Plum para la construcción de modelos de edad

Dr. Marco Antonio Aquino López
CIMAT

March 9, 2021

Plum

Plum

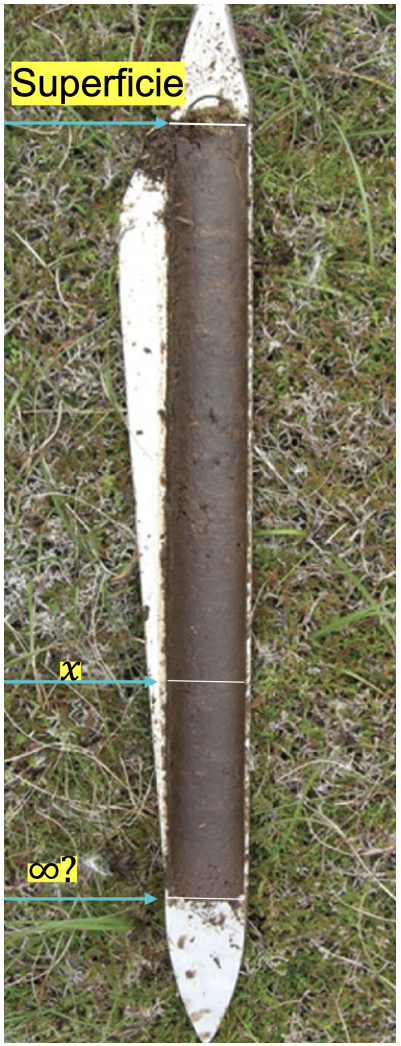
- es un modelo bayesiano para el análisis de datos de ^{210}Pb
- separa el decaimiento del ^{210}Pb y el modelo de edad
- usa el modelo de edad Bacon para la estimación de la función edad-profundidad
- permite la incorporación de información (otros fechamientos) de manera natural.

rPlum:Implementación de *Plum* en R

rPlum

- es un paquete en R para que implementación del modelo *Plum*.
- instalación
- uso con datos de ^{210}Pb (y ^{226}Ra).
- incorporación de otros métodos de fechado
- rangos de sedimentación

Modelo *CRS*



Este modelo asume una tasa constante de suministro de ^{210}Pb al sedimento.
Y usa la función de decaimiento para inferir la edad de manera directa.
Como resultado se tiene una función de edad profundidad logarítmica.

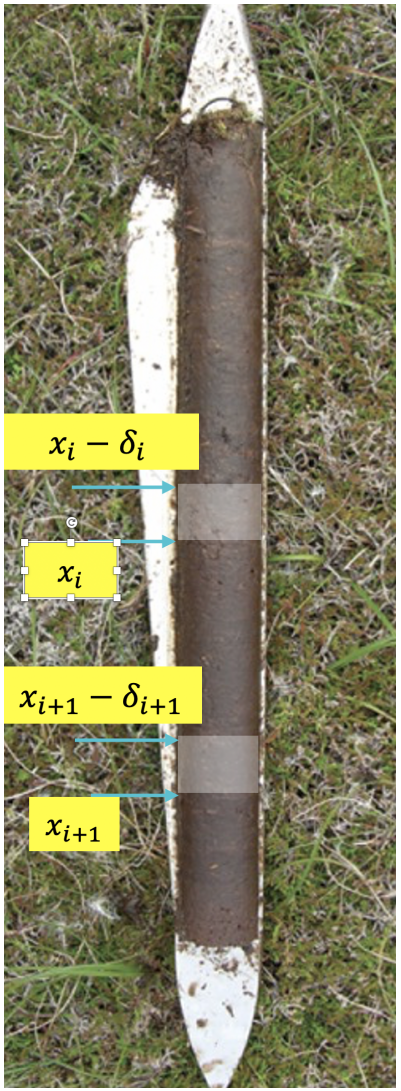
$$t(x) = \frac{1}{\lambda} \log \left(\frac{A_0}{A_x} \right)$$

Appleby & Oldfield (1979) ; Robbins (1979)

Modelo *Plum*

Por otro lado, *Plum* usa inferencia estadística para inferir el modelo de edad.
Primero se define estadísticamente una muestra de ^{210}Pb de la siguiente forma;

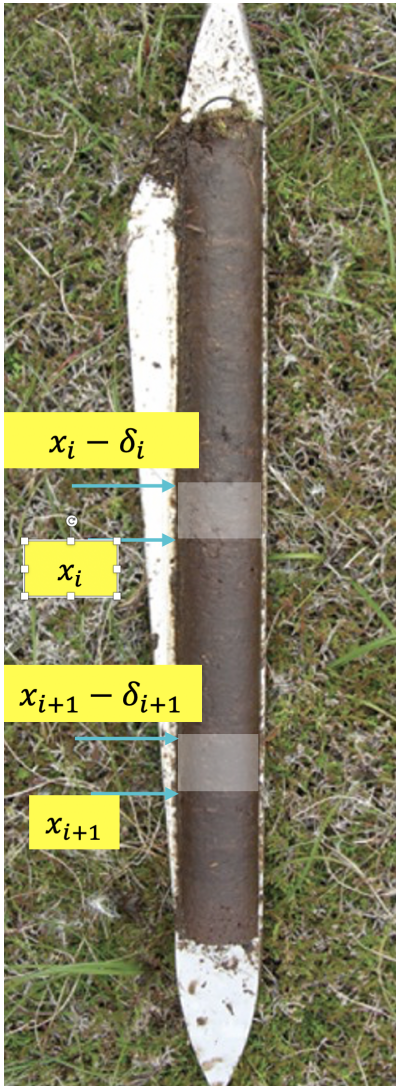
$$y_i \sim \mathcal{N}\left(\mu_i^s + \mu_i^u, \sigma_i\right)$$



Modelo *Plum*

Sea μ_i^s el nivel "verdadero" ^{210}Pb soportado y μ_i^u el no soportado (exceso) en una muestra y_i. Si asumimos un flujo constante de ^{210}Pb (Φ_i) en muestra y_i,

$$\mu_i^u = \frac{\Phi_i}{\lambda}\left(e^{-\lambda t(x_i-\delta)} - e^{-\lambda t(x_i)}\right)$$



Modelo de edad

Modelo de edad *Bacon*

$$
\begin{aligned}
G(d,m) &= \sum_{j=1}^{i} m_j \Delta c + m_{i+1}(d - c_i), \\
m_j &= \omega m_{j+1} + (1-\omega)\alpha_j
\end{aligned}
$$

Animación provista por Dr. Blaauw

Modelo *Plum*

Con esto se puede definir la verosimilitud de manera adecuada.
En esta ecuación el elemento de interés es la función de edad profundidad.

Verosimilitud de *Plum*

$$
\begin{aligned}
y_i \mid P_i^S, \Phi_i, \bar{t} &\sim \mathcal{N}\left(\mu_i^s + \frac{\Phi_i}{\lambda}\left(e^{-\lambda G(x_i-\delta_i)} - e^{-\lambda G(x_i)}\right), (\sigma_i \rho_i)^2\right) \\
\ell(Y \mid P_i^S, \Phi_i, \bar{t}) &\propto -\sum_{i=1}^{n} \frac{\left(y_i - \left(A_i^S + \frac{\Phi_i}{\lambda}\left(e^{-\lambda G(x_{i-1},m)} - e^{-\lambda G(x_i,m)}\right)\right)\right)^2}{2\sigma_i^2} \\
&\quad -\sum_{j=1}^{n_s} \frac{(y_j^S - P^S)}{2\sigma_j^2}
\end{aligned}
$$

Distribuciones a priori

- Actividad soportada:

$$\mu_i^s \propto Gamma(2, 1/10)$$

- Flujo de 210Pb al sedimento:

$$\Phi Gamma(2, 1/25)$$

- Taza de acumulación:

$$\alpha_i \propto Gamma(1.5, 1.5/10)$$

- Memoria:

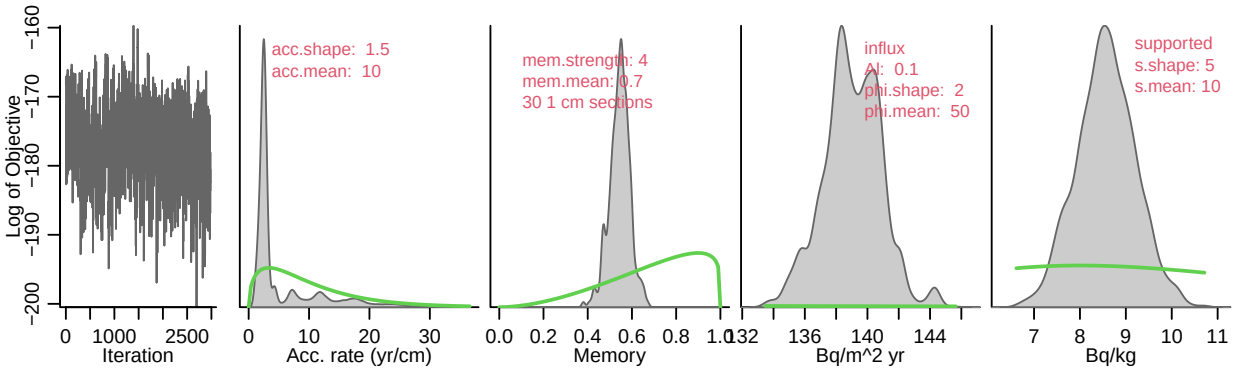
$$\omega_i \propto Beta(5, 5)$$

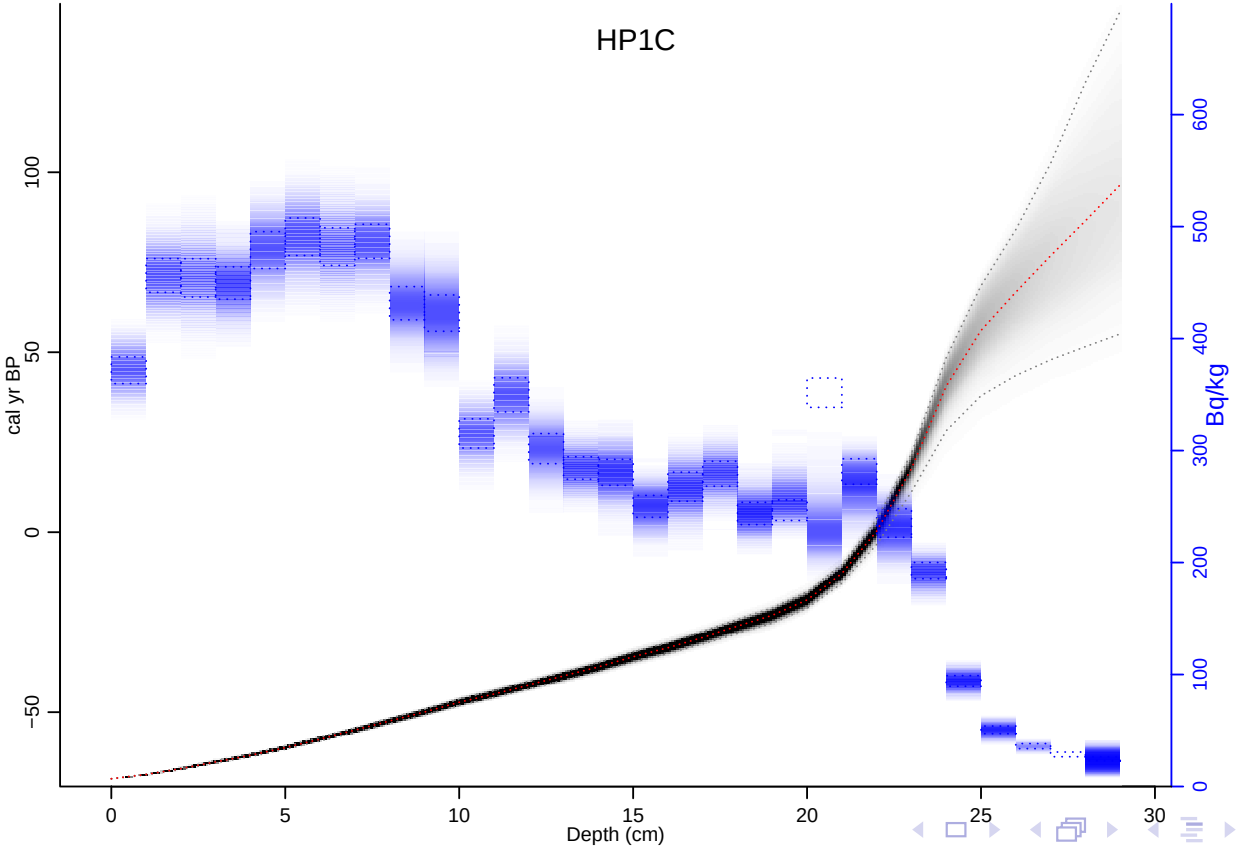
Note: En el caso del flujo de ^{210}Pb para facilitar los cálculos y tiempos de computo se asume constante en toda la cronología.

Plum

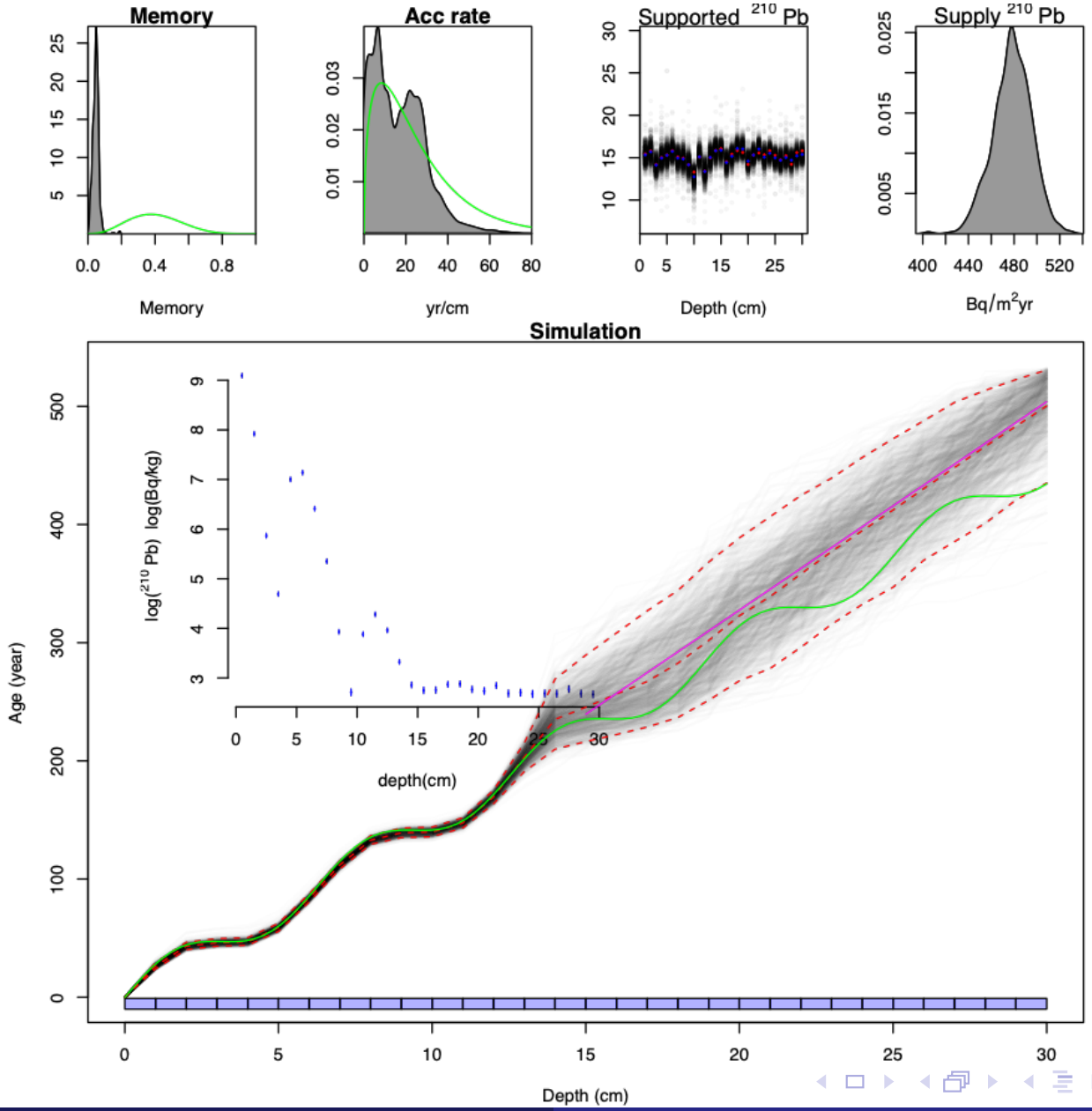
La estructura de este modelo es compleja así que se hace uso de Markov Chain Monte Carlo.
Animación de *Plum*

Plum

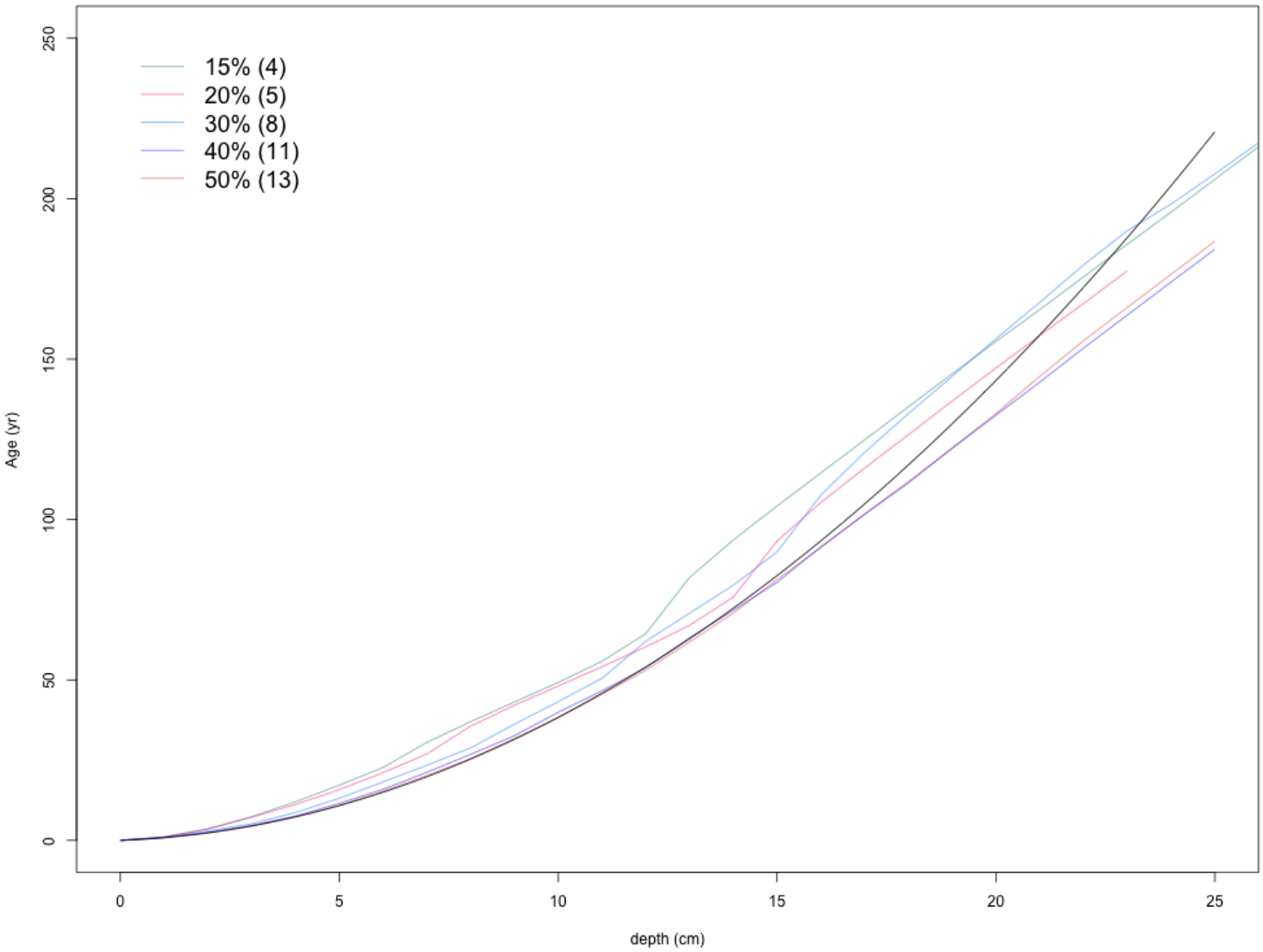

Log of Objective
Iteration
acc.shape: 1.5
acc.mean: 10
Acc. rate (yr/cm)
mem.strength: 4
mem.mean: 0.7
30 1 cm sections
Memory
influx
Al: 0.1
phi.shape: 2
phi.mean: 50
Bq/m^2 yr
supported
s.shape: 5
s.mean: 10
Bq/kg


HP1C
cal yr BP
Depth (cm)
Bq/kg

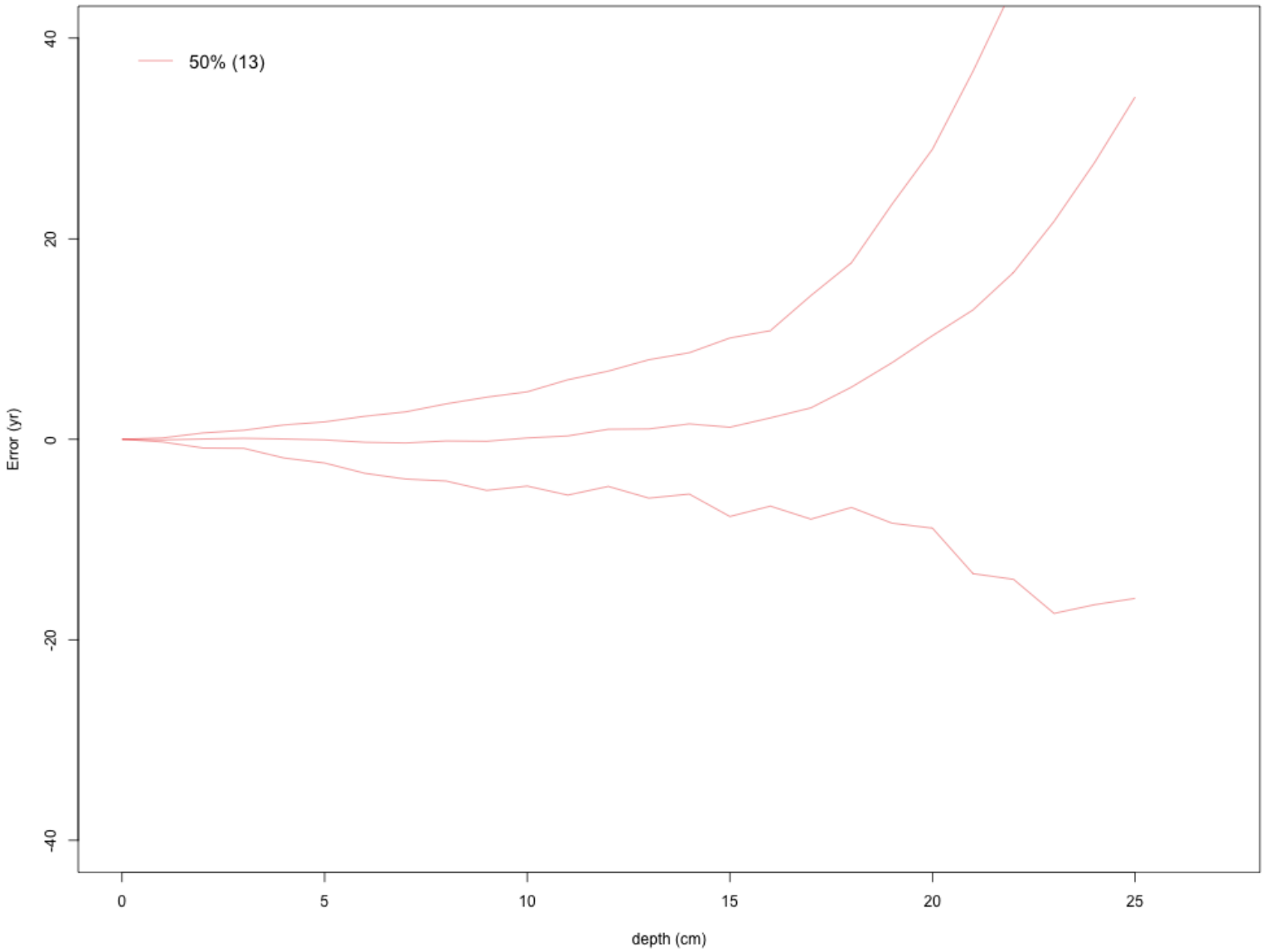
Aprendizaje (limite de edad)



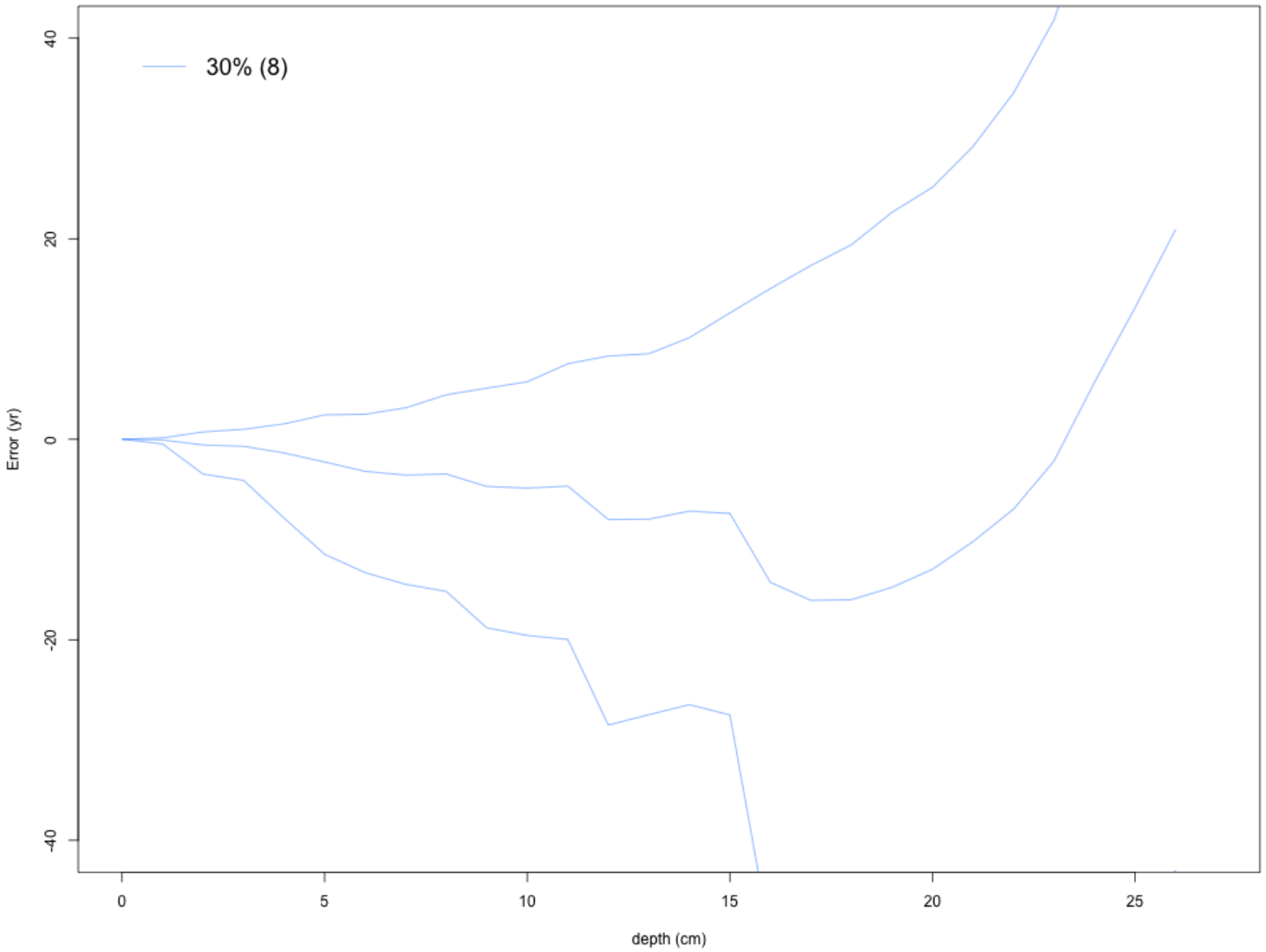
Aprendizaje (muestreo)



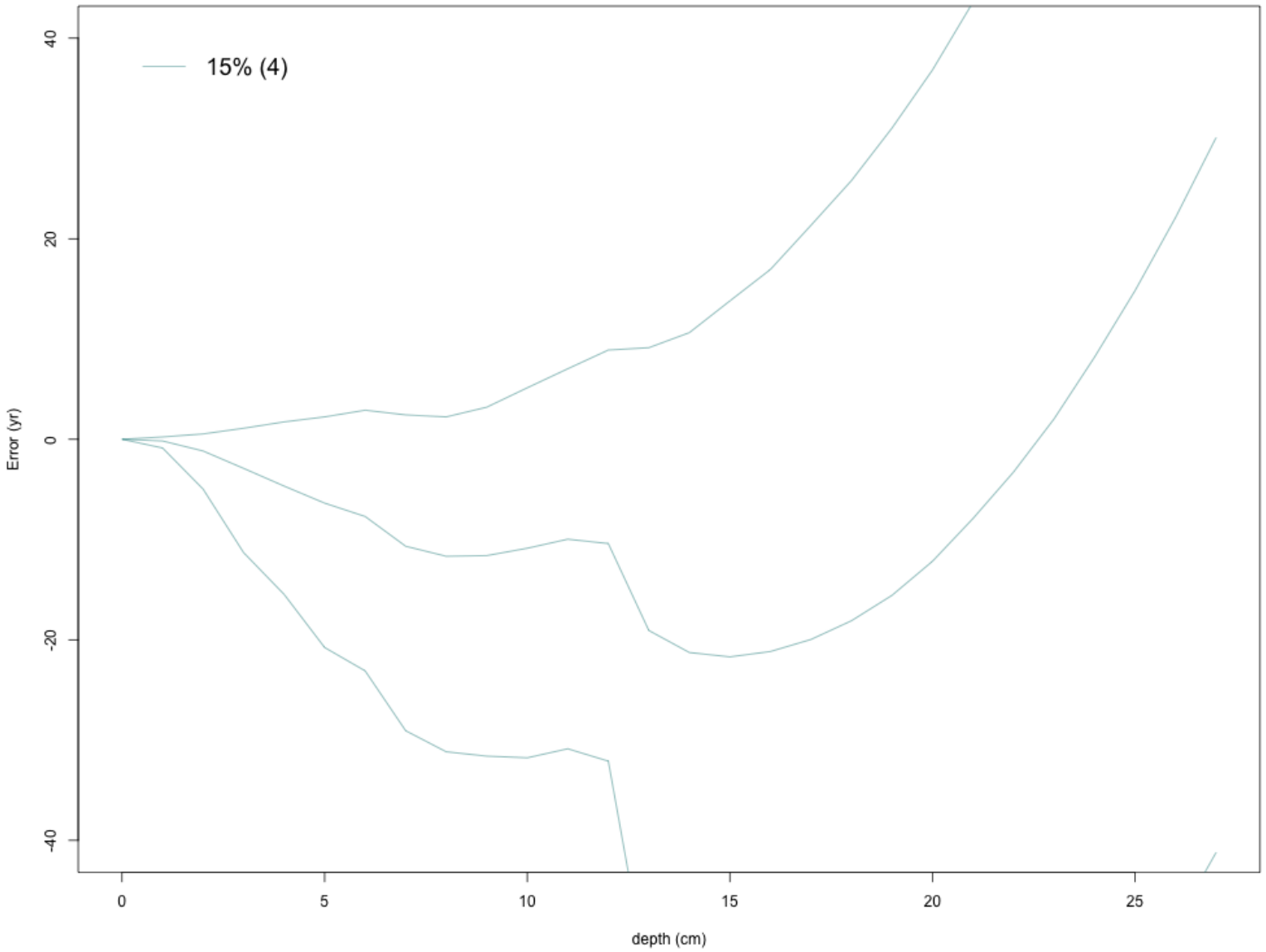
Aprendizaje (muestreo)



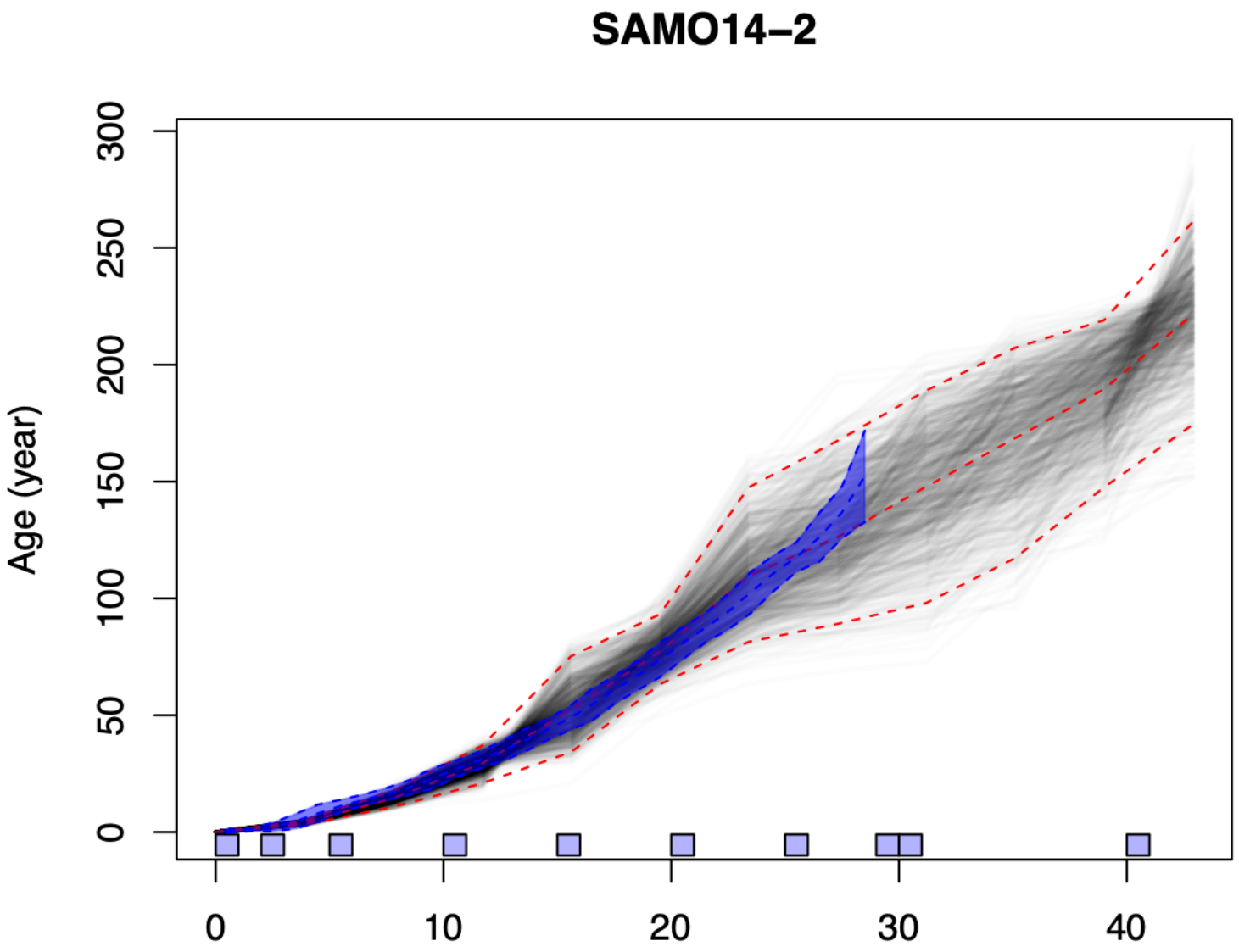
Aprendizaje (muestreo)



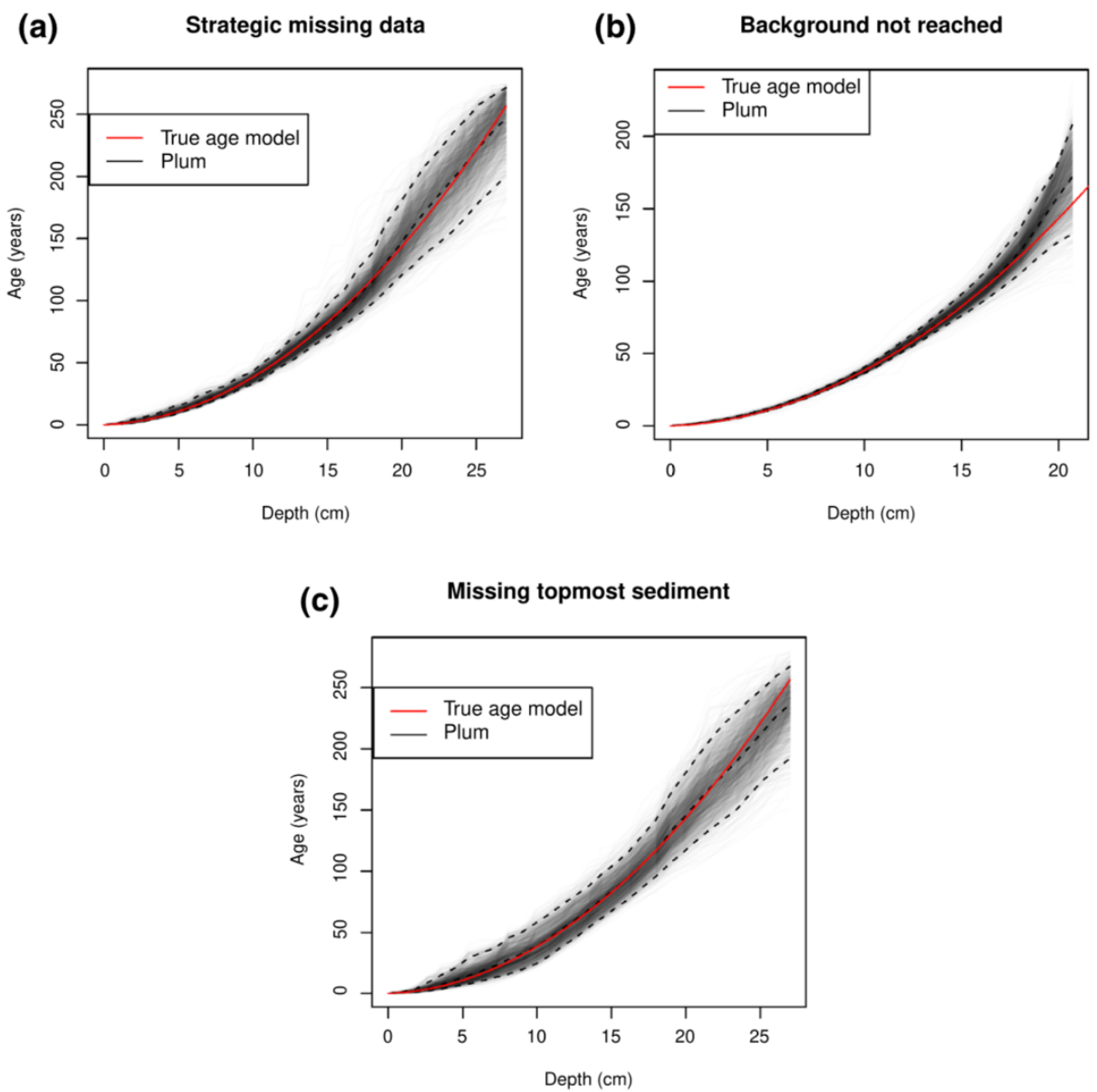
Aprendizaje (muestreo)



Aprendizaje (muestreo)



Aprendizaje (muestreo)



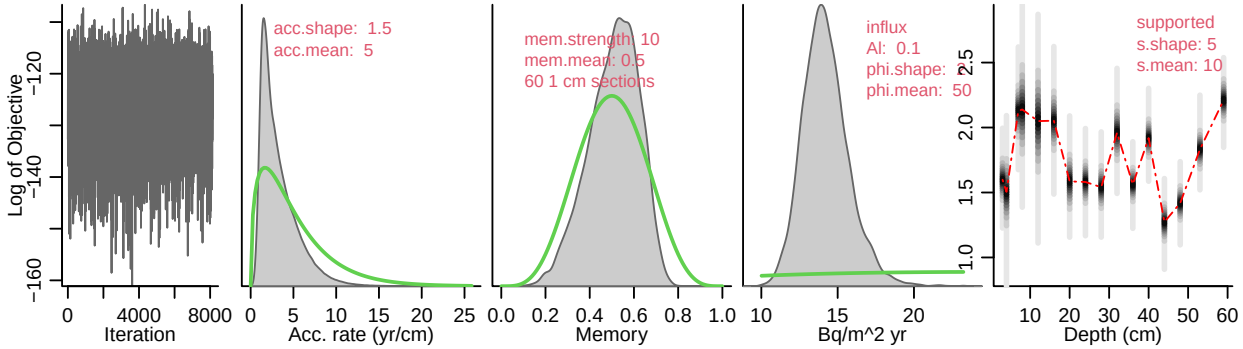
Otros fechamientos

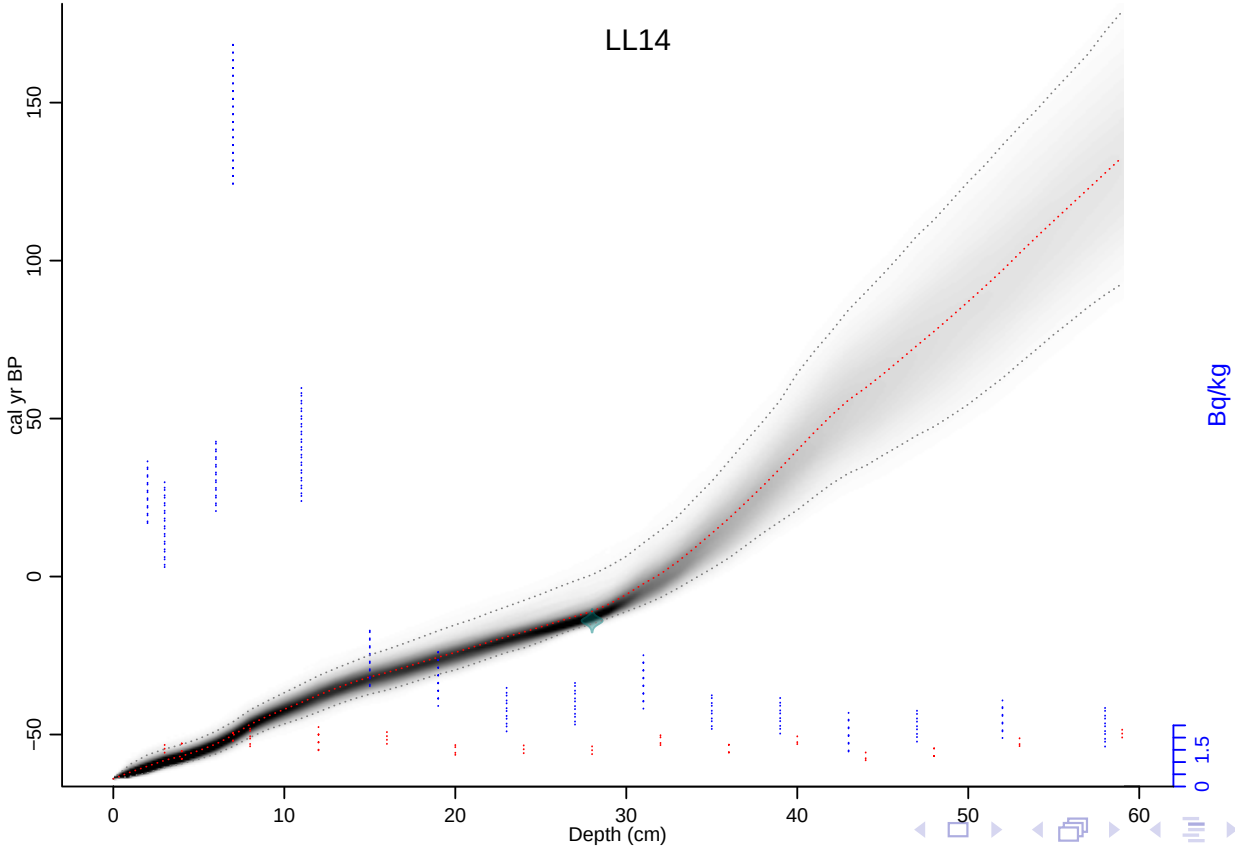
^{137}Cs

En el caso de ^{137}Cs, la incorporación de esta información se hace a través de la función de verosimilitud.

$$\mathcal{L}(\Theta) = \mathcal{L}_{^{210}Pb}(\Theta)\,\mathcal{L}_{^{137}Cs}(\Theta)\,. \tag{1}$$

Otros fechamientos



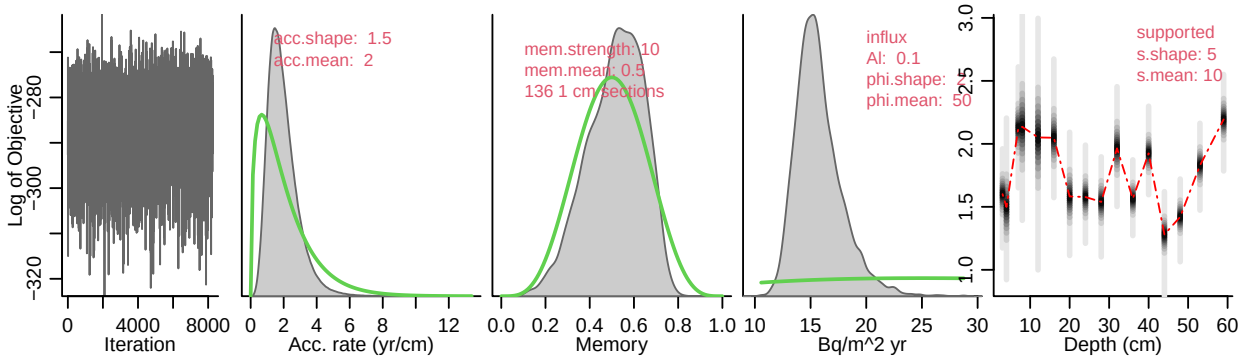


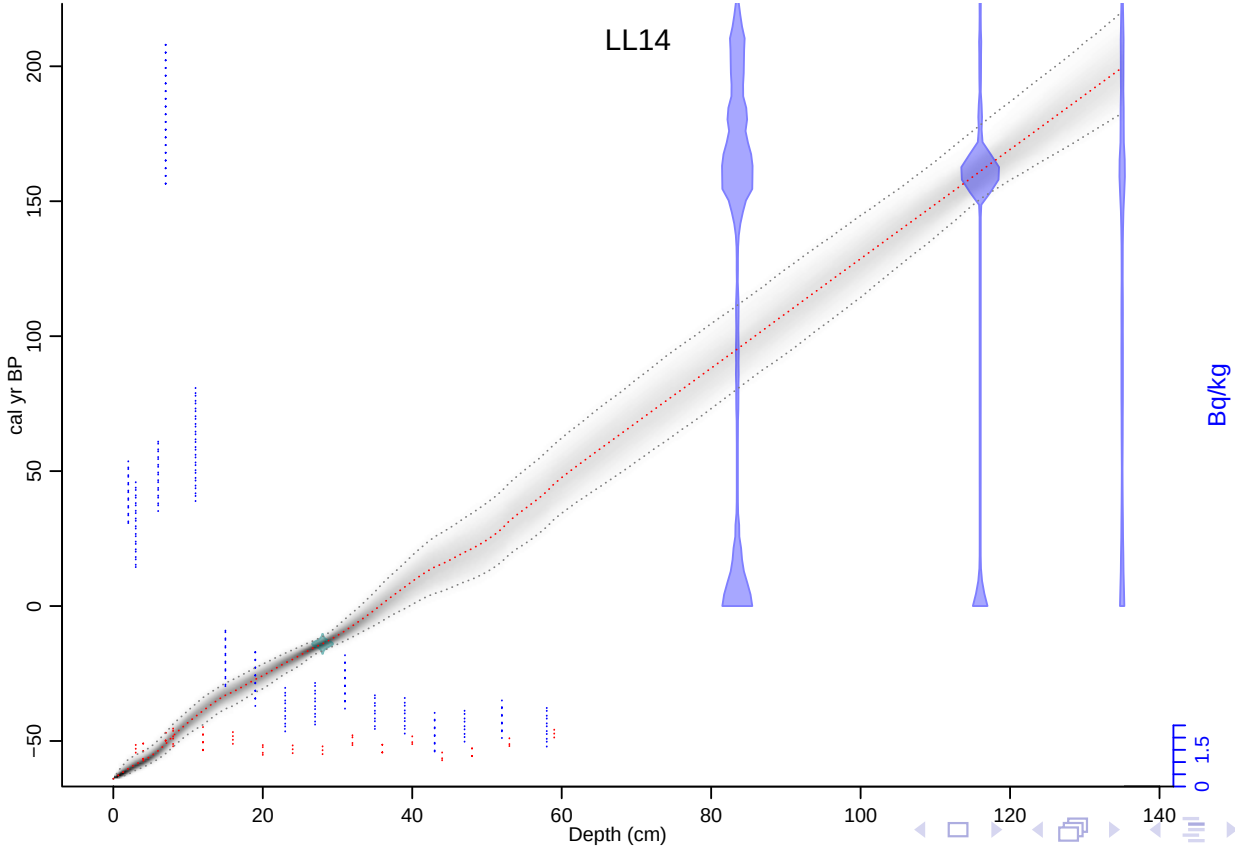
otros fechamientos

^{14}C

$$\mathcal{L}(\Theta) = \mathcal{L}_{^{210}Pb}(\Theta)\,\mathcal{L}_{^{14}C}(\Theta)\,\mathcal{L}_{^{137}Cs}(\Theta)\,. \tag{2}$$

Otros fechamientos





Gracias

GRACIAS