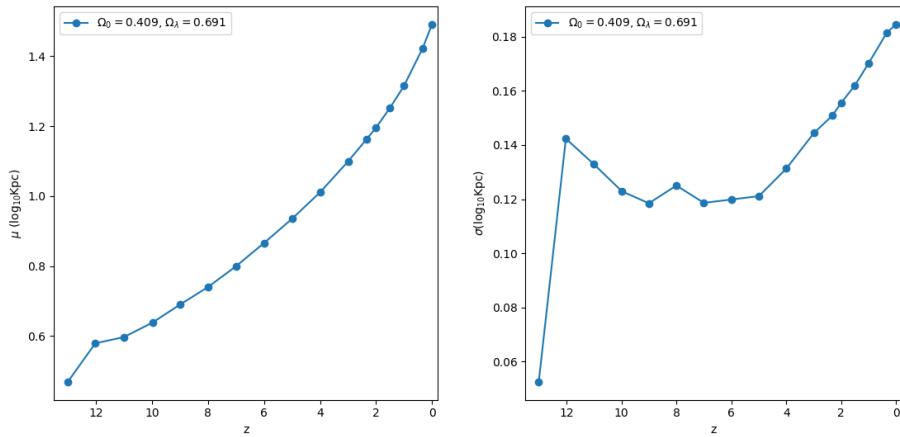


Figura 3.109: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 13$ hasta un $z = 0$.

En las figuras 3.110 y 3.111 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras, tenemos halos con radios que van desde los 1.176kpc hasta los 583.65kpc. Vemos que la gran mayoría de los halos, son halos con tamaños menores a 55kpc con halos que alcanzan hasta los 583.65kpc mas al presente y menores a 8.49kpc con estructuras que alcanzan 15.48kpc en los redshifts mas altos. En la figura 3.112 vemos que la media va desde los 3.02kpc con una desviación de 0.96kpc en $z = 13$ hasta 29.81kpc con una desviación de 18.04kpc en $z = 0$.

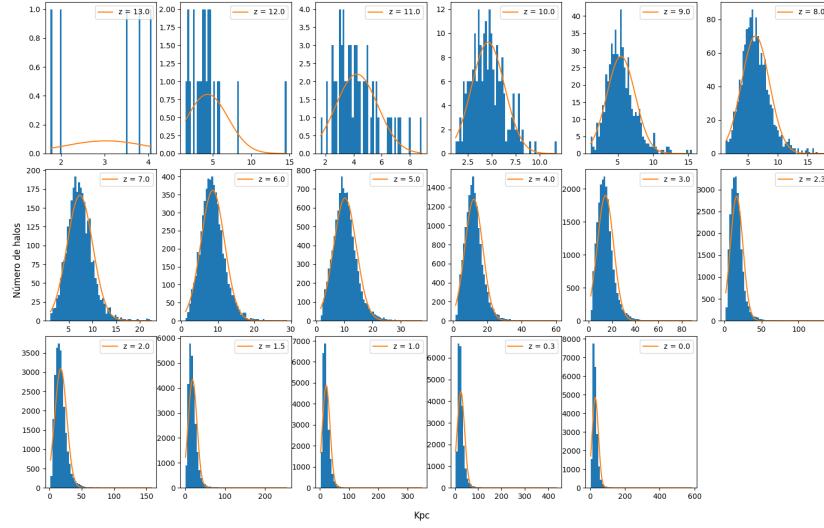


Figura 3.110: Se muestra el radio donde se alcanza la velocidad máxima radial conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.409$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 13$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

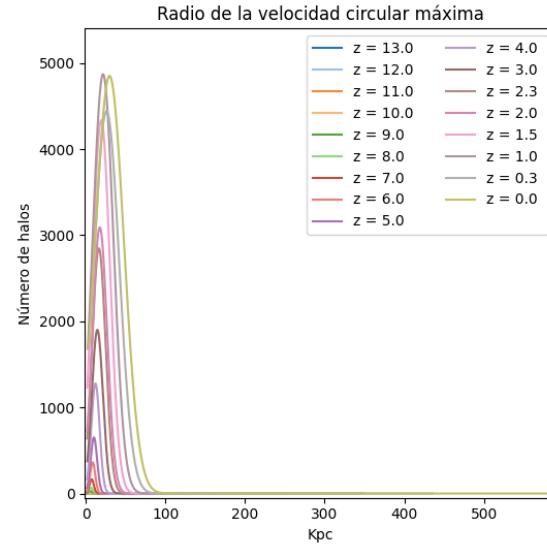


Figura 3.111: Se muestra la cantidad de halos de materia oscura con el radio donde se alcanza la velocidad máxima radial en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$.

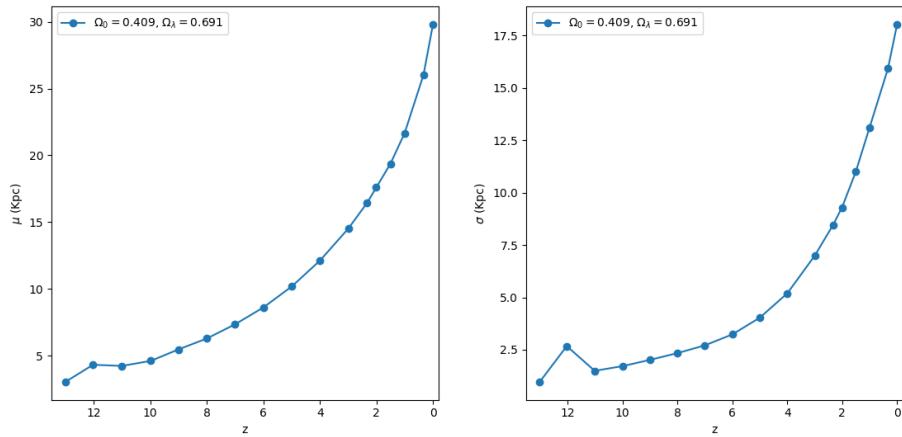


Figura 3.112: En la izquierda mostramos la media del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 13$ hasta un $z = 0$.

Pasando a las velocidades, podemos apreciar que las velocidades circulares van de los rangos de los 26.62km/s hasta los 1091.19km/s donde vemos la gran mayoría de los halos con velocidades menores a 185.15km/s para los z altos y velocidades entre los 25km/s y 125km/s mas al presente, como se muestra en las figuras 3.113 y 3.114. Lo que podemos ver en la figura 3.115 es que la velocidad media disminuye rápidamente desde 168.85km/s con una desviación de 24.82km/s en $z = 13$ hasta que alcanza 83.03km/s con una desviación de 37.21km/s en $z = 0$.

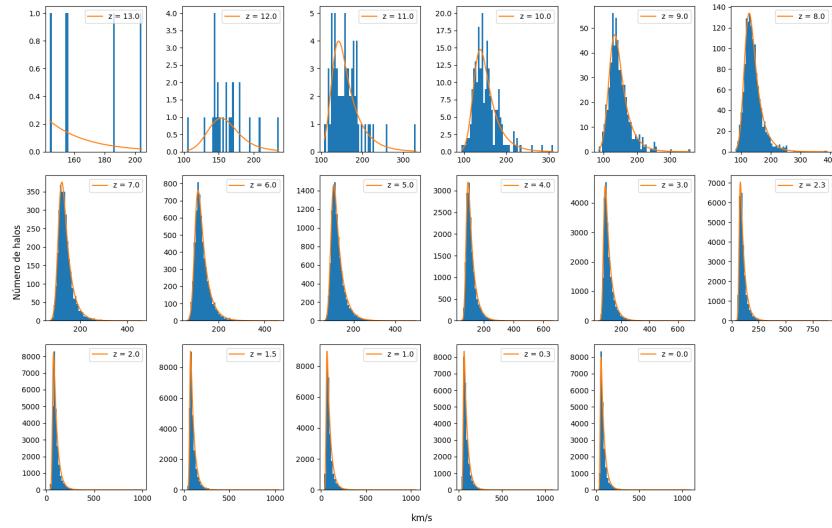


Figura 3.113: Se muestra la velocidad circular máxima conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.409$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 13$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

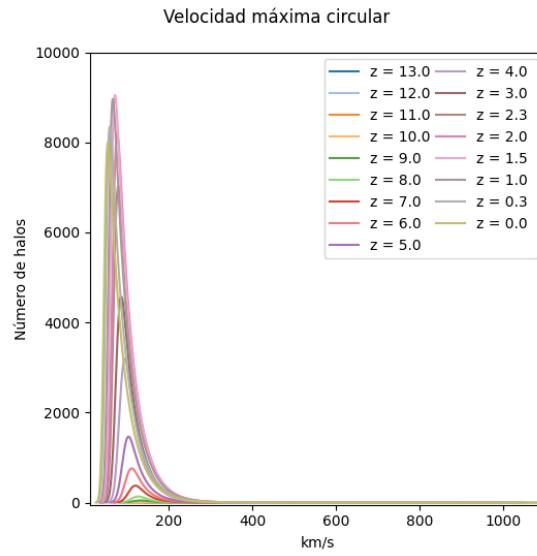


Figura 3.114: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos de velocidad circular máxima en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$.

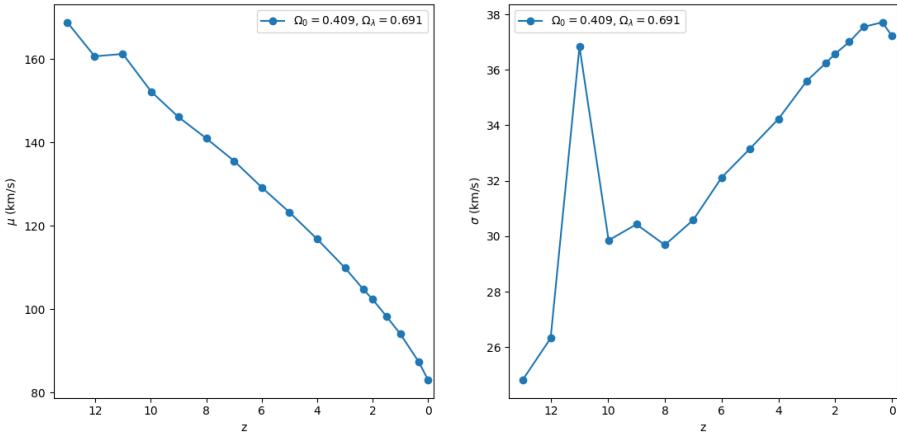


Figura 3.115: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 13$ hasta un $z = 0$.

Continuemos con la dispersion de las velocidades de los halos de materia oscura. La dispersión de velocidades de estos halos esta en los rangos de 12.70km/s a los 672.19km/s a lo largo de la evolución de los halos. Vemos en las figuras 3.116 y 3.117 que en los z altos vemos que que la mayor parte de los halos tienen una dispersion de velocidades menores a los 110km/s con picos que alcanzan los en los 216.44km/s, mientras que en los z bajos vemos los rango esta entre los 20km/s y 65km/s con los picos en los 672.19km/s. En la figura 3.118 observamos que la dispersión de velocidades media disminuye desde los 94.78km/s con una desviación de 16.83km/s en $z = 13$ a 41.90km/s con una desviación de 20.87km/s en $z = 0$.

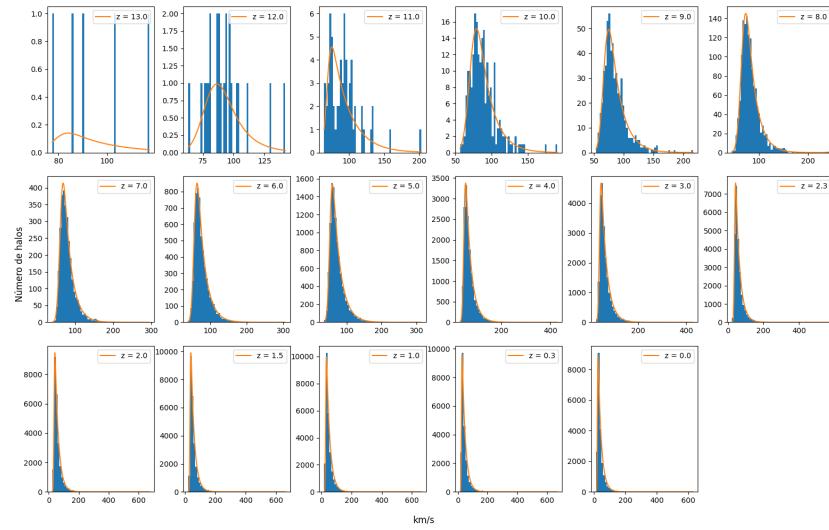


Figura 3.116: Se muestra la dispersión de velocidades conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.409$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 13$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

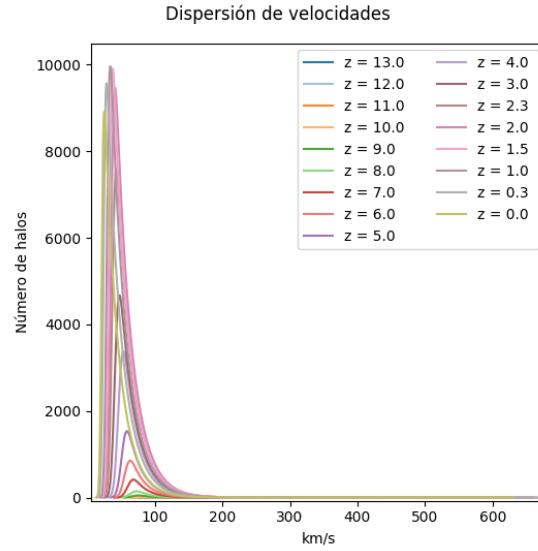


Figura 3.117: Mostramos la dispersion de velocidades de los halos de materia oscura en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$.

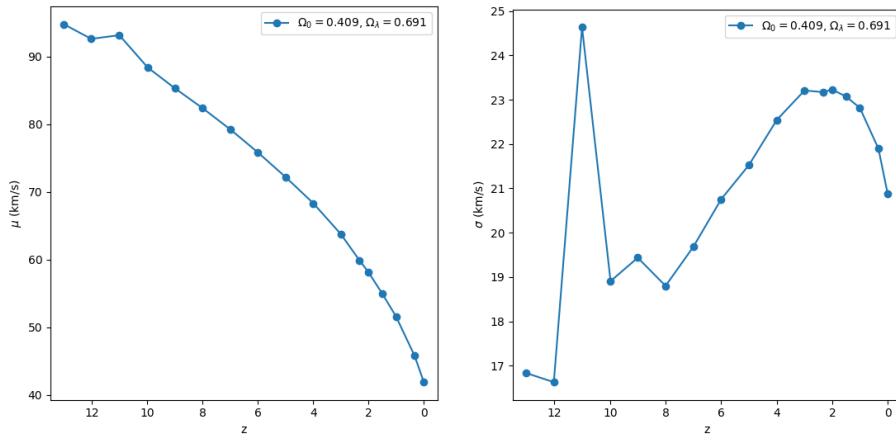


Figura 3.118: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

La figura 3.119 muestra el mapa de densidad de un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$ $\Omega_0 = 0.409$, donde podemos ver la estructura que describimos en los diferentes puntos de su evolución vista desde un plano .

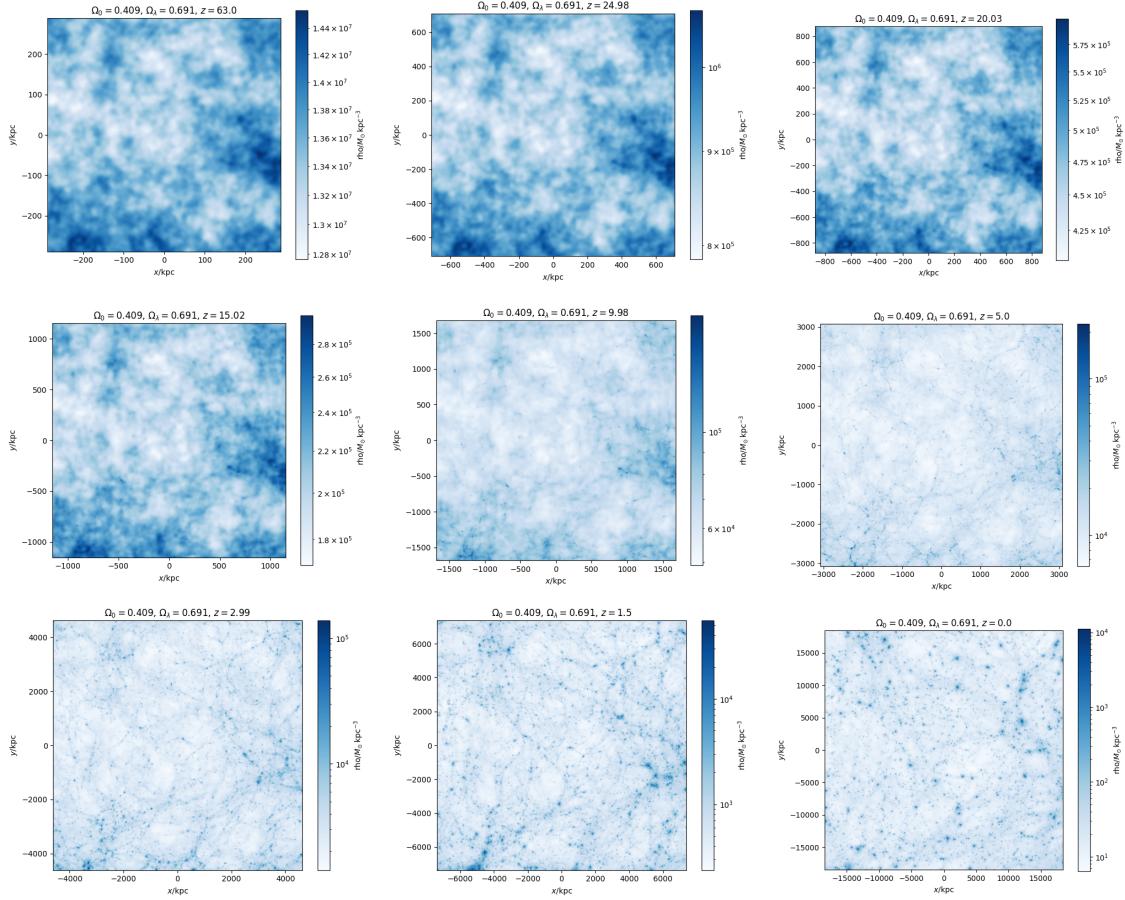


Figura 3.119: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$.

3.3.2. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$

Iniciamos analizando un Universo con un incremento en la densidad de energía. Lo primero que podemos observar en la figura 3.120 es que las estructuras se empiezan a formar a partir del redshift $z = 15$. En $z = 1.5$ es donde alcanzamos la mayor cantidad halos, 26267 halos. Alrededor de $z = 8$ es cuando empezamos a ver un crecimiento apreciable en la cantidad de halos.

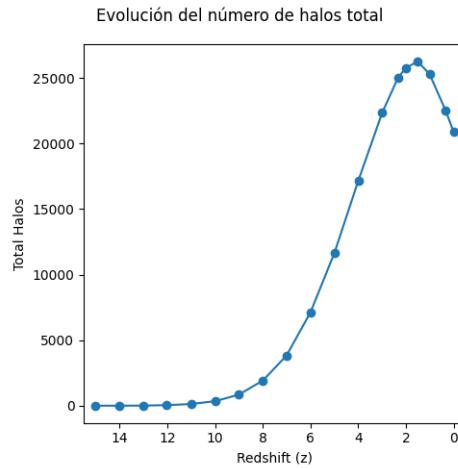


Figura 3.120: Se muestra el numero de halos según el redshift y podemos observar como evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.791$ y $\Omega_0 = 0.309$.

La distribución de la masa para esta cosmología se observa en las figuras 3.121 y 3.122. Los rangos de la masa se encuentran entre las $10^{10.11} M_\odot$ a $10^{14.31} M_\odot$ a lo largo de la evolución del sistema. Las primeras estructuras, z altos, tenían masas menores a $10^{11.14} M_\odot$ y las estructuras en z pequeños la mayor parte de los halos tenían masas entre $10^{10.11} M_\odot$ y $10^{11.10} M_\odot$ con estructuras que alcanzan $10^{14.31} M_\odot$. Mientras, la figura 3.123 nos muestra el comportamiento medio durante la evolución donde observamos que la masa media incrementa desde $10^{10.49} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.10} M_\odot$ en $z = 14$ hasta $10^{10.75} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.49} M_\odot$ en $z = 0$.

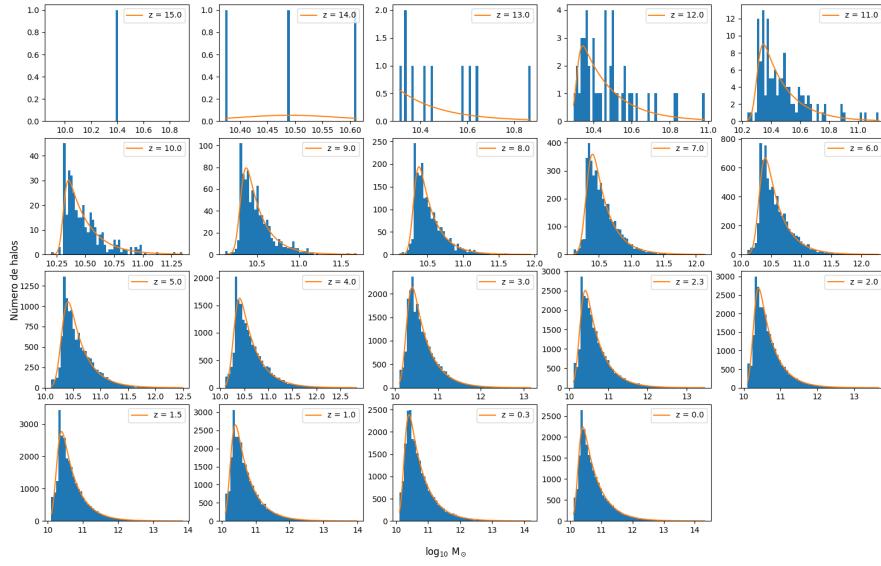


Figura 3.121: Tenemos la cantidad de halos en diferentes rangos de masa. Se muestran la distribución de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.791$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez mas masivos.

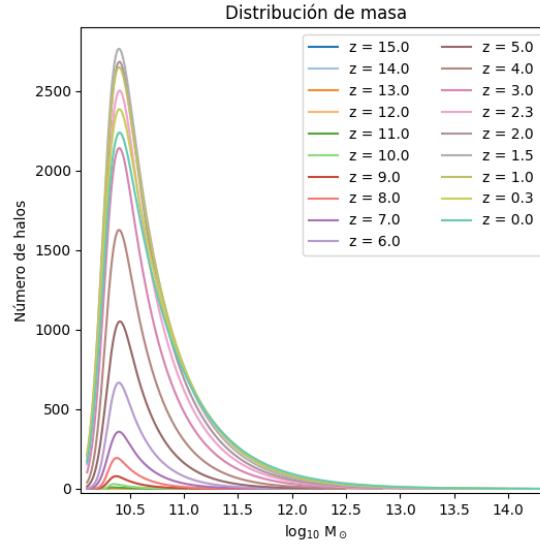


Figura 3.122: Tenemos la cantidad de halos en los diferentes rangos de masa. Comparamos de las distribuciones de masa durante la evolución del Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestra la cantidad de halos en un rango de masas. Se observa como crece la cantidad de halos de materia oscura, asi como el tamaño de estos.

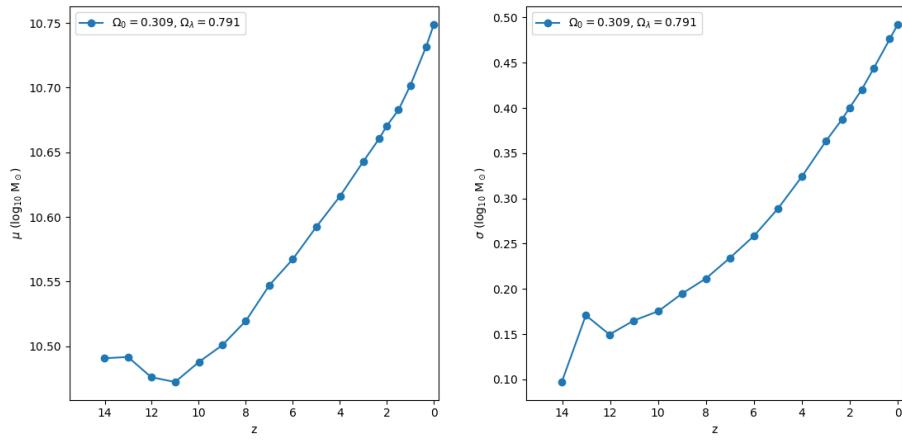


Figura 3.123: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura y se observa como cambia durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad que hay de los halos de materia oscura.

En las figuras 3.124 y 3.125 podemos ver el radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del Universo. Vemos que los radios se encuentran entre los $10^{0.28}\text{kpc}$ y $10^{2.71}\text{kpc}$ donde los primeros halos tienen radios menores a $10^{0.92}\text{kpc}$ y las estructuras mas recientes tienen la mayor parte de los halos en el rango de $10^{1.17}\text{kpc}$ y los $10^{1.67}\text{kpc}$ con halos que alcanzan hasta los $10^{2.71}\text{kpc}$. En la figura 3.126 vemos el crecimiento del radio medio desde $10^{0.51}\text{kpc}$ con una desviación de $10^{0.07}\text{kpc}$ en $z = 14$ hasta un radio de $10^{1.48}\text{kpc}$ con una desviación de $10^{0.19}\text{kpc}$ en $z = 0$.

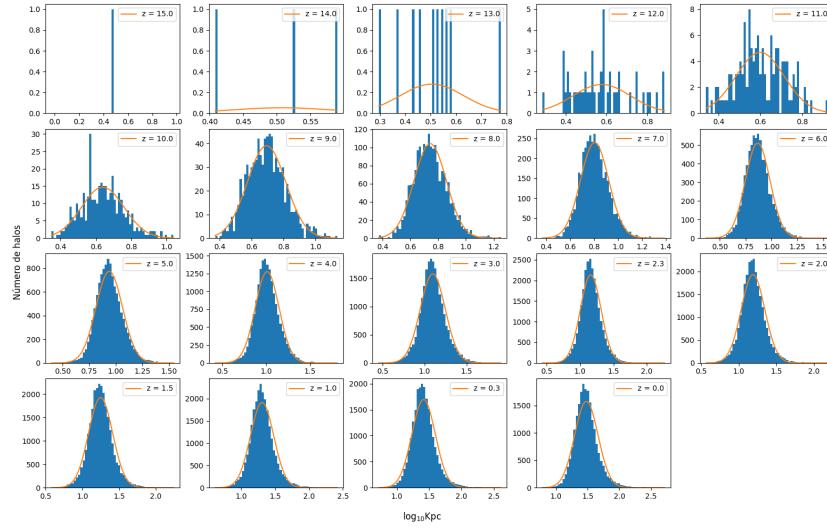


Figura 3.124: Se muestra la cantidad de halos que tiene el radio que contiene la mitad de la masa conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.791$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

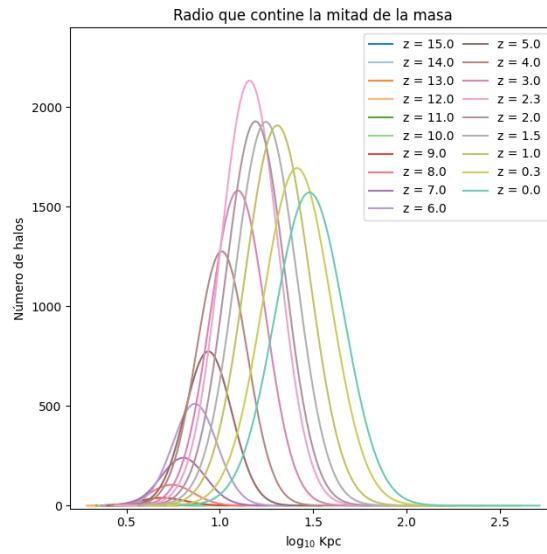


Figura 3.125: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura que tienen un radio que contiene la mitad de la masa en un Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$.

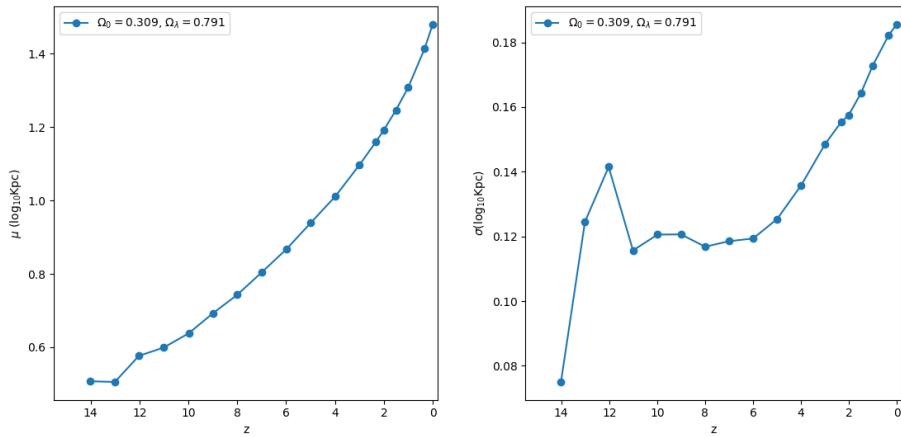


Figura 3.126: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

En las figuras 3.127 y 3.128 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras, tenemos halos con radios que van desde los 1.12kpc hasta los 516.24kpc. Vemos que la gran mayoría de los halos, son halos con tamaños menores a 50kpc con halos que alcanzan hasta los 516.24kpc mas al presente y menores a 9.02kpc en los redshifts mas altos. En la figura 3.129 vemos que la media va desde los 3.60kpc con una desviación de 0.28kpc en $z = 14$ hasta 28.89kpc con una desviación de 16.98kpc en $z = 0$.

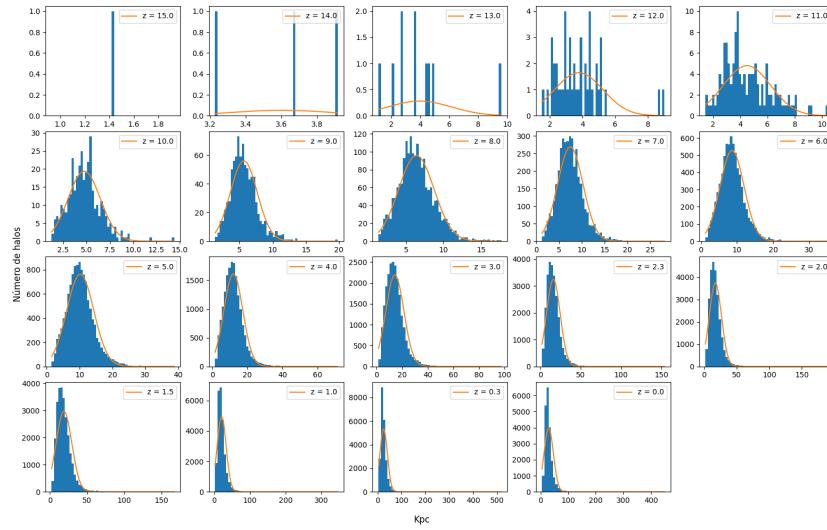


Figura 3.127: Se muestra el radio donde se alcanza la velocidad máxima radial conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.791$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

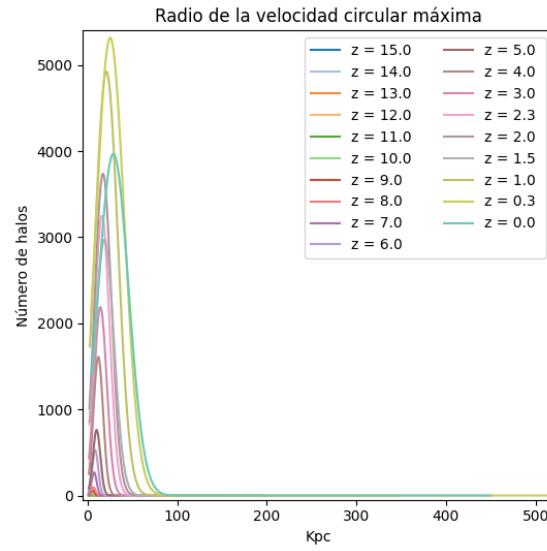


Figura 3.128: Se muestra la cantidad de halos de materia oscura con el radio donde se alcanza la velocidad máxima radial en un Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$.

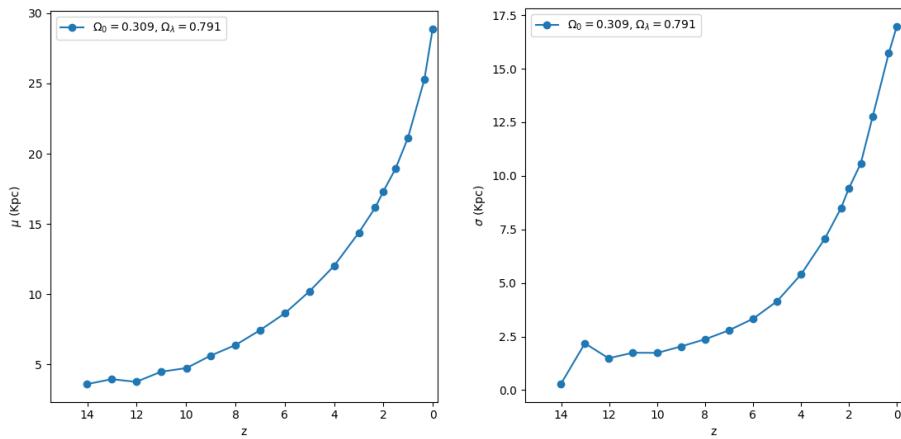


Figura 3.129: En la izquierda mostramos la media del radio donde se alcanza la velocidad máxima radial de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

Pasando a las velocidades, podemos apreciar que las velocidades circulares van de los rangos de los 23.03km/s hasta los 965.62km/s donde vemos la gran mayoría de los halos con velocidades menores a 254km/s para los z altos y velocidades entre los 25km/s y 85km/s mas al presente, como se muestra en las figuras 3.130 y 3.131. Lo que podemos ver en la figura 3.132 es que la velocidad media disminuye rápidamente desde 149.12km/s con una desviación de 15.94km/s en $z = 14$ hasta que alcanza 73.36km/s con una desviación de 32.97km/s en $z = 0$.

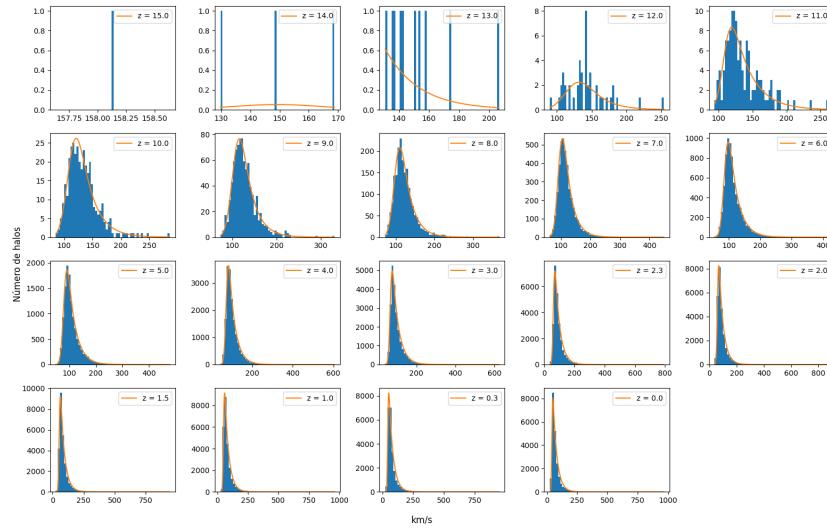


Figura 3.130: Se muestra la velocidad circular máxima conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.791$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

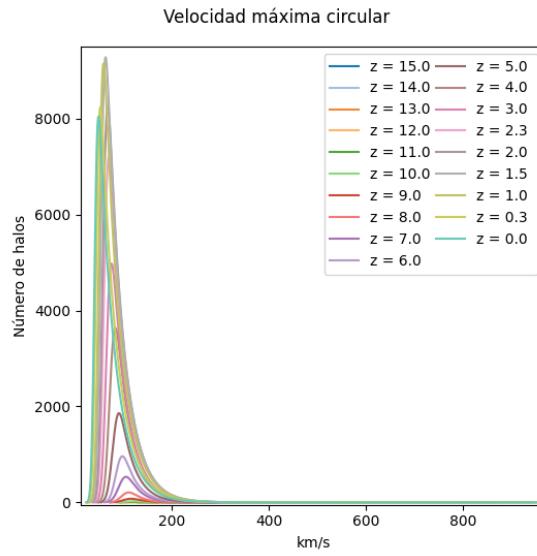


Figura 3.131: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos de velocidad circular máxima en un Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$.

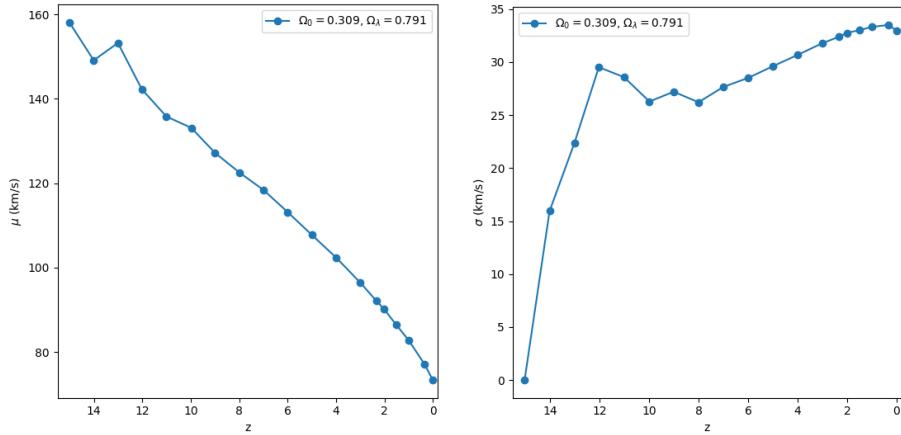


Figura 3.132: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo, desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

Continuemos con la dispersion de las velocidades de los halos de materia oscura. La dispersión de velocidades de estos halos esta en los rangos de 10.74km/s a los 599.72km/s a lo largo de la evolución de los halos. Vemos en las figuras 3.133 y 3.134 que en los z altos vemos que que la mayor parte de los halos tienen una dispersion de velocidades menores a los 160km/s, mientras que en los z bajos vemos los rango esta entre los 15km/s y 40km/s con los picos en los 560.70km/s. En la figura 3.135 observamos que la dispersión de velocidades media disminuye desde los 81.42km/s con una desviación de 7.28km/s en $z = 14$ a 36.70km/s con una desviación de 18.35km/s en $z = 0$.

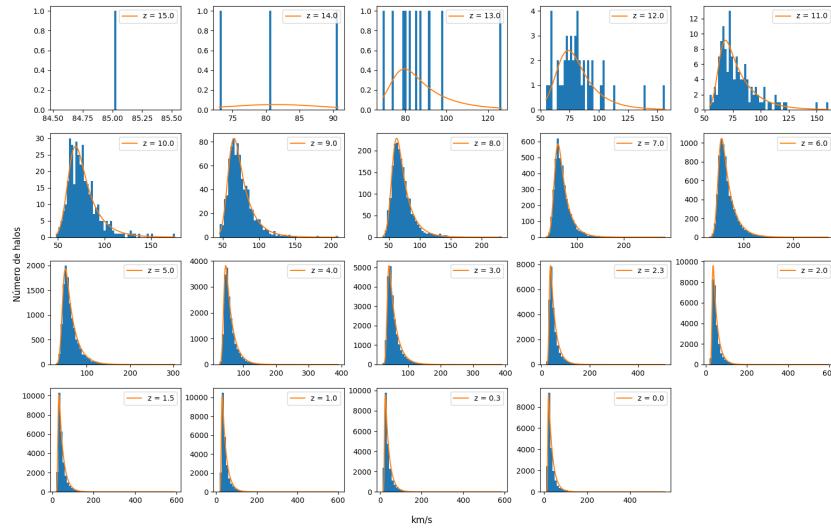


Figura 3.133: Se muestra la dispersión de velocidades conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.791$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se tienen las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

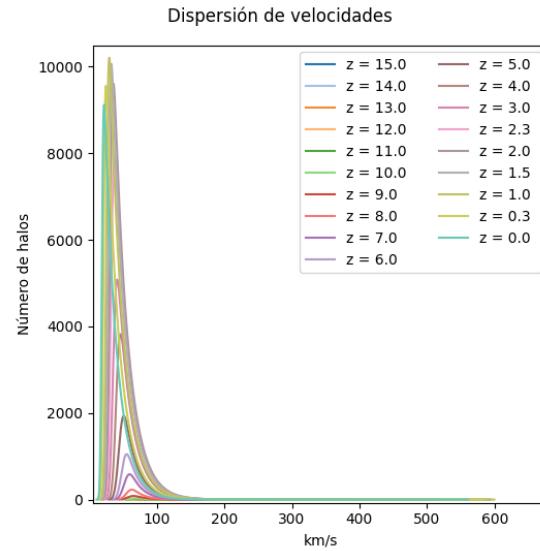


Figura 3.134: Mostramos la dispersion de velocidades de los halos de materia oscura en un Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$.

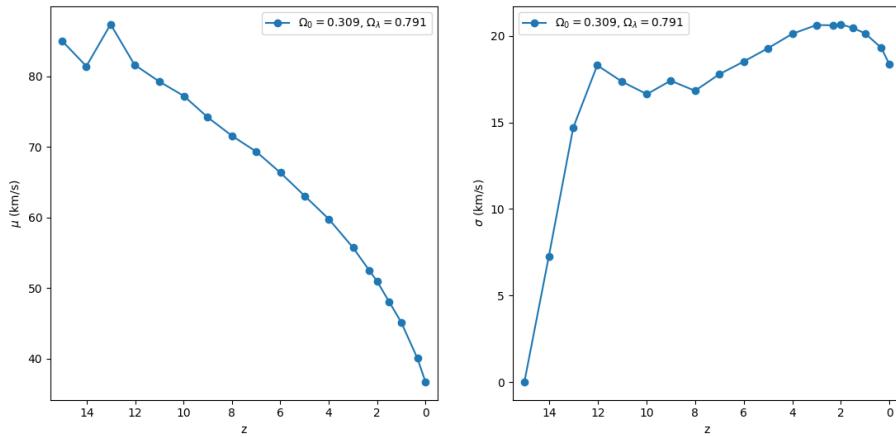


Figura 3.135: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades de los halos de materia oscura y en la derecha se muestra su desviación estándar a lo largo de la evolución del Universo.

La figura 3.136 muestra el mapa de densidad de un Universo $\Omega_\lambda = 0.791$ $\Omega_0 = 0.309$, donde podemos ver la estructura que describimos en los diferentes puntos de su evolución vista desde un plano .

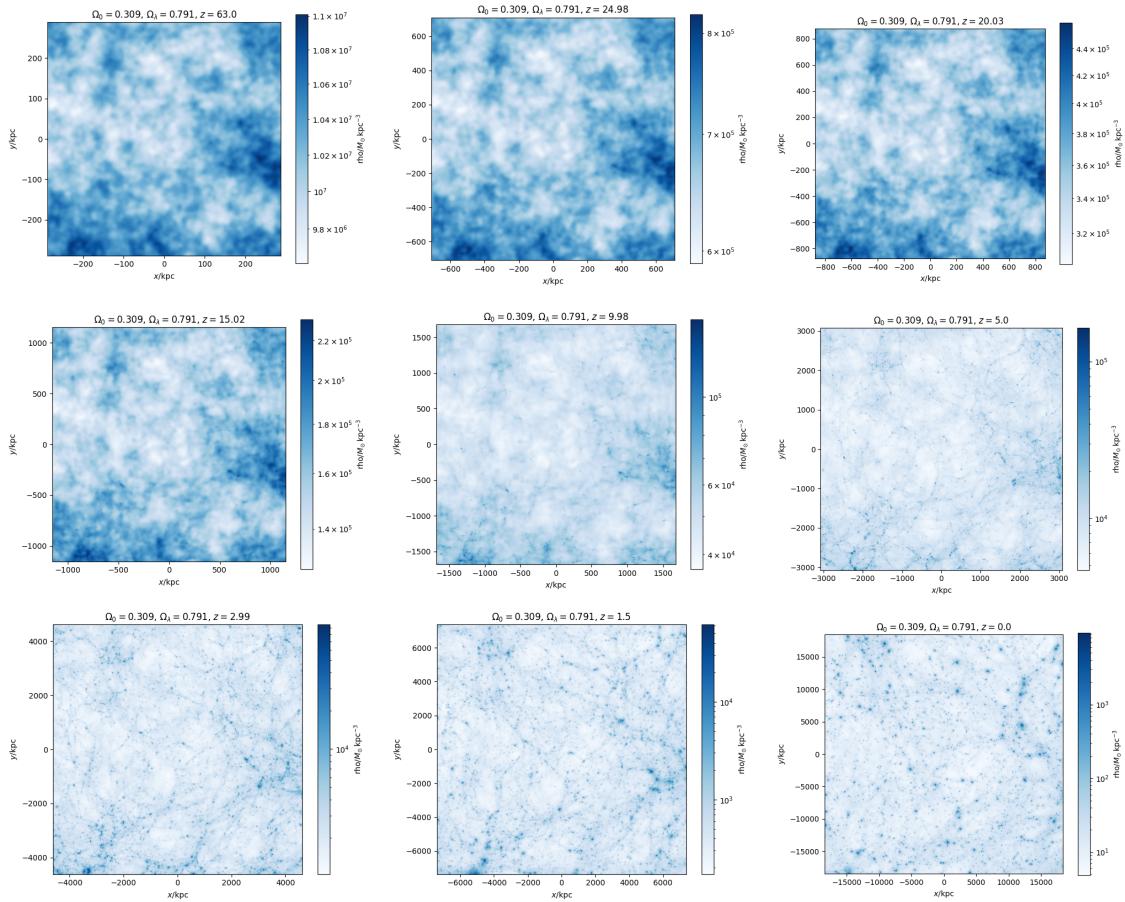


Figura 3.136: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$.

Conclusiones

En este trabajo nos enfocamos en el estudio de las propiedades de las estructuras formadas por materia oscura.

Bibliografía

- [1] C. L. Bennett, D. Larson, J. L. Weiland, N. Jarosik, G. Hinshaw, N. Odegard, K. M. Smith, R. S. Hill, B. Gold, M. Halpern, E. Komatsu, M. R. Nolta, L. Page, D. N. Spergel, E. Wollack, J. Dunkley, A. Kogut, M. Limon, S. S. Meyer, G. S. Tucker, and E. L. Wright, “Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results,” *ApJS*, vol. 208, p. 20, Oct. 2013. 2, 4, 5, 11
- [2] Planck Collaboration, N. Aghanim, Y. Akrami, F. Arroja, M. Ashdown, J. Aumont, C. Baccigalupi, M. Ballardini, A. J. Banday, R. B. Barreiro, N. Bartolo, S. Basak, R. Battye, K. Benabed, J. P. Bernard, M. Bersanelli, P. Bielewicz, J. J. Bock, J. R. Bond, J. Borrill, F. R. Bouchet, F. Boulanger, M. Bucher, C. Burigana, R. C. Butler, E. Calabrese, J. F. Cardoso, J. Carron, B. Casaponsa, A. Challinor, H. C. Chiang, L. P. L. Colombo, C. Combet, D. Contreras, B. P. Crill, F. Cuttaia, P. de Bernardis, G. de Zotti, J. Delabrouille, J. M. Delouis, F. X. Désert, E. Di Valentino, C. Dickinson, J. M. Diego, S. Donzelli, O. Doré, M. Douspis, A. Ducout, X. Dupac, G. Efstathiou, F. Elsner, T. A. Enßlin, H. K. Eriksen, E. Falgarone, Y. Fantaye, J. Fergusson, R. Fernandez-Cobos, F. Finelli, F. Forastieri, M. Frailis, E. Franceschi, A. Frolov, S. Galeotta, S. Galli, K. Ganga, R. T. Génova-Santos, M. Gerbino, T. Ghosh, J. González-Nuevo, K. M. Górski, S. Gratton, A. Gruppuso, J. E. Gudmundsson, J. Hammann, W. Handley, F. K. Hansen, G. Helou, D. Herranz, S. R. Hildebrandt, E. Hivon, Z. Huang, A. H. Jaffe, W. C. Jones, A. Karakci, E. Keihänen, R. Keskitalo, K. Kiiveri, J. Kim, T. S. Kisner, L. Knox, N. Krachmalnicoff, M. Kunz, H. Kurki-Suonio, G. Lagache, J. M. Lamarre, M. Langer, A. Lasenby, M. Lattanzi, C. R. Lawrence, M. Le Jeune, J. P. Leahy, J. Lesgourgues, F. Levrier,

- A. Lewis, M. Liguori, P. B. Lilje, M. Lilley, V. Lindholm, M. López-Caniego, P. M. Lubin, Y. Z. Ma, J. F. Macías-Pérez, G. Maggio, D. Maino, N. Mandlesi, A. Mangilli, A. Marcos-Caballero, M. Maris, P. G. Martin, M. Martinelli, E. Martínez-González, S. Matarrese, N. Mauri, J. D. McEwen, P. D. Meerburg, P. R. Meinhold, A. Melchiorri, A. Mennella, M. Migliaccio, M. Millea, S. Mitra, M. A. Miville-Deschénes, D. Molinari, A. Moneti, L. Montier, G. Morganate, A. Moss, S. Mottet, M. Münchmeyer, P. Natoli, H. U. Nørgaard-Nielsen, C. A. Oxborrow, L. Pagano, D. Paoletti, B. Partridge, G. Patanchon, T. J. Pearson, M. Peel, H. V. Peiris, F. Perrotta, V. Pettorino, F. Piacentini, L. Polastri, G. Polenta, J. L. Puget, J. P. Rachen, M. Reinecke, M. Remazeilles, C. Renault, A. Renzi, G. Rocha, C. Rosset, G. Roudier, J. A. Rubiño-Martín, B. Ruiz-Granados, L. Salvati, M. Sandri, M. Savelainen, D. Scott, E. P. S. Shellard, M. Shiraishi, C. Sirignano, G. Sirri, L. D. Spencer, R. Sunyaev, A. S. Suur-Uski, J. A. Tauber, D. Tavagnacco, M. Tenti, L. Terenzi, L. Toffolatti, M. Tomasi, T. Trombetti, J. Valiviita, B. Van Tent, L. Vibert, P. Vielva, F. Villa, N. Vittorio, B. D. Wandelt, I. K. Wehus, M. White, S. D. M. White, A. Zacchei, and A. Zonca, “Planck 2018 results. I. Overview and the cosmological legacy of Planck,” *A&A*, vol. 641, p. A1, Sept. 2020. 2, 4, 11, 19
- [3] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. A. Knop, P. Nugent, P. G. Castro, S. Deustua, S. Fabbro, A. Goobar, D. E. Groom, I. M. Hook, A. G. Kim, M. Y. Kim, J. C. Lee, N. J. Nunes, R. Pain, C. R. Pennypacker, R. Quimby, C. Lidman, R. S. Ellis, M. Irwin, R. G. McMahon, P. Ruiz-Lapuente, N. Walton, B. Schaefer, B. J. Boyle, A. V. Filippenko, T. Matheson, A. S. Fruchter, N. Panagia, H. J. M. Newberg, W. J. Couch, and T. S. C. Project, “Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae,” *ApJ*, vol. 517, pp. 565–586, June 1999. 2, 5
- [4] D. J. Croton, “Damn You, Little $h!$ (Or, Real-World Applications of the Hubble Constant Using Observed and Simulated Data),” *PASA*, vol. 30, p. e052, Oct. 2013. 3
- [5] S. Burles, K. M. Nollett, J. W. Truran, and M. S. Turner, “Sharpening the

- Predictions of Big-Bang Nucleosynthesis," Phys. Rev. Lett., vol. 82, pp. 4176–4179, May 1999. 3
- [6] M. S. Turner, "Dark Matter and Dark Energy in the Universe," in *The Third Stromlo Symposium: The Galactic Halo* (B. K. Gibson, R. S. Axelrod, and M. E. Putman, eds.), vol. 165 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, p. 431, Jan. 1999. 4
- [7] W. Hu, M. Fukugita, M. Zaldarriaga, and M. Tegmark, "Cosmic Microwave Background Observables and Their Cosmological Implications," ApJ, vol. 549, pp. 669–680, Mar. 2001. 4
- [8] S. Burles, K. M. Nollett, and M. S. Turner, "Big Bang Nucleosynthesis Predictions for Precision Cosmology," ApJ, vol. 552, pp. L1–L5, May 2001. 4
- [9] S. Perlmutter, G. Aldering, M. della Valle, S. Deustua, R. S. Ellis, S. Fabbro, A. Fruchter, G. Goldhaber, D. E. Groom, I. M. Hook, A. G. Kim, M. Y. Kim, R. A. Knop, C. Lidman, R. G. McMahon, P. Nugent, R. Pain, N. Panagia, C. R. Pennypacker, P. Ruiz-Lapuente, B. Schaefer, and N. Walton, "Discovery of a supernova explosion at half the age of the Universe," Nature, vol. 391, pp. 51–54, Jan. 1998. 5
- [10] B. P. Schmidt, N. B. Suntzeff, M. M. Phillips, R. A. Schommer, A. Clocchiatti, R. P. Kirshner, P. Garnavich, P. Challis, B. Leibundgut, J. Spyromilio, A. G. Riess, A. V. Filippenko, M. Hamuy, R. C. Smith, C. Hogan, C. Stubbs, A. Diercks, D. Reiss, R. Gilliland, J. Tonry, J. Maza, A. Dressler, J. Walsh, and R. Ciardullo, "The High-Z Supernova Search: Measuring Cosmic Deceleration and Global Curvature of the Universe Using Type IA Supernovae," ApJ, vol. 507, pp. 46–63, Nov. 1998. 5
- [11] A. Conley, G. Goldhaber, L. Wang, G. Aldering, R. Amanullah, E. D. Commins, V. Fadeyev, G. Folatelli, G. Garavini, R. Gibbons, A. Goobar, D. E. Groom, I. Hook, D. A. Howell, A. G. Kim, R. A. Knop, M. Kowalski, N. Kuznetsova, C. Lidman, S. Nobili, P. E. Nugent, R. Pain, S. Perlmutter, E. Smith, A. L. Spadafora, V. Stashev, M. Strovink, R. C. Thomas, W. M. Wood-Vasey, and

- Supernova Cosmology Project, “Measurement of Ω_m , Ω_Λ from a Blind Analysis of Type Ia Supernovae with CMAGIC: Using Color Information to Verify the Acceleration of the Universe,” *ApJ*, vol. 644, pp. 1–20, June 2006. 5
- [12] M. Aaronson and E. W. Olszewski, “Dark Matter in Dwarf Galaxies,” in *Large Scale Structures of the Universe* (J. Audouze, M. C. Pelletan, A. Szalay, Y. B. Zel’dovich, and P. J. E. Peebles, eds.), vol. 130, p. 409, Jan. 1988. 6
- [13] A. Knebe, S. R. Knollmann, S. I. Muldrew, F. R. Pearce, M. A. Aragon-Calvo, Y. Ascasibar, P. S. Behroozi, D. Ceverino, S. Colombi, J. Diemand, K. Dolag, B. L. Falck, P. Fasel, J. Gardner, S. Gottlöber, C.-H. Hsu, F. Iannuzzi, A. Klypin, Z. Lukić, M. Maciejewski, C. McBride, M. C. Neyrinck, S. Planelles, D. Potter, V. Quilis, Y. Rasera, J. I. Read, P. M. Ricker, F. Roy, V. Springel, J. Stadel, G. Stinson, P. M. Sutter, V. Turchaninov, D. Tweed, G. Yepes, and M. Zemp, “Haloes gone MAD: The Halo-Finder Comparison Project,” *MNRAS*, vol. 415, pp. 2293–2318, Aug. 2011. 7
- [14] D. Raine and T. Thomas, *An introduction to the science of cosmology*. CRC Press, 2001. 8
- [15] V. Springel, N. Yoshida, and S. D. M. White, “GADGET: a code for collisionless and gasdynamical cosmological simulations,” *New A*, vol. 6, pp. 79–117, Apr. 2001. 9
- [16] V. Springel, R. Pakmor, O. Zier, and M. Reinecke, “Simulating cosmic structure formation with the GADGET-4 code,” *MNRAS*, vol. 506, pp. 2871–2949, Sept. 2021. 9, 14, 16, 18
- [17] V. Springel, S. D. M. White, A. Jenkins, C. S. Frenk, N. Yoshida, L. Gao, J. Navarro, R. Thacker, D. Croton, J. Helly, J. A. Peacock, S. Cole, P. Thomas, H. Couchman, A. Evrard, J. Colberg, and F. Pearce, “Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars,” *Nature*, vol. 435, pp. 629–636, June 2005. 10
- [18] R. A. Crain, J. Schaye, R. G. Bower, M. Furlong, M. Schaller, T. Theuns, C. Dalla Vecchia, C. S. Frenk, I. G. McCarthy, J. C. Helly, A. Jenkins, Y. M.

- Rosas-Guevara, S. D. M. White, and J. W. Trayford, “The EAGLE simulations of galaxy formation: calibration of subgrid physics and model variations,” MNRAS, vol. 450, pp. 1937–1961, June 2015. 11
- [19] J. Schaye, R. A. Crain, R. G. Bower, M. Furlong, M. Schaller, T. Theuns, C. Dalla Vecchia, C. S. Frenk, I. G. McCarthy, J. C. Helly, A. Jenkins, Y. M. Rosas-Guevara, S. D. M. White, M. Baes, C. M. Booth, P. Camps, J. F. Navarro, Y. Qu, A. Rahmati, T. Sawala, P. A. Thomas, and J. Trayford, “The EAGLE project: simulating the evolution and assembly of galaxies and their environments,” MNRAS, vol. 446, pp. 521–554, Jan. 2015. 11
- [20] J. Binney and S. Tremaine, *Galactic dynamics*. Princeton Series in Astrophysics, Princeton, NJ: Princeton University Press, Jan. 1988. 12, 13