

Subestructura en simulaciones de materia oscura

Martín Alejandro Paredes Sosa

Una tesis presentada para obtener el título de

Maestría en Ciencias (Física)

bajo la dirección de Carlos Antonio Calcáneo Roldán



**"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"**

Departamento de Investigación en Física
Universidad de Sonora
Hermosillo, Sonora

Mayo de 2023

Dedicatoria

Subestructura en simulaciones de materia oscura

Martín Alejandro Paredes Sosa

Tesis presentada para el título de Maestría en Física

Mayo de 2023

Resumen

El modelo cosmológico actual asume que vivimos en un Universo “críticamente lleno”. Esto significa que la densidad del Universo es exactamente aquella necesaria para mantenerlo abierto y sin curvatura. La manera más exitosa para estudiar la cosmología en los últimos 50 años han sido las simulaciones cosmológicas, las cuales apuntan a un Universo dominado por una componente no material con aproximadamente un tercio de su contenido constituido por materia oscura $\Omega_0 \approx \Omega_\lambda + \Omega_M \approx 0.7 + 0.3$. La distribución de la materia en estas simulaciones nos da un mecanismo para contrastar estos valores de densidad con la observada.

En este trabajo se realizaron 8 simulaciones donde se variaron los parámetros de densidad de materia y de energía oscura, para estudiar los parámetros de masa, radio que contiene la mitad de la masa, radio de la velocidad circular máxima, la velocidad circular máxima y la dispersión de velocidades. Esto se realizó con la intención de usar los parámetros como indicadores del modelo cosmológico que se trataba.

Declaración

Este escrito es resultado de un ejercicio de revisión, investigación, resolución y síntesis llevado a cabo en el grupo de Física Fundamental de la Universidad de Sonora. Aunque algunos aspectos del trabajo pudieran haber sido ya presentados en congresos o publicaciones independientes, ninguna parte de este trabajo, en su forma actual, ha sido presentada para la obtención de algún grado en otra institución o con fines no académicos. El trabajo, incluida la redacción del texto, es producto exclusivo de los esfuerzos del autor, excepto cuando se señale explícitamente en el texto alguna cita.

©; 2023 por Martín Alejandro Paredes Sosa.

“Este documento se libera al público por su autor bajo una licencia *creative commons* Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-SA 4.0). Se puede reproducir en todo o en parte, redistribuir y adaptar por cualquier medio. Lo anterior está condicionado a que cualquiera de sus derivados deberán liberarse bajo las mismas condiciones y ha que se haga referencia al original (una versión completa de la licencia se puede encontrar en: <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es>) ”

Agradecimientos

Índice general

Resumen	III
Declaración	IV
Agradecimientos	V
Introducción	1
1. Modelo Cosmológico	3
1.1. Materia y Energía en el Universo	3
1.2. Evidencia astrofísica de la Materia Oscura	6
1.3. Características de la Materia Oscura	7
2. Simulaciones Cosmológicas	10
2.1. Grandes Simulaciones	11
2.2. La interacción dominante en las simulaciones	13
2.3. Una razón práctica para las simulaciones	13
2.4. GADGET-4	15
3. Halos de Materia Oscura	20
3.1. Cosmología Plana $\Omega = 1$	21
3.1.1. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.691, \Omega_0 = 0.309$	21
3.1.2. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.309, \Omega_0 = 0.691$	32
3.1.3. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.5, \Omega_0 = 0.5$	44
3.2. Cosmología Sub-Crítica $\Omega < 1$	56
3.2.1. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0, \Omega_0 = 0.309$	57

3.2.2. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.691, \Omega_0 = 0.1545$	68
3.2.3. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.3455, \Omega_0 = 0.309$	80
3.3. Cosmología Super-Crítica $\Omega > 1$	92
3.3.1. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.691, \Omega_0 = 0.409$	93
3.3.2. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.791, \Omega_0 = 0.309$	104
Conclusiones	117
Bibliografía	124

Índice de figuras

2.1.	Millennium Simulation Cosmic Web	11
2.2.	Eagle Simulation Cosmic Web	12
3.1.	Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691, \Omega_0 = 0.309$	21
3.2.	Distribución de masa	22
3.3.	Comparación de distribución de masa	23
3.4.	Media y desviación estándar de la distribución de masa	23
3.5.	Radio que contiene la mitad de la masa	24
3.6.	Distribución del radio que contiene la mitad de la masa	24
3.7.	Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	25
3.8.	Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	26
3.9.	Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	26
3.10.	Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	27
3.11.	Velocidad circular máxima	28
3.12.	Distribución de la velocidad circular máxima	28
3.13.	Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	29
3.14.	Dispersión de velocidades	30
3.15.	Distribución de la dispersión de velocidades	30
3.16.	Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	31
3.17.	Mapa de densidad de un Universo en en diferentes redshift	32
3.18.	Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0.309, \Omega_0 = 0.691$	33
3.19.	Distribución de masa	34
3.20.	Comparación de distribución de masa	34

3.21. Media y desviación estándar de la distribución de masa	35
3.22. Radio que contiene la mitad de la masa	36
3.23. Distribución del Radio que contiene la mitad de la masa	36
3.24. Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	37
3.25. Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	38
3.26. Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	38
3.27. Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	39
3.28. Velocidad circular máxima	40
3.29. Distribución de la velocidad circular máxima	40
3.30. Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	41
3.31. Dispersión de velocidades	42
3.32. Distribución de la dispersión de velocidades	42
3.33. Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	43
3.34. Mapa de densidad en en diferentes redshift	44
3.35. Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$. .	45
3.36. Distribución de masa	46
3.37. Comparación de distribución de masa Universo	46
3.38. Media y desviación estándar de la distribución de masa	47
3.39. Radio que contiene la mitad de la masa	48
3.40. Distribución del Radio que contiene la mitad de la masa	48
3.41. Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	49
3.42. Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	50
3.43. Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	50
3.44. Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	51
3.45. Velocidad circular máxima	52
3.46. Distribución de la velocidad circular máxima	52
3.47. Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	53
3.48. Dispersión de velocidades	54
3.49. Distribución de la dispersión de velocidades	54

3.50. Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	55
3.51. Mapa de densidad en en diferentes redshift	56
3.52. Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0, \Omega_0 = 0.309$. .	57
3.53. Distribución de masa	58
3.54. Comparación de distribución de masa	58
3.55. Media y desviación estándar de la distribución de masa	59
3.56. Radio que contiene la mitad de la masa	60
3.57. Distribución del radio que contiene la mitad de la masa	60
3.58. Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	61
3.59. Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	62
3.60. Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	62
3.61. Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	63
3.62. Velocidad circular máxima	64
3.63. Distribución de la velocidad circular máxima	64
3.64. Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	65
3.65. Dispersión de velocidades	66
3.66. Distribución de la dispersión de velocidades	66
3.67. Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	67
3.68. Mapa de densidad en en diferentes redshift	68
3.69. Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691, \Omega_0 = 0.1545$	69
3.70. Distribución de masa	70
3.71. Comparación de distribución de masa	70
3.72. Media y desviación estándar de la distribución de masa	71
3.73. Radio que contiene la mitad de la masa	72
3.74. Distribución del radio que contiene la mitad de la masa	72
3.75. Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	73
3.76. Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	74
3.77. Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	74
3.78. Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	75

3.79. Velocidad circular máxima	76
3.80. Distribución de la velocidad circular máxima	76
3.81. Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	77
3.82. Dispersión de velocidades	78
3.83. Distribución de la dispersión de velocidades	78
3.84. Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	79
3.85. Mapa de densidad de un Universo en en diferentes redshift	80
3.86. Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$	81
3.87. Distribución de masa	82
3.88. Comparación de distribución de masa	82
3.89. Media y desviación estándar de la distribución de masa	83
3.90. Radio que contiene la mitad de la masa	84
3.91. Distribución del radio que contiene la mitad de la masa	84
3.92. Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	85
3.93. Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	86
3.94. Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	86
3.95. Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	87
3.96. Velocidad circular máxima	88
3.97. Distribución de la velocidad circular máxima	88
3.98. Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	89
3.99. Dispersión de velocidades	90
3.100Distribución de la dispersión de velocidades	90
3.101Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	91
3.102Mapa de densidad en en diferentes redshift	92
3.103Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$	93
3.104Distribución de masa	94
3.105Comparación de distribución de masa	94
3.106Media y desviación estándar de la distribución de masa	95
3.107Radio que contiene la mitad de la masa	96
3.108Distribución del radio que contiene la mitad de la masa	96

3.109	Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	97
3.110	Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	98
3.111	Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	98
3.112	Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	99
3.113	Velocidad circular máxima	100
3.114	Distribución de la velocidad circular máxima	100
3.115	Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	101
3.116	Dispersión de velocidades	102
3.117	Distribución de la dispersión de velocidades	102
3.118	Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	103
3.119	Mapa de densidad en en diferentes redshift	104
3.120	Evolución del número de halos en un Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$	105
3.121	Distribución de masa	106
3.122	Comparación de distribución de masa	106
3.123	Media y desviación estándar de la distribución de masa	107
3.124	Radio que contiene la mitad de la masa	108
3.125	Distribución del radio que contiene la mitad de la masa	108
3.126	Media y desviación estándar del radio de la mitad de la masa	109
3.127	Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	110
3.128	Distribución del radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	110
3.129	Media y desviación estándar del Radio donde se alcanza la velocidad máxima circular	111
3.130	Velocidad circular máxima	112
3.131	Distribución de la velocidad circular máxima	112
3.132	Media y desviación estándar de la velocidad circular máxima	113
3.133	Dispersión de velocidades	114
3.134	Distribución de la dispersión de velocidades	114
3.135	Media y desviación estándar de la dispersión de velocidades	115
3.136	Mapa de densidad en en diferentes redshift	116
3.137	Evolución del total de halos para todas las cosmologías	118

3.138 Evolución de la desviación y media de la masa de los halos para todas las cosmologías	119
3.139 Evolución de la desviación y media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos para todas las cosmologías	120
3.140 Evolución de la desviación y media del radio donde se alcanza la velocidad maxima de los halos para todas las cosmologías	121
3.141 Evolución de la desviación y media de la velocidad maxima de los halos para todas las cosmologías	122
3.142 Evolución de la desviación y media de la dispersión de velocidades los halos para todas las cosmologías	122

Introducción

El estudio de la Cosmología tiene una historia tan larga como la historia de la humanidad. Desde que tenemos registro las personas han volteado al cielo para tratar de describir su lugar en el Universo. En un principio fue por razones muy prácticas, la predicción de las estaciones del año y las épocas de lluvia para garantizar la cosecha. Sin embargo los seres humanos al ser tan capaces para encontrar patrones, quisieron entrelazar la regularidad de los astros con sus vidas, para encontrar explicación sobre los acontecimientos cotidianos. Así, en sus orígenes, la Cosmología esta muy entrelazada con la creencia y el mito.

Conforme fueron mejorando los instrumentos de medición, los seres humanos pudimos encontrar en la regularidad del Universo una confirmación de la Física que ocurría en el día a día. La ley de gravitación Universal es un primer ejemplo de una teoría Física de aplicación terrestre, pero que tiene alcance Universal, de ahí su importancia. Para mediados del siglo 20, la tecnología de observación de las estrellas era tan buena que podían empezarse a contrastar las ideas de la cosmología con la observación y confirmación en las estructuras que se veían en el cielo. [Nace la Cosmología Física ya como una ciencia.](#)

En la década de los 80, gracias al advenimiento de equipos de cómputo cada vez más poderosos, en particular la capacidad de enlazar varias computadoras para hacerlas funcionar como una sola, fue posible empezar a realizar simulaciones de N-Cuerpos, es decir colocar pequeños puntos con masa en un volumen y dejarlos evolucionar usando la ley de gravitación universal para describir su comportamiento.

Estas simulaciones han crecido enormemente desde sus orígenes y ahora es posible realizarlas en una computadora sencilla de escritorio, lo cual dice mucho del avance en el equipo de cómputo y de las técnicas en los algoritmos que resuelven las

ecuaciones de movimiento para las partículas de la simulación.

En este trabajo resumimos los resultados de usar una serie de algoritmos, los cuales podemos llamar colectivamente **GADGET-4** [1,2], que están disponibles para hacer simulaciones cosmológicas. Mi trabajo principal consistió en aprender a ajustar los modelos necesarios y correr distintos escenarios Cosmológicos para corroborar que las simulaciones pueden servir para discernir el Universo en el que vivimos de una vasta posibilidad de modelos.

Después de un breve resumen sobre el modelo cosmológico en el capítulo 1, describimos las técnicas para simular partículas usando **GADGET-4** en el capítulo 2. En el capítulo 3 presentamos un resumen de todas las simulaciones realizadas, mientras que en el capítulo 4 concluimos que efectivamente existen varios indicadores que nos permite distinguir un modelo cosmológico de otro. Esto además permitirá comparar con observaciones del espacio real, así como guiar el tipo de observaciones que se requieren para poder así acercarnos al modelo que mejor describe el Universo en el que vivimos.

Capítulo 1

Modelo Cosmológico

Existe una gran cantidad de evidencia de que el Universo tiene una componente no luminosa conocida como “*materia oscura*” y este material no es la materia bariónica habitual de la vida cotidiana (protones, electrones, neutrones, etc.) sino alguna partícula con propiedades desconocidas. Determinar la naturaleza de la materia oscura es uno de los mas importantes problemas sin resolver en la cosmología moderna.

Muchas escalas se han probado en la búsqueda de evidencia de materia oscura: desde la escala cosmológica, o la escala global del Universo, hasta la escala local de las galaxias. Recientemente, el segundo de estos métodos se encontró como el más favorable debido a que es relativamente sencillo extraer información de la dinámica de sistemas cercanos. Experimentos en la escala cosmológica (e.g. WMAP [3], Misión Planck [4], o The Supernova Cosmology Project [5]) hacen posible medidas detalladas de muchos parámetros cosmológicos.

1.1. Materia y Energía en el Universo

La cantidad y composición de materia y energía en el Universo es de fundamental importancia en la cosmología. Por simplicidad, todas las formas de materia y energía se pueden escribir como la fracción de la densidad de energía crítica:

$$\Omega \equiv \frac{\rho_{tot}}{\rho_o} = \Omega_{rad} + \Omega_0 + \Omega_\lambda$$

donde los subíndices “*o*”denotan el valor de la época actual, $\rho_o = 3H_o^2/8\pi G \approx 1.88h^2\text{gcm}^{-3} \approx 278h^2M_\odot\text{kpc}^{-3}$ (en estas expresiones $H_o = 100\text{hkms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ es la constante de Hubble y h es un número en el rango de 0.5 a 1 - donde $h \sim 0.67$ es el valor más aceptado actualmente [6]). En la presente discusión descompondremos la densidad de materia/energía en tres componentes: la fracción aportada por la radiación (o especies relativistas) Ω_{rad} , la componente de materia Ω_0 y una contribución suave Ω_λ . (No hay razón a priori para considerar sólo estas componentes, esta elección trata de reflejar los valores medidos actuales, donde la materia y la radiación son componentes evidentes).

Una de las observaciones mejor definidas en la cosmología (con una precisión de 0.05 %) es que la radiación cósmica de fondo tiene una distribución como una de cuerpo negro de temperatura $T_o = 2.7277$ K. Esto significa que la contribución de los fotones a la densidad total de energía del Universo puede calcularse con precisión, y tiene un valor de $\Omega_\gamma h^2 = 2.48 \times 10^{-5}$. Si los neutrinos no tienen masa o son muy ligeros, entonces su densidad de energía también es muy conocida porque está relacionada con la de los fotones $\Omega_\nu h^2 = 6 \times \frac{7}{8}(4/11)^{\frac{4}{3}}\Omega_\gamma$ (considerando que hay 6 especies de neutrinos). La nucleosíntesis del Big Bang (BBN) restringe la cantidad de especies relativistas adicionales a menos que se hayan producido después de la época de BBN [7].

La temperatura de la Radiación Cómica de Fondo (CMB de sus siglas en Inglés) es casi isotrópica en todo el cielo. Esta es evidencia de que el Universo inició en un estado de densidad infinita. Pero, a una menor escala de prueba, el CMB presenta una anisotropía en la temperatura de $\Delta T/T \approx 10^{-5}$. Estas fluctuaciones se pueden utilizar para determinar el valor de Ω .

En el estado caliente y denso del Universo temprano todas las partículas estaban ligadas. Esto incluye fotones y bariones (en general todas las partículas del modelo estándar). Conforme el Universo se enfrió, llegó un punto donde los fotones se desacoplaron de los bariones. El CMB que observamos está compuesto de fotones que provienen de la superficie de esta última dispersión. A medida que los báriones se acumulaban en los pozos de potencial de materia oscura, la presión de los fotones que actuó como una fuerza de restauración y esto resultó en una oscilación

acústica impulsadas por la gravedad. Estas oscilaciones se pueden descomponer en sus modos de Fourier, las amplitudes multipolares C_{lm} de la anisotropía del CMB están determinados por aquellos modos con $k \sim lH_o/2$. La última dispersión ocurrió por un pequeño periodo de tiempo, esto hace al CMB una foto del Universo en el momento de la última dispersión donde cada modo se puede “ver” en una fase bien definida de su oscilación. Los modos atrapados en la máxima compresión o rarefacción conducen a la anisotropía de la temperatura más grande, que resulta en una serie de picos acústicos. La posición del primer pico depende del valor de Ω (de hecho: $l \approx 200/\sqrt{\Omega}$) [8]. Observaciones recientes del CMB [3, 4], permiten restringir la ubicación del primer pico ($l = 200 \pm 8$ [9]) que a su vez fija el valor de la densidad total de materia/energía del Universo: $\Omega = 1 \pm 0.1$.

La abundancia primitiva predicha de ${}^4\text{He}$ ($\approx 25\%$) fue el primer éxito del BBN. La consistencia de las predicciones de BBN para las abundancia de estos elementos ligeros (D , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$ y ${}^7\text{Li}$) con sus abundancias primitivas inferidas ha sido una prueba importante del modelo Big-Bang en los primeros tiempos. De todos los elementos ligeros, el deuterio proporciona la mejor medición de la densidad de bariones en el Universo. Esto se debe a que la abundancia primitiva de deuterio es más sensible a la densidad bariónica ($\propto 1/\rho_{baryon}^{1.7}$) y su evolución desde el Big-Bang es simple (las estrellas sólo la destruyen).

Mediciones locales, donde alrededor de la mitad del material proviene de las estrellas, no refleja directamente las abundancias primordiales. Las líneas de Lyman del deuterio en el espectro de absorción de tres cuásares con alto corrimiento al rojo ($z > 2$) han permitido una determinación precisa de las abundancias primordiales del deuterio $\rho_D/\rho_H = (3.0 \pm 0.2) \times 10^{-5}$ [10]. Esto nos conduce al valor de la densidad de bariones del Universo de $\Omega_{baryon}h^2 = 0.02 \pm 0.002$ [10]. Mediciones actuales del CMB también proveen un límite de $\Omega_{baryon}h^2 > 0.019$ [9] que es consistente con los resultados anteriores.

Otra forma para medir la densidad de masa/energía total, es a través del parámetro de desaceleración.

$$q_o \equiv -\frac{(\ddot{R}/R)_o}{H_o^2} = \frac{\Omega}{2} [1 + 3p_o/\rho_o]$$

el cuál cuantifica la desaceleración de la expansión debido a la gravedad.

Este método depende de un conocimiento preciso de la distancia luminosa(d_L) para un objeto que, con un corrimiento al rojo bajo z , está relacionado con q_o mediante

$$d_L H_o = z + z^2(1 - q_o)/2 + \mathcal{O}(z^3) \quad (1.1)$$

por lo tanto, la precisión de las mediciones del flujo, \mathcal{F} , de objetos con luminosidad conocida, L , se puede usar para determinar q_o . (La distancia luminosa de un objeto se puede inferir de la ley del cuadrado inverso $d_L \equiv \sqrt{L/4\pi\mathcal{F}}$).

Dos grupos (Supernova Cosmology Project y the High-z Supernova Team) usaron mediciones precisas del flujo de objetos con luminosidad bien definida (Supernova tipo Ia - SNeIa) para concluir que la expansión del Universo se está acelerando en lugar de desacelerarse, es decir $q_o < 0$ [11, 12]. Esto implica que gran parte de la energía en el Universo es una componente desconocida que presión negativa. La explicación más popular para esta nueva componente es la existencia de una constante cosmológica, $\Omega_\lambda \neq 0$.

Por lo tanto, combinando observaciones modernas del CMB [3, 4] , con recientes observaciones de supernovas [5, 13], el paradigma favorecido actualmente es un Universo en donde el contenido de materia corresponde aproximadamente a un tercio de la densidad total, es decir $\Omega_0 \approx 0.3$ y existe una componente extra suave de energía oscura que contribuye $\Omega_\lambda \approx 0.7$. Actualmente se está debatiendo la realidad y la naturaleza física de esta componente, pero por lo general es aceptada.

También es claro que el valor pequeño para la fracción de bariones en el Universo sugiere que la mayor parte de la materia ($\sim 90\%$) tiene que ser una forma de algún material no bariónico desconocido.

1.2. Evidencia astrofísica de la Materia Oscura

En 1932, Oort analizó números y velocidades de estrellas cercanas al Sol y concluyó que la cantidad de materia gravitante implicada por estas velocidades era 30 % a 50 % superior a la que debía por las estrellas visibles. Después, en 1939, Zwicky concluyó que la velocidad de dispersión en cúmulos ricos de galaxias requieren de 10 a 100 veces más masa para mantenerlos unidos de lo que podrían explicar las

galaxias luminosas mismas.

No es simple concluir de estos ejemplos la evidencia de alguna materia exótica, pero sí ilustran como la dinámica de las estrellas, galaxias y cúmulos sirven como una sonda para el contenido de materia en el Universo.

Más pruebas de la existencia de materia oscura provienen de la dinámica de sistemas galácticos, las curvas de rotación de galaxias espirales o la velocidad de dispersión de enanas esferoidales. No se observa suficiente materia luminosa en las galaxias para explicar la cinemática observada, es decir, cuando las velocidades de galaxias espirales son medidas, generalmente se observa que al medir la velocidad de rotación lejos del centro, esta incrementa hasta alcanzar un valor constante. Esto contrasta con lo que se espera de una distribución de materia que corresponde a la materia luminosa (estrellas + gas) en la galaxia.

La escala más pequeña, en la cual existe evidencia de materia oscura son las enanas esferoidales del Grupo Local. Observaciones de las velocidades de dispersión en la mayoría de estos sistemas [14], han soportado por un largo tiempo que son dominadas por materia oscura con proporciones de masa/luz en los rangos de 10-100.

1.3. Características de la Materia Oscura

Dado que la mayor parte de la densidad de materia del Universo no interactúa con los campos electromagnéticos, sólo se detecta por su interacción gravitacional y posiblemente por interacciones de fuerza débil. Sin embargo, los efectos de la materia oscura sobre la materia visible son espectaculares, a medida que los pozos de potencial gravitacional de la materia oscura canalizan a los bariones formando los lugares de nacimiento de las galaxias visibles. El estudio de la ubicación, tamaño y la historia de fusión de galaxias, están conectadas al crecimiento de estructuras de materia oscura, conocidas como “halos”. Reconocemos así, en las simulaciones cosmológicas regiones en las que se aglutan un número de partículas mucho mayor a la densidad promedio; por ser materia oscura, a estos grupos de partículas les nombramos **halos de materia oscura**.

El estudio de los halos de materia oscura no es simple. El consenso dice que un

halo es un objeto ligado gravitacionalmente [15]. Pero no existe un consenso en la definición de sus propiedades. Existen propiedades con las que podemos caracterizar estas estructuras, entre ellas están la masa, las velocidades y su tamaño. Sin embargo, cada una de estas cantidades puede referirse a distintos aspectos físicos de la colección de partículas a la que llamamos “halos”

Para poder hablar del tamaño, ocupamos hablar del radio. Es complicado especificar donde termina un halo debido a que la función de la densidad decrece con el radio y no es acotada, por lo cual es necesario definir un límite. Es decir antes de poder medir la masa de un halo se requiere decidir donde se fijara el radio del halo que se esta estudiando. Un buen límite es considerar el radio que contiene la mitad de la masa. Con este podemos dar una idea del tamaño, así como, de que tan denso es el halo. Para tener el valor de esta masa, consideraremos el radio determinado por todas las partículas que se encuentran ligadas gravitacionalmente; la suma de sus masas nos arrojaría la masa del halo y la mitad de la masa define el radio mencionado.

Otro límite que podemos utilizar es el radio donde se encuentra el pico de la curva de rotación (velocidad máxima radial). Este límite nos permite darnos una idea de la dinámica del halo y de la densidad.

Para poder describir la dinámica de los halos, estudiamos las diferentes velocidades asociadas al sistema. Para determinar la dinámica, podemos usar: la velocidad maxima radial, la velocidad del centro de masa del halo, o bien, la dispersión de velocidades.

La velocidad máxima radial es aquella que se asocia con el pico de la curva de rotación, que se observa en galaxias espirales. Ésta consta de un gráfico de las velocidades de los cuerpos, contra la distancia radial del centro de masa

Para una partícula de masa m en órbita circular alrededor de otra de masa M , la aceleración centrípeta se compensa por la gravedad

$$\frac{GMm}{r^2} = m \frac{V^2}{r}$$

de aquí obtenemos la expresión para la velocidad radial

$$V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

dada que la masa central no está centralizada, debemos considerarla como una distribución de masa $M(r)$

$$V = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \quad (1.2)$$

Conocer esta propiedad nos permite estudiar la distribución de la masa del halo, así como la dinámica del sistema [16].

La velocidad del centro de masa, o bien “la velocidad del halo en la simulación”, es aquella velocidad que se asocia al movimiento de las partículas del halo como uno solo cuerpo, el cual nos permite conocer la dinámica del sistema con respecto al resto de los halos.

Con la dispersión de velocidades de sus componentes, podemos estudiar la dinámica interna de los halos. Una de las primeras observaciones que llevaron a proponer materia oscura fue la observación de la dispersión de velocidad de las galaxias dentro de un cúmulo galáctico [17].

Dada la naturaleza de la materia oscura, la mejor forma de identificarla, es mediante los efectos gravitacionales, por lo que estudiar la masa y su distribución nos permite conocer que tipo de estructuras podemos encontrar, o bien, como la materia oscura domina sobre la materia ordinaria. Por lo tanto, podemos inferir que estructuras de materia ordinaria se forman debido a la presencia y distribución de la materia oscura.

Capítulo 2

Simulaciones Cosmológicas

Las simulaciones cosmológicas son una herramienta esencial para el estudio del Universo. Son el único experimento con el que contamos para reproducir su evolución. Las simulaciones numéricas nos permiten un estudio detallado de formación de estructura [en el régimen](#) no lineal y nos permite hacer conexiones entre un [Universo simple](#), es decir, aquel con alto corrimiento al rojo y con uno complejo, como el que se observa en la actualidad.

El trabajo que se realiza va desde el estudio del agrupamiento gravitacional no lineal de materia oscura, formación de grupos de galaxias, interacción de galaxias aisladas y la evolución de gas intergaláctico. Su desarrollo ha permitido un inmenso avance en estas áreas, el cual no era posible antes dado a las limitaciones que existían en el cómputo [1].

Con la rápida evolución en el rendimiento de las computadoras y algoritmos numéricos, han nacido múltiples códigos que simulan la formación de estructura del Universo. Entendemos por estructura a la red complicada de cúmulos de galaxias, galaxias y hasta cúmulos de estrellas los cuales, dependiendo de la escala que estudiamos, sera la estructura o sub-estructura (asi, por ejemplo las galaxias son parte de la subestructura de los cúmulos de galaxias).

Muchos de estos códigos se han hecho públicos y libres, lo que ha permitido que el estudio sea más sencillo para nuevos investigadores o grupos de investigación [2]. El futuro de las simulaciones numéricas está en hacer mejoras en la precisión y en la fidelidad en la Física de las técnicas de modelado.

2.1. Grandes Simulaciones

Gracias al desarrollo de códigos y el avance en el hardware de las máquinas modernas, han surgido grandes colaboraciones con la intención de realizar simulaciones cada vez más grandes. Algunas de ellas son:

Millennium Simulation

La Millennium Simulation fue una de las más grandes simulaciones de N-Cuerpos realizada en el 2005. Esta contenía más de $2,160^3$ de partículas en una caja de $500 h^{-1} \text{Mpc}$ de años luz por lado, con una masa por particula de $8.6 \times 10^8 h^{-1} M_\odot$. La simulación se realizó por la Virgo Consortium usando 512 procesadores localizados en el Instituto Max Planck para Astrofísica en Garching, Alemania. Tomó 28 días (~ 600 horas), consumiendo alrededor de 343,000 horas de tiempo de cpu [18].

Esta fue la primera simulación parte de una serie de simulaciones relacionadas a volúmenes cosmológicos. En 2008 se realizó una segunda simulación con las misma cosmología, misma estructura de salida y misma cantidad de partículas, pero con una caja 5 veces mas pequeña, lo que aumentó la densidad de partículas y por tanto permitió tener una resolución de masa 125 veces mejor.

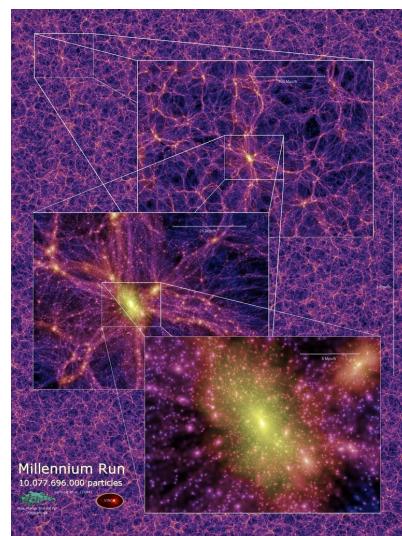


Figura 2.1: Se muestra el mapa de densidad de un corte de $15 Mpc/h$ en redshift $z = 0$ de la *Millennium Simulation*. Imagen obtenida de MPA

Eagle Simulation

El proyecto EAGLE (Evolution and Assembly of GaLaxies and their Environments) es un trabajo de la colaboración The Virgo Consortium, la cual es una simulación hidrodinámica de gran escala de un Universo de Λ CDM, el cual tenía como objetivo entender como las galaxias se forman y evolucionan. La más grande de las simulaciones se realizó con 2×1504^3 partículas, donde las partículas de gas tenían una masa de $1.81 \times 10^6 M_\odot$ y las de materia oscura de $9.70 \times 10^6 M_\odot$, en un volumen de 100 Mpc por lado, conteniendo al menos 10,000 galaxias del tamaño de la Vía Láctea, la cual tardó más de un mes y medio de tiempo de cómputo y una de las mas grandes super-computadoras con 4000 núcleos de procesamiento usando una versión modificada del código de simulación GADGET-2 [19, 20].

La simulación empieza en un Universo todavía muy uniforme (sin formación de estrellas o galaxias) usando parámetros motivados por las observaciones del satélite Plank [3, 4]. Algunos de los parámetros cruciales de la simulación son la densidad de materia oscura, la cual es responsable de la formación de estructura de materia bariónica, así como la constante cosmológica, responsable de la expansión acelerada del Universo.

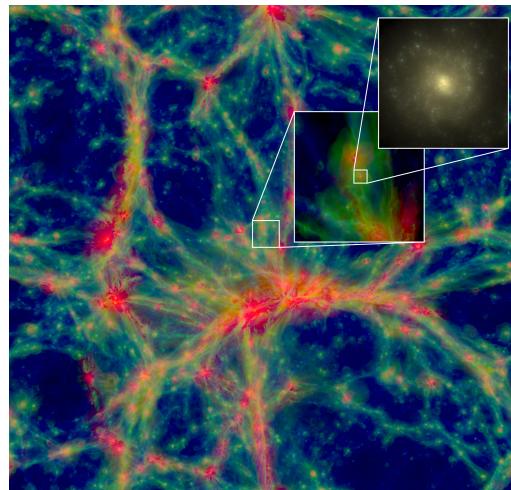


Figura 2.2: Se muestra el mapa de densidad de la Eagle Simulation. Obtenida de *The Eagle Project*

Es eviente de las figuras 2.1 2.2, Como en las simulaciones cosmológicas las partículas se aglomeran para formar grupos cada vez mas grandes. Al inicio (en un

alto corriemito al rojo) las simulación tiene una densidad muy uniforme, conforme avanza el tiempo vemos que se generan agrupaciones esféricas entrelazadas con una red de densidad de partículas. A toda esta complejidad en la distribución de la densidad de partículas en la simulación le llamamos también estructura. Al fijarnos con detalle en una colección esférica grande con respecto al volumen de la simulación notamos que también se forman pequeños grupos, los serán ahora la sub-estructura.

2.2. La interacción dominante en las simulaciones

Para estudiar el comportamiento de un sistema de partículas, tenemos que simplificarlo lo más posible. Empezamos identificando la fuerza responsable del movimiento de las partículas, en este caso es la gravedad y en específico nos quedamos con la gravedad descrita por Newton (2.1). Por tanto, solo requerimos conocer las masas y las posiciones de las partículas.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (2.1)$$

Pero como estamos tratando con sistema de N partículas tenemos que considerar la contribución de fuerzas debida al resto de las partículas. Por el teorema de superposición podemos decir que

$$F_1 = F_{1,2} + F_{1,3} + \cdots + F_{1,N} = \sum_{i=2}^N F_{1,i} \quad (2.2)$$

Pero también podemos resolver el problema si trabajamos con el potencial

$$\nabla \phi(\mathbf{r}) = \mathbf{F} \quad (2.3)$$

2.3. Una razón práctica para las simulaciones

Si consideramos las dimensiones de nuestra galaxia, podemos calcular el camino medio libre de una estrella antes de que colisione con otra estrella. En un sistema de partículas que se mueven en órbitas rectas, el camino medio libre es $\lambda = 1/(n\sigma)$ donde n es la densidad numérica de partículas y σ es la sección transversal de cada

estrella. Asumiendo que todas las estrellas son como nuestro sol ($\sigma = \pi(2R_\odot)^2$ donde $R_\odot = 6.96 \times 10^{10}$ cm) y teniendo que en la galaxia hay aproximadamente 10^{11} estrellas distribuidas uniformemente sobre un disco de radio de 10kpc y grosor de 1kpc , tenemos una densidad de número de estrellas en el disco de $n = 0.3\text{pc}^{-3}$. Por lo tanto el camino medio libre es de $\lambda = 1.5 \times 10^{33}\text{cm} = 5 \times 10^{14}\text{pc}$. Ahora el tiempo entre colisiones es aproximadamente λ/v , donde v es la velocidad aleatoria de una estrella en un lugar dado. Para $v = 40\text{km s}^{-1}$ el intervalo entre colisiones es aproximadamente de 10^{19} años, 10^9 veces más antiguo que la edad de la galaxia [21]. Es evidente que las colisiones entre estrellas son lo suficientemente raras que no tienen importancia en la dinámica de las galaxias, por lo que para cualquier propósito, la dinámica de las estrellas en la galaxia se pueden aproximar a la de un conjunto de puntos masivos que no colisionan entre si, es decir un gas sin colisiones.

Como vemos que las colisiones entre estrellas de una galaxia son raras, podemos decir que a la escala del Universo sucede lo mismo. Por lo tanto, si queremos simular nuestro Universo, idealmente se debe resolver la ecuación de Boltzmann sin colisiones (CBE)

$$\frac{df}{dt} \equiv \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} \quad (2.4)$$

donde el potencial auto-consistente Φ es la solución a la ecuación de Poisson

$$\nabla^2 \Phi(\mathbf{r}, t) = 4\pi G \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (2.5)$$

y $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ es la densidad de partículas en el espacio fase.

Seguir esta ruta presenta algunos retos tanto computacionales como físicos ya que debemos conocer bien la densidad en el espacio fase. Esta cantidad es prácticamente imposible de conocer para el Universo temprano, aunque se hacen algunos intentos por extrapolar posibles formas a partir de estructuras que vemos en el cielo actualmente (ver por ejemplo, [[21, Binney]], capítulo 7).

La solución que se ha preferido es aproximar la dinámica mediante códigos de N-cuerpos, en los cuales se supone una interacción entre partículas dada por la interacción gravitacional clásica por pares de partículas en las cuales se agrega un radio de suavizado para evitar dividir por cero cuando se acercan mucho los cuerpos.

Existen grandes cantidades de códigos para simulaciones de N-Cuerpos, pero se diferencian en como realizan los cálculos para el movimiento gravitacional. Además de que siempre están buscando la forma de hacer los simuladores mas rápidos y eficientes.

2.4. GADGET-4

Los código GADGET han sido de los más utilizados en el estudio de formación de estructura y estudio de la materia oscura en las últimas dos décadas. Han existido varias iteraciones de los códigos GADGET, siendo GADGET-4 la más reciente y una renovación completa del simulador.

La motivación detrás de la nueva versión de GADGET-4 fue construir un simulador con el cual se pudieran tener simulaciones más grandes y con mayor precisión. Esto implica tener cálculos con gran poder estadístico y mayor resolución y para lograr esto, GADGET-4 hace uso de métodos de paralelización avanzados. Pero debido a la necesidad de tener simulaciones cada vez más grandes, se ha buscado mejorar escalabilidad del código GADGET-4 [2].

Para grandes simulaciones, se procura tener un buen rendimiento en condiciones de alto rango dinámico en escalas de tiempo. También busca mejorar la precisión en los cálculos de fuerza gravitacional e hidrodinámica. Finalmente se buscó modernizar el código, quitando partes obsoletas y mejorando la legibilidad y la modularidad del código con el objetivo de que los usuarios puedan desarrollar con facilidad extensiones para el mismo.

Una de las características que separa a GADGET-4 de otros simuladores, es que es un código flexible multi-propósito que no restringe el tipo de simulaciones, sino que da prioridad a la flexibilidad sobre la optimización para casos específicos. Para esto se implementaron un buen número de nuevos métodos numéricos. También se introdujeron nuevas funcionalidades al [código para la búsqueda](#) de grupos y sub-estructura (*Friends of Friends* (FOF), SUBFIND) así como un *Merger Tree* que corre junto a la simulación. Se incluyó una nueva variación de un buscador de sub-estructura, SUBFIND-HBT, que usa la información de sub-halos del pasado en consideración,

lo que permite una forma robusta y eficiente de seguir la sub-estructura en el tiempo incluso después de unirse a otro halo. GADGET-4 también es capaz de generar sus condiciones iniciales ya sea usando la aproximación de Zeldovich o con la teoría de la perturbación lagrangiana de segundo orden (2PLT) [2].

Cálculos de Gravedad de GADGET-4

Tenemos un potencial $\Phi(\mathbf{x})$ producido por N partículas con masas m_j en coordenadas x_j en el dominio con dimensiones $L_x \times L_y \times L_z$ que se replica periódicamente en las tres direcciones, está dado por:

$$\Phi(\mathbf{x}) = - \sum_{j=1}^N \sum_{\mathbf{n}=-\infty}^{\infty} \frac{m_j}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x} + \mathbf{q}_n| + |\epsilon(\mathbf{x}_j - \mathbf{x} + \mathbf{q}_n)|} - m_j \varphi_{\mathbf{n}}(\mathbf{x}) \quad (2.6)$$

donde $\mathbf{q}_{\mathbf{n}}$ denota vectores de desplazamiento periódico dados por $\mathbf{q}_n = (n_x L_x, n_y L_y, n_z L_z)$ y $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ son tripletes enteros y la suma sobre \mathbf{n} se extiende sobre todo los tripletes. Se omitió la constante gravitacional G por simplicidad. La contribución del potencial $\varphi_{\mathbf{n}}(\mathbf{x})$ es el de un cubo homogéneo de unidad de masa y extensión $L_x \times L_y \times L_z$ con un desplazamiento $\mathbf{q}_{\mathbf{n}}$. Este término se agrega para que la suma converja sobre un sistema periódico.

La función $\epsilon(r)$ describe a la ley de suavizado gravitacional. Debemos asumir que el suavizado tiene un rango finito, donde $\epsilon(r) = 0$ para $r \geq r_0$ y donde r_0 es más pequeño que la mitad de la dimensión más pequeña de la caja. En GADGET-4 se ha adoptado un potencial donde el potencial de una partícula puntual se remplaza por un potencial con una distribución de masa suave con bordes en $h = 2.8\epsilon_0$, donde ϵ_0 es el radio de suavizado. La ley de suavizado está dada por:

$$\epsilon(r; \epsilon_0) = -\frac{2.8\epsilon_0}{W_2(r/2.8\epsilon_0)} - r \quad (2.7)$$

Ahora definamos $\mathbf{q}_j^*(x)$ como el desplazamiento periódico que minimiza la distancia de $\mathbf{x}_j + \mathbf{q}_n$ a x (es decir selecciona la ubicación de la partícula j imagen periódica más cercana a la posición \mathbf{x}), podemos escribir el potencial como:

$$\begin{aligned}\Phi(\mathbf{x}) = & - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x} + \mathbf{q}_j^*| + |\epsilon(\mathbf{x}_j - \mathbf{x} + \mathbf{q}_j^*)|} \\ & + \sum_{j=1}^N m_j \psi(\mathbf{x}_j - \mathbf{x} + \mathbf{q}_j^*)\end{aligned}\quad (2.8)$$

donde la primera parte es el potencial gravitacional de newton con una corrección para considerar el radio de suavizado y el segundo término en potencial se introduce como una corrección para el suavizado de imágenes distantes. Este es el potencial que GADGET-4 usa como base para los cálculos de gravedad, pero como GADGET-4 es un simulador diseñado para abarcar una amplia gama de necesidades, sus desarrolladores implementaron diversos algoritmos para la forma en la que se realizaron los cálculos.

Buscador de grupos y sub-halos

Las simulaciones cosmológicas son una herramienta útil para simular el movimiento de cuerpos en nuestro Universo, pero ocupamos más herramientas para poder describir las propiedades del Universo. En GADGET-4 se han implementado una diversa cantidad de herramientas con las que podemos estudiar nuestras simulaciones y muchas de éstas corren junto a la simulación, lo que permite tener mejores resultados. Algunas de las herramientas que tiene GADGET-4 son buscador de grupos y sub-halos, construcción de arboles de fusión, conos de luz, estimación del espectro de potencia y generación de condiciones iniciales.

La herramienta de nuestro interés fue el buscador de grupos y sub-halos. GADGET-4 tiene tres implementaciones distintas. Se implementó un *Friends of Friends* (FOF), un algoritmo SUBFIND para buscar sub-estructura ligada gravitacionalmente y nueva variante SUBFIND-HBT el cual usa información pasada de miembros del grupos para ver la evolución de los grupos y sub-halos.

Friends of Friends (FOF)

El algoritmo de FOF organiza los halos en una lista de enlaces. Este empieza poniendo todas las partículas en su propio grupo, luego se busca todos los pares

de partículas con una distancia menor a longitud de enlace l . El valor más común de l es 0.2 veces la distancia media entre partícula. De esta manera los halos están ligados por contornos de densidad que aproximan sobre-densidades. Cada par que se encuentra con una distancia suficientemente pequeña, provoca que los grupos a los que pertenecen se unan. La implementación de GADGET-4 se ha reportado tener mayores velocidades comparados con otras implementaciones en la literatura [2].

SUBFIND

En la búsqueda de estructuras de materia oscura, el buscador FOF se puede combinar con el algoritmo SUBFIND. La idea es checar si los halos encontrados son estructuras ligadas gravitacionalmente. Primero se busca el campo de densidad, donde se busca picos de densidad aislados. De ahí se buscan los puntos sillas que conectan dos picos de densidad. El pico pequeño se registra como un candidato de sub-estructura, el cual se somete a un procedimiento con el cual se verifica que se encuentra ligado gravitacionalmente.

En la implementación que se realizó en GADGET-4, para la selección de cuales picos son sub-estructura y cuales sólo están en el fondo (no forman parte de la sub-estructura), se puede tomar en cuenta la historia de las partículas, es decir, de cuales halos formo parte en el pasado. Esto lo puede hacer mientras evoluciona el sistema, tomando en cuenta a qué halos han pertenecido y la suma acumulada del tamaño del halo,[mientras que si se realiza](#) al terminar la simulación esta información se recolecta de los snapshots en orden temporal. El pico con la mayor suma se identifica como un pico del fondo (no es necesariamente el pico con la mayor cantidad de partículas).

SUBFIND-HBT

Hemos visto dos herramientas que nos permiten identificar estructuras, cada una con una aproximación diferente para determinar la pertenencia de las partículas a la estructura. Ahora veremos la última implementación de buscador de estructura que tiene GADGET-4. SUBFIND identifica estructura ligada gravitacionalmente en el espacio coordenado en un solo corte temporal. Este método [es](#) demandante computacionalmente y tiene problemas para identificar toda la materia que contiene.

ne la sub-estructura, especialmente cerca del pericentro del subhalo que orbita un halo más grande. Una forma de buscar esta materia es buscando en los grumos de partículas pero ahora en el espacio fase.

La búsqueda en el espacio fase tiende a ser muy rápida, ya que suele omitir el paso donde verifican si las partículas se encuentran ligadas gravitacionalmente, lo que hace que las estructuras identificadas tengan una naturaleza física no definida seguramente. Una alternativa es depender de información pasada para la identificación de halos. Si tenemos un conjunto de partículas que se encuentran ligadas gravitacionalmente y se clasifica como una sub-estructura de un sistema más grande, se puede checar continuamente si las partículas siguen ligadas. Esto asume que las estructuras solo pueden perder partículas y que no crecen en masa en una manera apreciable cuando se encuentra en órbita de un sistema más grande. Este algoritmo se le conoce como *Hierarchically Bound Tracing*(HBT).

GADGET-4 implementó una variante de HBT+. En la práctica, este algoritmo puede reemplazar a SUBFIND teniendo la misma estructura de salida, a este enfoque SUBFIND-HBT. Funciona solamente con los snapshots en secuencia procesados en orden temporal. El método primeramente encuentra nuevos grupos FOF. Después se identifican candidatos para sub-estructura en cada grupo FOF basados en sus pasadas afiliaciones de sub-estructuras. Los candidatos más grandes encontrados se descartan por el momento, debido a que el procedimiento lo identifica como el halo del fondo del grupo, el cual puede crecer en masa. El resto de los candidatos se someten a un proceso para identificar si las partículas siguen ligas a la sub-estructura usando sus coordenadas en el espacio fase. Este método es significativamente más simple y barato computacionalmente ya que no se necesita calcular el campo de densidad y por tanto no hay necesidad de procesar el cálculo de los puntos sillas. La gran ventaja es que es capaz de recuperar la masa total de todas las sub-estructuras, incluso de las que están cerca del pericentro en su órbita [2].

En los capítulos que siguen aplicaremos esta metodología para encontrar, en valores específicos del corrimiento al rojo, diferentes propiedades de la colección de halos de materia oscura, entre ellos el número total de halos, sus masas, radios y velocidades. Esto lo repetimos para diferentes cosmologías.

Capítulo 3

Halos de Materia Oscura

Con la intención de conocer y diferenciar diferentes cosmologías, en nuestro estudio de los halos, optamos por realizar una variedad de simulaciones de materia oscura. Desde simulaciones con cosmologías de Universos planos ($\Omega = 1$), así como cosmologías de universos con densidades sub-críticas ($\Omega < 1$) y super-críticas ($\Omega > 1$). Las simulaciones que realizamos tienen 16,777,216 partículas en una caja de 50 Mpc y se empezaron en un corrimiento al rojo de $z = 63$ hasta un $z = 0$ con un número mínimo de partículas para los grupos (DesLinkNgb) de 20. Los parámetros específicos se mencionan en la tabla 3.1.

Ω	Ω_0	Ω_λ	Masa por partícula (M_\odot)
$\Omega = 1$	0.309	0.691	6.39×10^8
	0.691	0.309	1.43×10^9
	0.500	0.500	1.03×10^9
$\Omega < 1$	0.309	0.000	6.39×10^8
	0.1545	0.691	3.19×10^8
	0.309	0.3455	6.39×10^8
$\Omega > 1$	0.409	0.691	8.46×10^8
	0.309	0.791	6.39×10^8

Tabla 3.1: Se muestra un resumen de las simulaciones que se realizaron y que parámetros fueron lo que se usaron para correr GADGET-4. Son Simulaciones que corren de un redshift $z = 63$ a $z = 0$ con 16,777,216 ren una caja de 50 Mpc.

3.1. Cosmología Plana $\Omega = 1$

Comenzaremos con un estudio de las cosmologías planas (aquellas donde las densidades sean $\Omega = 1$). Estudiaremos 3 cosmologías planas, empezando con las que tienen las densidades más aceptadas de nuestro Universo ($\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$ [4]). Luego pasaremos nuestra atención a estudiar los efectos que hay con las densidades invertidas ($\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$) y para terminar con las cosmologías planas veremos los efectos en un Universo con densidades iguales ($\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$).

3.1.1. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$

En la evolución de este Universo, la materia comienza a agruparse lentamente en lo que llamamos halos. En un principio la materia parece una nube difusa sin estructuras internas, después de un tiempo en el que se está [agrupando](#), pequeñas estructuras de materia se empiezan a formar. Las primeras estructuras son pocas como se aprecia en la figura 3.1. Las estructuras tardan tiempo en aparecer y eventualmente hay un aumento acelerado en la cantidad halos que se forman y más hacia al presente vemos un pico donde empiezan a disminuir el total de halos.

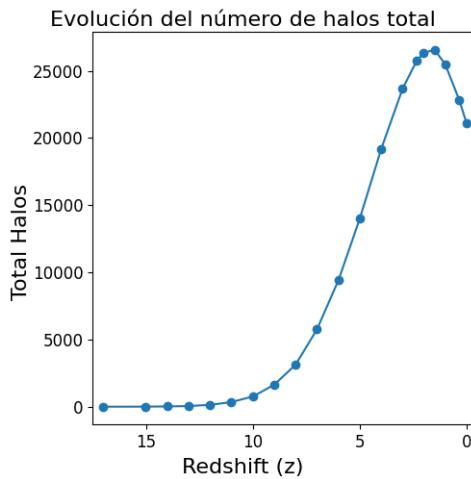


Figura 3.1: Se muestra el número de halos según el redshift y podemos observar como evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.309$.

La distribución de la masa para esta cosmología se observa en las figuras 3.2 y 3.3, [donde ajustamos una distribución ex-Gaussian](#). Los rangos de la masa se

encuentran entre las $10^{10.11} M_{\odot}$ a $10^{14.32} M_{\odot}$ a lo largo de la evolución del sistema. Las primeras estructuras, las que tienen z altos, tenían masas menores a $10^{10.65} M_{\odot}$ en $z = 15$ y las estructuras en z pequeños, la mayor parte de los halos tenían masas entre $10^{10.25} M_{\odot}$ y $10^{11.25} M_{\odot}$ con estructuras que alcanzan $10^{14.32} M_{\odot}$ en $z = 0$. Mientras, la figura 3.4 nos muestra el comportamiento medio durante la evolución donde observamos que la masa media incrementa desde $10^{10.41} M_{\odot}$ con una desviación de $10^{0.09} M_{\odot}$ en $z = 15$ hasta $10^{10.75} M_{\odot}$ con una desviación de $10^{0.5} M_{\odot}$ en $z = 0$.

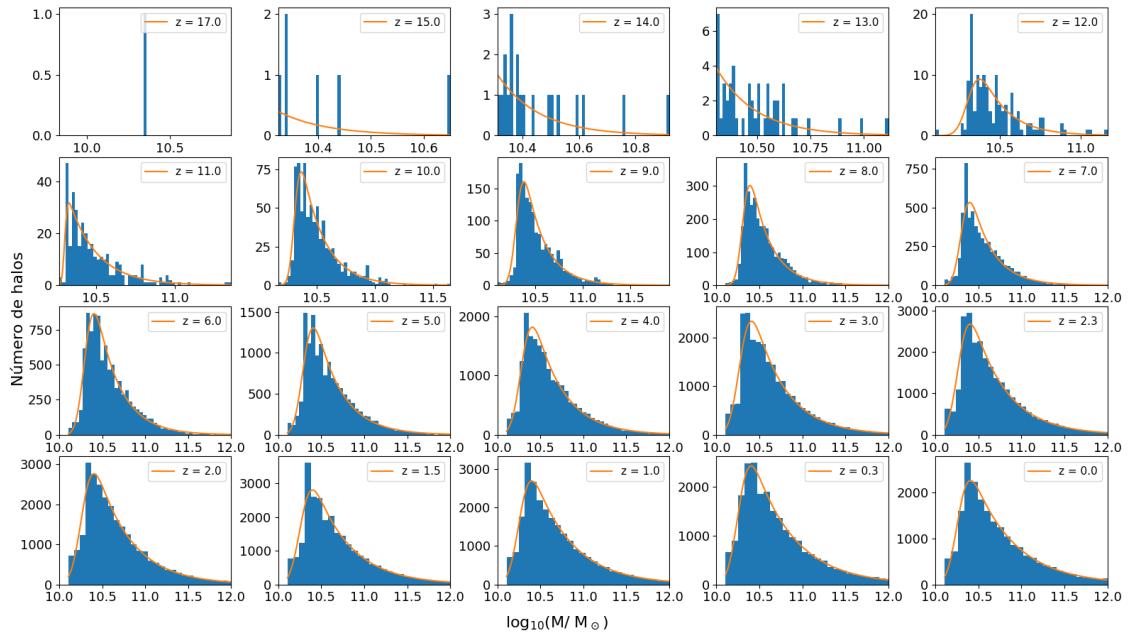


Figura 3.2: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de masa y su ajuste conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_{\lambda} = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 17$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez más masivos.

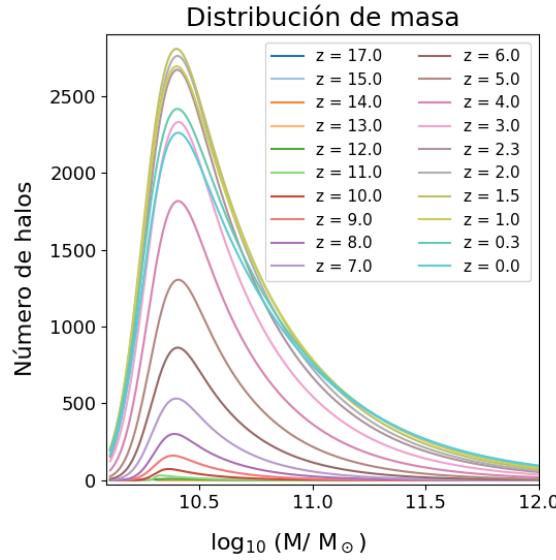


Figura 3.3: Mostramos los ajustes de la figura 3.2 para destacar la evolución de la distribución de masa del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 17$ hasta un $z = 0$.

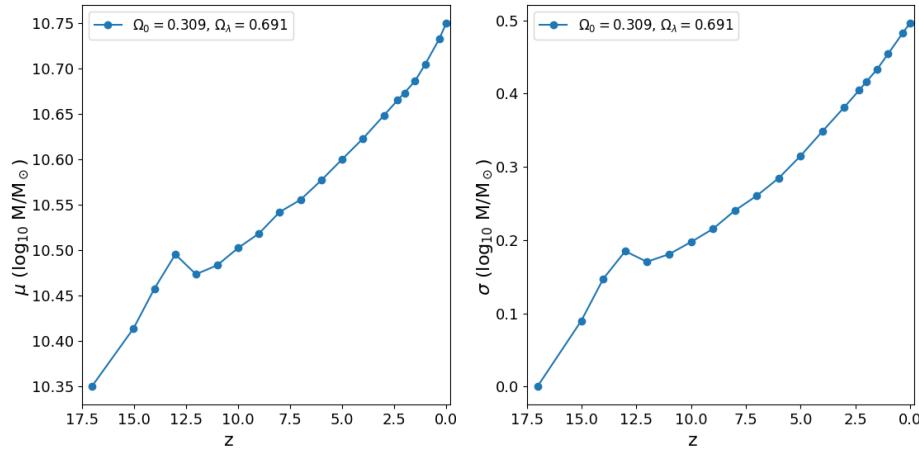


Figura 3.4: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad de los halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 17$ hasta un $z = 0$.

En las figuras 3.5 y 3.6, donde ajustamos una distribución normal, podemos ver el radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del Universo. Vemos que los radios se encuentran entre los $10^{0.33}$ kpc y $10^{2.69}$ kpc a lo largo de la simulación, donde en los redshifts altos, los halos tienen radios entre los $10^{0.33}$ kpc y los $10^{0.51}$ en $z = 15$ y las estructuras más recientes tienen la mayor parte

de los halos en el rango de $10^{1.28}$ kpc y los $10^{1.66}$ kpc con halos que alcanzan hasta los $10^{2.69}$ kpc en $z = 0$. En la figura 3.7 vemos el crecimiento del radio medio desde $10^{0.44}$ kpc con una desviación de $10^{0.06}$ kpc en $z = 15$ hasta un radio de $10^{1.47}$ kpc con una desviación de $10^{0.19}$ kpc en $z = 0$.

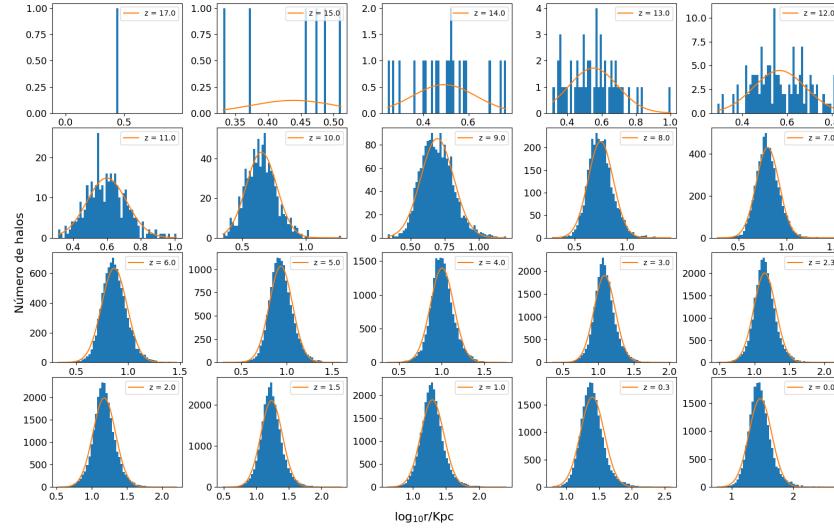


Figura 3.5: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio que contiene la mitad de la masa y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 17$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

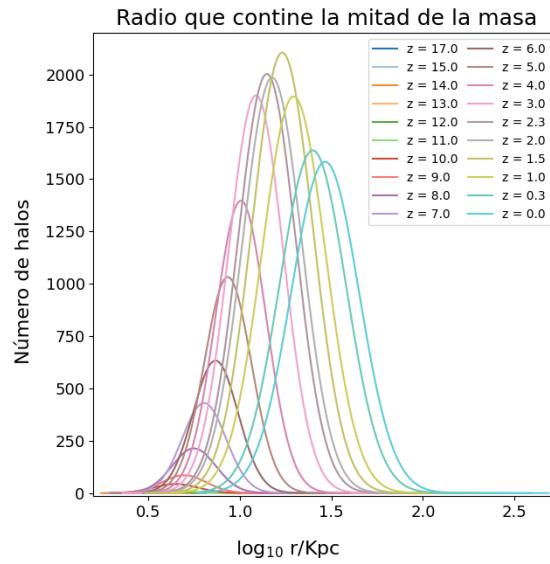


Figura 3.6: Mostramos los ajustes de la figura 3.5 para destacar la evolución de la distribución del radio que contiene la mitad de la masa del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 17$ hasta un $z = 0$.

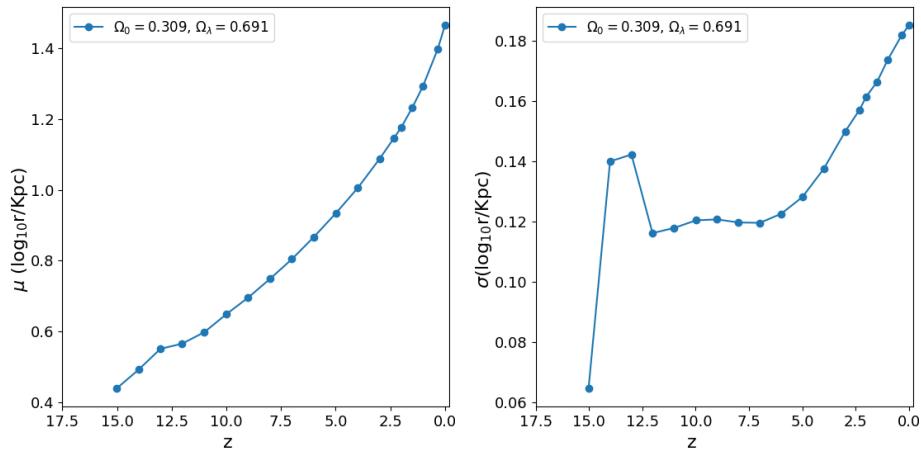


Figura 3.7: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio que contiene la mitad de la masa que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 17$ hasta un $z = 0$.

Otra medida que utilizamos para dar una idea en el tamaño que tienen los halos es usando el radio donde tenemos la mayor velocidad circular. En las figuras 3.8 y 3.9, donde ajustamos una distribución normal, observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras, tenemos halos con radios que van desde los 1.44 kpc hasta los 411.48 kpc. Vemos que la gran mayoría de los halos tienen tamaños entre 11.91 kpc y 43.29 kpc con halos que alcanzan hasta los 411.48 kpc en $z = 0$ y en $z = 15$ tenemos halos menores a 3.61 kpc. En la figura 3.10 vemos que la media va desde los 2.45 kpc con una desviación de 0.88 kpc en $z = 15$ hasta 27.60 kpc con una desviación de 15.69 kpc en $z = 0$.

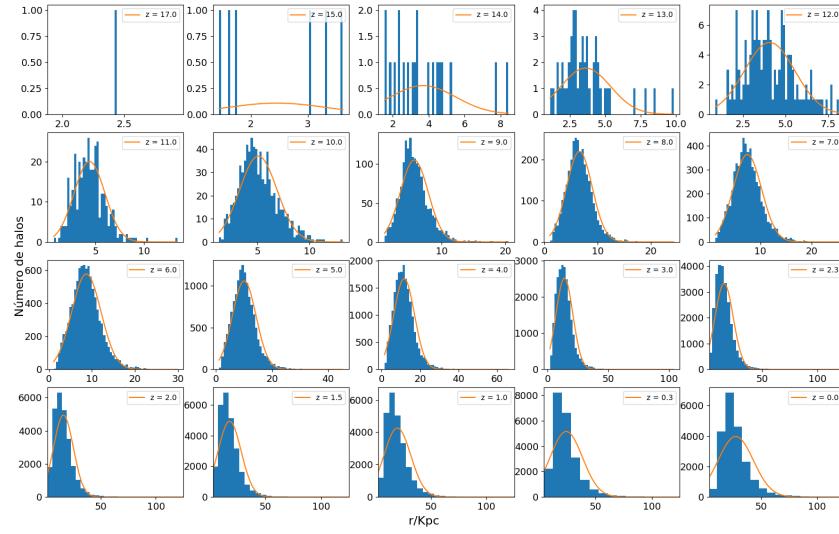


Figura 3.8: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio donde alcanza su velocidad máxima circular y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 17$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

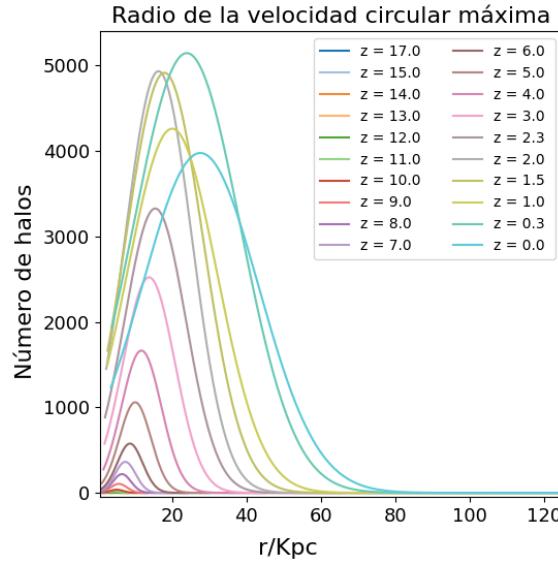


Figura 3.9: Mostramos los ajustes de la figura 3.8 para destacar la evolución de la distribución del radio donde alcanza su velocidad máxima circular del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 17$ hasta un $z = 0$.

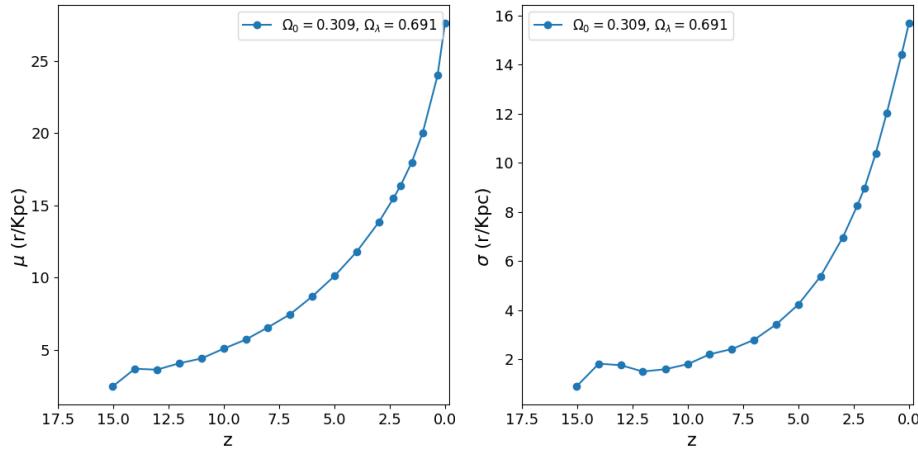


Figura 3.10: En la izquierda mostramos la media del radio donde alcanza su velocidad máxima circular en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio donde alcanza su velocidad máxima circular que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 17$ hasta un $z = 0$.

Continuando con las velocidades, empezamos con la velocidad circular máxima, [donde ajustamos una distribución ex-Gaussian](#). Podemos apreciar que las velocidades circulares van de los rangos de los 22.82 kms^{-1} hasta los 992.53 kms^{-1} donde vemos la gran mayoría de los halos entre los 123.37 kms^{-1} y 176.89 kms^{-1} en $z = 15$ y entre los 40.87 kms^{-1} y 108.67 kms^{-1} en $z = 0$, como se muestra en las figuras 3.11 y 3.12. Lo que podemos ver en la figura 3.13 es que la velocidad media disminuye rápidamente desde 150.13 kms^{-1} con una desviación de 26.76 kms^{-1} en $z = 15$ hasta que alcanza 74.77 kms^{-1} con una desviación de 33.90 kms^{-1} en $z = 0$.

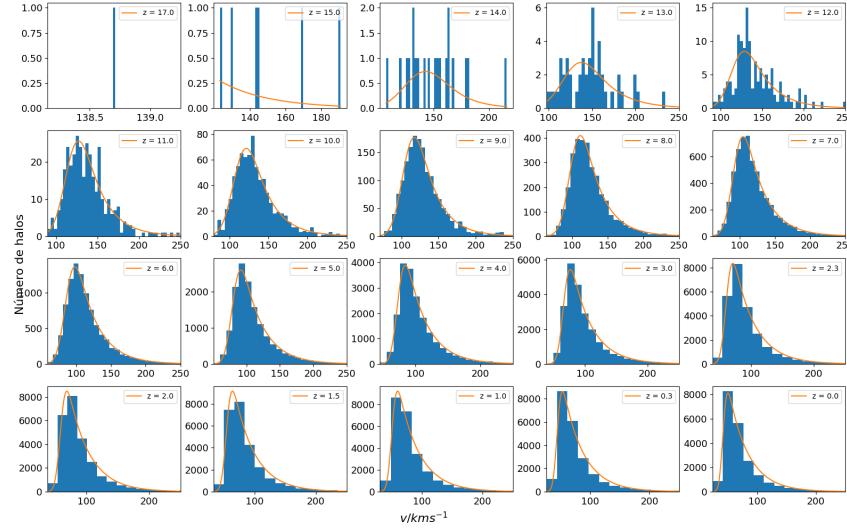


Figura 3.11: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos de la velocidad circular máxima y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 17$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

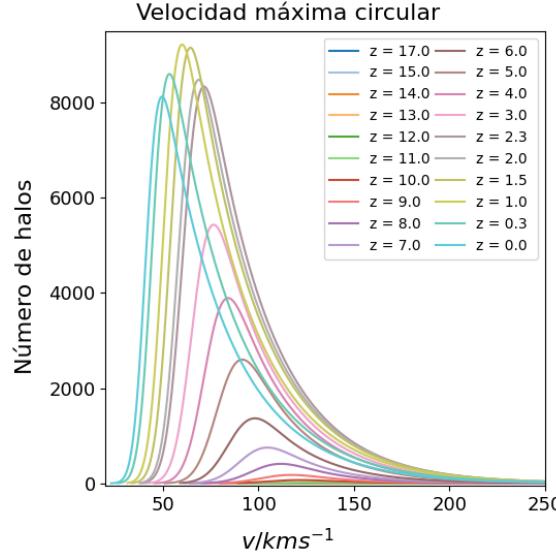


Figura 3.12: Mostramos los ajustes de la figura 3.11 para destacar la evolución de la distribución de la velocidad circular máxima del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 17$ hasta un $z = 0$.

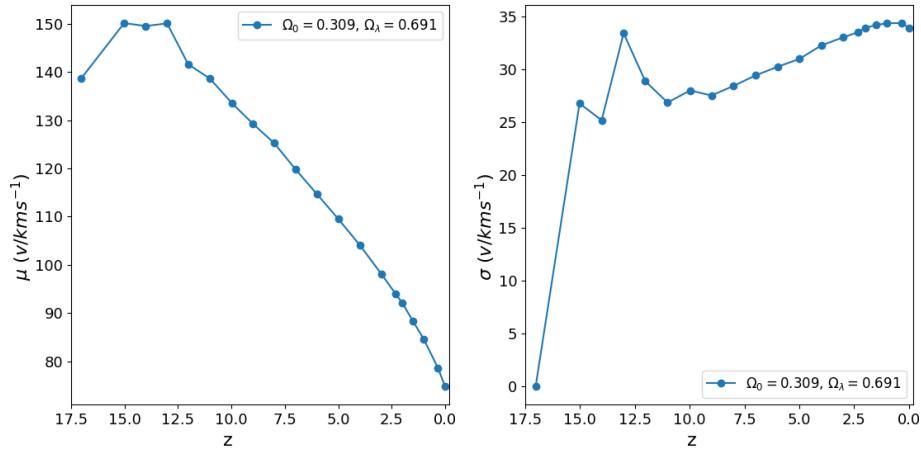


Figura 3.13: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la velocidad circular máxima que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 17$ hasta un $z = 0$.

Ahora hablemos de la dispersión de las velocidades de los halos de materia oscura. La dispersión de velocidades de estos halos esta entre 12.78 kms^{-1} a los 572.55 kms^{-1} a lo largo de la evolución de los halos. Vemos en las figuras 3.14 y 3.15, [donde ajustamos una distribución ex-Gaussian](#), que en $z = 15$ la mayor parte de los halos se encuentran en el rango de los 72.16 kms^{-1} a los 98.34 kms^{-1} con picos en los 107.89 kms^{-1} , mientras que en $z = 0$ vemos la mayor parte de los halos con velocidades que van entre 18.39 kms^{-1} y 55.77 kms^{-1} con picos en 572.55 kms^{-1} . En la figura 3.16 observamos que la dispersión de velocidades media disminuye desde los 85.25 kms^{-1} con una desviación de 13.09 kms^{-1} en $z = 15$ a 37.08 kms^{-1} con una desviación de 18.69 kms^{-1} en $z = 0$.

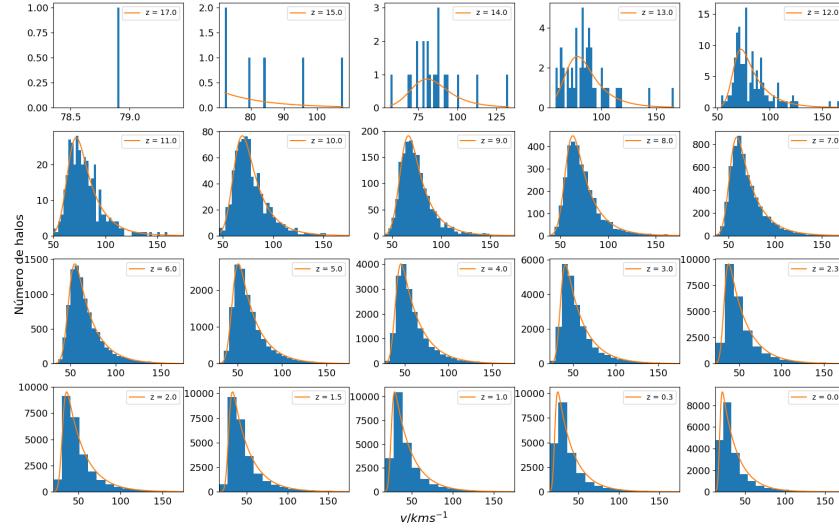


Figura 3.14: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de la dispersión de velocidades y su ajuste conforme evoluciona el Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 17$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

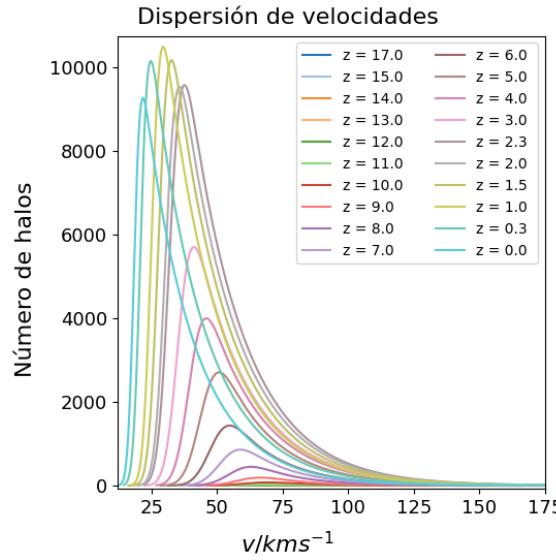


Figura 3.15: Mostramos los ajustes de la figura 3.14 para destacar la evolución de la distribución de la dispersión de velocidades del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 17$ hasta un $z = 0$.

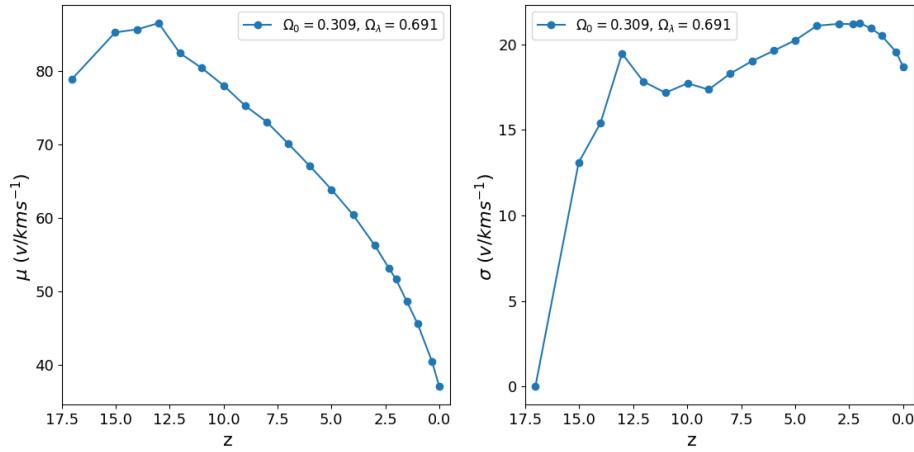


Figura 3.16: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la dispersión de velocidades que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 17$ hasta un $z = 0$.

Finalmente, la figura 3.17 muestra a lo que conocemos como la *Cosmic Web* vista desde un plano. Se ve el mapa de densidad de la simulación del Universo en diferentes redshifts. En los redshift altos (viendo más al pasado) se observan nubes difusas donde no hay una estructura, mientras que los redshift bajos (más al presente) se observan estructuras mejor definidas y con el tiempo vemos que hay un aumento en la cantidad de estructura que se observa.

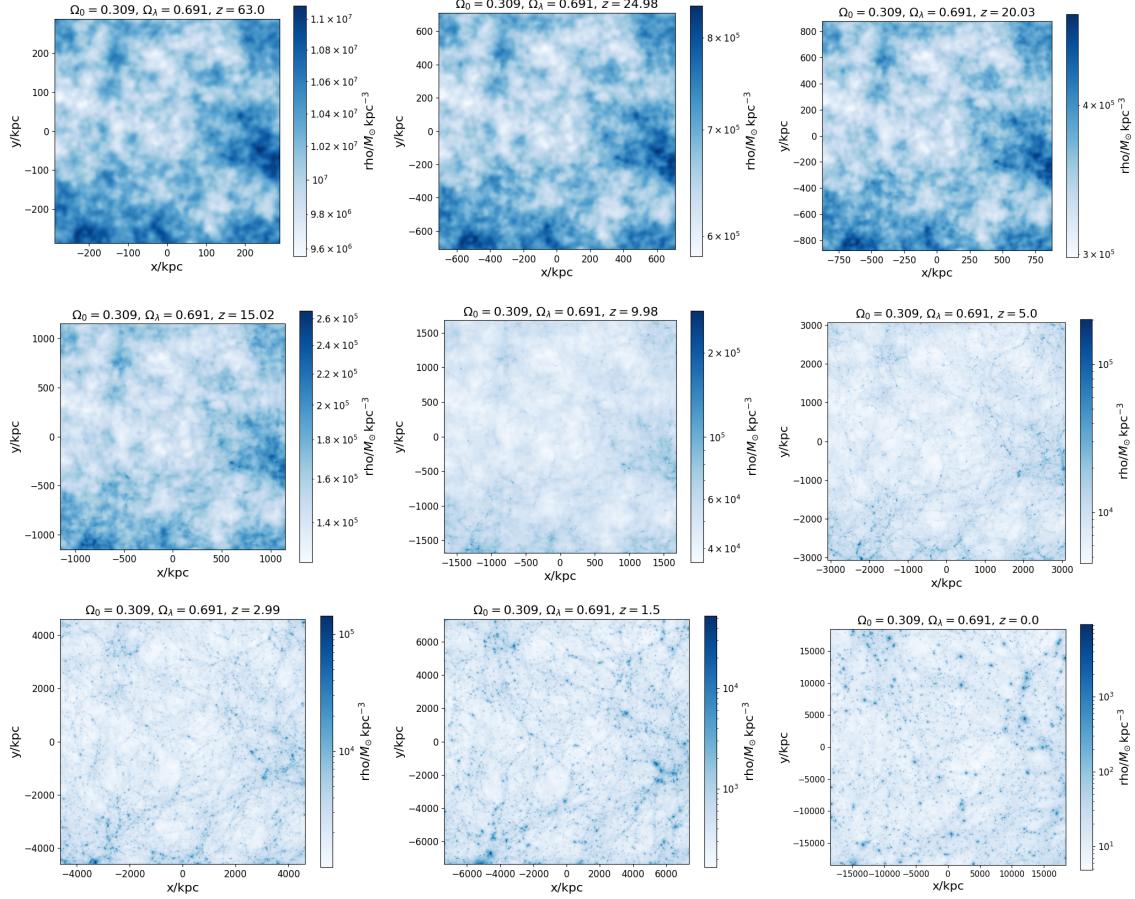


Figura 3.17: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.309$.

3.1.2. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$

Hemos estudiado un Universo con las densidades más aceptadas, pero como cambia si las densidades cambian, para este caso que sucede si invertimos las densidades pero dejamos el Universo plano. Primeramente podemos apreciar en la figura 3.18 que los halos se empiezan a formar en redshift $z = 14$ pero tiene un comportamiento similar a la cosmología anterior, teniendo el pico en la cantidad de halos alrededor del redshift $z = 2$.

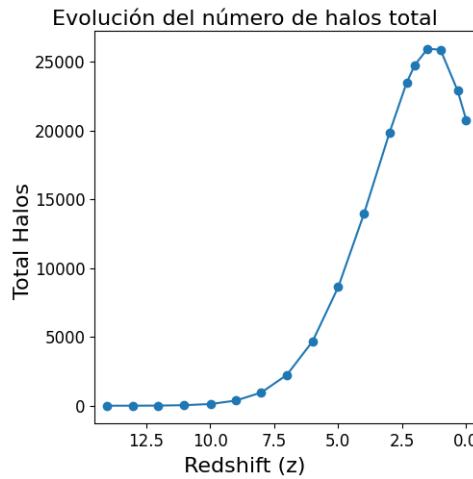


Figura 3.18: Se muestra el número de halos y como cambia la cantidad conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.309$ y $\Omega_0 = 0.691$.

La distribución de masa de este Universo en los diferentes redshifts, se observa en la figura 3.20. En este Universo los halos tienen una masa de entre $10^{10.46} M_\odot$ y $10^{14.65} M_\odot$ a lo largo de la simulación. En $z = 13$ se forman estructuras con masa entre $10^{10.67} M_\odot$ y $10^{10.90} M_\odot$, mientras que $z = 0$ la mayor parte de los halos tienen entre $10^{10.60} M_\odot$ y $10^{11.58} M_\odot$. Además en la figura 3.21 vemos que la media muestra un incremento en la masa de los halos, el que va de $10^{10.79} M_\odot$ con una desviación $10^{0.09} M_\odot$ en $z = 13$ hasta $10^{11.09} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.49} M_\odot$ en $z = 0$.

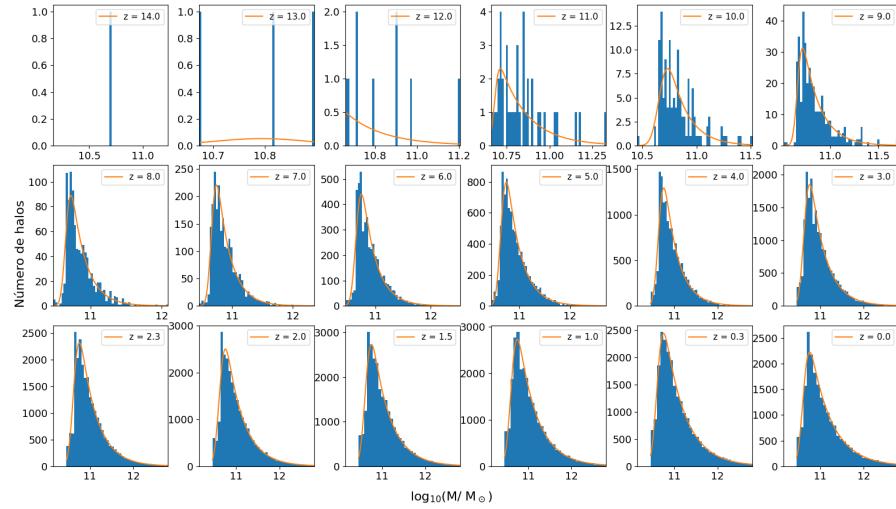


Figura 3.19: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de masa y su ajuste conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.309$ y $\Omega_0 = 0.691$. Se muestran las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 14$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez más masivos.

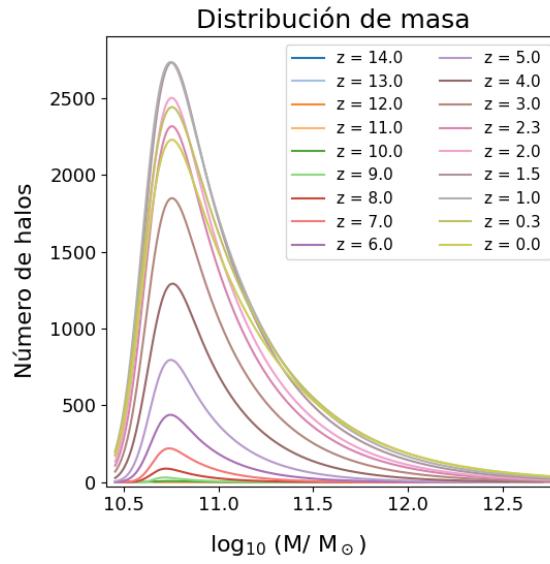


Figura 3.20: Mostramos los ajustes de la figura 3.19 para destacar la evolución de la distribución de masa del Universo $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$ desde un $z = 14$ hasta un $z = 0$.

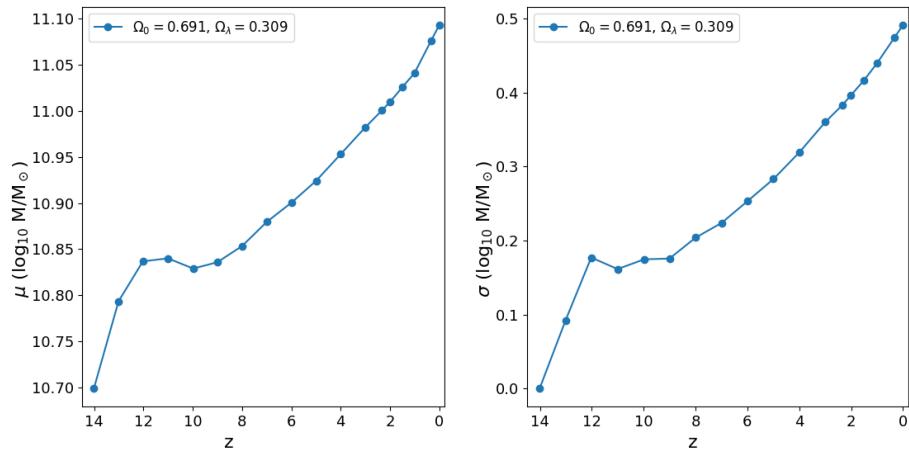


Figura 3.21: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad de los halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 14$ hasta un $z = 0$.

En cuanto al radio que contiene la mitad de la masa, en la figura 3.22 y 3.23 vemos que tenemos halos que tienen radios desde $10^{0.42}$ kpc hasta $10^{2.74}$ kpc a lo largo de la evolución del Universo, donde en $z = 13$ tenemos radios entre $10^{0.42}$ kpc y $10^{0.60}$ kpc y en $z = 0$ tenemos la mayor parte de los halos entre $10^{1.31}$ kpc y $10^{1.69}$ kpc. En la figura 3.24 tenemos que el radio crece con el tiempo, donde el crecimiento va desde $10^{0.53}$ kpc con una desviación de $10^{0.08}$ kpc en $z = 13$ hasta $10^{1.5}$ kpc con una desviación de $10^{0.19}$ kpc en $z = 0$.

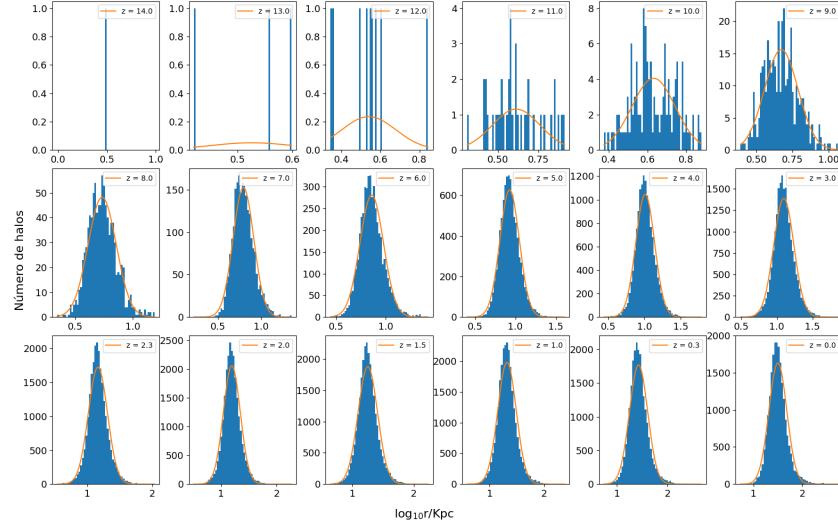


Figura 3.22: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio que contiene la mitad de la masa y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 14$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

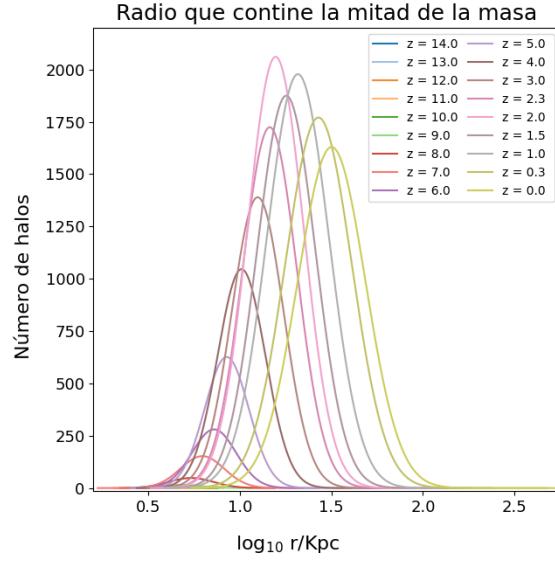


Figura 3.23: Mostramos los ajustes de la figura 3.22 para destacar la evolución de la distribución del radio que contiene la mitad de la masa del Universo $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$ desde un $z = 14$ hasta un $z = 0$.

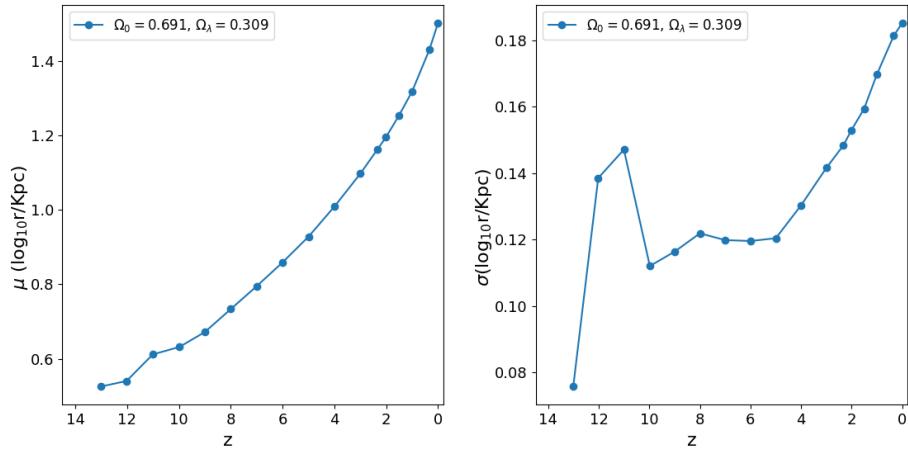


Figura 3.24: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio que contiene la mitad de la masa que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 14$ hasta un $z = 0$.

Ahora veamos el comportamiento del radio asociado con las velocidades circulares. En las figuras 3.25 y 3.26 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras tenemos halos con radios que van desde los 4.29 kpc hasta los 568.53 kpc. Vemos que la gran mayoría de los halos con tamaños entre 11.79 kpc y 49.25 kpc en $z = 0$ y entre 4.29 kpc y 4.31 kpc en $z = 13$. En la figura 3.27 vemos que la media va desde los 4.28 kpc con una desviación de 0.03 kpc en $z = 13$ hasta 30.52 kpc con una desviación de 18.73 kpc en $z = 0$.

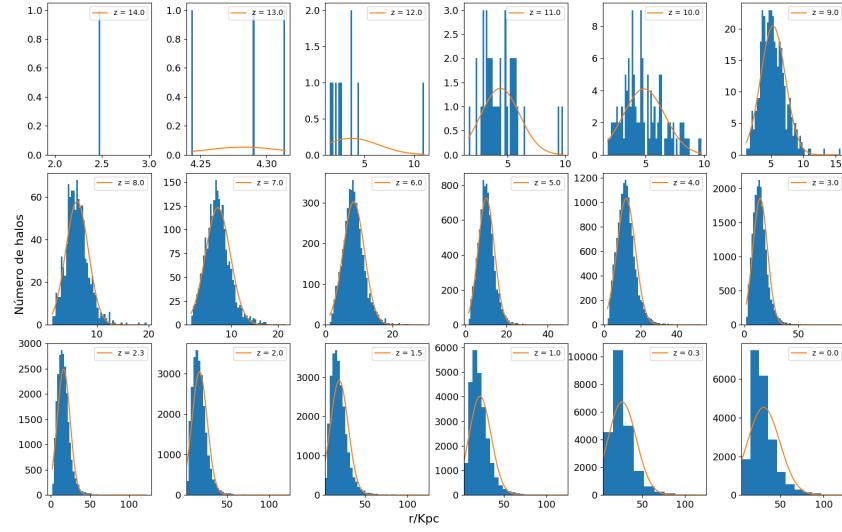


Figura 3.25: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio donde alcanza su velocidad máxima circular y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 14$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

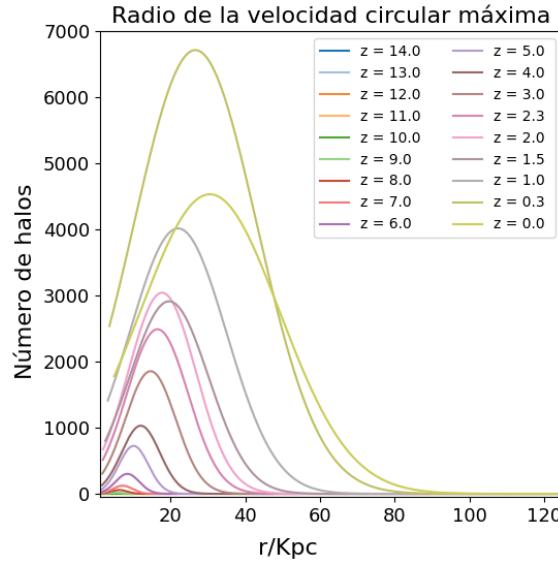


Figura 3.26: Mostramos los ajustes de la figura 3.25 para destacar la evolución de la distribución del radio donde alcanza su velocidad máxima circular del Universo $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$ desde un $z = 14$ hasta un $z = 0$.

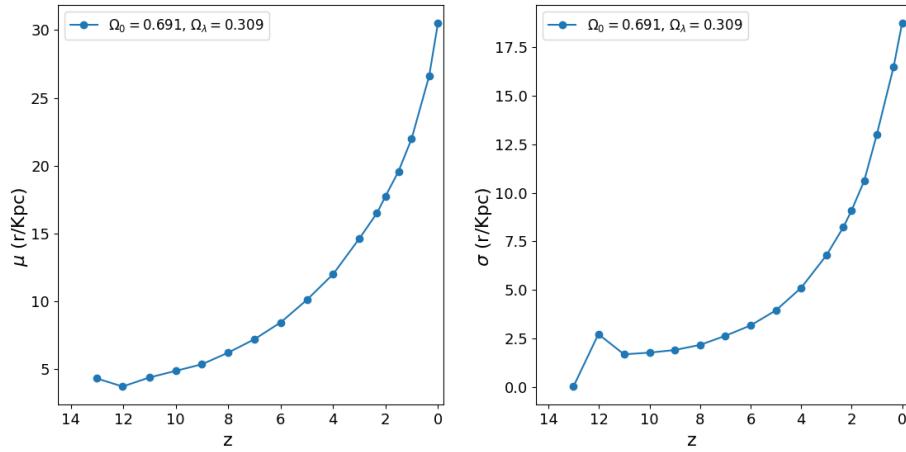


Figura 3.27: En la izquierda mostramos la media del radio donde alcanza su velocidad máxima circular en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio donde alcanza su velocidad máxima circular que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 14$ hasta un $z = 0$.

Seguimos con la velocidad circular máxima. De las figuras 3.28 y 3.29 apreciamos que las velocidades circulares están en el rangos de 33.10 kms^{-1} hasta los 1370.96 kms^{-1} donde vemos la gran mayoría de los halos en los rangos de 58.72 kms^{-1} y 153.42 kms^{-1} en $z = 0$, mientras que en $z = 13$ estos se encuentran entre 190.29 kms^{-1} y 223.92 kms^{-1} . En la figura 3.30 apreciamos como la velocidad media disminuye rápidamente desde 207.02 kms^{-1} con una desviación de 13.72 kms^{-1} en $z = 13$ hasta que alcanza 106.07 kms^{-1} con una desviación de 47.35 kms^{-1} en $z = 0$.

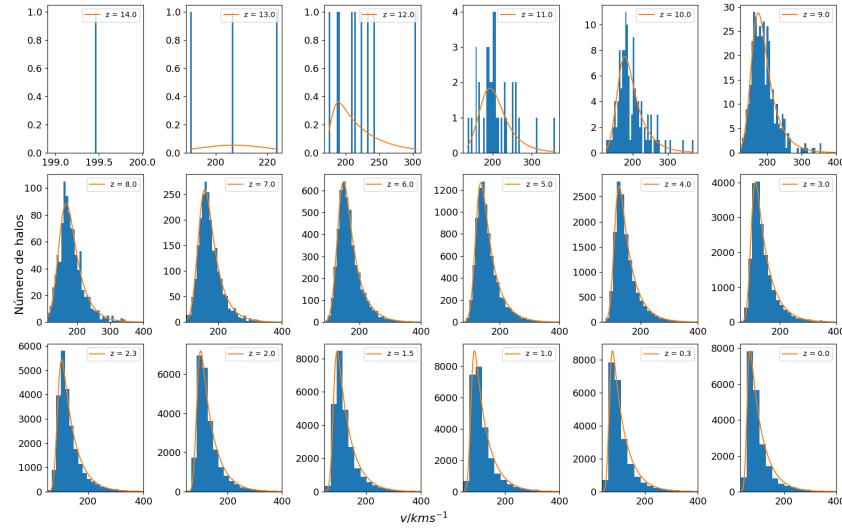


Figura 3.28: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos de la velocidad circular máxima y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 14$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

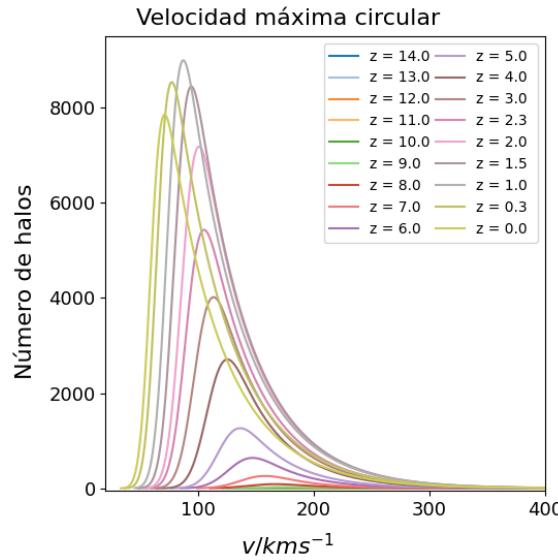


Figura 3.29: Mostramos los ajustes de la figura 3.28 para destacar la evolución de la distribución de la velocidad circular máxima del Universo $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$ desde un $z = 14$ hasta un $z = 0$.

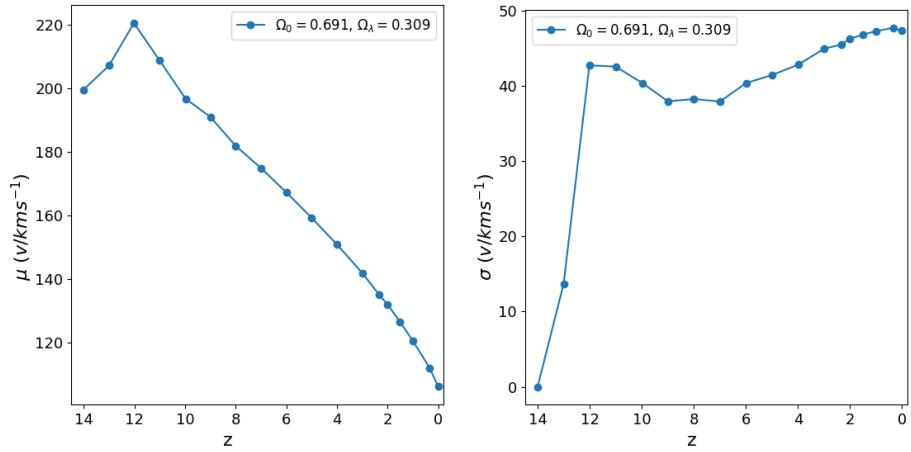


Figura 3.30: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la velocidad circular máxima que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 14$ hasta un $z = 0$.

Continuando con la dispersión de velocidades. De las figuras 3.31 y 3.32 vemos que las velocidades varían entre 17.06 kms^{-1} y 810.69 kms^{-1} a lo largo del Universo, donde en $z = 13$ tenemos que las velocidades alcanzan entre 102.23 kms^{-1} y 126.98 kms^{-1} y en $z = 0$ la mayoría de los tienen velocidades entre 27.32 kms^{-1} y 80.74 kms^{-1} con un máximo en 810.69 kms^{-1} . En la figura 3.33 observamos que la dispersión de velocidades media disminuye desde los 116.20 kms^{-1} con una desviación de 10.35 kms^{-1} en $z = 13$ a 54.03 kms^{-1} con una desviación de 26.71 kms^{-1} en $z = 0$.

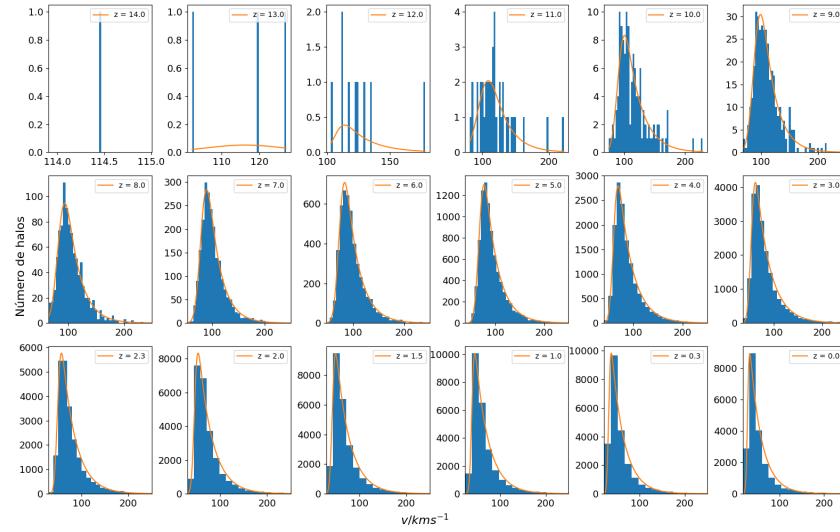


Figura 3.31: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de la dispersión de velocidades y su ajuste conforme evoluciona el Universo $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 14$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

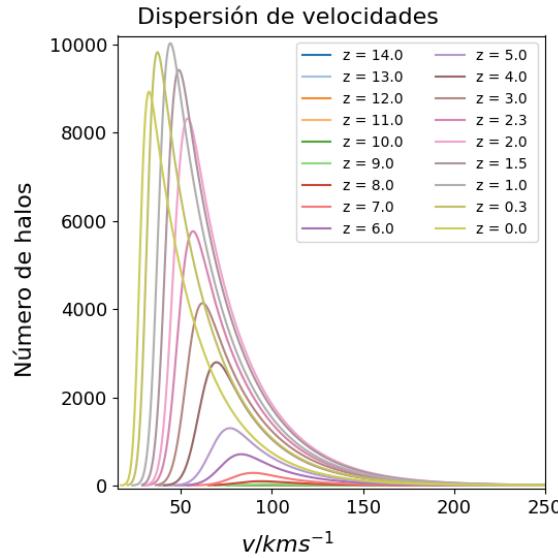


Figura 3.32: Mostramos los ajustes de la figura 3.31 para destacar la evolución de la distribución de la dispersión de velocidades del Universo $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$ desde un $z = 14$ hasta un $z = 0$.

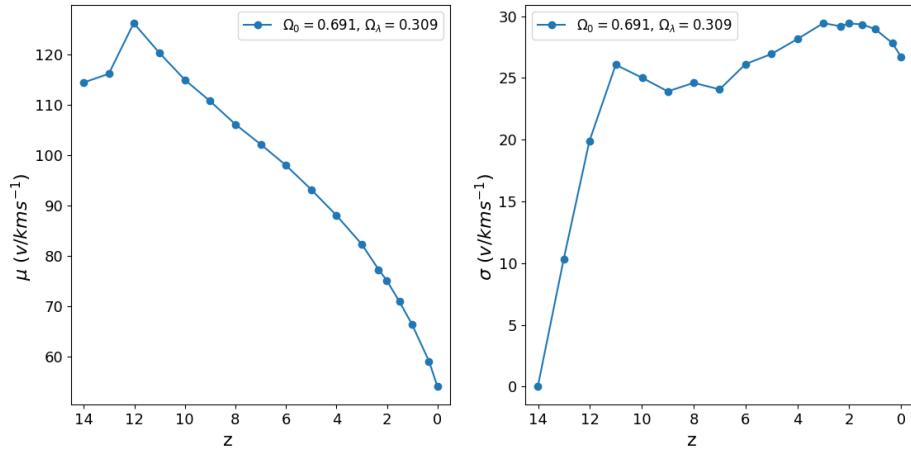


Figura 3.33: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la dispersión de velocidades que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 14$ hasta un $z = 0$.

La figura 3.34 muestra el mapa de densidad de un Universo $\Omega_\Lambda = 0.309$ $\Omega_0 = 0.691$, donde podemos ver la estructura que describimos en los diferentes puntos de su evolución vista desde un plano.

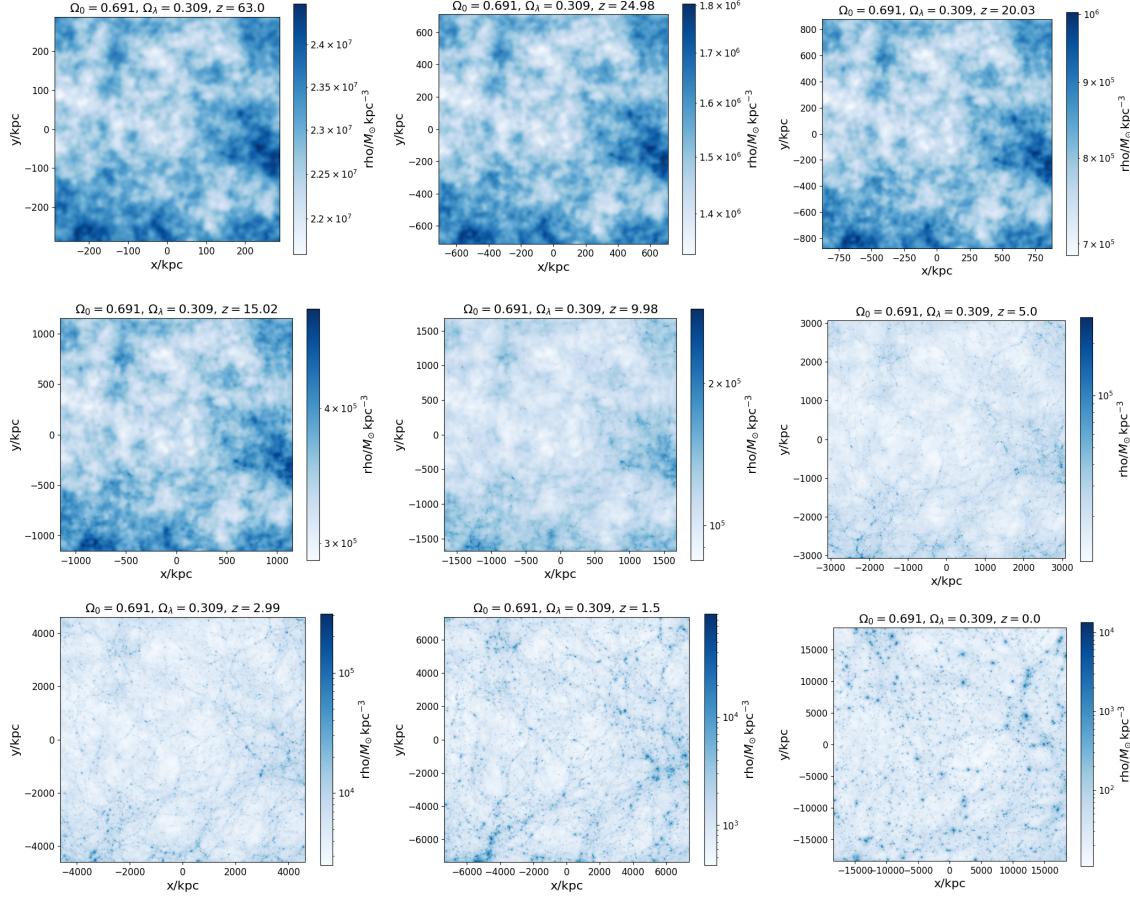


Figura 3.34: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0.309$, $\Omega_0 = 0.691$.

3.1.3. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$

Hemos visto que como se comporta un Universo con las densidades más aceptadas y cuando estas se invierten. Ahora veamos un Universo con las densidades iguales ($\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$). Comencemos viendo como se afecta la cantidad de halos. La figura 3.35 muestra que los primeros halos aparecen en $z = 15$, además vemos que el máximo de halos se alcanza fue de 26242 halos en $z = 1.5$. Apreciamos un comportamiento similar a las cosmologías anteriores donde vemos un crecimiento rápido hasta que alcanza un máximo y después empieza a disminuir.

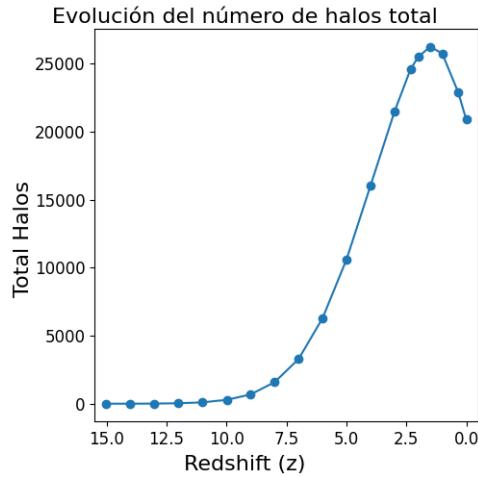


Figura 3.35: Se muestra el número de halos y como cambia la cantidad conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.5$ y $\Omega_0 = 0.5$.

La distribución de la masa para esta cosmología se observa en las figuras 3.36 y 3.37. Los rangos de la masa se encuentran entre las $10^{10.32} M_\odot$ a $10^{14.51} M_\odot$ a lo largo de la evolución del sistema. En $z = 14$, los halos tenían masas menores a las $10^{10.75} M_\odot$ y las estructuras en $z = 0$ la mayor parte de los halos tenían masas entre $10^{10.47} M_\odot$ y $10^{11.45} M_\odot$. Mientras, la figura 3.38 nos muestra el comportamiento medio durante la evolución, donde apreciamos que la masa media incrementa desde $10^{10.65} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.10} M_\odot$ en $z = 14$ hasta $10^{10.96} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.49} M_\odot$ en $z = 0$.

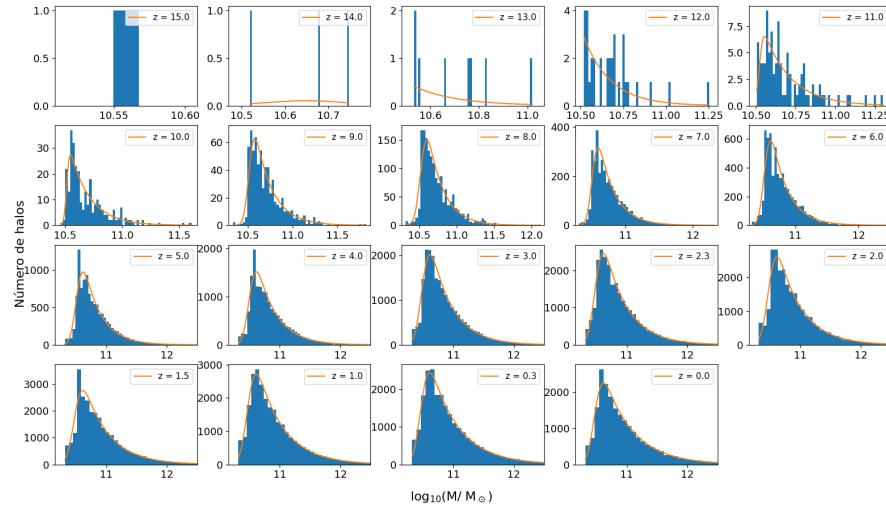


Figura 3.36: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de masa y su ajuste conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.5$ y $\Omega_0 = 0.5$. Se muestran las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez más masivos.

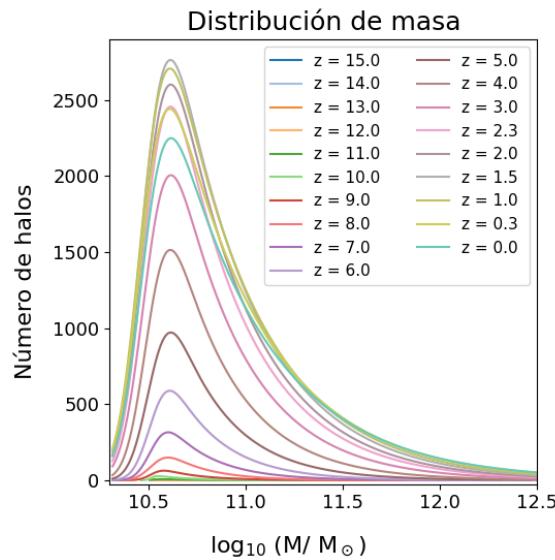


Figura 3.37: Mostramos los ajustes de la figura 3.36 para destacar la evolución de la distribución de masa del Universo $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$ desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

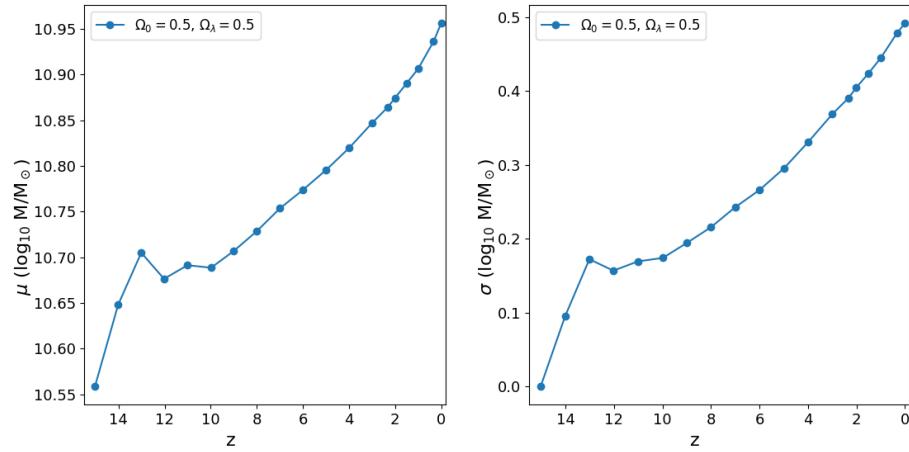


Figura 3.38: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad de los halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 14$ hasta un $z = 0$.

En las figuras 3.39 y 3.40 podemos ver el radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del Universo. Vemos que los radios se encuentran entre los $10^{0.40}$ kpc y $10^{2.72}$ kpc a lo largo de la evolución del sistema, donde los halos en $z = 14$ tienen radios entre los $10^{0.40}$ kpc y los $10^{0.61}$ y las estructuras $z = 0$ tienen la mayor parte de los halos en el rango de $10^{1.31}$ kpc y los $10^{1.67}$. En la figura 3.41 apreciamos que el radio medio tiene un crecimiento de $10^{0.53}$ kpc con una desviación de $10^{0.09}$ kpc en $z = 14$ hasta un radio de $10^{1.49}$ kpc con una desviación de $10^{0.18}$ kpc en $z = 0$.

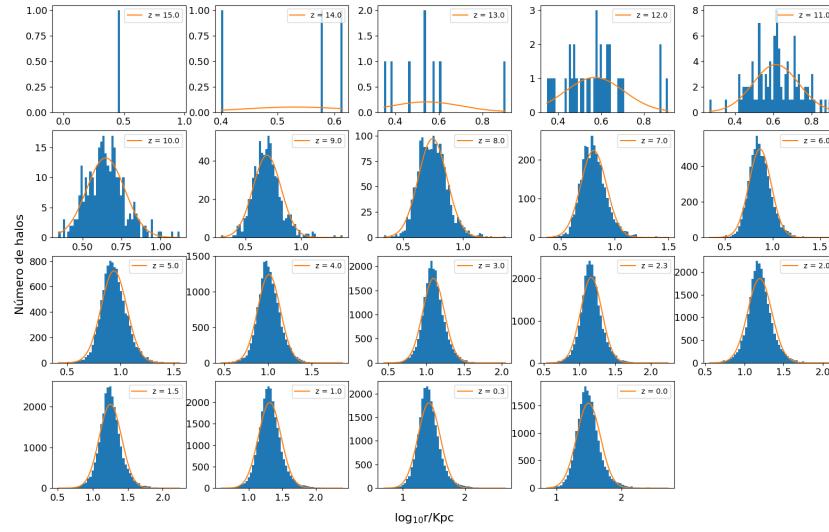


Figura 3.39: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio que contiene la mitad de la masa y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

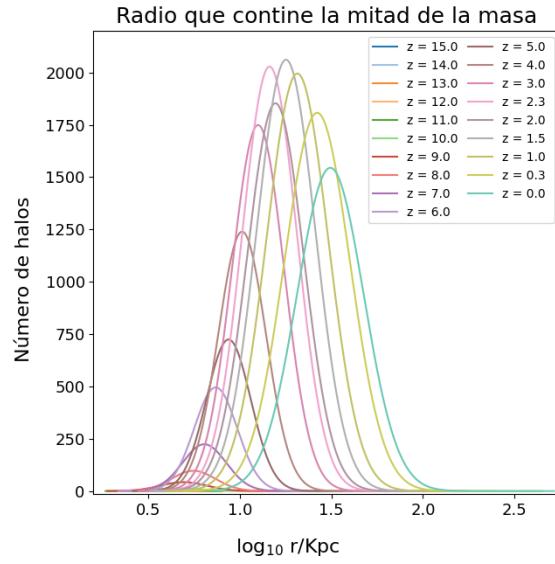


Figura 3.40: Mostramos los ajustes de la figura 3.39 para destacar la evolución de la distribución del radio que contiene la mitad de la masa del Universo $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$ desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

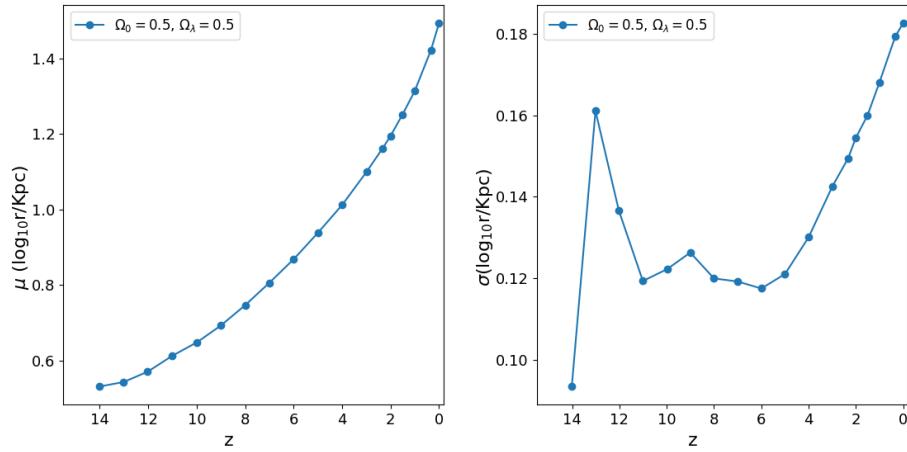


Figura 3.41: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio que contiene la mitad de la masa que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 14$ hasta un $z = 0$.

Ahora veamos el comportamiento del radio asociado con las velocidades circulares. En las figuras 3.42 y 3.43 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras, tenemos halos con radios que van desde los 1.78 kpc hasta los 593.77 kpc. Vemos que los halos tienen radios menores a 4.61 kpc en $z = 14$ y en $z = 0$ se encuentran entre 11.48 kpc y 47.40 kpc. En la figura 3.44 vemos que la media va desde los 3.39 kpc con una desviación de 1.19 kpc en $z = 14$ hasta 29.44 kpc con una desviación de 17.96 kpc en $z = 0$.

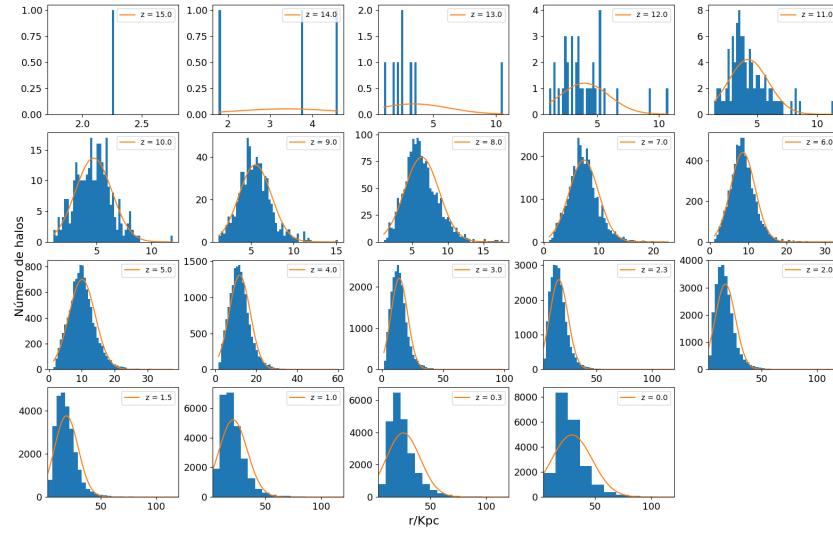


Figura 3.42: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio donde alcanza su velocidad máxima circular y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

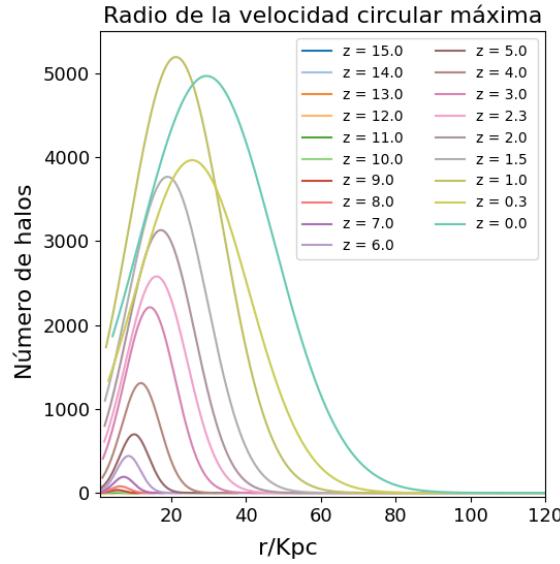


Figura 3.43: Mostramos los ajustes de la figura 3.42 para destacar la evolución de la distribución del radio donde alcanza su velocidad máxima circular del Universo $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$ desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

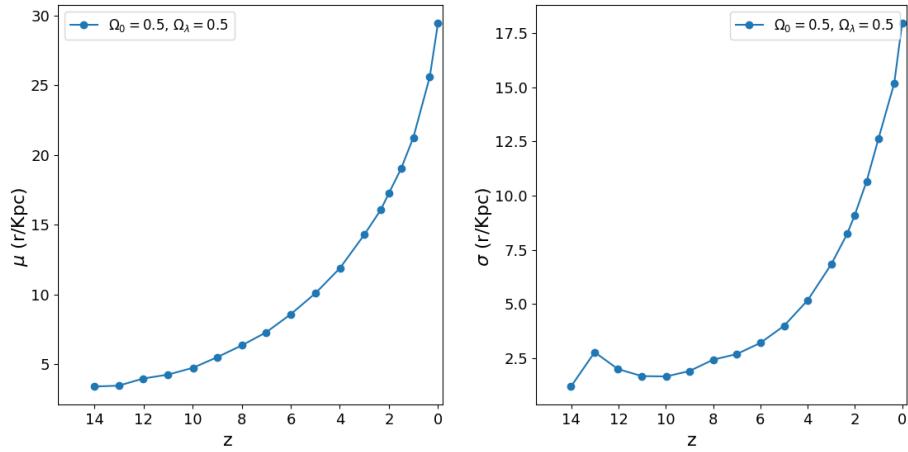


Figura 3.44: En la izquierda mostramos la media del radio donde alcanza su velocidad máxima circular en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio donde alcanza su velocidad máxima circular que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

Seguimos con la velocidad circular máxima que se alcanza en estos radios. De las figuras 3.48 y 3.49 apreciamos que las velocidades circulares están en el rangos de 26.01 kms^{-1} y 1196.36 kms^{-1} a lo largo de la evolución. En $z = 14$ tenemos halos con velocidades entre 167.90 kms^{-1} y 183.73 kms^{-1} y en $z = 0$ la mayoría se encuentran entre 50.85 kms^{-1} y 133.45 kms^{-1} . En la figura 3.47 observamos que la velocidad media disminuye rápidamente desde 177.21 kms^{-1} con una desviación de 6.76 kms^{-1} en $z = 14$ hasta que alcanza 92.15 kms^{-1} con una desviación de 41.30 kms^{-1} en $z = 0$.

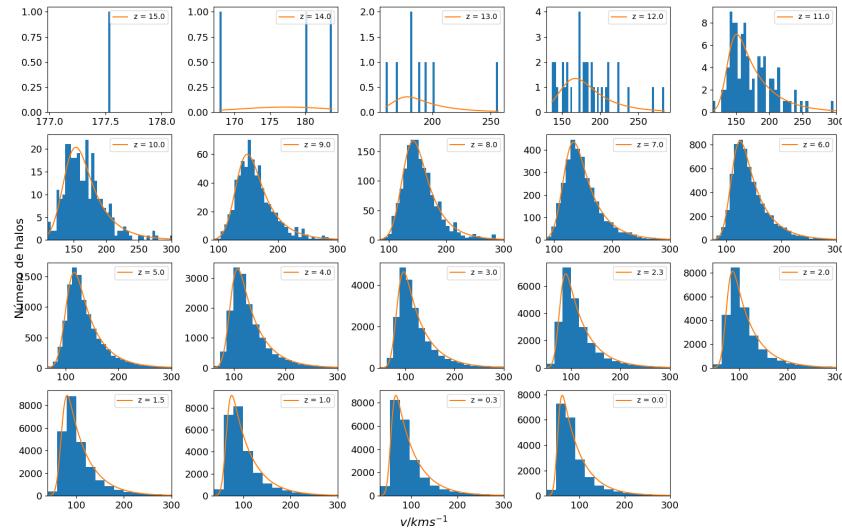


Figura 3.45: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos de la velocidad circular máxima y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

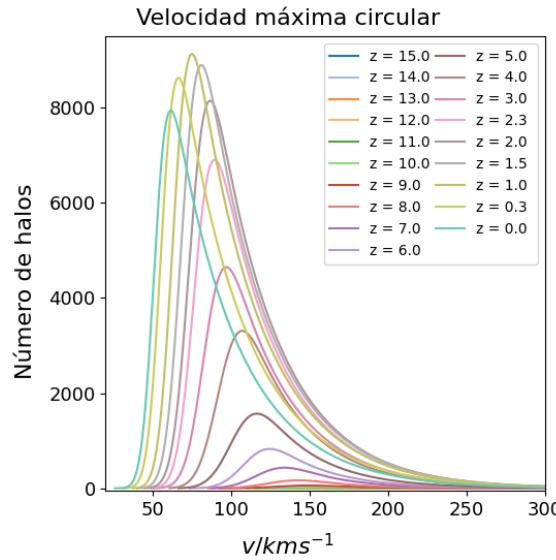


Figura 3.46: Mostramos los ajustes de la figura 3.45 para destacar la evolución de la distribución de la velocidad circular máxima del Universo $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$ desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

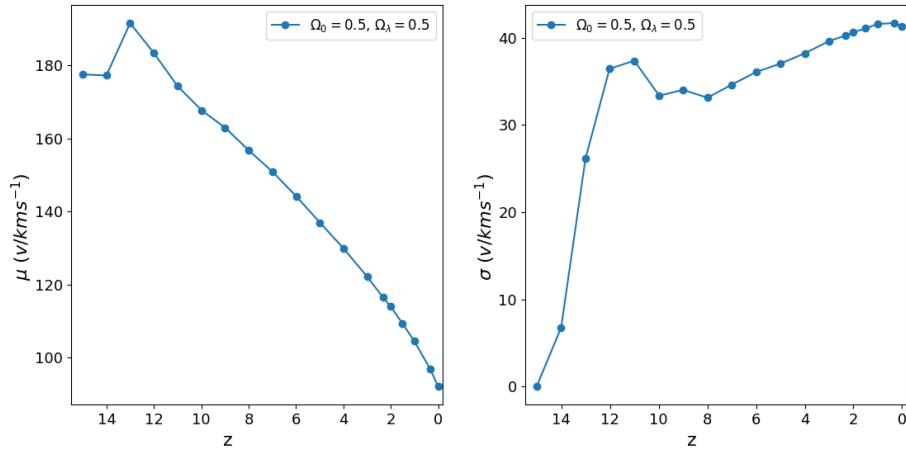


Figura 3.47: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la velocidad circular máxima que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

Continuando con la dispersión de velocidades, de las figuras 3.48 y 3.49 vemos que la dispersión se encuentra entre 14.33 kms^{-1} y 702.94 kms^{-1} a lo largo de la evolución de los halos. En $z = 14$ los halos tienen velocidades entre 89.36 kms^{-1} y 110.83 kms^{-1} y en $z = 0$ la mayoría de las velocidades se encuentran entre 23.31 kms^{-1} y 69.57 kms^{-1} con halos que alcanzan los 702.94 kms^{-1} . En la figura 3.50 observamos que la dispersión de velocidades media disminuye desde los 102.29 kms^{-1} con una desviación de 9.32 kms^{-1} en $z = 14$ a 46.44 kms^{-1} con una desviación de 23.13 kms^{-1} en $z = 0$.

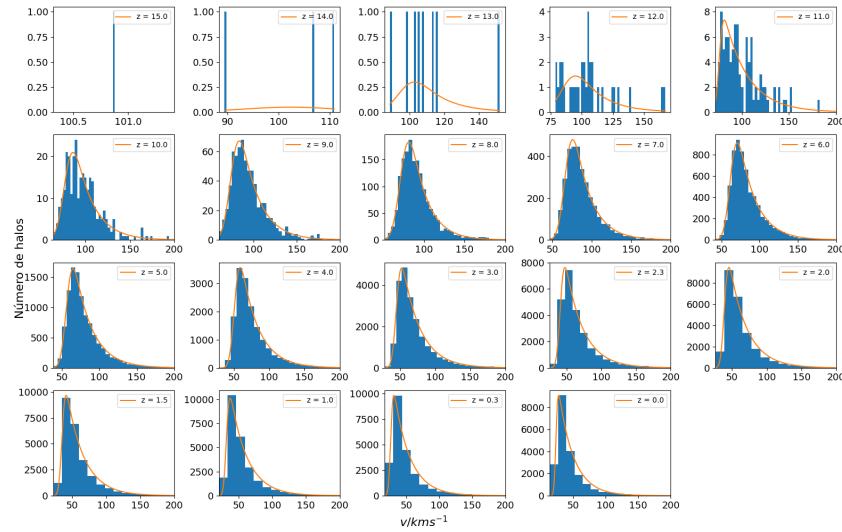


Figura 3.48: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de la dispersión de velocidades y su ajuste conforme evoluciona el Universo $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

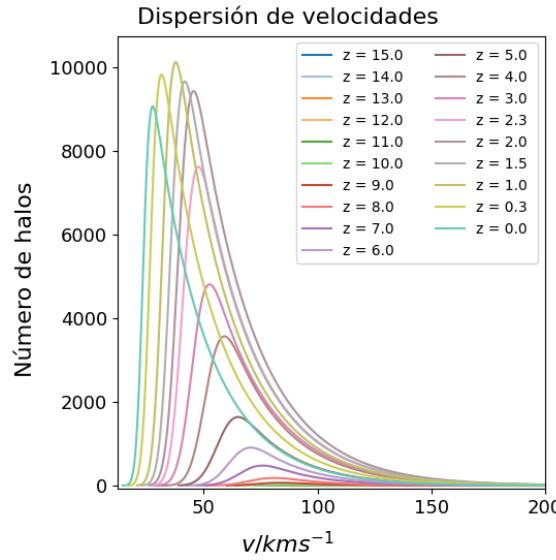


Figura 3.49: Mostramos los ajustes de la figura 3.48 para destacar la evolución de la distribución de la dispersión de velocidades del Universo $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$ desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

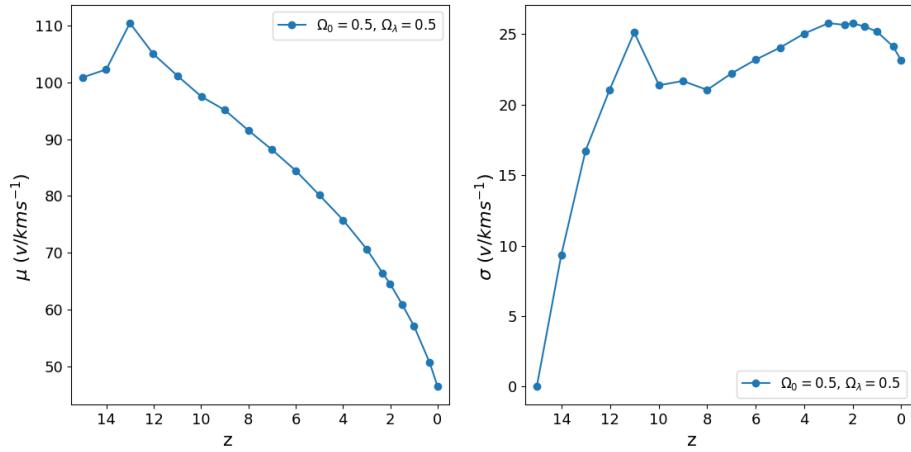


Figura 3.50: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la dispersión de velocidades que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

La figura 3.51 muestra el mapa de densidad de un Universo $\Omega_\lambda = 0.5$ $\Omega_0 = 0.5$, donde podemos ver la estructura que describimos en los diferentes puntos de su evolución vista desde un plano.

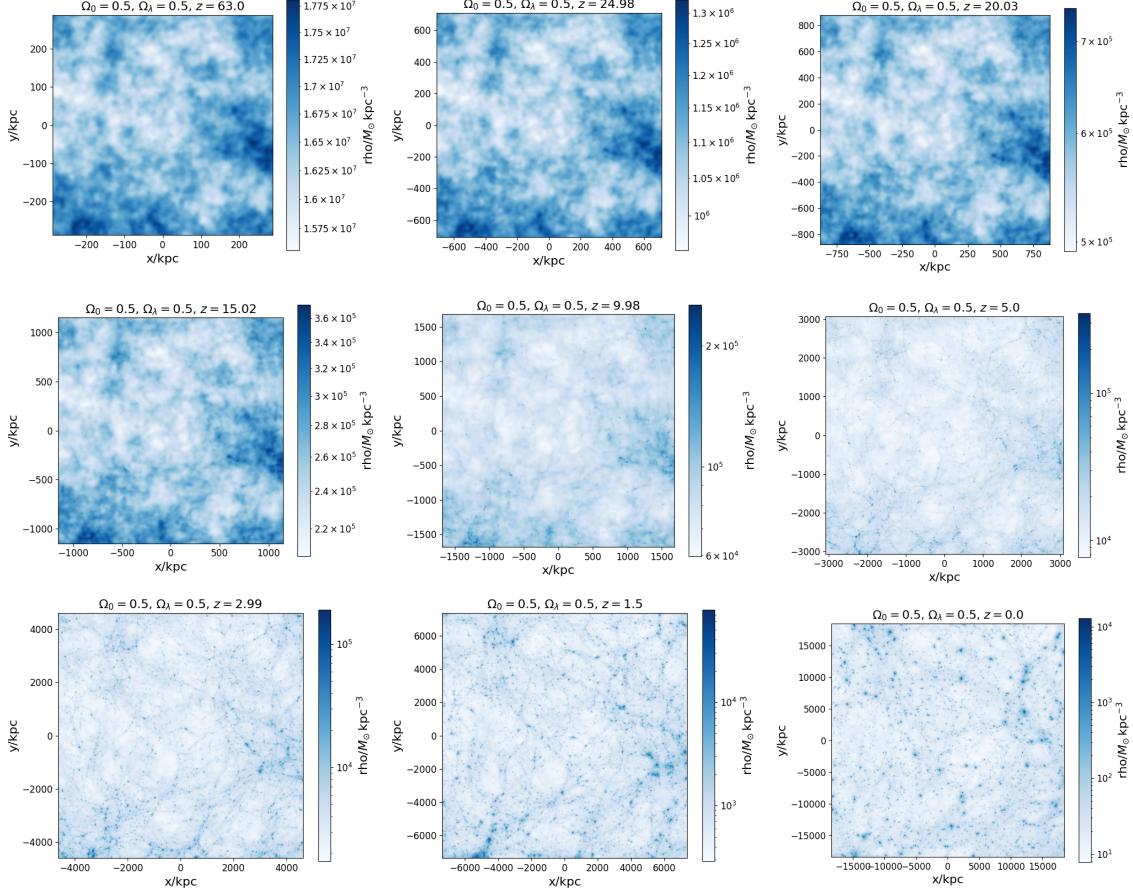


Figura 3.51: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$.

3.2. Cosmología Sub-Crítica $\Omega < 1$

Hemos visto los efectos en un Universo plano, ahora veamos tres nuevas cosmologías pero ahora son Universos abiertos acelerados, o bien un Universo Sub-Crítico. Estas nuevas cosmologías se eligieron de manera de obtener una idea de los efectos en el Universo cuando se altera una de sus densidad como se realizó anteriormente. Empezando con una cosmología donde las densidades son $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$, en este universo veremos los efectos de un Universo sin presencia de energía oscura. Luego pasaremos nuestra atención a estudiar los efectos de un Universo donde quitamos la mitad de la densidad de energía ($\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$) y para terminar con las cosmologías sub-críticas veremos los efectos en un Universo donde consideraremos la mitad de la densidad de materia ($\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega_0 = 0.5$).

3.2.1. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$

La primera cosmología que estudiaremos es en la que no hay efectos de la energía oscura. Lo primero que podemos observar en la figura 3.52 es que las estructuras se empiezan a formar a partir del redshift $z = 25$. En $z = 2.33$ es donde alcanzamos la mayor cantidad halos. Alrededor de $z = 16$ es cuando empezamos a ver un crecimiento apreciable en la cantidad de halos.

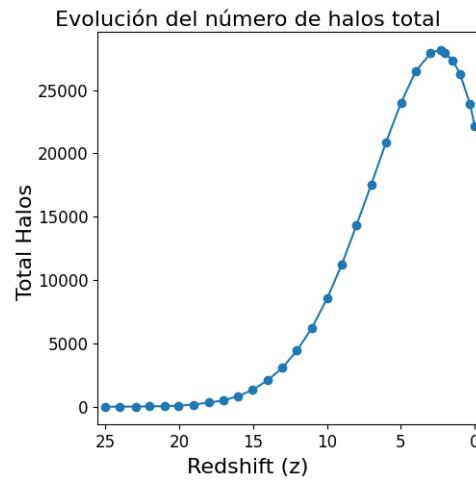


Figura 3.52: Se muestra el número de halos según el redshift y podemos observar como evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0$ y $\Omega_0 = 0.309$.

La distribución de la masa para esta cosmología se observa en las figuras 3.53 y 3.54. Los rangos de la masa se encuentran entre las $10^{10.11} M_\odot$ a $10^{14.33} M_\odot$ a lo largo de la evolución del sistema. Las estructuras en $z = 25$ tienen masas entre $10^{10.32} M_\odot$ y $10^{10.62} M_\odot$, mientras la mayoría de las estructuras en $z = 0$ tienen la masa entre $10^{10.27} M_\odot$ y $10^{11.25} M_\odot$ con estructuras que alcanzan $10^{14.33} M_\odot$. Mientras, en la figura 3.55 vemos que el comportamiento de la masa media incrementa desde $10^{10.42} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.10} M_\odot$ en $z = 25$ hasta $10^{10.76} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.49} M_\odot$ en $z = 0$.

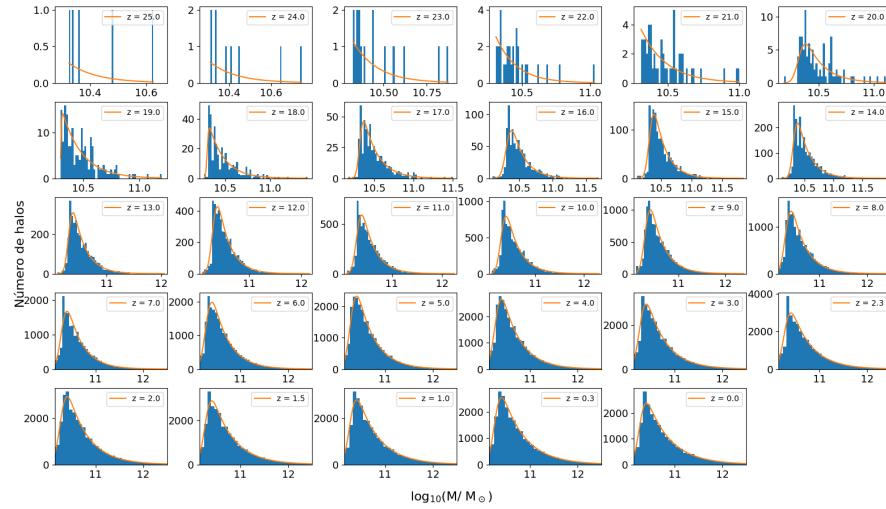


Figura 3.53: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de masa y su ajuste conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez más masivos.

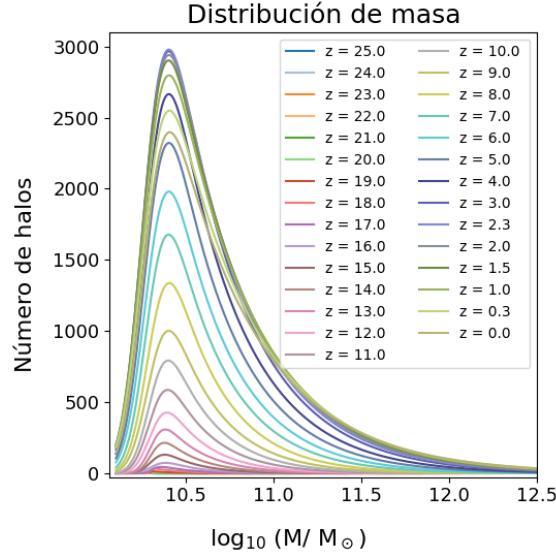


Figura 3.54: Mostramos los ajustes de la figura 3.53 para destacar la evolución de la distribución de masa del Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

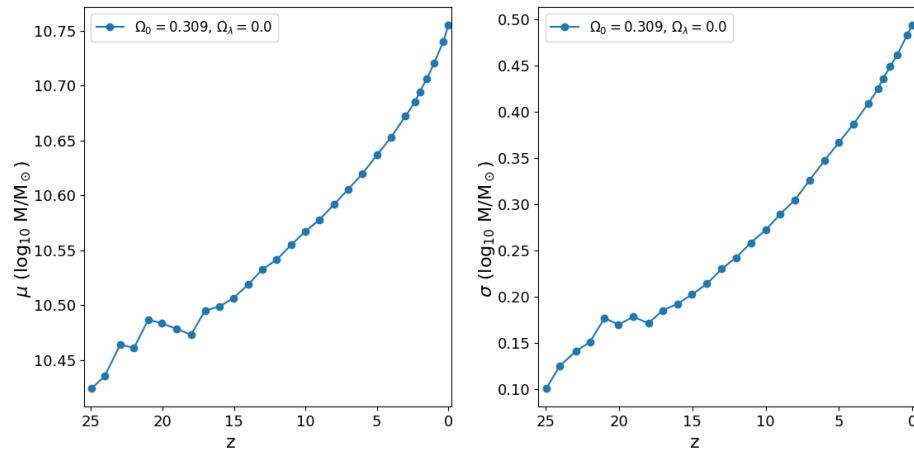


Figura 3.55: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad de los halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

En las figuras 3.56 y 3.57 podemos ver el radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del Universo. Apreciamos que los radios se encuentran entre los $10^{0.09}$ kpc y $10^{2.57}$ kpc a lo largo de la evolución del sistema, donde los halos en $z = 25$ tienen radios entre $10^{0.09}$ kpc y los $10^{0.43}$ y las estructuras en $z = 0$ tienen la mayor parte de los halos en el rango de $10^{1.21}$ kpc y los $10^{1.57}$ kpc con halos que alcanzan hasta los $10^{2.57}$ kpc. En la figura 3.58 vemos el crecimiento del radio medio desde $10^{0.32}$ kpc con una desviación de $10^{0.12}$ kpc en $z = 25$ hasta un radio de $10^{1.39}$ kpc con una desviación de $10^{0.18}$ kpc en $z = 0$.

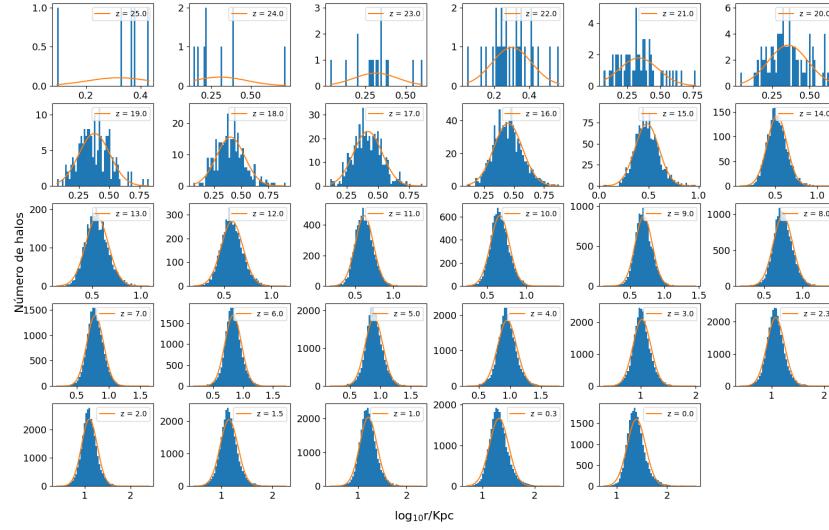


Figura 3.56: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio que contiene la mitad de la masa y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

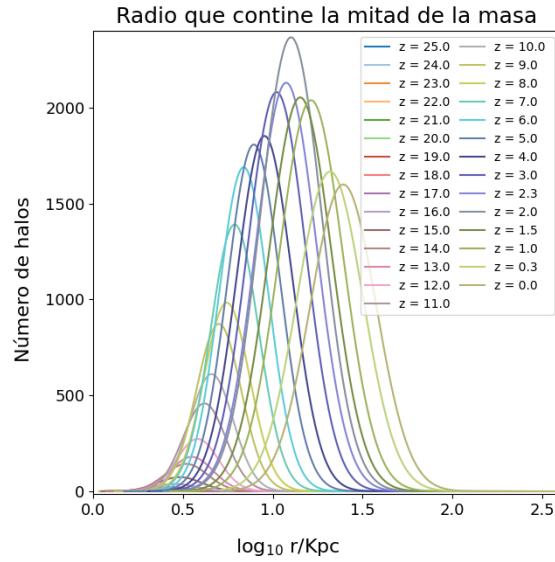


Figura 3.57: Mostramos los ajustes de la figura 3.56 para destacar la evolución de la distribución del radio que contiene la mitad de la masa del Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

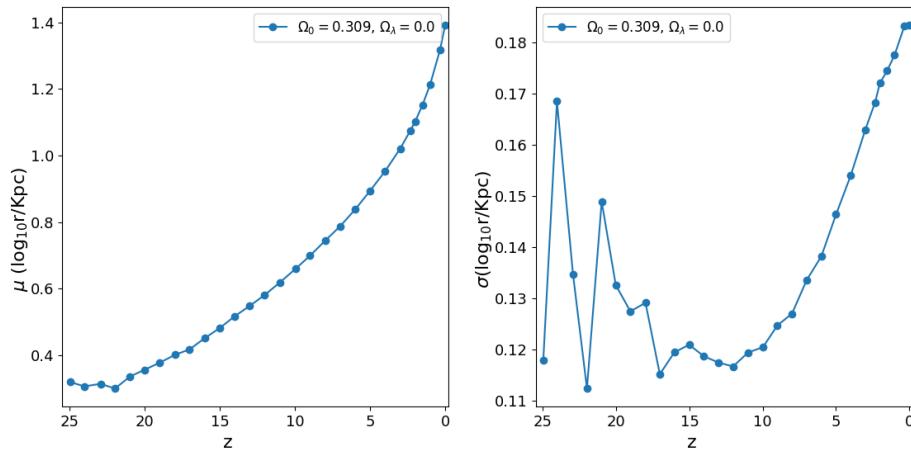


Figura 3.58: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio que contiene la mitad de la masa que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

Ahora veamos el comportamiento del radio asociado con las velocidades circulares. En las figuras 3.59 y 3.60 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras, tenemos halos con radios que van desde los 1.28 kpc hasta los 271.91 kpc. Vemos que los halos tienen radios menores a 2.40 kpc en $z = 25$ y en $z = 0$ la mayoría tienen radios entre 11.21 kpc y 32.77 kpc con algunos que alcanzan hasta 271.91 kpc. En la figura 3.61 vemos que la media va desde los 1.76 kpc con una desviación de 0.40 kpc en $z = 25$ hasta 21.99 kpc con una desviación de 10.78 kpc en $z = 0$.

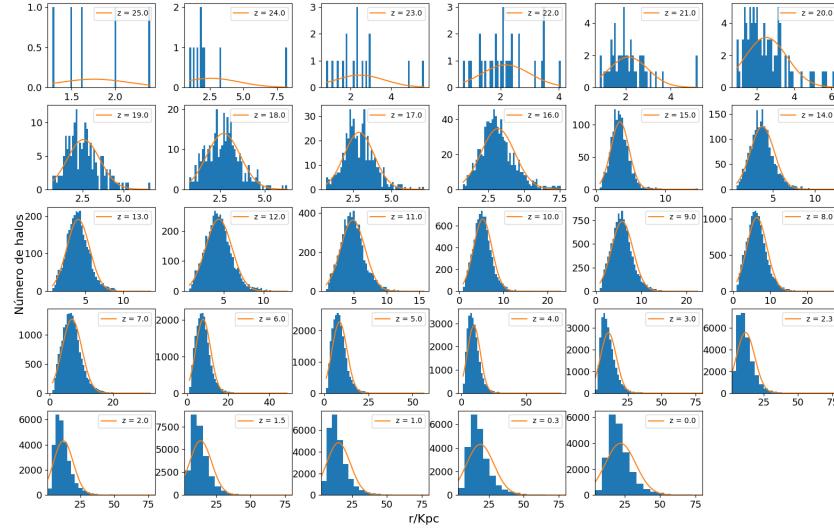


Figura 3.59: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio donde alcanza su velocidad máxima circular y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

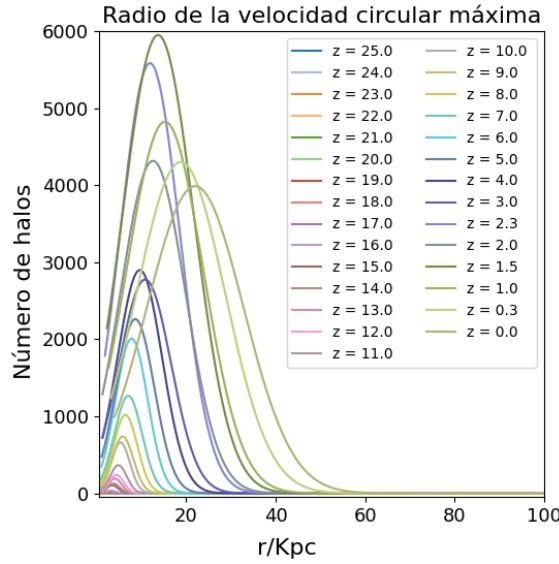


Figura 3.60: Mostramos los ajustes de la figura 3.59 para destacar la evolución de la distribución del radio donde alcanza su velocidad máxima circular del Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

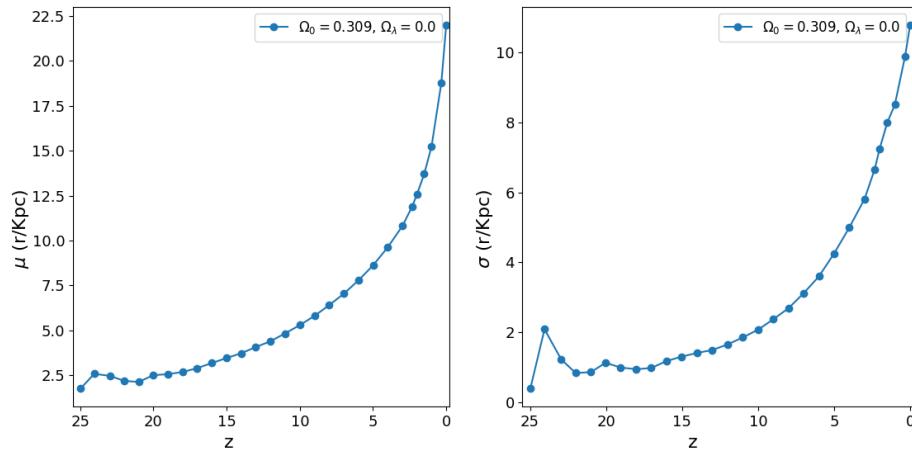


Figura 3.61: En la izquierda mostramos la media del radio donde alcanza su velocidad máxima circular en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio donde alcanza su velocidad máxima circular que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

Seguimos con la velocidad circular máxima que se alcanza en estos radios. De las figuras 3.65 y 3.66 apreciamos que las velocidades circulares están en el rangos de 23.99 kms^{-1} y 1161.46 kms^{-1} a lo largo de la evolución. En $z = 25$ tenemos halos con velocidades entre 148.81 kms^{-1} y 213.19 kms^{-1} y en $z = 0$ la mayoría se encuentran entre 44.31 kms^{-1} y 120.89 kms^{-1} . En la figura 3.64 observamos que la velocidad media disminuye rápidamente desde 178.18 kms^{-1} con una desviación de 29.43 kms^{-1} en $z = 25$ hasta que alcanza 82.60 kms^{-1} con una desviación de 38.29 kms^{-1} en $z = 0$.

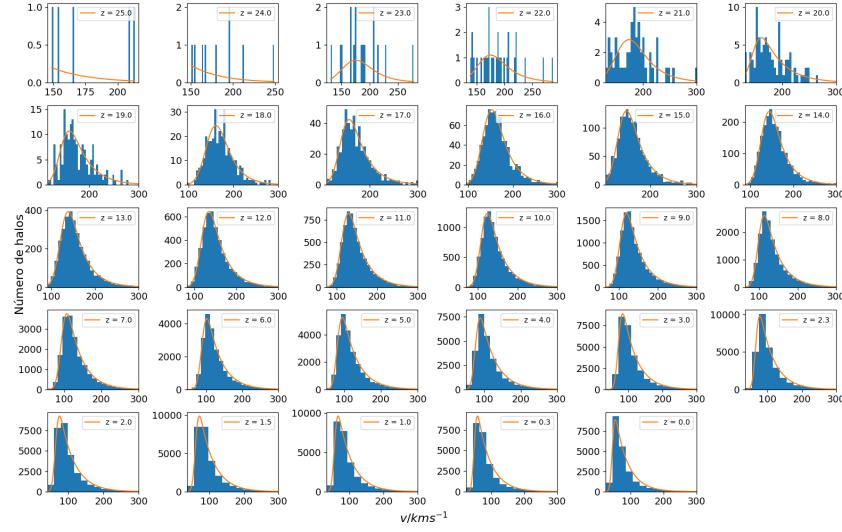


Figura 3.62: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos de la velocidad circular máxima y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

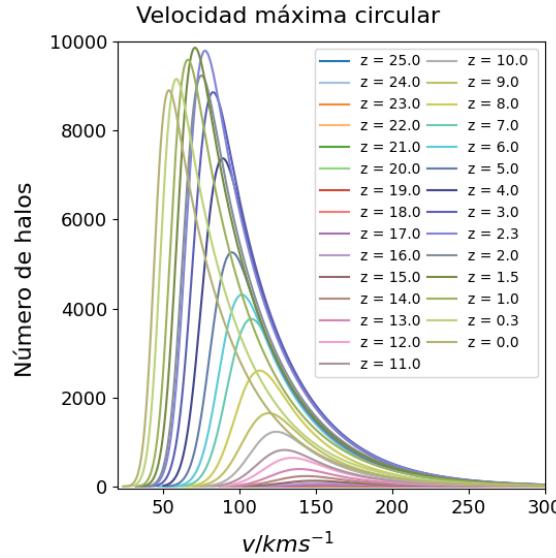


Figura 3.63: Mostramos los ajustes de la figura 3.62 para destacar la evolución de la distribución de la velocidad circular máxima del Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

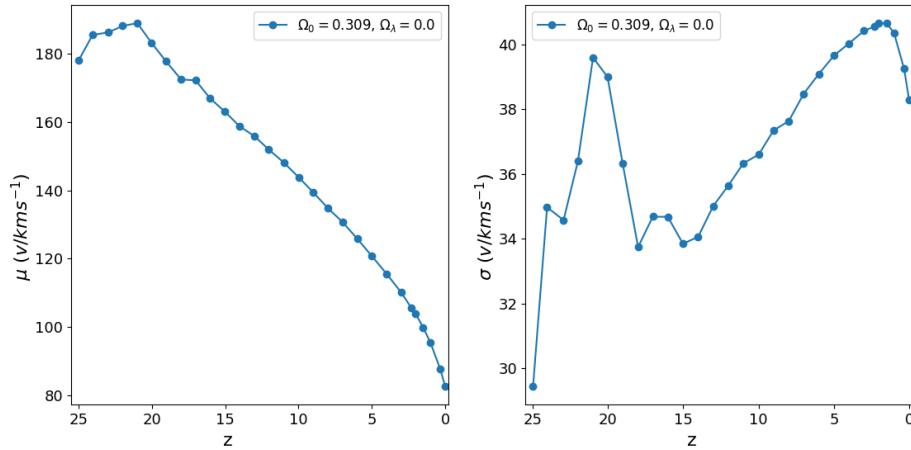


Figura 3.64: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la velocidad circular máxima que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

Continuando con la dispersión de las velocidades, de las figuras 3.65 y 3.66 vemos que la dispersión se encuentra entre 12.66 kms^{-1} y 658.36 kms^{-1} a lo largo de la evolución de los halos. En $z = 25$ vemos que los halos se encuentran en el rango de los 81.58 kms^{-1} a los 118.65 kms^{-1} , mientras que $z = 0$ vemos que la mayoría de los halos tienen velocidades desde los 18.93 kms^{-1} y 59.09 kms^{-1} con los picos en los 658.36 kms^{-1} . En la figura 3.67 observamos que la dispersión de velocidades media disminuye desde los 101.07 kms^{-1} con una desviación de 14.75 kms^{-1} en $z = 25$ a 39.01 kms^{-1} con una desviación de 20.08 kms^{-1} en $z = 0$.

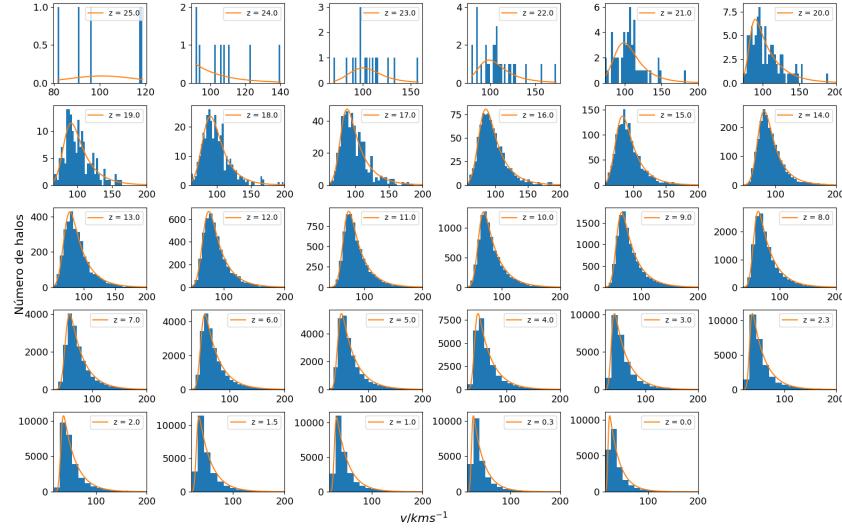


Figura 3.65: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de la dispersión de velocidades y su ajuste conforme evoluciona el Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

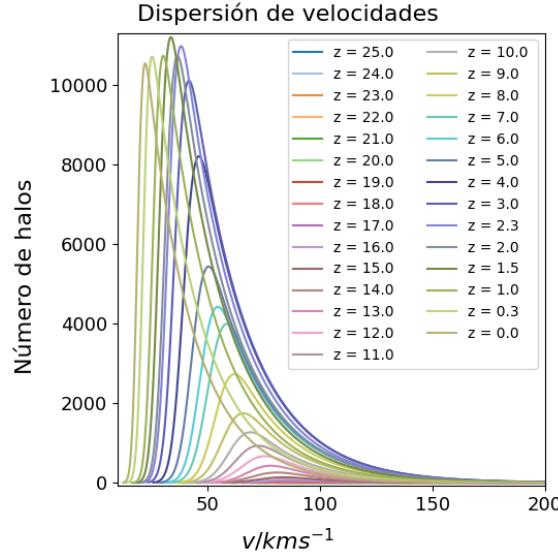


Figura 3.66: Mostramos los ajustes de la figura 3.65 para destacar la evolución de la distribución de la dispersión de velocidades del Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

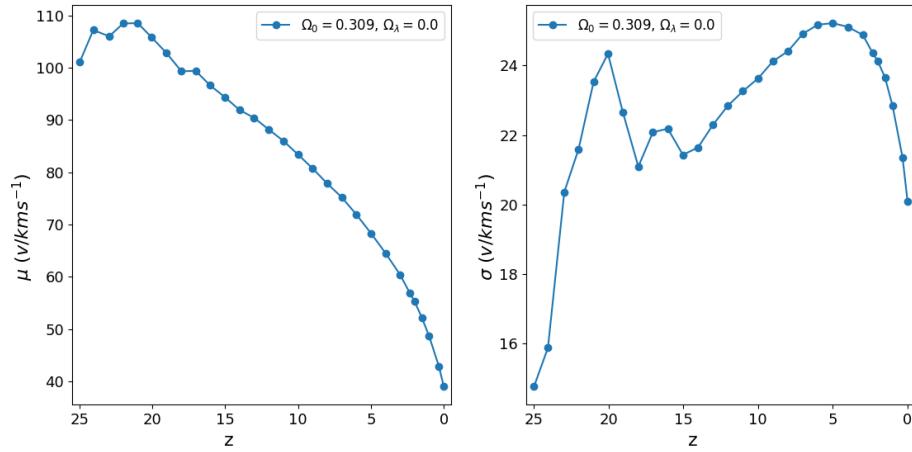


Figura 3.67: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la dispersión de velocidades que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

La figura 3.68 muestra el mapa de densidad de un Universo $\Omega_\lambda = 0$ $\Omega_0 = 0.309$, donde podemos ver la estructura que describimos en los diferentes puntos de su evolución vista desde un plano.

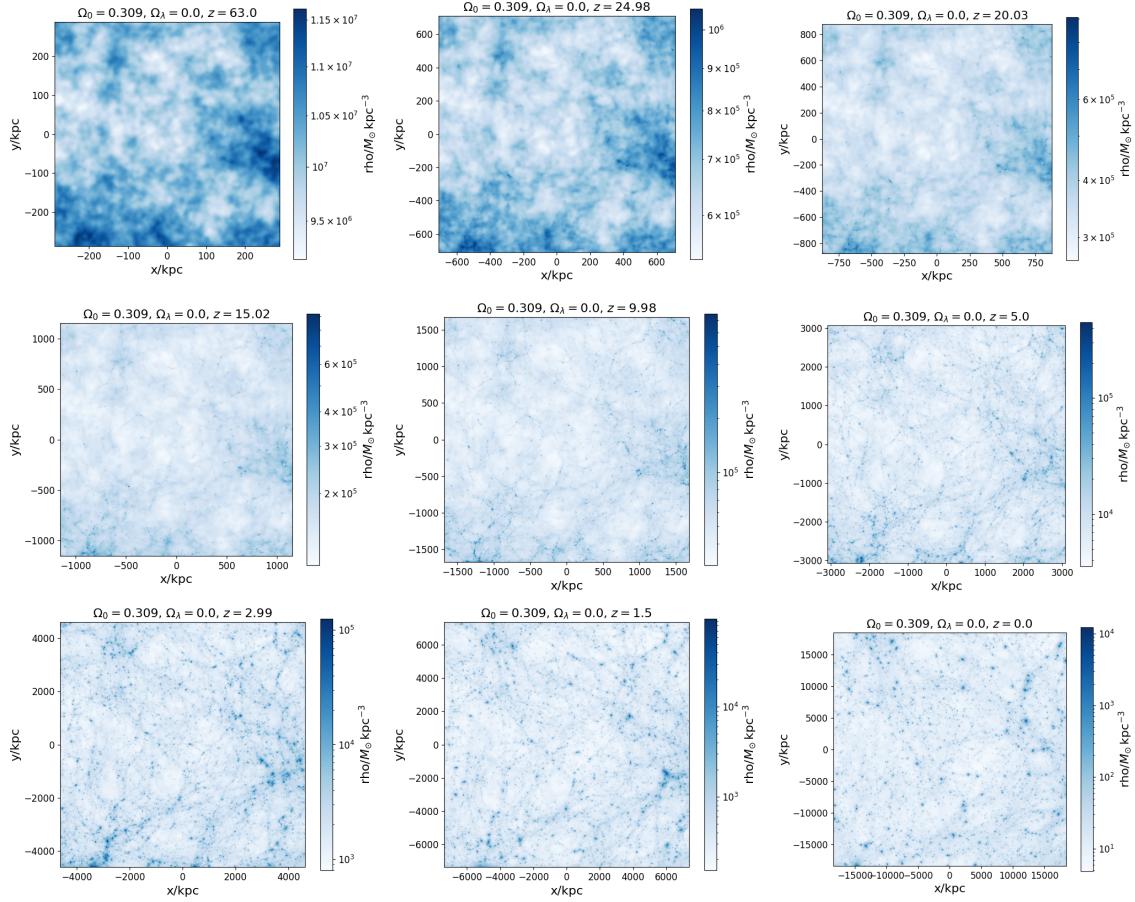


Figura 3.68: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.309$.

3.2.2. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$

Hemos visto los efectos de la ausencia de energía oscura, ahora veremos los efectos de una disminución de la densidad de materia. Lo primero que podemos observar en la figura 3.69 es que las estructuras se empiezan a formar a partir del redshift $z = 25$, igual que cuando hay una ausencia de energía oscura. En $z = 2.33$ es donde alcanzamos la mayor cantidad halos a lo largo de la evolución del Universo. Alrededor de $z = 14$ es cuando empezamos a ver un crecimiento apreciable en la cantidad de halos.

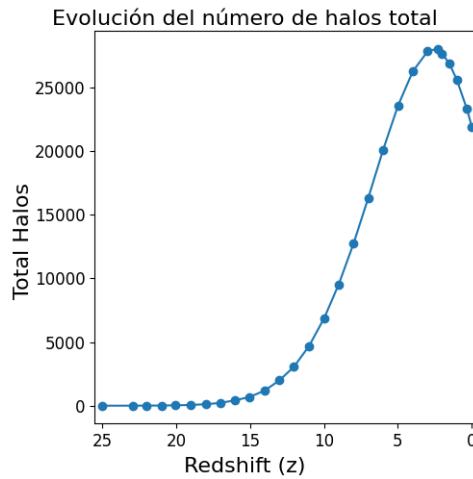


Figura 3.69: Se muestra el número de halos según el redshift y podemos observar como evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.1545$.

La distribución de la masa para esta cosmología se observa en las figuras 3.70 y 3.71. Los rangos de la masa se encuentran entre las $10^{9.81} M_\odot$ a $10^{14.03} M_\odot$ a lo largo de la evolución del sistema. Las estructuras en $z = 23$ tienen masas entre $10^{10.01} M_\odot$ y $10^{10.30} M_\odot$ y la mayoría de las estructuras en $z = 0$ tienen las masas entre $10^{9.95} M_\odot$ y $10^{10.95} M_\odot$ con estructuras que alcanzan $10^{14.32} M_\odot$. Mientras, en la figura 3.72 observamos que la masa media incrementa desde $10^{10.14} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.13} M_\odot$ en $z = 23$ hasta $10^{10.45} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.50} M_\odot$ en $z = 0$.

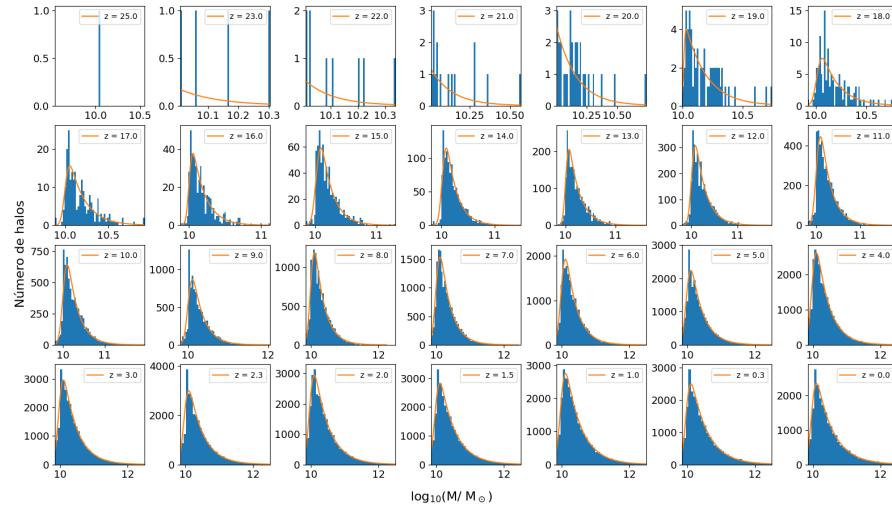


Figura 3.70: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de masa y su ajuste conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.1545$. Se muestran las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez más masivos.

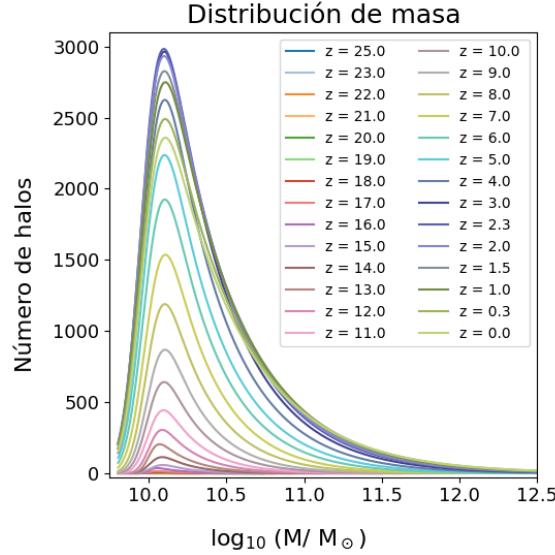


Figura 3.71: Mostramos los ajustes de la figura 3.70 para destacar la evolución de la distribución de masa del Universo $\Omega_\lambda = 0$, $\Omega_0 = 0.1545$ desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

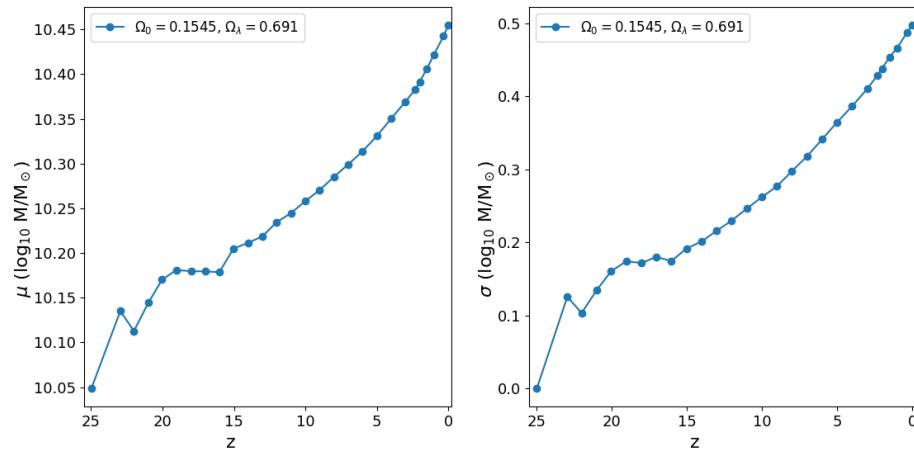


Figura 3.72: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad de los halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

En las figuras 3.73 y 3.74 podemos ver el radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del Universo. Vemos que los radios se encuentran entre los $10^{0.42}$ kpc y $10^{2.59}$ kpc donde los halos en $z = 23$ tienen radios entre los $10^{0.42}$ kpc y los $10^{0.52}$ y las estructuras en $z = 0$ tienen la mayor parte de los halos en el rango de $10^{1.22}$ kpc y los $10^{1.58}$ kpc con halos que alcanzan hasta los $10^{2.59}$ kpc. En la figura 3.75 vemos el crecimiento del radio medio desde $10^{0.46}$ kpc con una desviación de $10^{0.04}$ kpc en $z = 23$ hasta un radio de $10^{1.40}$ kpc con una desviación de $10^{0.18}$ kpc en $z = 0$.

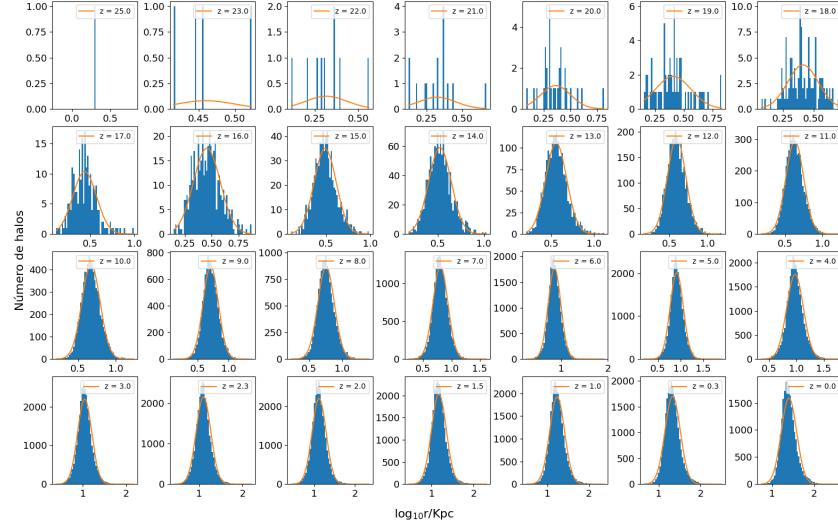


Figura 3.73: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio que contiene la mitad de la masa y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

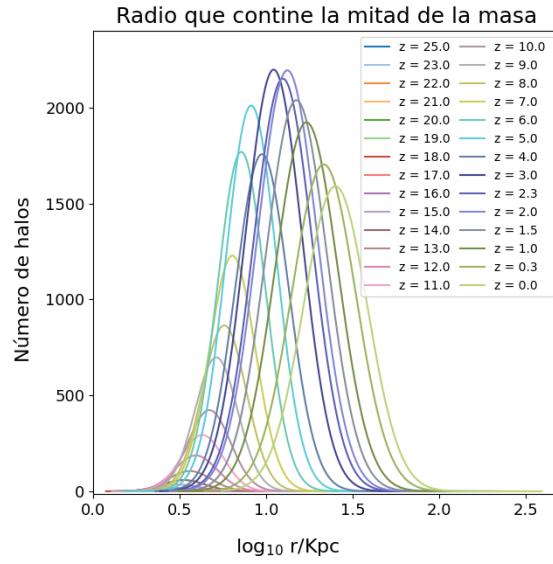


Figura 3.74: Mostramos los ajustes de la figura 3.73 para destacar la evolución de la distribución del radio que contiene la mitad de la masa del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$ desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

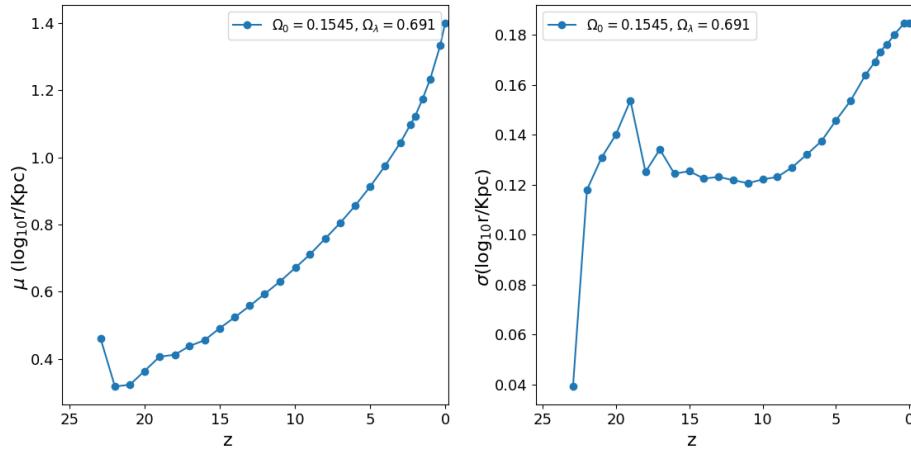


Figura 3.75: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio que contiene la mitad de la masa que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

Ahora veamos el comportamiento del radio asociado con las velocidades circulares. En las figuras 3.76 y 3.77 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras, tenemos halos con radios que van desde los 1.20 kpc hasta los 235.31 kpc. Vemos que los halos tienen radios menores a 2.29 kpc en $z = 23$ y en $z = 0$ la mayoría tienen radios entre 11.44 kpc y 34.14 kpc con picos en 235.31 kpc. En la figura 3.78 vemos que la media va desde los 1.86 kpc con una desviación de 0.41 kpc en $z = 23$ hasta 22.79 kpc con una desviación de 11.35 kpc en $z = 0$.

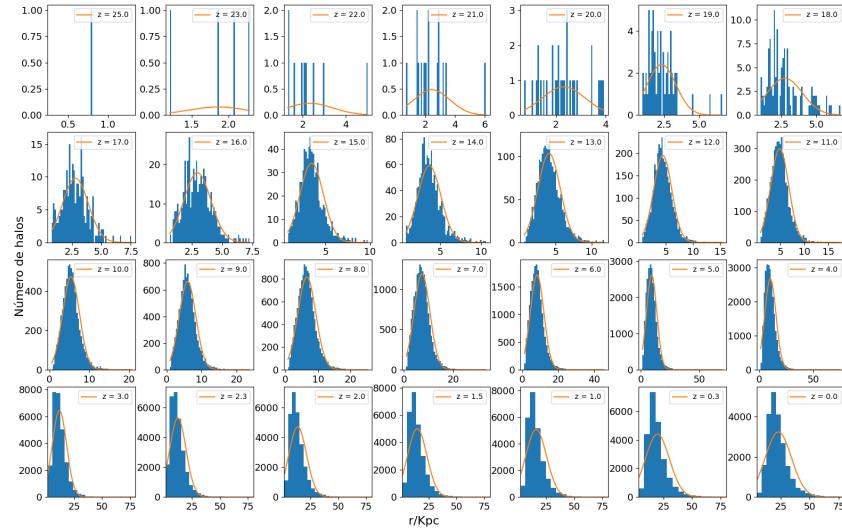


Figura 3.76: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio donde alcanza su velocidad máxima circular y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

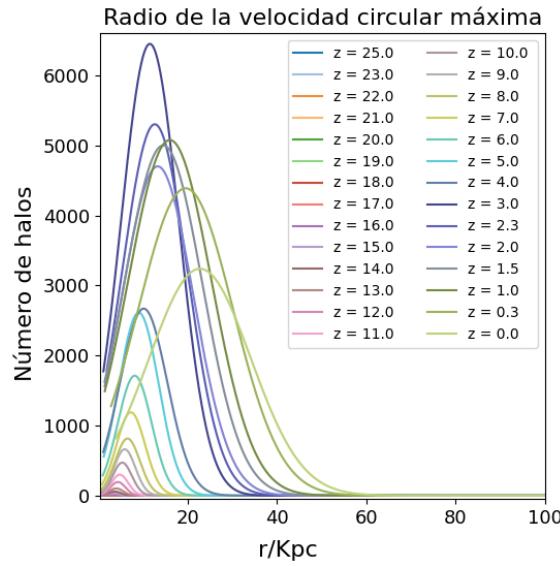


Figura 3.77: Mostramos los ajustes de la figura 3.76 para destacar la evolución de la distribución del radio donde alcanza su velocidad máxima circular del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$ desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

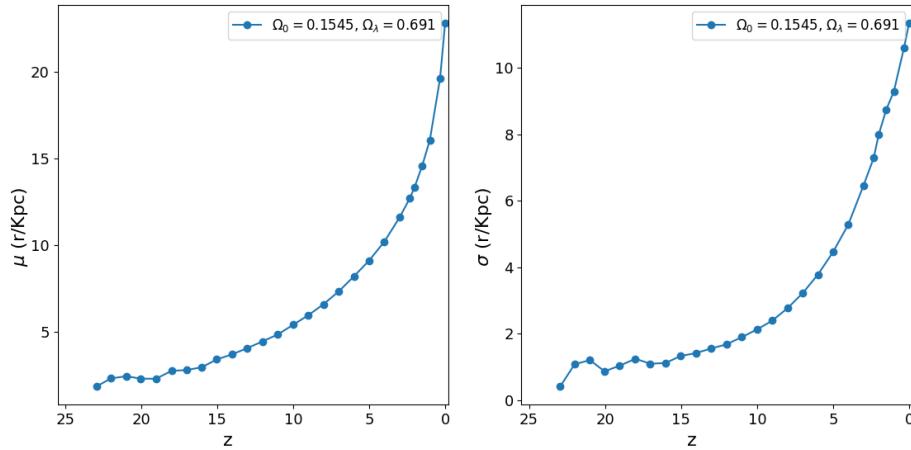


Figura 3.78: En la izquierda mostramos la media del radio donde alcanza su velocidad máxima circular en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio donde alcanza su velocidad máxima circular que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

Seguimos con la velocidad circular máxima que se alcanza en estos radios. De las figuras 3.82 y 3.83 apreciamos que las velocidades circulares están en el rangos de 16.07 kms^{-1} y 815.84 kms^{-1} a lo largo de la evolución. En $z = 23$ tenemos halos con velocidades entre 95.55 kms^{-1} y 130.11 kms^{-1} y en $z = 0$ la mayoría se encuentran entre 30.98 kms^{-1} y 84.70 kms^{-1} . En la figura 3.81 observamos que la velocidad media disminuye rápidamente desde 108.56 kms^{-1} con una desviación de 13.03 kms^{-1} en $z = 23$ hasta que alcanza 57.84 kms^{-1} con una desviación de 26.86 kms^{-1} en $z = 0$.

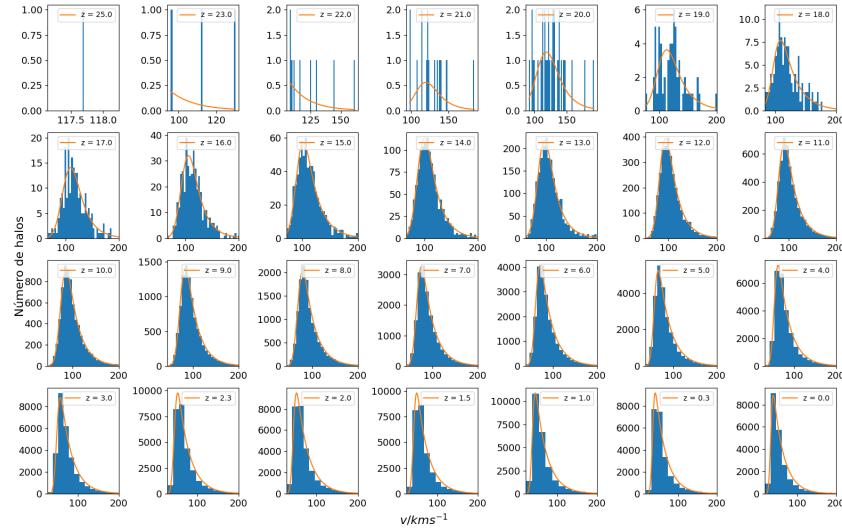


Figura 3.79: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos de la velocidad circular máxima y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

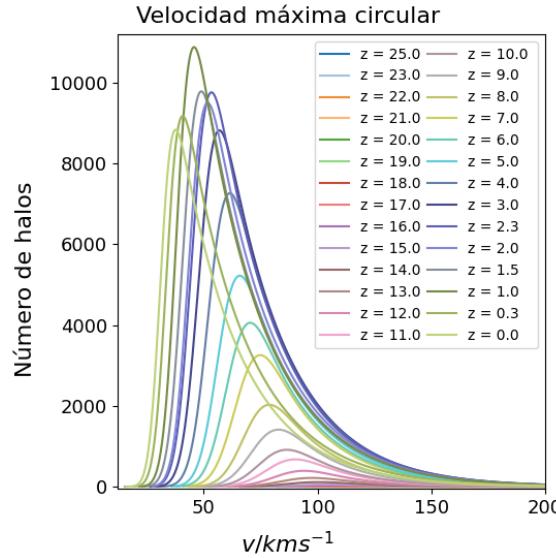


Figura 3.80: Mostramos los ajustes de la figura 3.79 para destacar la evolución de la distribución de la velocidad circular máxima del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$ desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

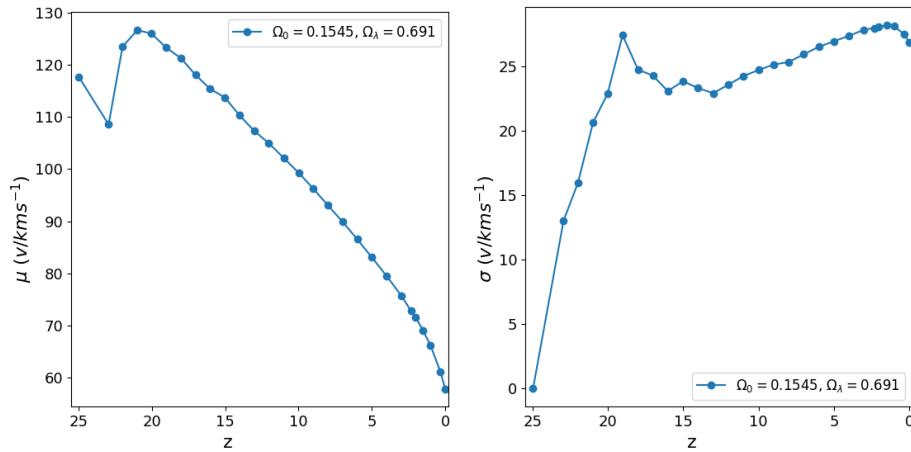


Figura 3.81: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la velocidad circular máxima que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

Continuando con la dispersión de las velocidades, de las figuras 3.82 y 3.83 vemos que la dispersión se encuentra entre 8.18 kms^{-1} y 456.43 kms^{-1} a lo largo de la evolución de los halos. En $z = 23$ vemos que los halos se encuentran en el rango de los 52.95 kms^{-1} a los 77.34 kms^{-1} , mientras que $z = 0$ vemos que la mayoría de los halos tienen velocidades desde los 13.16 kms^{-1} y 41.50 kms^{-1} con los picos en los 456.43 kms^{-1} . En la figura 3.84 observamos que la dispersión de velocidades media disminuye desde los 63.11 kms^{-1} con una desviación de 10.17 kms^{-1} en $z = 23$ a 27.33 kms^{-1} con una desviación de 14.17 kms^{-1} en $z = 0$.

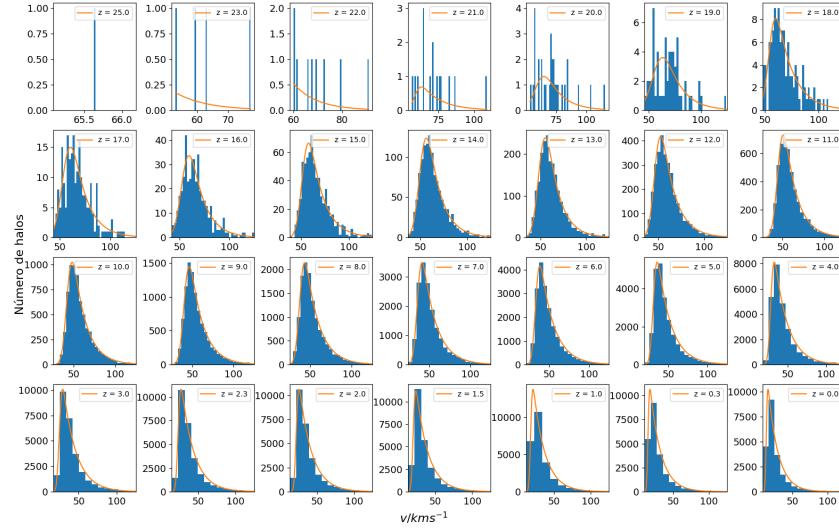


Figura 3.82: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de la dispersión de velocidades y su ajuste conforme evoluciona el Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 25$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

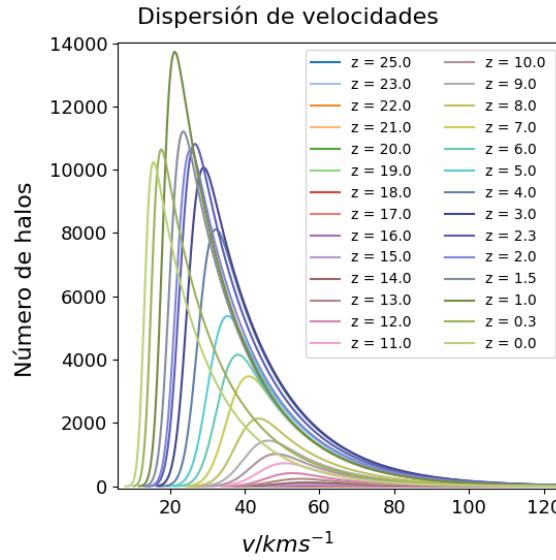


Figura 3.83: Mostramos los ajustes de la figura 3.82 para destacar la evolución de la distribución de la dispersión de velocidades del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$ desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

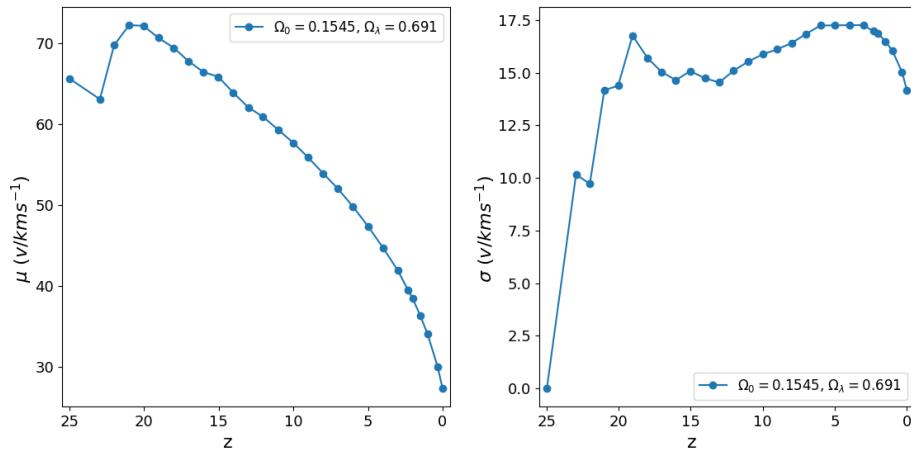


Figura 3.84: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la dispersión de velocidades que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 25$ hasta un $z = 0$.

La figura 3.85 muestra el mapa de densidad de un Universo $\Omega_\Lambda = 0.691$ $\Omega_0 = 0.1545$, donde podemos ver la estructura que describimos en los diferentes puntos de su evolución vista desde un plano.

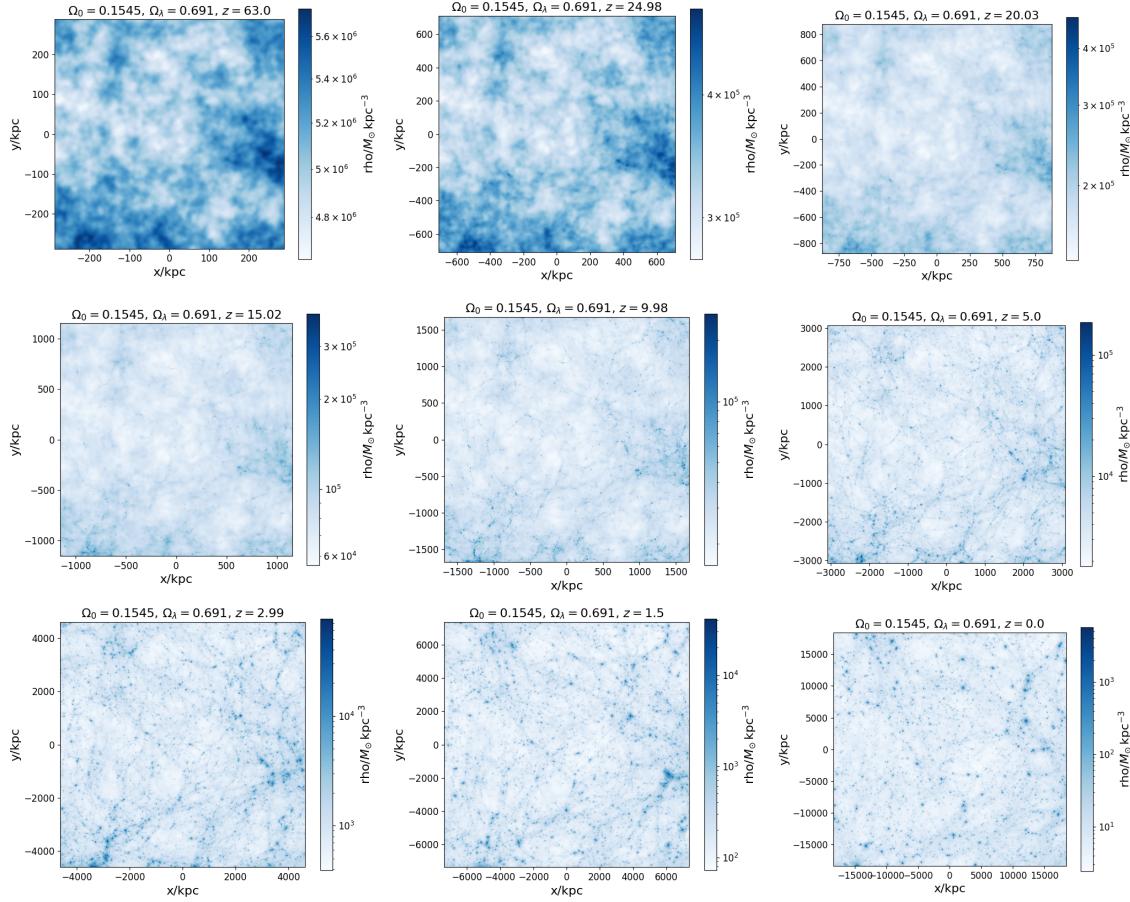


Figura 3.85: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.1545$.

3.2.3. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$

Ahora veremos los efectos de una disminución de la densidad de energía oscura. Lo primero que podemos observar en la figura 3.86 es que las estructuras se empiezan a formar a partir del redshift $z = 22$. En $z = 2$ es donde alcanzamos la mayor cantidad halos a lo largo de la evolución del Universo y alrededor de $z = 12$ es cuando empezamos a ver un crecimiento apreciable en la cantidad de halos.

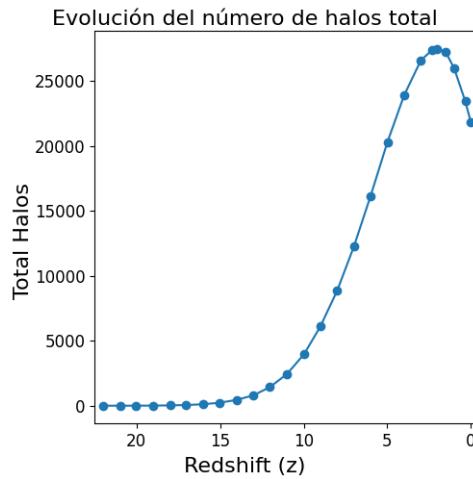


Figura 3.86: Se muestra el número de halos según el redshift y podemos observar como evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.3455$ y $\Omega_0 = 0.309$.

La distribución de la masa para esta cosmología se observa en las figuras 3.87 y 3.88. Los rangos de la masa se encuentran entre las $10^{10.11} M_\odot$ a $10^{14.32} M_\odot$ a lo largo de la evolución del sistema. Las estructuras en $z = 20$ tienen masas menores a las $10^{10.61} M_\odot$ y la mayoría de las estructuras en $z = 0$ tienen masas entre $10^{10.26} M_\odot$ y $10^{11.24} M_\odot$ con estructuras que alcanzan $10^{14.32} M_\odot$. Mientras, la figura 3.89 nos muestra el comportamiento medio durante la evolución donde observamos que la masa media incrementa desde $10^{10.45} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.12} M_\odot$ en $z = 20$ hasta $10^{10.75} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.49} M_\odot$ en $z = 0$.

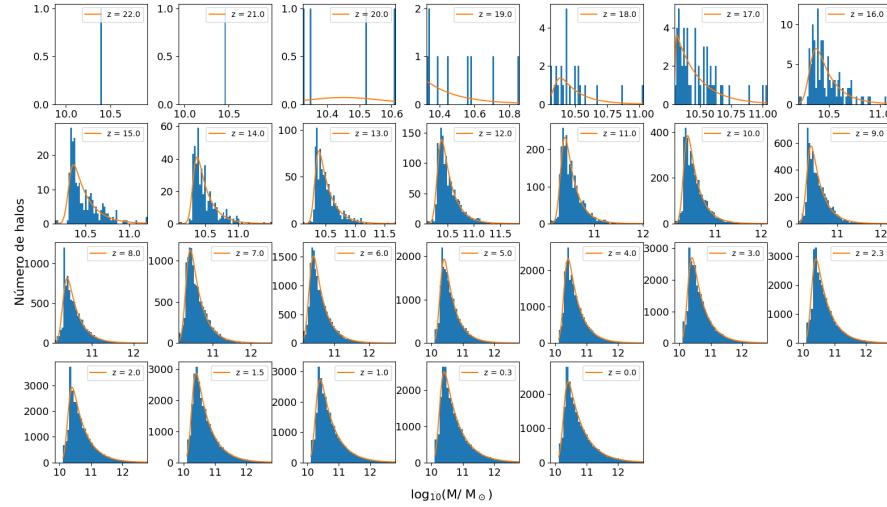


Figura 3.87: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de masa y su ajuste conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.3455$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 22$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez más masivos.

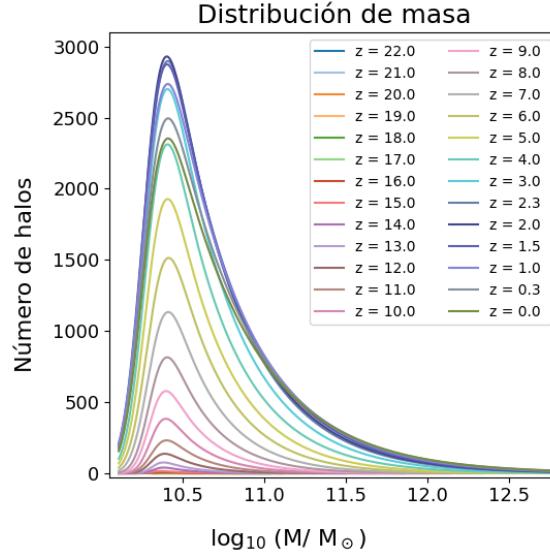


Figura 3.88: Mostramos los ajustes de la figura 3.87 para destacar la evolución de la distribución de masa del Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 22$ hasta un $z = 0$.

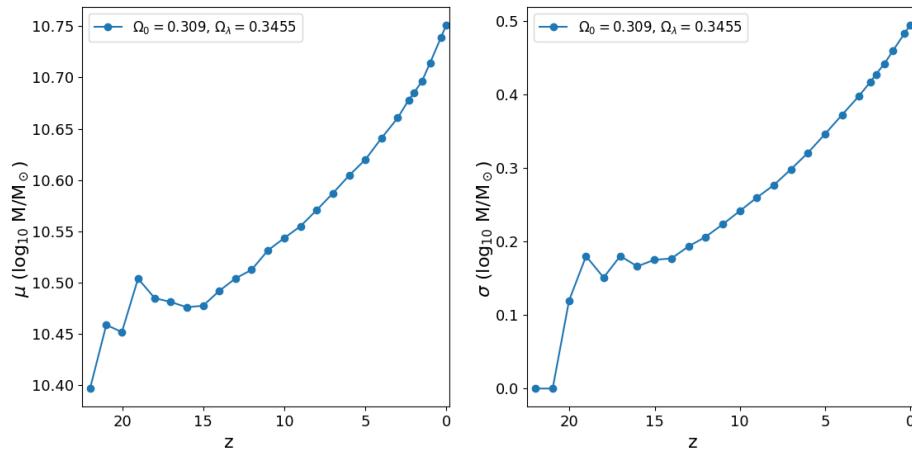


Figura 3.89: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad de los halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 22$ hasta un $z = 0$.

En las figuras 3.90 y 3.91 podemos ver el radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del Universo. Vemos que los radios se encuentran entre los $10^{0.11}$ kpc y $10^{2.63}$ kpc donde los halos en $z = 20$ tienen radios entre los $10^{0.11}$ kpc y los $10^{0.44}$ y las estructuras en $z = 0$ tienen la mayor parte de los halos en el rango de $10^{1.24}$ kpc y los $10^{1.60}$ kpc con halos que alcanzan hasta los $10^{2.63}$ kpc. En la figura 3.92 vemos el crecimiento del radio medio desde $10^{0.33}$ kpc con una desviación de $10^{0.13}$ kpc en $z = 20$ hasta un radio de $10^{1.42}$ kpc con una desviación de $10^{0.18}$ kpc en $z = 0$.

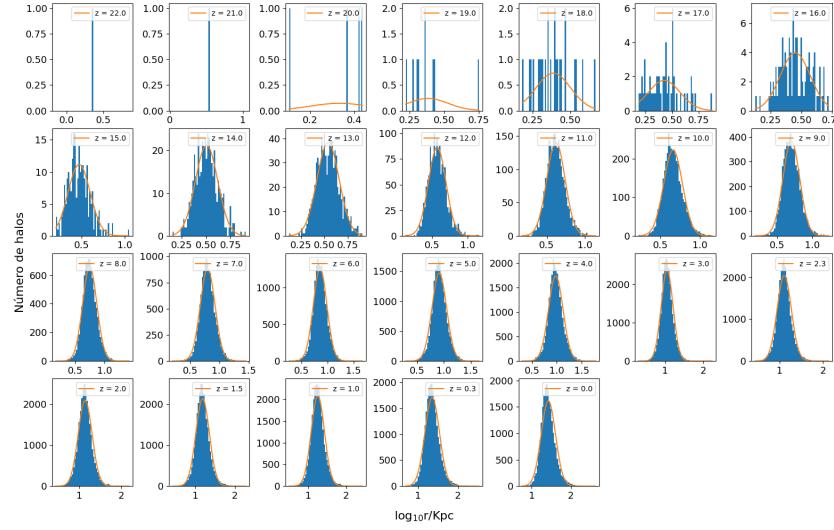


Figura 3.90: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio que contiene la mitad de la masa y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 22$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

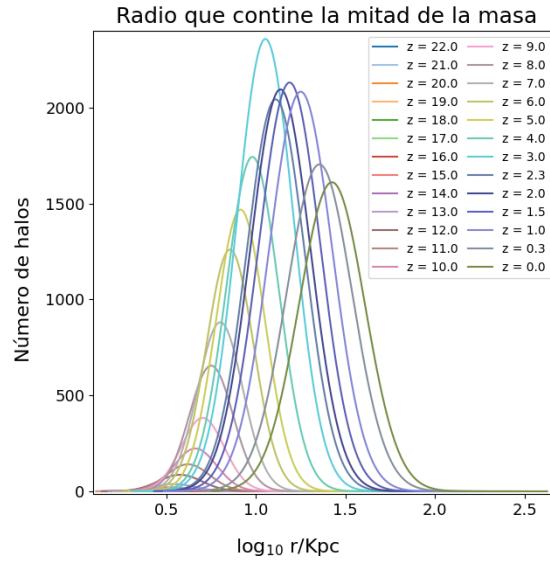


Figura 3.91: Mostramos los ajustes de la figura 3.90 para destacar la evolución de la distribución del radio que contiene la mitad de la masa del Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 22$ hasta un $z = 0$.

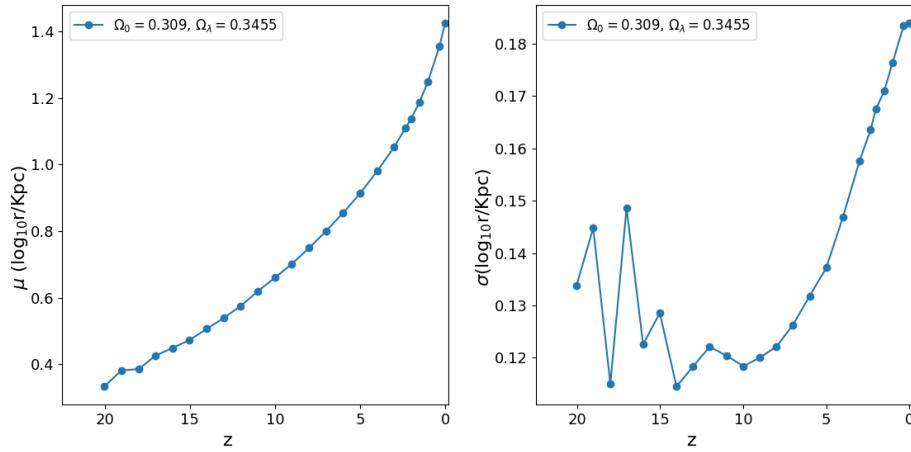


Figura 3.92: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio que contiene la mitad de la masa que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 22$ hasta un $z = 0$.

Ahora veamos el comportamiento del radio asociado con las velocidades circulares. En las figuras 3.93 y 3.94 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras, tenemos halos con radios que van desde los 1.29 kpc hasta los 275.77 kpc. Vemos que los halos tienen tamaños menores a 2.92 kpc en $z = 20$ y en $z = 0$ la mayoría tienen radios entre 11.59 kpc y 36.99 kpc. En la figura 3.95 vemos que la media va desde los 2.39 kpc con una desviación de 0.64 kpc en $z = 20$ hasta 24.29 kpc con una desviación de 12.70 kpc en $z = 0$.

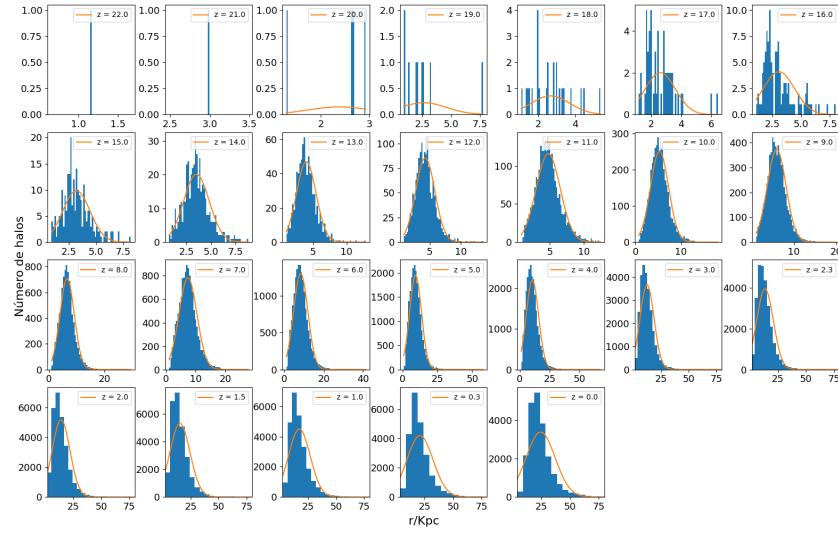


Figura 3.93: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio donde alcanza su velocidad máxima circular y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 22$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

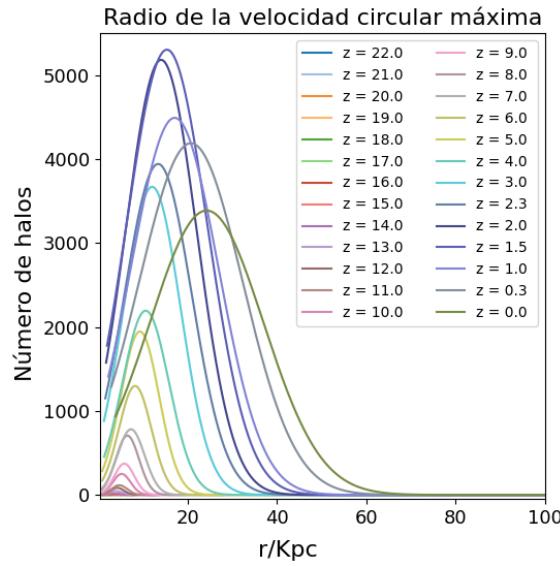


Figura 3.94: Mostramos los ajustes de la figura 3.93 para destacar la evolución de la distribución del radio donde alcanza su velocidad máxima circular del Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 22$ hasta un $z = 0$.

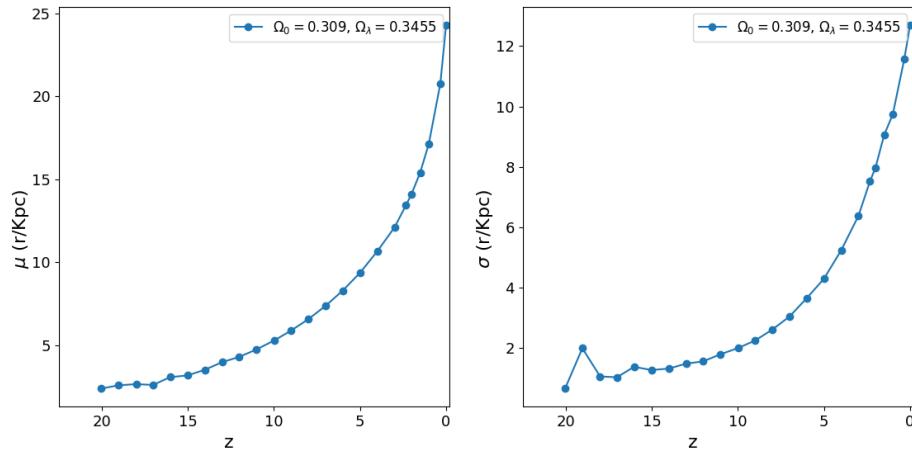


Figura 3.95: En la izquierda mostramos la media del radio donde alcanza su velocidad máxima circular en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio donde alcanza su velocidad máxima circular que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 22$ hasta un $z = 0$.

Seguimos con la velocidad circular máxima que se alcanza en estos radios. De las figuras 3.99 y 3.100 apreciamos que las velocidades circulares están en el rangos de 23.89 kms^{-1} y 1088.27 kms^{-1} a lo largo de la evolución. En $z = 20$ tenemos halos con velocidades entre 137.08 kms^{-1} y 1210.92 kms^{-1} y en $z = 0$ la mayoría se encuentran entre 42.62 kms^{-1} y 115.18 kms^{-1} . En la figura 3.98 observamos que la velocidad media disminuye rápidamente desde 177.30 kms^{-1} con una desviación de 30.21 kms^{-1} en $z = 20$ hasta que alcanza 78.90 kms^{-1} con una desviación de 36.28 kms^{-1} en $z = 0$.

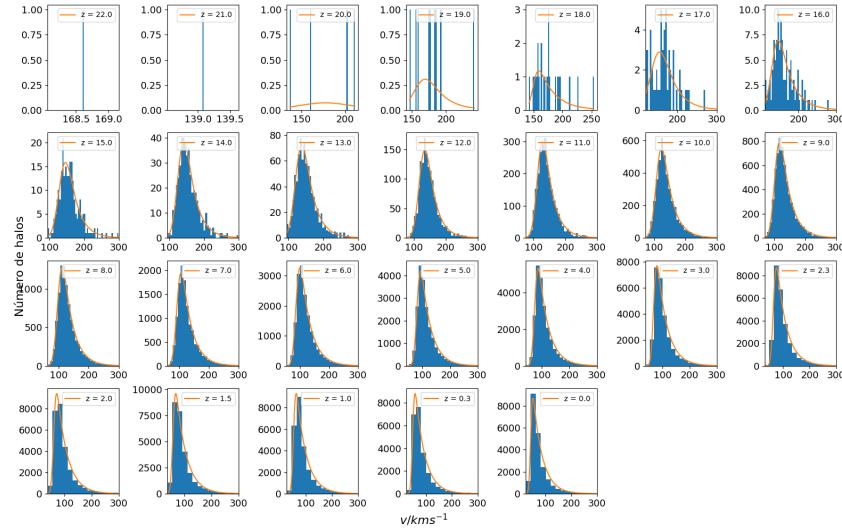


Figura 3.96: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos de la velocidad circular máxima y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 22$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

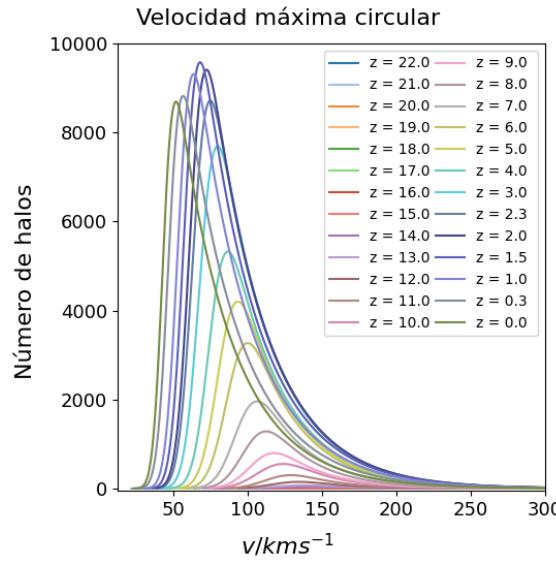


Figura 3.97: Mostramos los ajustes de la figura 3.96 para destacar la evolución de la distribución de la velocidad circular máxima del Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 22$ hasta un $z = 0$.

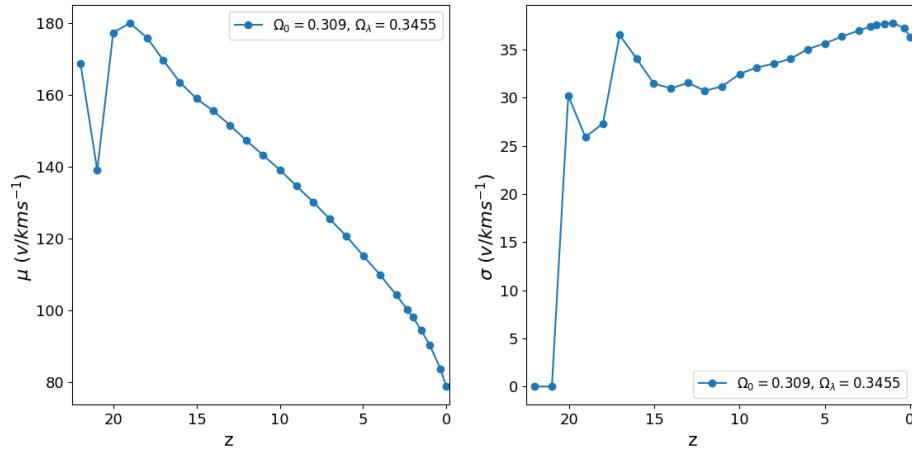


Figura 3.98: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la velocidad circular máxima que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 22$ hasta un $z = 0$.

Continuando con la dispersión de las velocidades, de las figuras 3.99 y 3.100 vemos que la dispersión se encuentra entre 13.25 km s^{-1} y 616.69 km s^{-1} a lo largo de la evolución de los halos. En $z = 20$ vemos que los halos se encuentran en el rango de los 76.49 km s^{-1} a los 113.64 km s^{-1} , mientras que $z = 0$ vemos que la mayoría de los halos tienen velocidades desde los 18.65 km s^{-1} y 57.51 km s^{-1} con los picos en los 616.69 km s^{-1} . En la figura 3.101 observamos que la dispersión de velocidades media disminuye desde los 96.91 km s^{-1} con una desviación de 15.15 km s^{-1} en $z = 20$ a 38.08 km s^{-1} con una desviación de 19.43 km s^{-1} en $z = 0$.

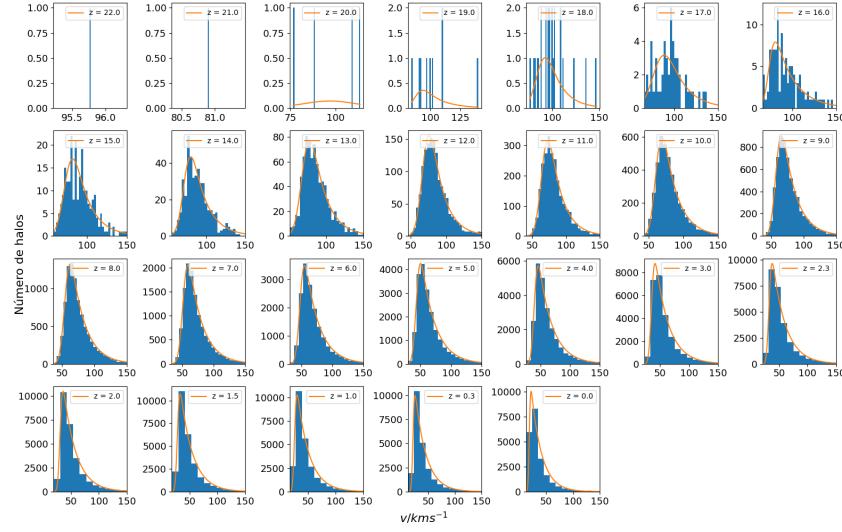


Figura 3.99: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de la dispersión de velocidades y su ajuste conforme evoluciona el Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 22$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

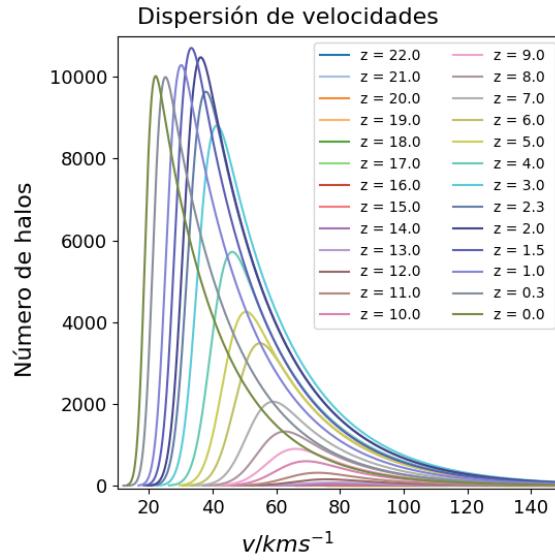


Figura 3.100: Mostramos los ajustes de la figura 3.99 para destacar la evolución de la distribución de la dispersión de velocidades del Universo $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 22$ hasta un $z = 0$.

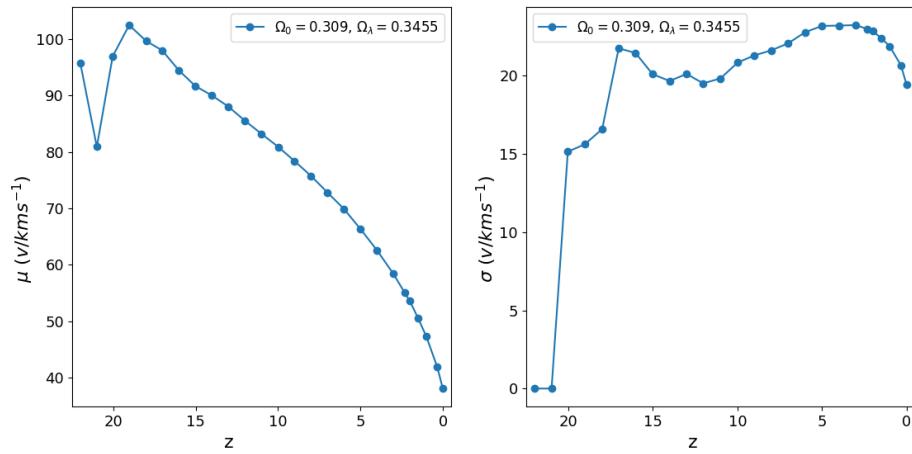


Figura 3.101: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la dispersión de velocidades que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 22$ hasta un $z = 0$.

La figura 3.102 muestra el mapa de densidad de un Universo $\Omega_\Lambda = 0.3455 \Omega_0 = 0.309$, donde podemos ver la estructura que describimos en los diferentes puntos de su evolución vista desde un plano.

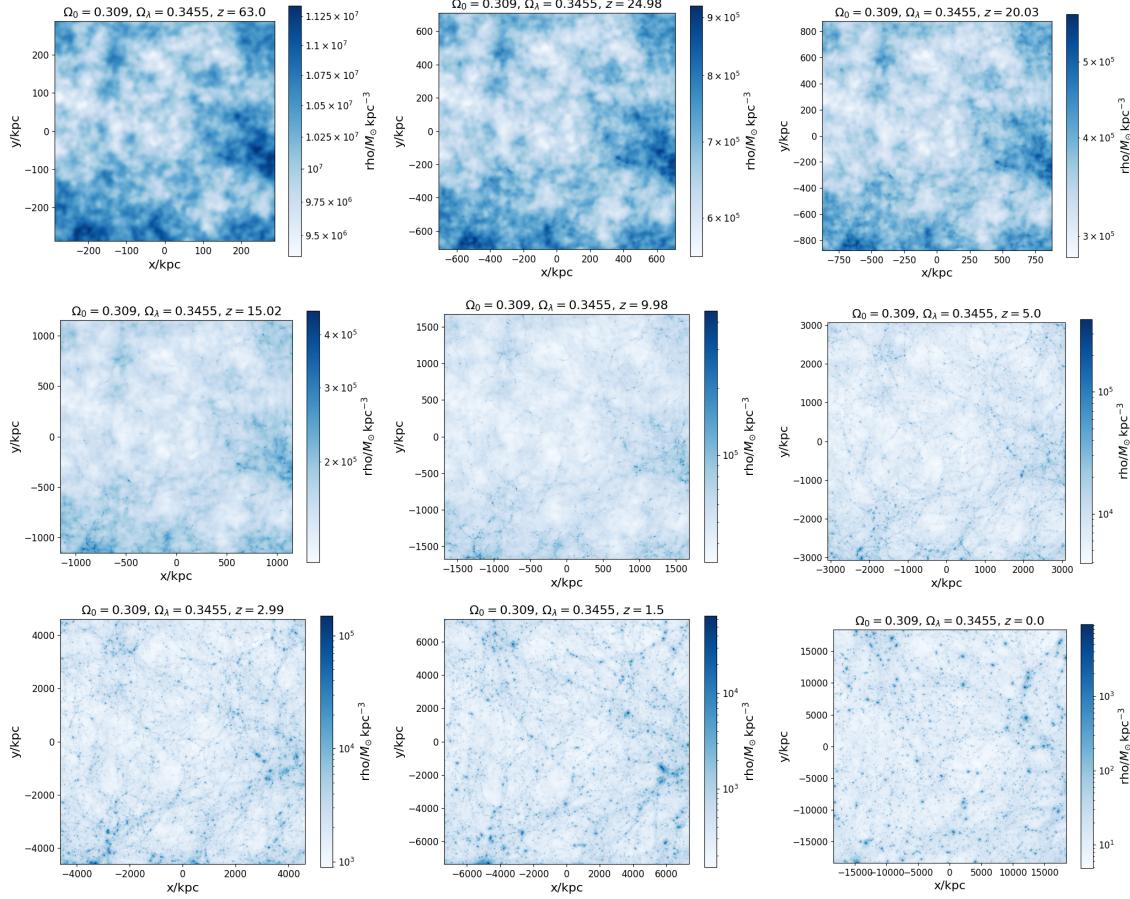


Figura 3.102: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0.3455$, $\Omega_0 = 0.309$.

3.3. Cosmología Super-Crítica $\Omega > 1$

Hemos visto los efectos en un Universo plano y uno abierto acelerado, ahora veamos dos nuevas cosmologías pero con cosmologías cerradas (o super-críticas). Estas nuevas cosmologías se escogieron con el objetivo de estudiar los efectos en el Universo cuando se altera una de sus densidades como se realizó anteriormente. Empezando con una cosmología donde las densidades son $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$, en este universo veremos los efectos de un Universo con un incremento en la densidad de materia pero sin afectarse la densidad de energía. Luego pasaremos nuestra atención a estudiar los efectos de un Universo donde aumentamos la densidad de energía sin afectar la densidad de materia ($\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$).

3.3.1. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$

Iniciamos analizando un Universo con un incremento en la densidad de materia. Lo primero que podemos observar en la figura 3.103 es que las estructuras se empiezan a formar a partir del redshift $z = 13$. En $z = 1.5$ es donde alcanzamos la mayor cantidad halos, 26073 halos. Alrededor de $z = 8$ es cuando empezamos a ver un crecimiento apreciable en la cantidad de halos.

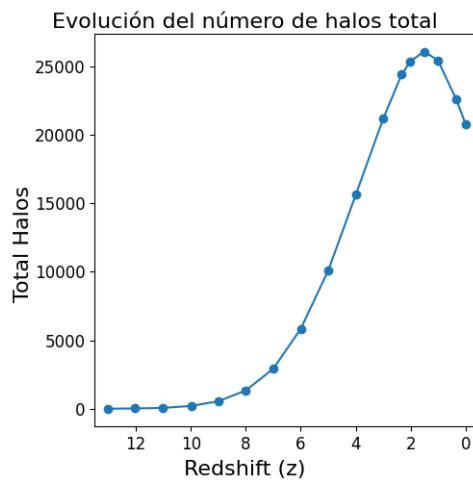


Figura 3.103: Se muestra el número de halos según el redshift y podemos observar como evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.409$.

La distribución de la masa para esta cosmología se observa en las figuras 3.104 y 3.105. Los rangos de la masa se encuentran entre las $10^{10.23} M_\odot$ a $10^{14.43} M_\odot$ a lo largo de la evolución del sistema. Las estructuras en $z = 13$ tienen masas menores a $10^{10.75} M_\odot$ y las estructuras en $z = 0$ la mayor parte de los halos tienen masas entre $10^{10.38} M_\odot$ y $10^{11.36} M_\odot$ con estructuras que alcanzan $10^{14.43} M_\odot$. Mientras, la figura 3.106 nos muestra el comportamiento medio durante la evolución donde observamos que la masa media incrementa desde $10^{10.54} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.08} M_\odot$ en $z = 13$ hasta $10^{10.87} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.49} M_\odot$ en $z = 0$.

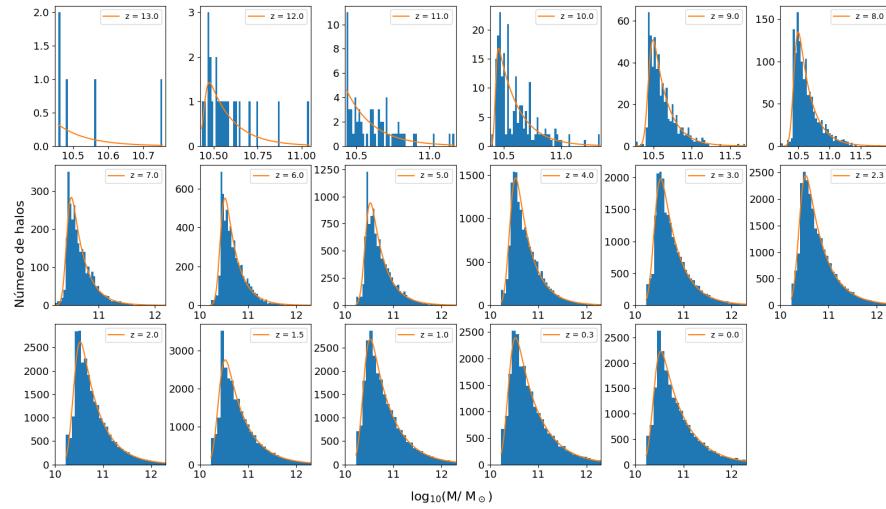


Figura 3.104: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de masa y su ajuste conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$ y $\Omega_0 = 0.409$. Se muestran las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 13$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez más masivos.

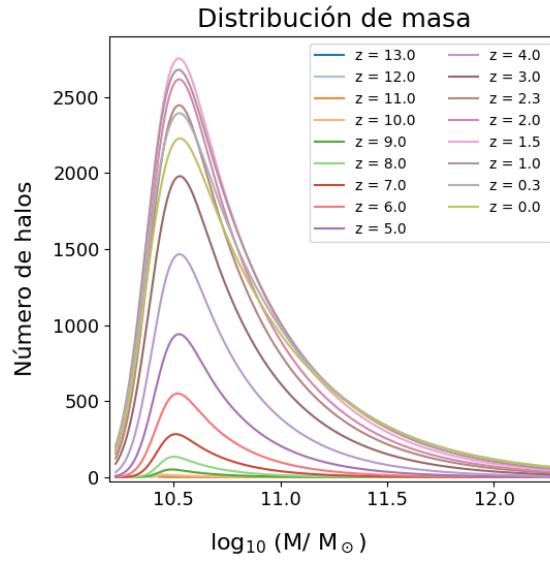


Figura 3.105: Mostramos los ajustes de la figura 3.104 para destacar la evolución de la distribución de masa del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$ desde un $z = 13$ hasta un $z = 0$.

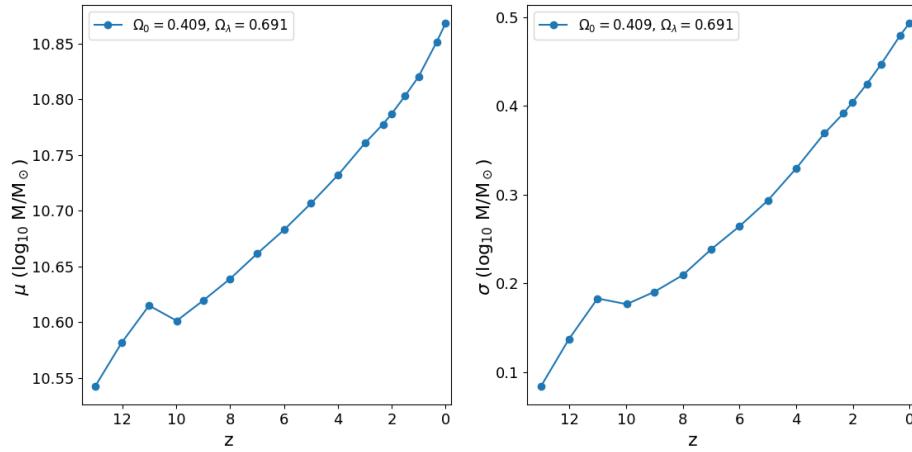


Figura 3.106: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad de los halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 13$ hasta un $z = 0$.

En las figuras 3.107 y 3.108 podemos ver el radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del Universo. Vemos que los radios se encuentran entre los $10^{0.40}$ kpc y $10^{2.73}$ kpc donde los halos en $z = 13$ tienen radios menores a $10^{0.55}$ kpc y las estructuras en $z = 0$ tienen la mayor parte de los halos en el rango de $10^{1.31}$ kpc y los $10^{1.67}$ kpc con halos que alcanzan hasta los $10^{2.73}$ kpc. En la figura 3.109 vemos el crecimiento del radio medio desde $10^{0.47}$ kpc con una desviación de $10^{0.05}$ kpc en $z = 13$ hasta un radio de $10^{1.49}$ kpc con una desviación de $10^{0.18}$ kpc en $z = 0$.

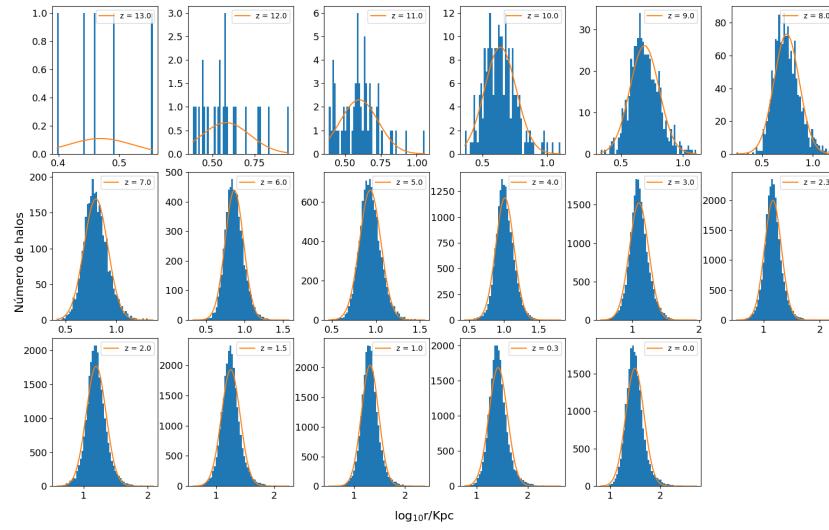


Figura 3.107: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio que contiene la mitad de la masa y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 13$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

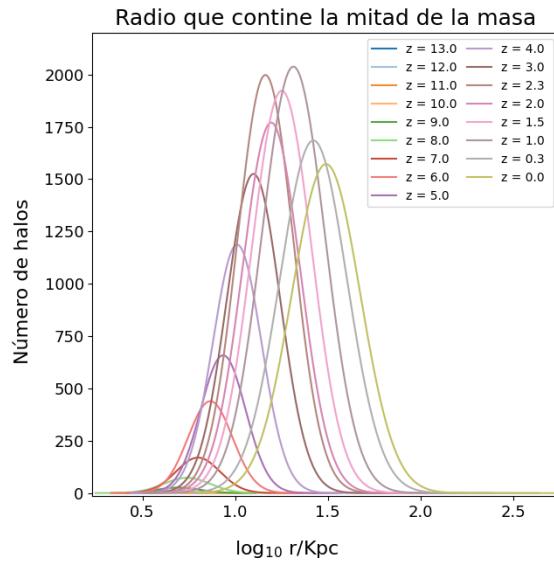


Figura 3.108: Mostramos los ajustes de la figura 3.107 para destacar la evolución de la distribución del radio que contiene la mitad de la masa del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$ desde un $z = 13$ hasta un $z = 0$.

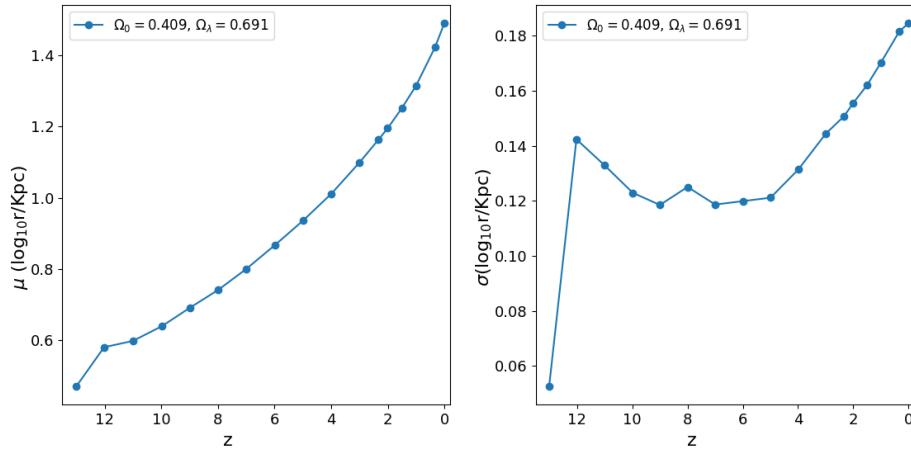


Figura 3.109: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio que contiene la mitad de la masa que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 13$ hasta un $z = 0$.

Ahora veamos el comportamiento del radio asociado con las velocidades circulares. En las figuras 3.110 y 3.111 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras, tenemos halos con radios que van desde los 1.75 kpc hasta los 583.65 kpc. Vemos que los halos tienen tamaños menores a 4.08 kpc en $z = 13$ y en $z = 0$ la mayoría tienen entre 11.77 kpc y 47.85 kpc. En la figura 3.112 vemos que la media va desde los 3.02 kpc con una desviación de 0.96 kpc en $z = 13$ hasta 29.81 kpc con una desviación de 18.04 kpc en $z = 0$.

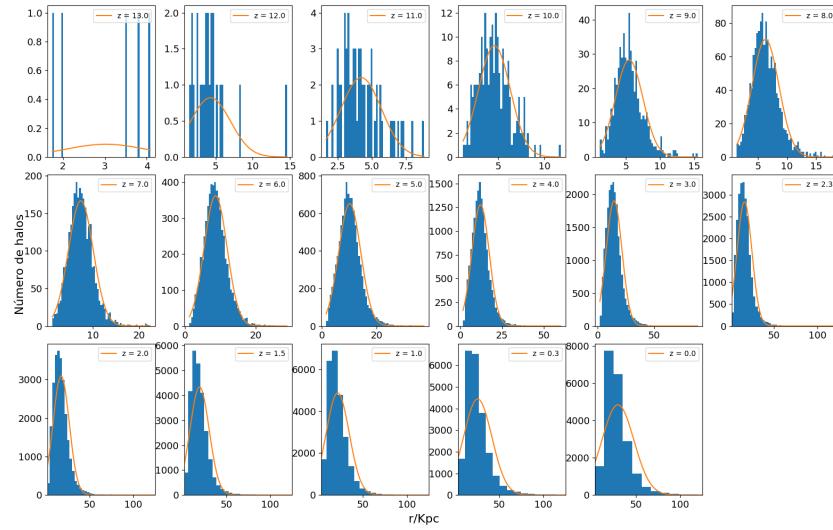


Figura 3.110: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio donde alcanza su velocidad máxima circular y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 13$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

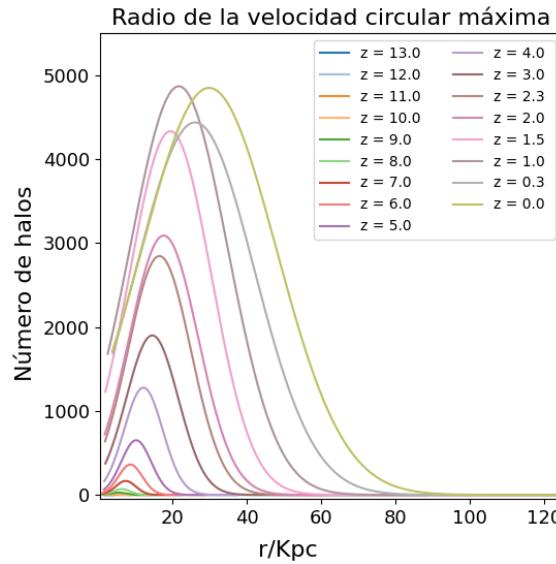


Figura 3.111: Mostramos los ajustes de la figura 3.110 para destacar la evolución de la distribución del radio donde alcanza su velocidad máxima circular del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$ desde un $z = 13$ hasta un $z = 0$.

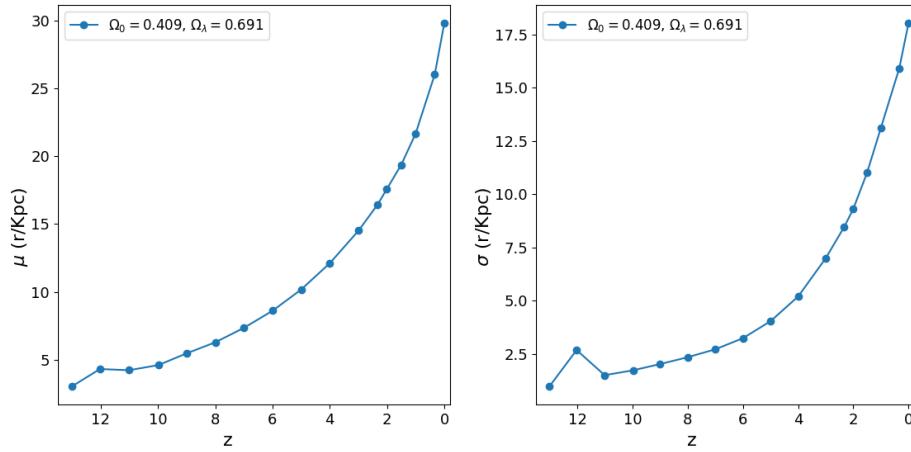


Figura 3.112: En la izquierda mostramos la media del radio donde alcanza su velocidad máxima circular en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio donde alcanza su velocidad máxima circular que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 13$ hasta un $z = 0$.

Seguimos con la velocidad circular máxima que se alcanza en estos radios. De las figuras 3.116 y 3.117 apreciamos que las velocidades circulares están en el rangos de 26.01 kms^{-1} y 965.62 kms^{-1} a lo largo de la evolución. En $z = 13$ tenemos halos con velocidades entre 144.05 kms^{-1} y 168.76 kms^{-1} y en $z = 0$ la mayoría se encuentran entre 45.82 kms^{-1} y 120.24 kms^{-1} . En la figura 3.115 observamos que la velocidad media disminuye rápidamente desde 168.85 kms^{-1} con una desviación de 24.82 kms^{-1} en $z = 13$ hasta que alcanza 83.03 kms^{-1} con una desviación de 37.21 kms^{-1} en $z = 0$.

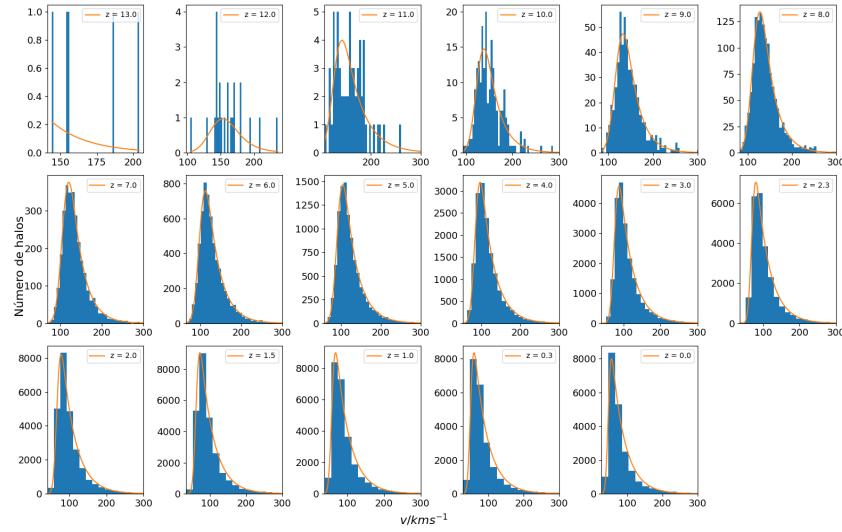


Figura 3.113: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos de la velocidad circular máxima y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 13$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

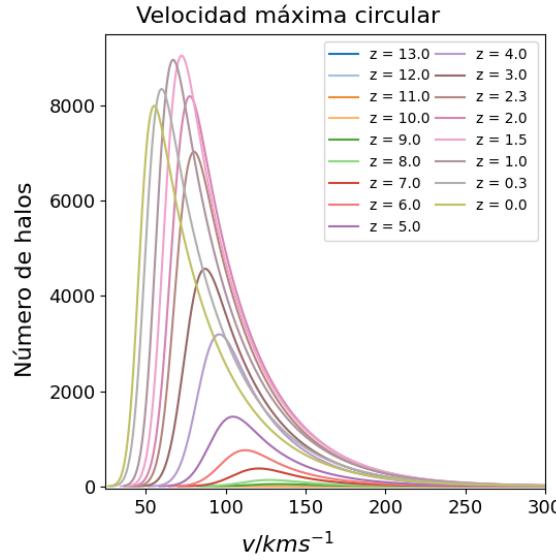


Figura 3.114: Mostramos los ajustes de la figura 3.113 para destacar la evolución de la distribución de la velocidad circular máxima del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$ desde un $z = 13$ hasta un $z = 0$.

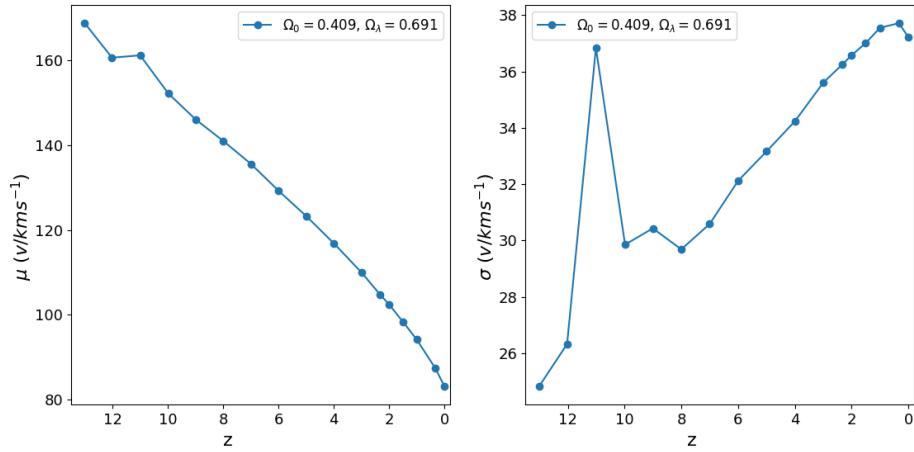


Figura 3.115: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la velocidad circular máxima que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 13$ hasta un $z = 0$.

Continuando con la dispersión de las velocidades, de las figuras 3.116 y 3.117 vemos que la dispersión se encuentra entre 12.70 kms^{-1} y 631.50 kms^{-1} a lo largo de la evolución de los halos. En $z = 13$ vemos que los halos se encuentran en el rango de los 77.50 kms^{-1} a los 117.36 kms^{-1} , mientras que $z = 0$ vemos que la mayoría de los halos tienen velocidades desde los 21.03 kms^{-1} y 62.77 kms^{-1} con los picos en los 631.50 kms^{-1} . En la figura 3.118 observamos que la dispersión de velocidades media disminuye desde los 94.78 kms^{-1} con una desviación de 16.83 kms^{-1} en $z = 13$ a 41.90 kms^{-1} con una desviación de 20.87 kms^{-1} en $z = 0$.

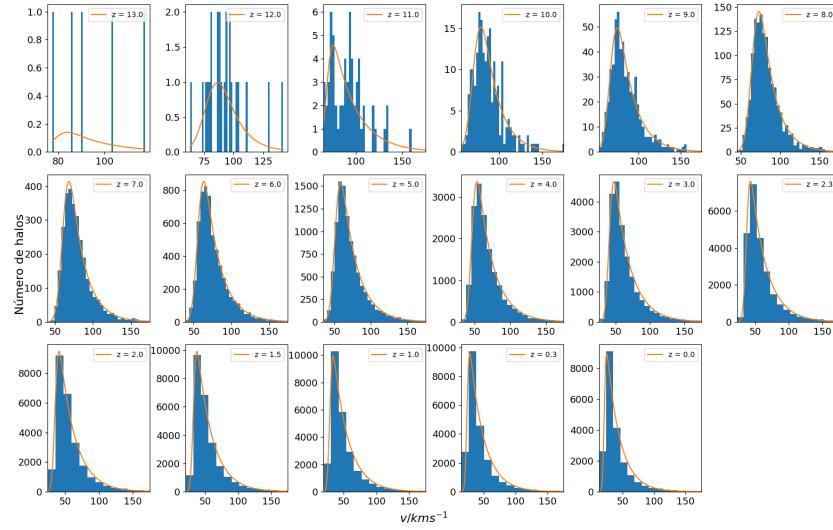


Figura 3.116: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de la dispersión de velocidades y su ajuste conforme evoluciona el Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 13$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

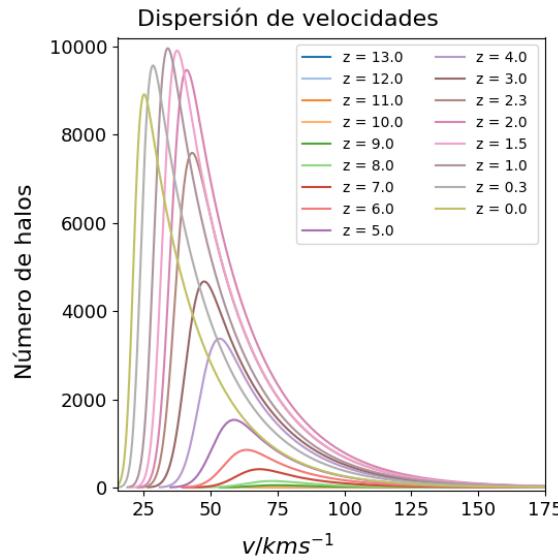


Figura 3.117: Mostramos los ajustes de la figura 3.116 para destacar la evolución de la distribución de la dispersión de velocidades del Universo $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$ desde un $z = 13$ hasta un $z = 0$.

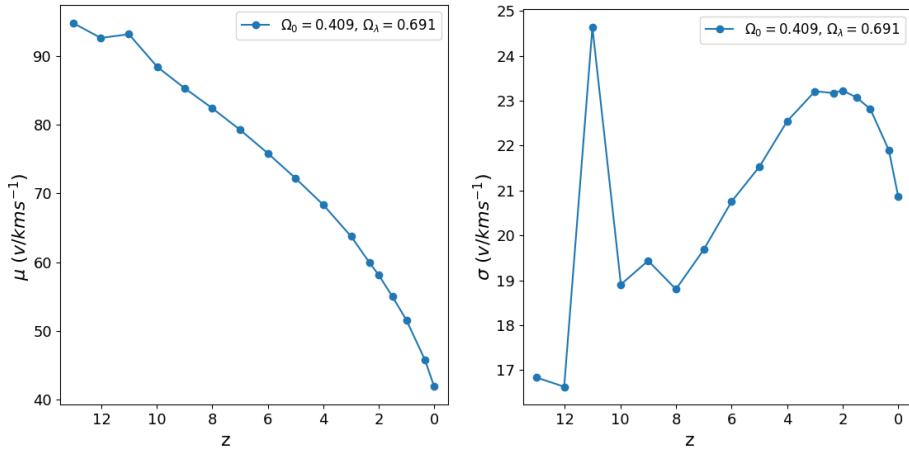


Figura 3.118: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la dispersión de velocidades que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 13$ hasta un $z = 0$.

La figura 3.119 muestra el mapa de densidad de un Universo $\Omega_\lambda = 0.691$ $\Omega_0 = 0.409$, donde podemos ver la estructura que describimos en los diferentes puntos de su evolución vista desde un plano.

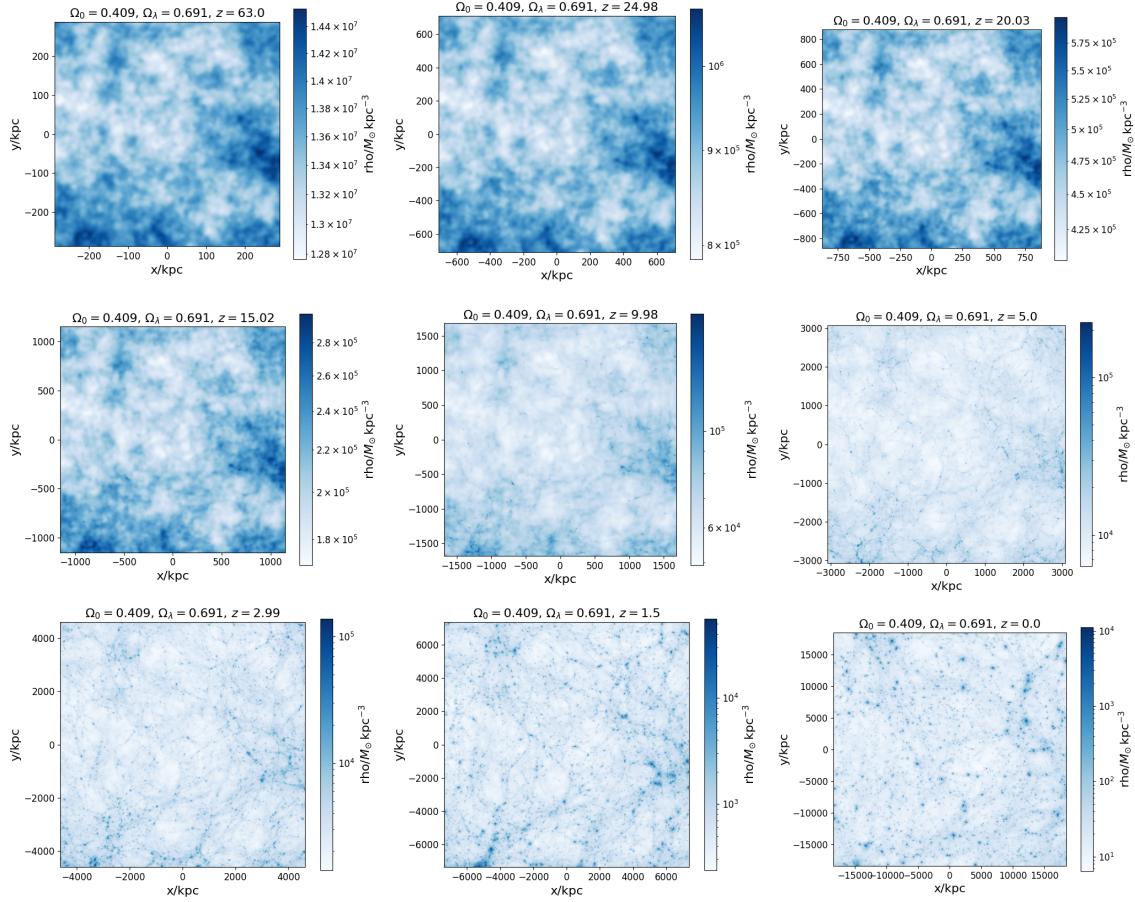


Figura 3.119: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0.691$, $\Omega_0 = 0.409$.

3.3.2. Universo con cosmología $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$

Iniciamos analizando un Universo con un incremento en la densidad de energía. Lo primero que podemos observar en la figura 3.120 es que las estructuras se empiezan a formar a partir del redshift $z = 15$. En $z = 1.5$ es donde alcanzamos la mayor cantidad halos, 26267 halos. Alrededor de $z = 8$ es cuando empezamos a ver un crecimiento apreciable en la cantidad de halos.

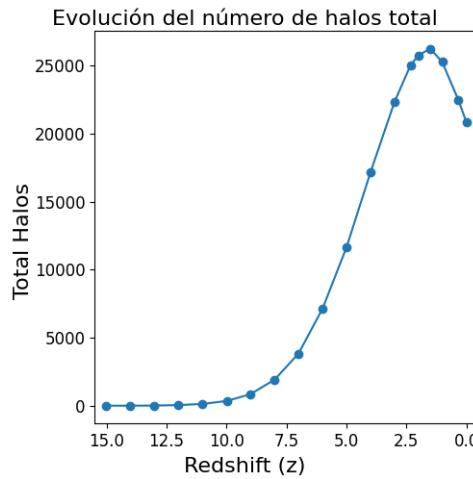


Figura 3.120: Se muestra el número de halos según el redshift y podemos observar como evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.791$ y $\Omega_0 = 0.309$.

La distribución de la masa para esta cosmología se observa en las figuras 3.121 y 3.122. Los rangos de la masa se encuentran entre las $10^{10.11} M_\odot$ a $10^{14.31} M_\odot$ a lo largo de la evolución del sistema. Las estructuras en $z = 14$ tienen masas menores a $10^{11.61} M_\odot$ y las estructuras en $z = 0$ la mayor parte de los halos tienen masas entre $10^{10.25} M_\odot$ y $10^{11.25} M_\odot$ con estructuras que alcanzan $10^{14.31} M_\odot$. Mientras, la figura 3.123 nos muestra el comportamiento medio durante la evolución donde observamos que la masa media incrementa desde $10^{10.49} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.10} M_\odot$ en $z = 14$ hasta $10^{10.75} M_\odot$ con una desviación de $10^{0.50} M_\odot$ en $z = 0$.

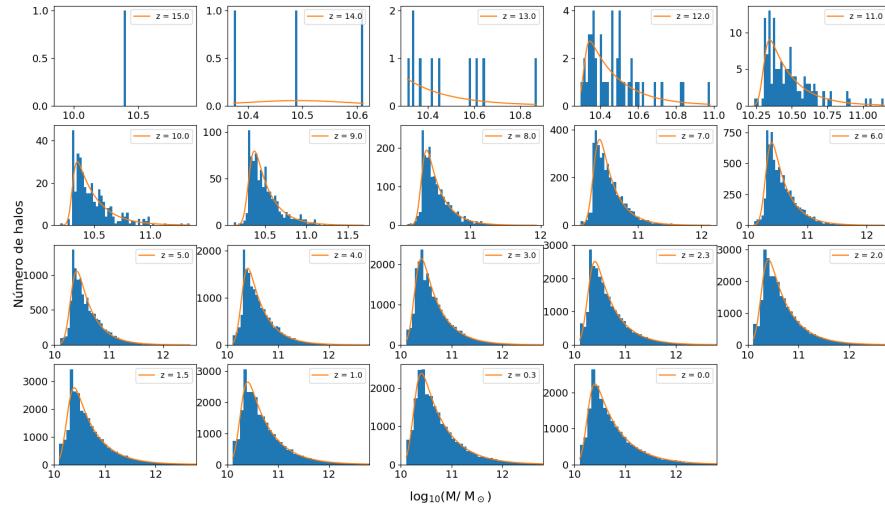


Figura 3.121: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de masa y su ajuste conforme evoluciona el Universo en una cosmología $\Omega_\lambda = 0.791$ y $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones en los diferentes redshifts empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha. Se observa como aumentan la cantidad de halos cada vez más masivos.

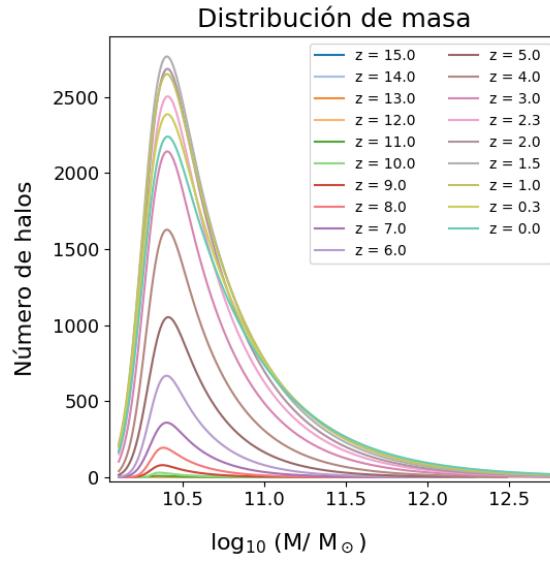


Figura 3.122: Mostramos los ajustes de la figura 3.121 para destacar la evolución de la distribución de masa del Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

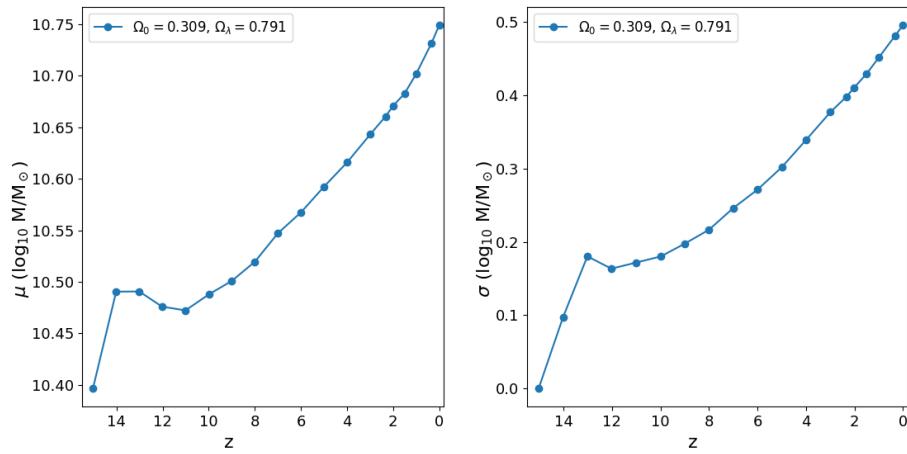


Figura 3.123: En la izquierda se muestra la masa media de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la masa, la cual nos muestra la variedad de los halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

En las figuras 3.124 y 3.125 podemos ver el radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del Universo. Vemos que los radios se encuentran entre los $10^{0.41}$ kpc y $10^{2.71}$ kpc donde los halos en $z = 14$ tienen radios menores a $10^{0.59}$ kpc y las estructuras en $z = 0$ tienen la mayor parte de los halos en el rango de $10^{1.29}$ kpc y los $10^{1.67}$ kpc con halos que alcanzan hasta los $10^{2.71}$ kpc. En la figura 3.126 vemos el crecimiento del radio medio desde $10^{0.51}$ kpc con una desviación de $10^{0.07}$ kpc en $z = 14$ hasta un radio de $10^{1.48}$ kpc con una desviación de $10^{0.19}$ kpc en $z = 0$.

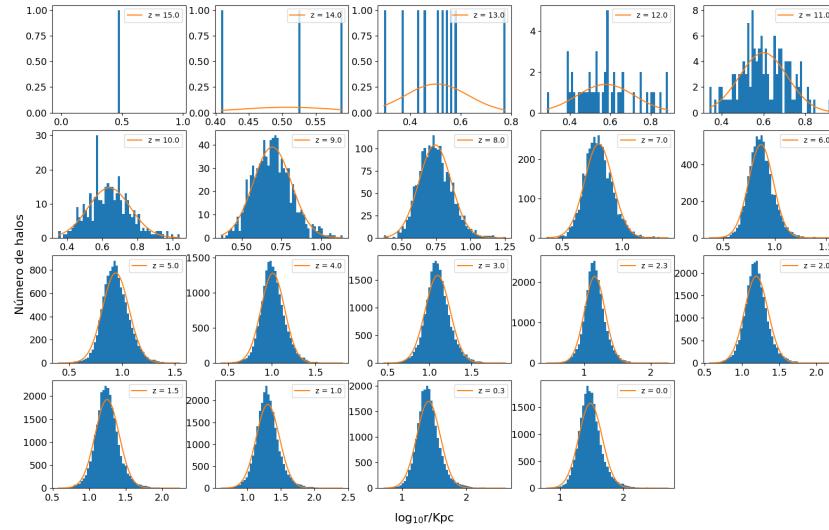


Figura 3.124: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio que contiene la mitad de la masa y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

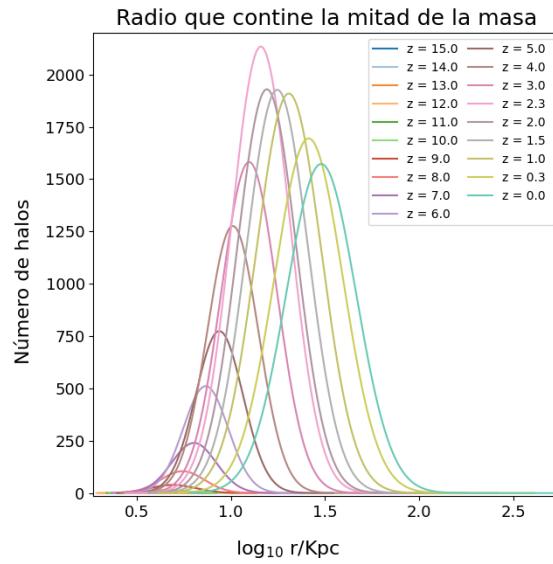


Figura 3.125: Mostramos los ajustes de la figura 3.124 para destacar la evolución de la distribución del radio que contiene la mitad de la masa del Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

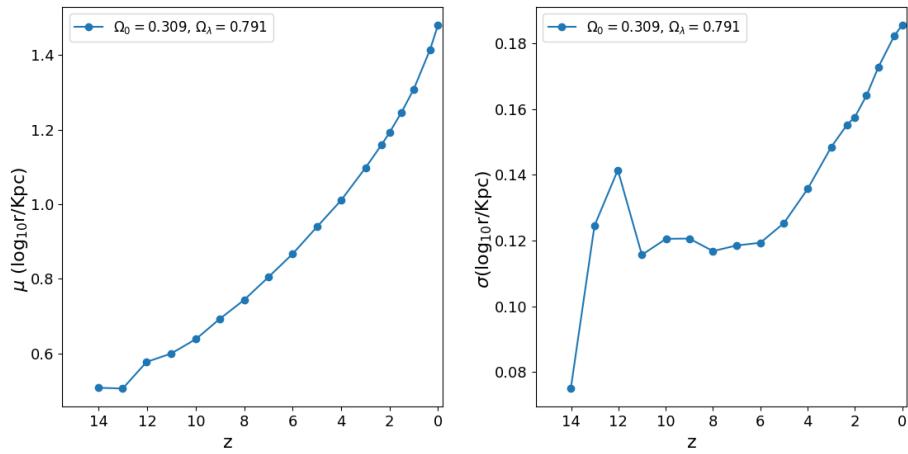


Figura 3.126: En la izquierda mostramos la media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio que contiene la mitad de la masa que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

Ahora veamos el comportamiento del radio asociado con las velocidades circulares. En las figuras 3.127 y 3.128 observamos que a lo largo de la evolución de las estructuras, tenemos halos con radios que van desde los 3.23 kpc hasta los 449.37 kpc. Vemos que los halos tienen tamaños menores a 3.92 kpc en $z = 14$ y en $z = 0$ la mayoría tienen entre 11.91 kpc y 45.87 kpc. En la figura 3.129 vemos que la media va desde los 3.60 kpc con una desviación de 0.28 kpc en $z = 14$ hasta 28.89 kpc con una desviación de 16.98 kpc en $z = 0$.

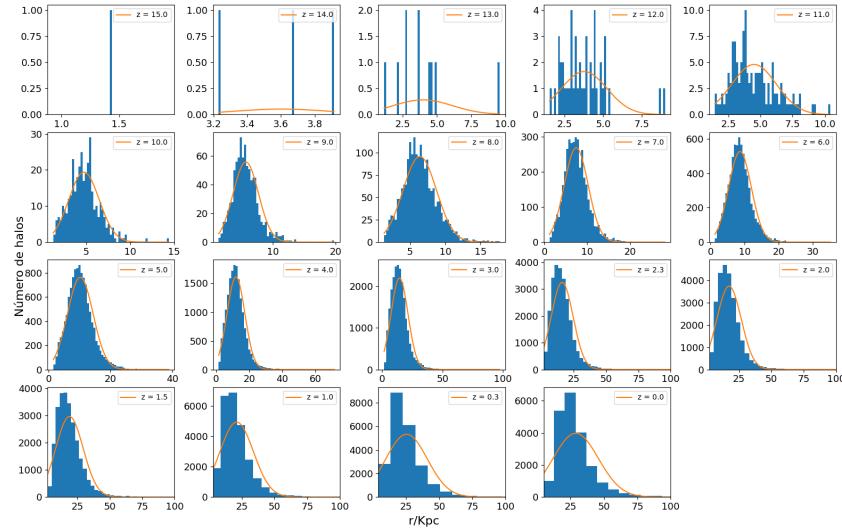


Figura 3.127: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos del radio donde alcanza su velocidad máxima circular y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

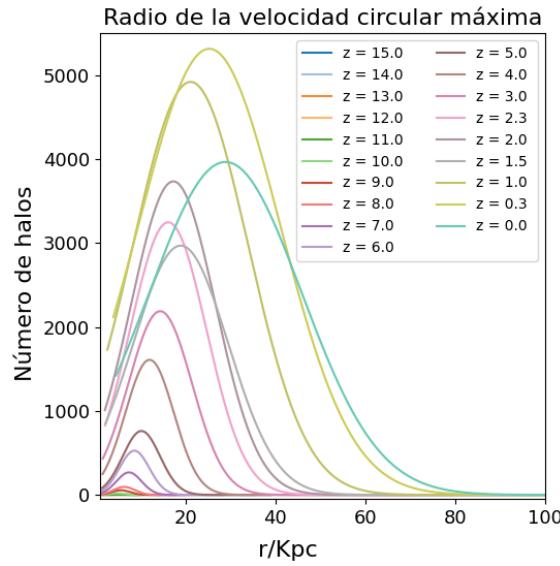


Figura 3.128: Mostramos los ajustes de la figura 3.127 para destacar la evolución de la distribución del radio donde alcanza su velocidad máxima circular del Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

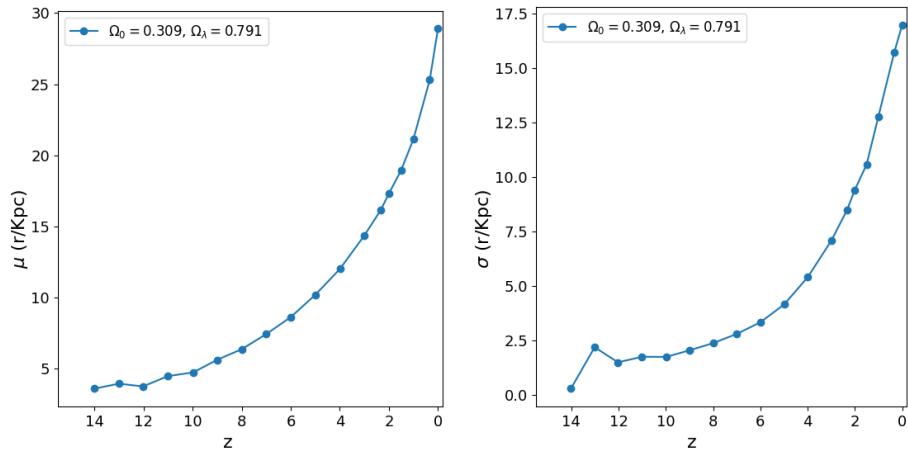


Figura 3.129: En la izquierda mostramos la media del radio donde alcanza su velocidad máxima circular en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar del radio donde alcanza su velocidad máxima circular que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

Seguimos con la velocidad circular máxima que se alcanza en estos radios. De las figuras 3.133 y 3.134 apreciamos que las velocidades circulares están en el rango de 24.01 kms^{-1} y 965.62 kms^{-1} a lo largo de la evolución. En $z = 14$ tenemos halos con velocidades entre 129.78 kms^{-1} y 168.76 kms^{-1} y en $z = 0$ la mayoría se encuentran entre 40.39 kms^{-1} y 106.33 kms^{-1} . En la figura 3.132 observamos que la velocidad media disminuye rápidamente desde 149.12 kms^{-1} con una desviación de 15.94 kms^{-1} en $z = 14$ hasta que alcanza 73.36 kms^{-1} con una desviación de 32.97 kms^{-1} en $z = 0$.

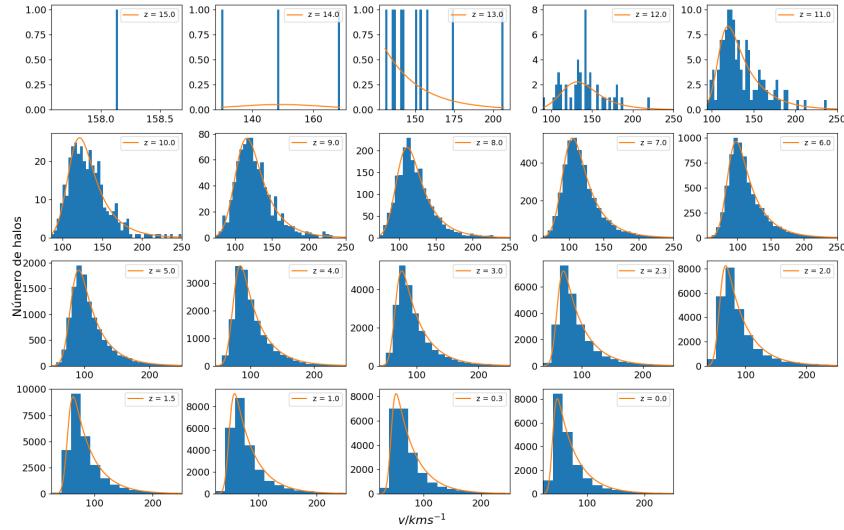


Figura 3.130: Mostramos la cantidad de halos de materia oscura en los diferentes rangos de la velocidad circular máxima y su ajuste conforme evoluciona en el Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminado en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

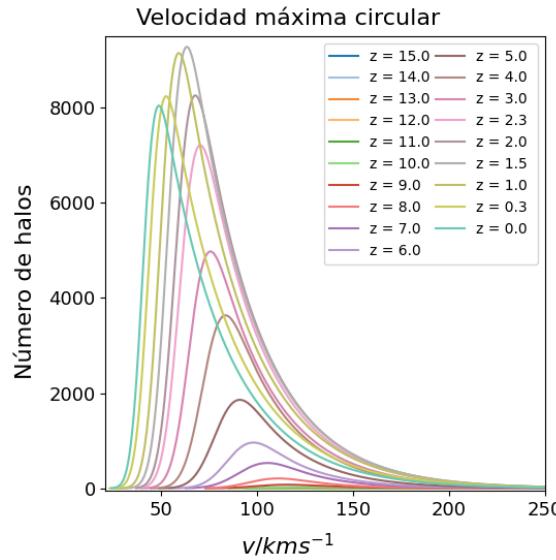


Figura 3.131: Mostramos los ajustes de la figura 3.130 para destacar la evolución de la distribución de la velocidad circular máxima del Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

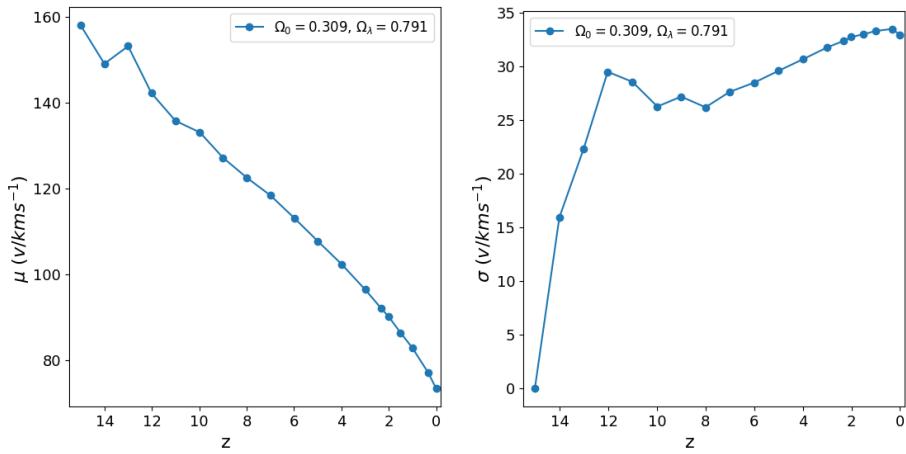


Figura 3.132: En la izquierda mostramos la media de la velocidad circular máxima en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la velocidad circular máxima que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

Continuando con la dispersión de las velocidades, de las figuras 3.133 y 3.134 vemos que la dispersión se encuentra entre 10.74 kms^{-1} y 560.70 kms^{-1} a lo largo de la evolución de los halos. En $z = 14$ vemos que los halos se encuentran en el rango de los 73.04 kms^{-1} a los 90.78 kms^{-1} , mientras que $z = 0$ vemos que la mayoría de los halos tienen velocidades desde los 18.35 kms^{-1} y 55.05 kms^{-1} con los picos en los 560.70 kms^{-1} . En la figura 3.135 observamos que la dispersión de velocidades media disminuye desde los 81.42 kms^{-1} con una desviación de 7.28 kms^{-1} en $z = 14$ a 36.70 kms^{-1} con una desviación de 18.35 kms^{-1} en $z = 0$.

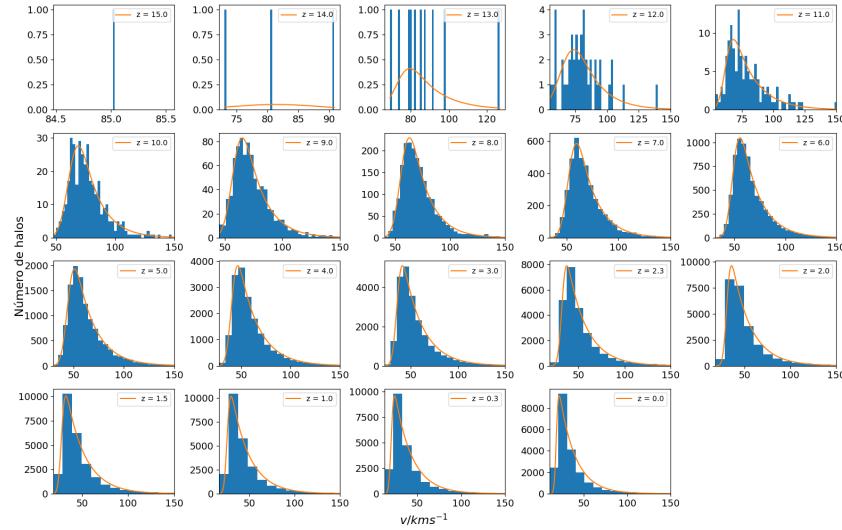


Figura 3.133: Mostramos la cantidad de halos en los diferentes rangos de la dispersión de velocidades y su ajuste conforme evoluciona el Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$. Se muestran las distribuciones empezando en $z = 15$ en la parte superior izquierda y terminando en $z = 0$ en la parte inferior derecha.

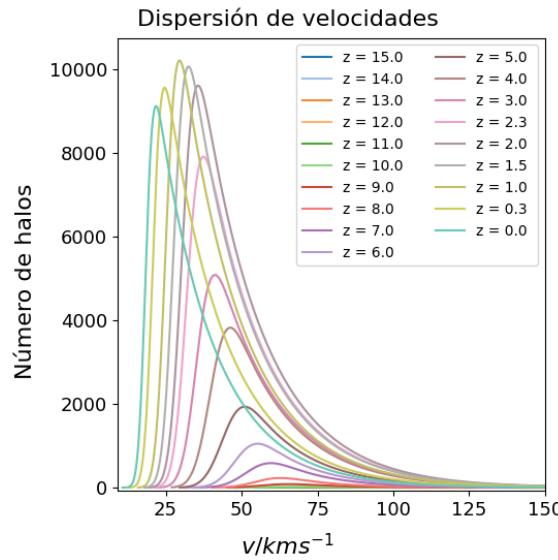


Figura 3.134: Mostramos los ajustes de la figura 3.133 para destacar la evolución de la distribución de la dispersión de velocidades del Universo $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$ desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

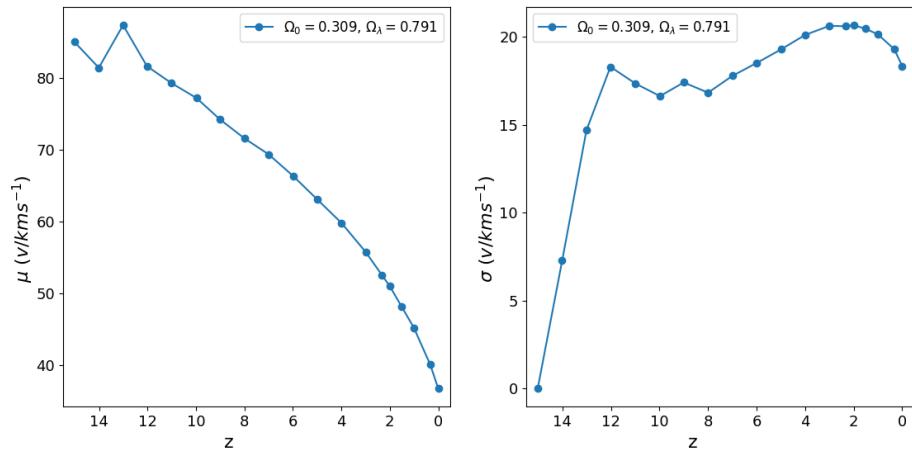


Figura 3.135: En la izquierda mostramos la media de la dispersión de velocidades en los halos de materia oscura donde observamos como cambian durante la evolución del Universo. En la derecha se muestra la desviación estándar de la dispersión de velocidades que nos muestra la variedad de halos que hay durante la evolución del Universo, desde un $z = 15$ hasta un $z = 0$.

La figura 3.136 muestra el mapa de densidad de un Universo $\Omega_\Lambda = 0.791$ $\Omega_0 = 0.309$, donde podemos ver la estructura que describimos en los diferentes puntos de su evolución vista desde un plano.

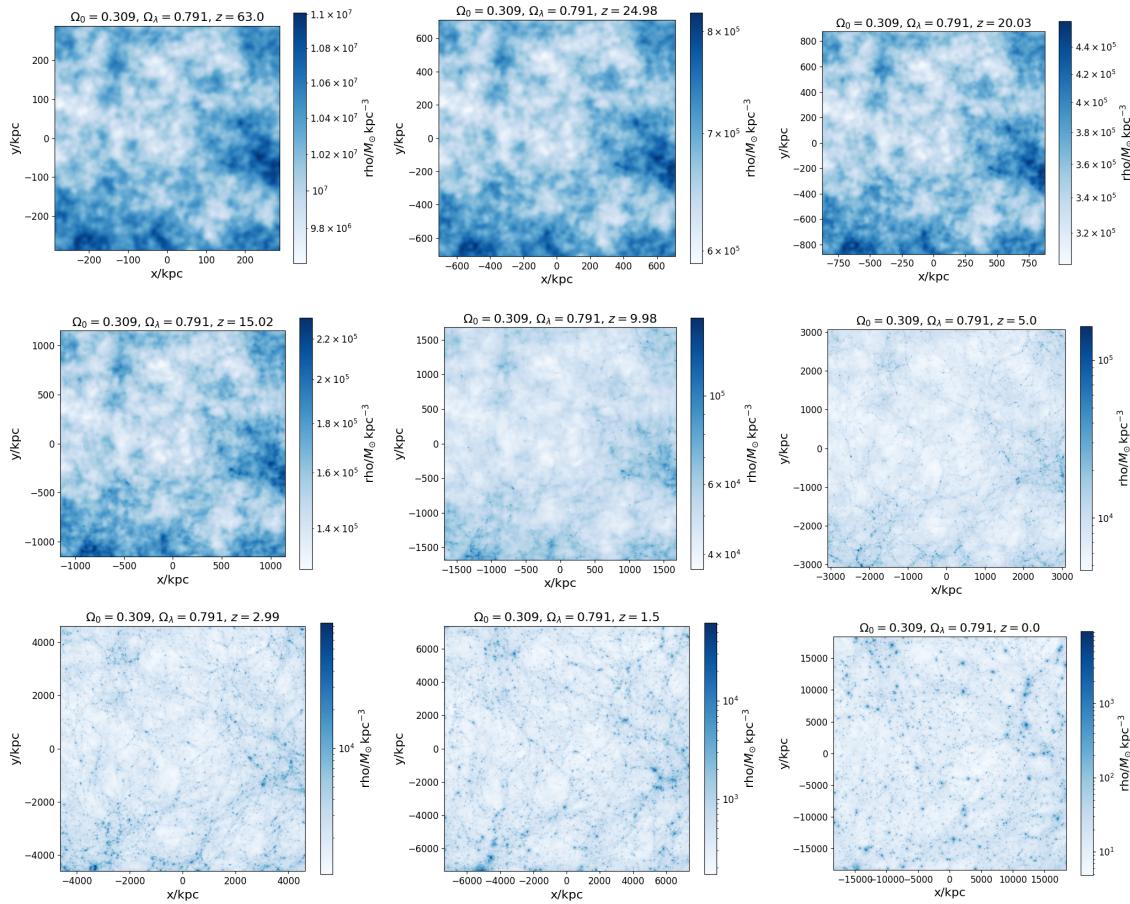


Figura 3.136: Mapa de densidad de la simulación en diferentes redshifts de una cosmología $\Omega_\lambda = 0.791$, $\Omega_0 = 0.309$.

Conclusiones

En este trabajo nos enfocamos en el estudio de las propiedades de las estructuras formadas por materia oscura. Hemos realizado diversas simulaciones, cada una con una cosmología diferente. Se buscó tener Universos con cosmologías planas, sub-críticas y super-críticas. Las propiedades que se estudiaron de las diversas simulaciones fueron el número de halos, la masa de los halos, el radio que contiene la mitad de la masa, el radio donde se alcanza la velocidad máxima de rotación, así como la velocidad máxima de rotación y la dispersión de velocidades.

Lo primero que podemos notar en la figura 3.137 es que las simulaciones con una cosmología sub-crítica ($\Omega < 1$) comienzan a formar estructura mucho antes que el resto. Cuando $\Omega_0 = 309$, $\Omega_\lambda = 0$ o $\Omega_0 = 0.1545$, $\Omega_\lambda = 0.691$ las estructuras empiezan a formarse en $z = 25$ y en $\Omega_0 = 0.309$, $\Omega_\lambda = 0.3455$ las vemos en $z = 22$. Estas mismas cosmologías alcanzan la mayor cantidad de halos a lo largo de su evolución, en $\Omega_0 = 309$, $\Omega_\lambda = 0$ se forman un máximo de 28,192 halos en $z = 2.33$ y en $z = 0$ se termina teniendo 22,136 halos, en $\Omega_0 = 0.1545$, $\Omega_\lambda = 0.691$ se forman un máximo de 28,044 halos en $z = 2.33$ y en $z = 0$ se termina teniendo 21,911 y en $\Omega_0 = 0.309$, $\Omega_\lambda = 0.3455$ se forman un máximo de 27,483 en halos $z = 2$ y en $z = 0$ se termina teniendo 21,821 halos. Mientras que el resto de las cosmologías empiezan a formar sus halos alrededor de $z = 15$, tiene una máxima de halos entre 25,968 y 26,242 el cual se alcanza en $z = 1.5$ y en $z = 0$ en rango de halos esta entre 20,883 y 20,777.

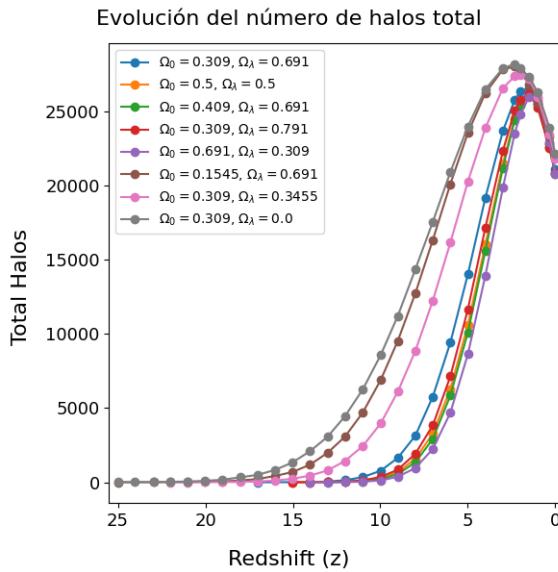


Figura 3.137: El número total de halos a lo largo de la evolución del sistema para las diferentes cosmologías que se realizaron

Si nos enfocamos ahora en la masa, podemos apreciar que las cosmologías con un incremento en Ω_0 tienen estructuras mas masivas. En la figura 3.138 podemos ver que la cosmología $\Omega_0 = 0.691, \Omega_\lambda = 0.309$ tiene la masa media mas alta a lo largo de toda la simulación alcanzando $10^{11.09} M_\odot$, mientras que la cosmología $\Omega_0 = 0.1545, \Omega_\lambda = 0.691$ vemos que las estructuras que se forman la masa media es la menor de las cosmologías a lo largo de la simulación alcanzando $10^{10.45} M_\odot$. También podemos notar que la desviación estándar en las simulaciones con cosmologías sub-críticas es mayor que en el resto de las cosmologías lo que nos dice que tenemos una variación en la masa de las estructuras encontradas. Mientras que el resto tienen una desviación similar.

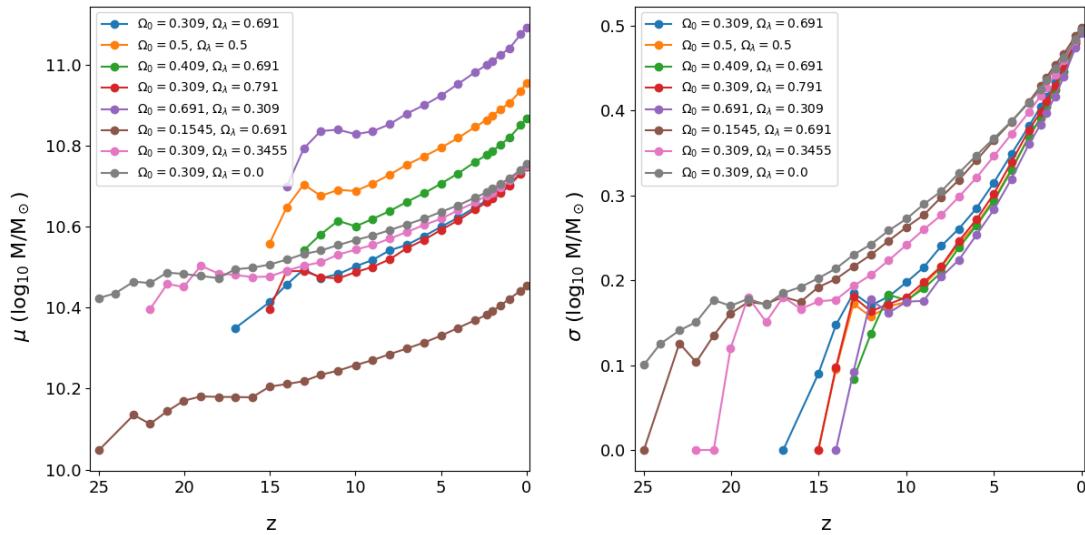


Figura 3.138: La desviación y media de la masa de los halos a lo largo de la evolución del sistema para las diferentes cosmologías que se realizaron

Lo que podemos observar con el radio que contiene a la mitad de la masa en la figura 3.139 es que el radio medio sigue un comportamiento similar, crecen a un ritmo similar, pero las cosmologías con un incremento en Ω_0 tiene un radio medio mayor al resto alcanzando $10^{1.5}\text{kpc}$ en $z = 0$, mientras que las cosmologías sub-críticas forman las estructuras mas pequeñas teniendo una media de $10^{1.41}\text{kpc}$ en $z=0$. Mientras la desviación estándar se comporta similar a la masa, donde las cosmologías sub-críticas varían en tamaño mas que el resto de las simulaciones. Por lo tanto, podemos decir que en las cosmologías con un incremento en Ω_0 tiene estructuras con interiores mas densos, mientras las cosmologías sub-críticas son menos densas.

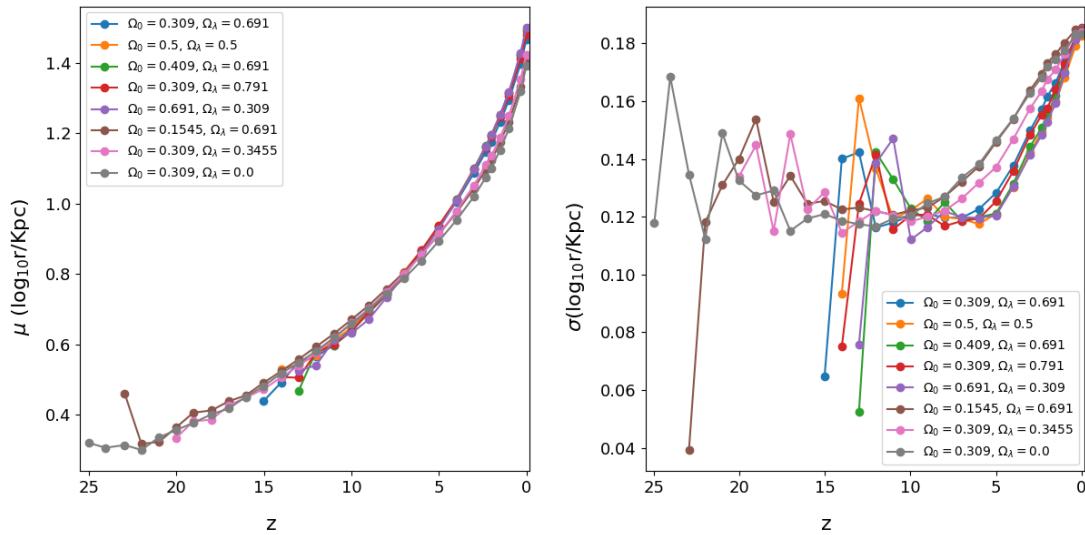


Figura 3.139: La desviación y media del radio que contiene la mitad de la masa de los halos a lo largo de la evolución del sistema para las diferentes cosmologías que se realizaron

Cuando observamos el radio en el cual se alcanza la velocidad máxima 3.140 vemos que los Universos donde se aumenta Ω_0 son las estructuras con el mayor radio alcanzando 30.52kpc en $z = 0$ mientras en los Universos sub-críticos los radios son los menores con un radio medio de 21.99kpc, pero un caso especial que se ve fue que la cosmología $\Omega_0 = 0.309, \Omega_\lambda = 0.791$ tiene un crecimiento similar a cuando Ω_0 crece alcanzando un radio medio de 28.89kpc. Mientras la desviación estándar se comporta igual donde tenemos una desviación de 18.73kpc cuando incrementamos Ω_0 y 10.78kpc en los Universos sub-críticos.

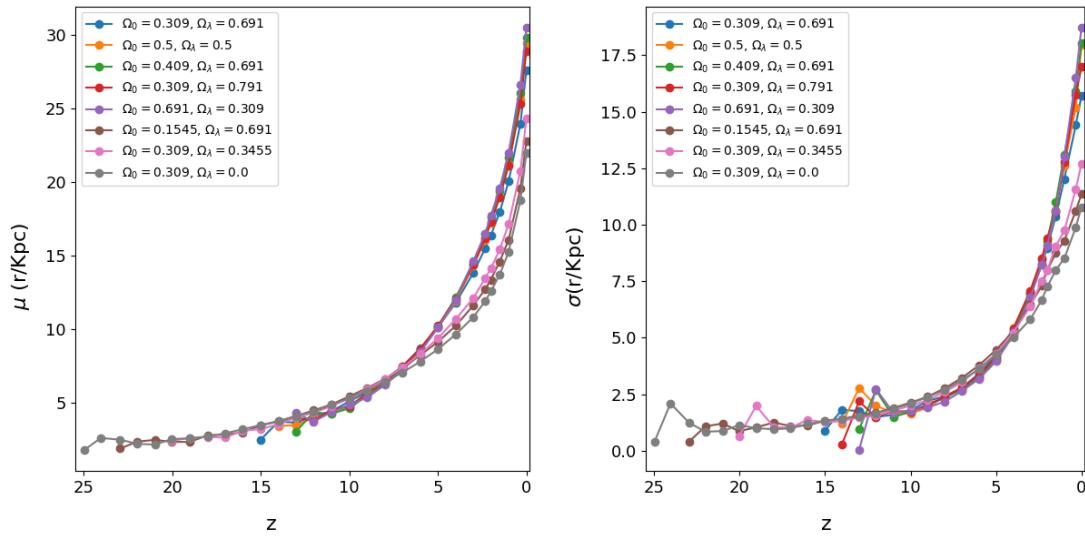


Figura 3.140: La desviación y media del radio donde se alcanza la velocidad maxima de los halos a lo largo de la evolución del sistema para las diferentes cosmologías que se realizaron

Cuando observamos la velocidad maxima de los halos en la figura 3.141, podemos notar que entre mas grande sea el Ω_0 , los halos que se forman alcanzan una mayor velocidad. En la cosmología $\Omega_0 = 0.691$, $\Omega_\lambda = 0.309$ alcanza una velocidad de 220km/s en $z = 12$ y en $z = 0$ bajo a una velocidad de 106.07km/s y en la cosmología $\Omega_0 = 0.1545$, $\Omega_\lambda = 0.691$ se tiene una velocidad de 126.67km/s en $z = 21$ y llega en $z = 0$ a 57.84km/s.

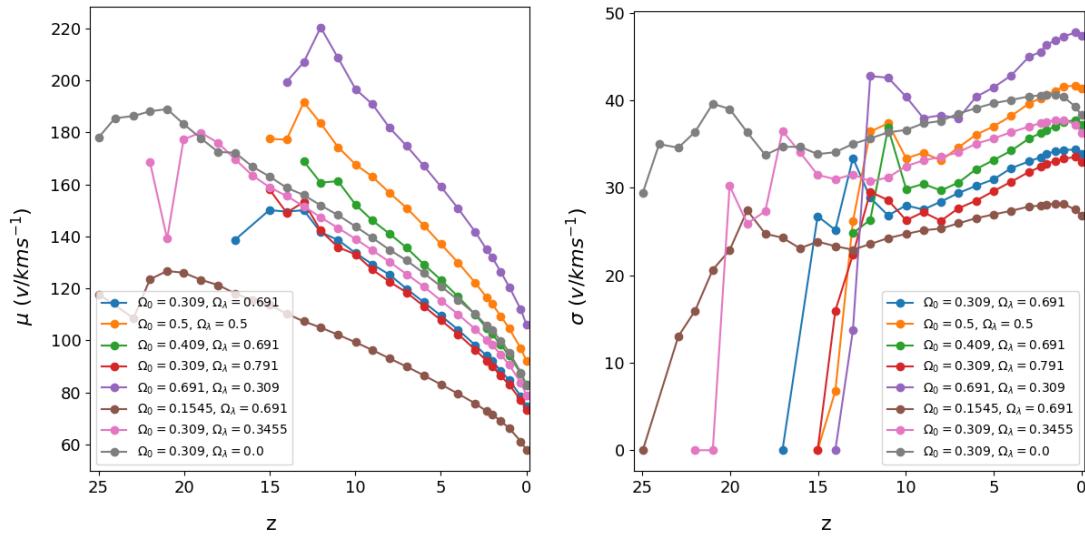


Figura 3.141: La desviación y media de la velocidad maxima de los halos a lo largo de la evolución del sistema para las diferentes cosmologías que se realizaron

En la figura 3.142 podemos apreciar que la dispersión de velocidades se ve afectado con el aumento de Ω_0 , donde podemos ver que en la cosmología $\Omega_0 = 0.691$, $\Omega_\lambda = 0.309$ alcanza una velocidad de 125.60km/s en $z = 12$ y en $z = 0$ bajo a una velocidad de 54.03km/s y en la cosmología $\Omega_0 = 0.1545$, $\Omega_\lambda = 0.691$ se tiene una velocidad de 71.90km/s en $z = 21$ y llega en $z = 0$ a 27.33km/s.

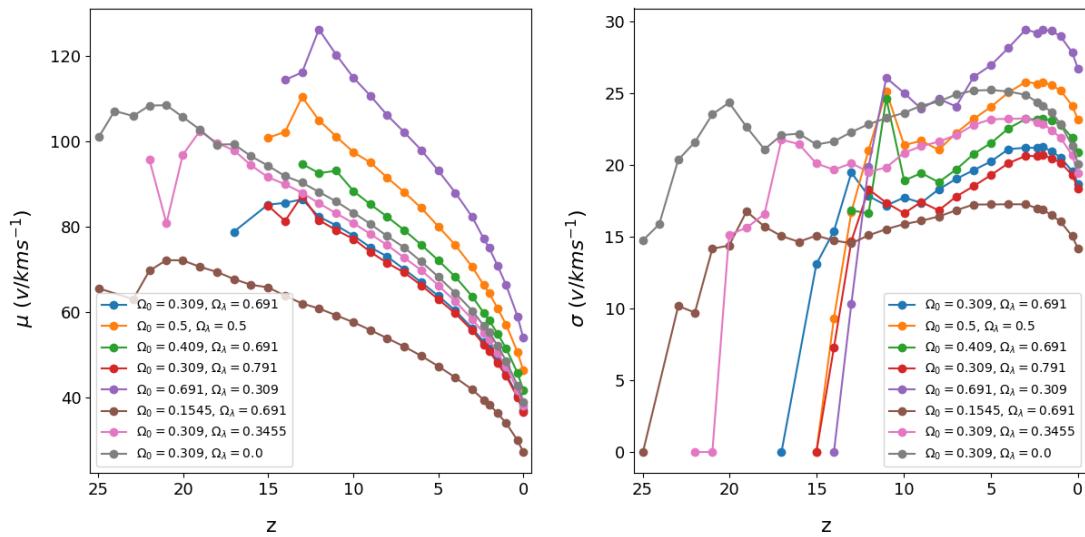


Figura 3.142: La desviación y media de la dispersión de velocidades de los halos a lo largo de la evolución del sistema para las diferentes cosmologías que se realizaron

Podemos ver que las velocidades se ven alteradas por los cambios en Ω_0 , mientras que el tamaño y la masa se ven afectadas por los cambios en Ω_0 y en el tipo de cosmología, ya sea un Universo cerrado, abierto o plano. Pudimos observar que las cosmologías sub-críticas forman estructuras más pequeñas y menos densas que el resto de las cosmologías y que la cosmología $\Omega_0 = 0.691$, $\Omega_\lambda = 0.309$ tiene grandes estructuras de gran masa que alcanzan grandes velocidades.

Con este trabajo podemos inferir como es el comportamiento en la evolución de un Universo según sea sus densidades de materia y energía. Esto nos ayuda a poder inferir que tipo de Universo es en el que vivimos ya que podemos usar las observaciones y compararlas con resultados como estos para inferir las densidades del Universo.

Bibliografía

- [1] V. Springel, N. Yoshida, and S. D. M. White, “GADGET: a code for collisionless and gasdynamical cosmological simulations,” *New A*, vol. 6, pp. 79–117, Apr. 2001. 2, 10
- [2] V. Springel, R. Pakmor, O. Zier, and M. Reinecke, “Simulating cosmic structure formation with the GADGET-4 code,” *MNRAS*, vol. 506, pp. 2871–2949, Sept. 2021. 2, 10, 15, 16, 18, 19
- [3] C. L. Bennett, D. Larson, J. L. Weiland, N. Jarosik, G. Hinshaw, N. Odegard, K. M. Smith, R. S. Hill, B. Gold, M. Halpern, E. Komatsu, M. R. Nolta, L. Page, D. N. Spergel, E. Wollack, J. Dunkley, A. Kogut, M. Limon, S. S. Meyer, G. S. Tucker, and E. L. Wright, “Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results,” *ApJS*, vol. 208, p. 20, Oct. 2013. 3, 5, 6, 12
- [4] Planck Collaboration, N. Aghanim, Y. Akrami, F. Arroja, M. Ashdown, J. Aumont, C. Baccigalupi, M. Ballardini, A. J. Banday, R. B. Barreiro, N. Bartolo, S. Basak, R. Battye, K. Benabed, J. P. Bernard, M. Bersanelli, P. Bielewicz, J. J. Bock, J. R. Bond, J. Borrill, F. R. Bouchet, F. Boulanger, M. Bucher, C. Burigana, R. C. Butler, E. Calabrese, J. F. Cardoso, J. Carron, B. Casaponsa, A. Challinor, H. C. Chiang, L. P. L. Colombo, C. Combet, D. Contreras, B. P. Crill, F. Cuttaia, P. de Bernardis, G. de Zotti, J. Delabrouille, J. M. Delouis, F. X. Désert, E. Di Valentino, C. Dickinson, J. M. Diego, S. Donzelli, O. Doré, M. Dousspis, A. Ducout, X. Dupac, G. Efstathiou, F. Elsner, T. A. Enßlin, H. K. Eriksen, E. Falgarone, Y. Fantaye, J. Fergusson, R. Fernandez-Cobos, F. Finelli, F. Forastieri, M. Frailis, E. Franceschi, A. Frolov, S. Galeotta,

- S. Galli, K. Ganga, R. T. Génova-Santos, M. Gerbino, T. Ghosh, J. González-Nuevo, K. M. Górski, S. Gratton, A. Gruppuso, J. E. Gudmundsson, J. Hamann, W. Handley, F. K. Hansen, G. Helou, D. Herranz, S. R. Hildebrandt, E. Hivon, Z. Huang, A. H. Jaffe, W. C. Jones, A. Karakci, E. Keihänen, R. Keskitalo, K. Kiiveri, J. Kim, T. S. Kisner, L. Knox, N. Krachmalnicoff, M. Kunz, H. Kurki-Suonio, G. Lagache, J. M. Lamarre, M. Langer, A. Lasenby, M. Latanzi, C. R. Lawrence, M. Le Jeune, J. P. Leahy, J. Lesgourgues, F. Levrier, A. Lewis, M. Liguori, P. B. Lilje, M. Lilley, V. Lindholm, M. López-Caniego, P. M. Lubin, Y. Z. Ma, J. F. Macías-Pérez, G. Maggio, D. Maino, N. Mandlesi, A. Mangilli, A. Marcos-Caballero, M. Maris, P. G. Martin, M. Martinelli, E. Martínez-González, S. Matarrese, N. Mauri, J. D. McEwen, P. D. Meerburg, P. R. Meinhold, A. Melchiorri, A. Mennella, M. Migliaccio, M. Millea, S. Mitra, M. A. Miville-Deschénes, D. Molinari, A. Moneti, L. Montier, G. Morganate, A. Moss, S. Mottet, M. Münchmeyer, P. Natoli, H. U. Nørgaard-Nielsen, C. A. Oxborrow, L. Pagano, D. Paoletti, B. Partridge, G. Patanchon, T. J. Pearson, M. Peel, H. V. Peiris, F. Perrotta, V. Pettorino, F. Piacentini, L. Polastri, G. Polenta, J. L. Puget, J. P. Rachen, M. Reinecke, M. Remazeilles, C. Renault, A. Renzi, G. Rocha, C. Rosset, G. Roudier, J. A. Rubiño-Martín, B. Ruiz-Granados, L. Salvati, M. Sandri, M. Savelainen, D. Scott, E. P. S. Shellard, M. Shiraishi, C. Sirignano, G. Sirri, L. D. Spencer, R. Sunyaev, A. S. Suur-Uski, J. A. Tauber, D. Tavagnacco, M. Tenti, L. Terenzi, L. Toffolatti, M. Tomasi, T. Trombetti, J. Valiviita, B. Van Tent, L. Vibert, P. Vielva, F. Villa, N. Vittorio, B. D. Wandelt, I. K. Wehus, M. White, S. D. M. White, A. Zacchei, and A. Zonca, “Planck 2018 results. I. Overview and the cosmological legacy of Planck,” *A&A*, vol. 641, p. A1, Sept. 2020. 3, 5, 12, 21
- [5] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. A. Knop, P. Nugent, P. G. Castro, S. Deustua, S. Fabbro, A. Goobar, D. E. Groom, I. M. Hook, A. G. Kim, M. Y. Kim, J. C. Lee, N. J. Nunes, R. Pain, C. R. Pennypacker, R. Quimby, C. Lidman, R. S. Ellis, M. Irwin, R. G. McMahon, P. Ruiz-Lapuente, N. Walton, B. Schaefer, B. J. Boyle, A. V. Filippenko, T. Matheson, A. S. Fruchter, N. Panagia, H. J. M. Newberg, W. J. Couch, and T. S. C. Project, “Measurements of

- Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae," ApJ, vol. 517, pp. 565–586, June 1999. 3, 6
- [6] D. J. Croton, "Damn You, Little h! (Or, Real-World Applications of the Hubble Constant Using Observed and Simulated Data)," PASA, vol. 30, p. e052, Oct. 2013. 4
- [7] S. Burles, K. M. Nollett, J. W. Truran, and M. S. Turner, "Sharpening the Predictions of Big-Bang Nucleosynthesis," Phys. Rev. Lett., vol. 82, pp. 4176–4179, May 1999. 4
- [8] M. S. Turner, "Dark Matter and Dark Energy in the Universe," in *The Third Stromlo Symposium: The Galactic Halo* (B. K. Gibson, R. S. Axelrod, and M. E. Putman, eds.), vol. 165 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, p. 431, Jan. 1999. 5
- [9] W. Hu, M. Fukugita, M. Zaldarriaga, and M. Tegmark, "Cosmic Microwave Background Observables and Their Cosmological Implications," ApJ, vol. 549, pp. 669–680, Mar. 2001. 5
- [10] S. Burles, K. M. Nollett, and M. S. Turner, "Big Bang Nucleosynthesis Predictions for Precision Cosmology," ApJ, vol. 552, pp. L1–L5, May 2001. 5
- [11] S. Perlmutter, G. Aldering, M. della Valle, S. Deustua, R. S. Ellis, S. Fabbro, A. Fruchter, G. Goldhaber, D. E. Groom, I. M. Hook, A. G. Kim, M. Y. Kim, R. A. Knop, C. Lidman, R. G. McMahon, P. Nugent, R. Pain, N. Panagia, C. R. Pennypacker, P. Ruiz-Lapuente, B. Schaefer, and N. Walton, "Discovery of a supernova explosion at half the age of the Universe," Nature, vol. 391, pp. 51–54, Jan. 1998. 6
- [12] B. P. Schmidt, N. B. Suntzeff, M. M. Phillips, R. A. Schommer, A. Clocchiatti, R. P. Kirshner, P. Garnavich, P. Challis, B. Leibundgut, J. Spyromilio, A. G. Riess, A. V. Filippenko, M. Hamuy, R. C. Smith, C. Hogan, C. Stubbs, A. Diercks, D. Reiss, R. Gilliland, J. Tonry, J. Maza, A. Dressler, J. Walsh,

- and R. Ciardullo, “The High-Z Supernova Search: Measuring Cosmic Deceleration and Global Curvature of the Universe Using Type IA Supernovae,” *ApJ*, vol. 507, pp. 46–63, Nov. 1998. 6
- [13] A. Conley, G. Goldhaber, L. Wang, G. Aldering, R. Amanullah, E. D. Commins, V. Fadeyev, G. Folatelli, G. Garavini, R. Gibbons, A. Goobar, D. E. Groom, I. Hook, D. A. Howell, A. G. Kim, R. A. Knop, M. Kowalski, N. Kuznetsova, C. Lidman, S. Nobili, P. E. Nugent, R. Pain, S. Perlmutter, E. Smith, A. L. Spadafora, V. Stanishev, M. Strovink, R. C. Thomas, W. M. Wood-Vasey, and Supernova Cosmology Project, “Measurement of Ω_m , Ω_Λ from a Blind Analysis of Type Ia Supernovae with CMAGIC: Using Color Information to Verify the Acceleration of the Universe,” *ApJ*, vol. 644, pp. 1–20, June 2006. 6
- [14] M. Aaronson and E. W. Olszewski, “Dark Matter in Dwarf Galaxies,” in *Large Scale Structures of the Universe* (J. Audouze, M. C. Pelletan, A. Szalay, Y. B. Zel'dovich, and P. J. E. Peebles, eds.), vol. 130, p. 409, Jan. 1988. 7
- [15] A. Knebe, S. R. Knollmann, S. I. Muldrew, F. R. Pearce, M. A. Aragon-Calvo, Y. Ascasibar, P. S. Behroozi, D. Ceverino, S. Colombi, J. Diemand, K. Dolag, B. L. Falck, P. Fasel, J. Gardner, S. Gottlöber, C.-H. Hsu, F. Iannuzzi, A. Klypin, Z. Lukić, M. Maciejewski, C. McBride, M. C. Neyrinck, S. Planelles, D. Potter, V. Quilis, Y. Rasera, J. I. Read, P. M. Ricker, F. Roy, V. Springel, J. Stadel, G. Stinson, P. M. Sutter, V. Turchaninov, D. Tweed, G. Yepes, and M. Zemp, “Haloes gone MAD: The Halo-Finder Comparison Project,” *MNRAS*, vol. 415, pp. 2293–2318, Aug. 2011. 8
- [16] D. Raine and T. Thomas, *An introduction to the science of cosmology*. CRC Press, 2001. 9
- [17] F. Zwicky, “On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae,” *ApJ*, vol. 86, p. 217, Oct. 1937. 9
- [18] V. Springel, S. D. M. White, A. Jenkins, C. S. Frenk, N. Yoshida, L. Gao, J. Navarro, R. Thacker, D. Croton, J. Helly, J. A. Peacock, S. Cole, P. Thomas, H. Couchman, A. Evrard, J. Colberg, and F. Pearce, “Simulations of the

- formation, evolution and clustering of galaxies and quasars,” Nature, vol. 435, pp. 629–636, June 2005. 11
- [19] R. A. Crain, J. Schaye, R. G. Bower, M. Furlong, M. Schaller, T. Theuns, C. Dalla Vecchia, C. S. Frenk, I. G. McCarthy, J. C. Helly, A. Jenkins, Y. M. Rosas-Guevara, S. D. M. White, and J. W. Trayford, “The EAGLE simulations of galaxy formation: calibration of subgrid physics and model variations,” MNRAS, vol. 450, pp. 1937–1961, June 2015. 12
- [20] J. Schaye, R. A. Crain, R. G. Bower, M. Furlong, M. Schaller, T. Theuns, C. Dalla Vecchia, C. S. Frenk, I. G. McCarthy, J. C. Helly, A. Jenkins, Y. M. Rosas-Guevara, S. D. M. White, M. Baes, C. M. Booth, P. Camps, J. F. Navarro, Y. Qu, A. Rahmati, T. Sawala, P. A. Thomas, and J. Trayford, “The EAGLE project: simulating the evolution and assembly of galaxies and their environments,” MNRAS, vol. 446, pp. 521–554, Jan. 2015. 12
- [21] J. Binney and S. Tremaine, *Galactic dynamics*. Princeton Series in Astrophysics, Princeton, NJ: Princeton University Press, Jan. 1988. 14