

**Arquitecturas y Programación de
Computadores Cuánticos**
**Práctica 2: Teleportación Cuántica y
Codificación Superdensa**

Prof. Alberto A. del Barrio

Prof. Guillermo Botella

Índice

1. Objetivos	3
2. Teleportación Cuántica	3
3. Codificación Superdensa	4
4. Diferencias	5
5. Desarrollo de la práctica	5

1. Objetivos

Después de familiarizarse con el entorno de trabajo en la Práctica 1, en esta práctica continuaremos profundizando sobre los conceptos de la Computación Cuántica. En concreto, indagaremos en las consecuencias de la paradoja EPR [1], causa por la cual Einstein nunca creyó en la Mecánica Cuántica. Por tanto, los objetivos de esta práctica son:

- Estudiar la teleportación cuántica y evaluarla de forma práctica.
- Como continuación al anterior concepto, generalizaremos hacia la codificación superdensa.
- Familiarizarse con el entorno de programación Cirq.

2. Teleportación Cuántica

A pesar de su nombre, la *teleportación cuántica* lamentablemente no implica la teleportación de ningún objeto físico. No obstante, este fenómeno cuántico permite la transmisión del estado de un qubit a cualquier distancia y de tal forma que dicha transmisión sea totalmente segura. A pesar de que la Mecánica Cuántica comenzó a formularse a comienzos del siglo XX, no es hasta finales del mismo que se definió el concepto de teleportación cuántica. En concreto, el protocolo fue desarrollado en 1993 por Bennet, Brassard et al. [3] y testado en 1997 por Boschi et al. [4] (aunque los resultados no se publicaron hasta comienzos de 1998).

La teleportación cuántica se basa en el fenómeno de entrelazamiento. Gracias a los estados entrelazados (*aka* pares EPR o estados de Bell), podemos realizar una serie de acciones que no pueden hacerse utilizando técnicas clásicas.

Usando nomenclatura típica de protocolos criptográficos como el RSA, supongamos que *Alice* quiere enviar el estado de un qubit Q a *Bob*. Para ello el algoritmo propuesto por Bennet, Brassard et al. utiliza 3 qubits y sigue los siguientes pasos (ver Figura 1):

- *Alice* quiere transmitir a *Bob* el estado $|\phi\rangle$ del qubit Q . Para ello, *Alice* utiliza dos qubits extra que denominaremos R y S . Sin pérdida de la generalidad, asumamos que el qubit S será enviado a *Bob*, mientras que el qubit R permanecerá con *Alice*.
- Primeramente, *Alice* prepara un estado entrelazado entre R y S . Para ello aplicamos una Hadamard sobre R y posteriormente una CNOT entre la salida de la Hadamard y S , donde S es el qubit objetivo. La salida de la CNOT será enviada a *Bob*.
- *Alice* realiza una *medición de Bell* sobre sus qubits Q y R . La medición de Bell consiste en aplicar una CNOT sobre R y controlada por Q , y posteriormente una Hadamard sobre Q . Es importante resaltar que en Computación Cuántica los valores intermedios

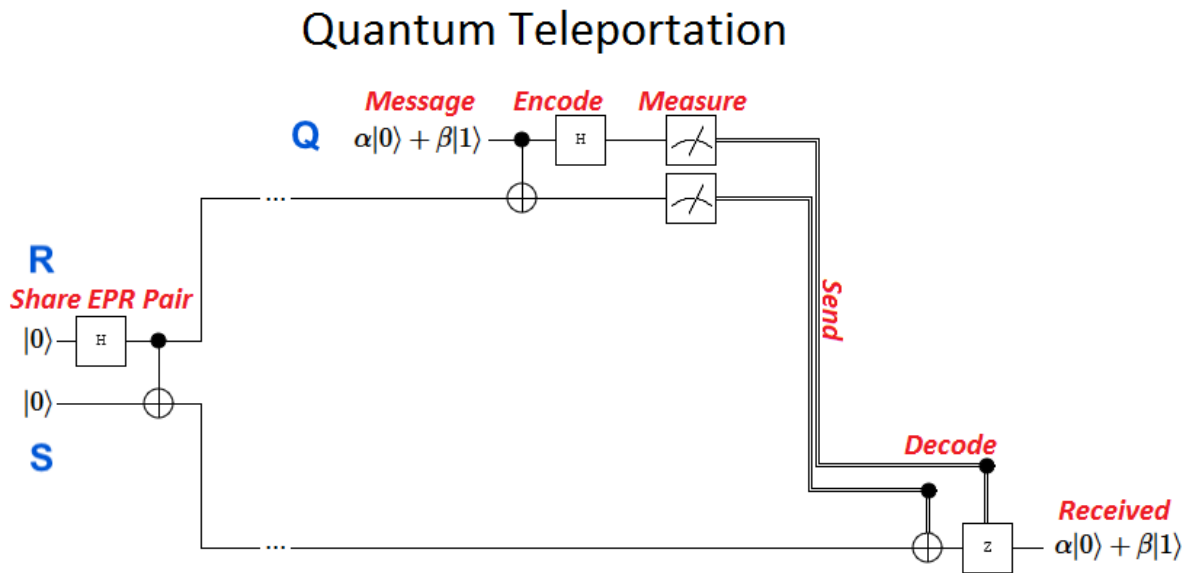


Figura 1: Esquema de circuito para la teleportación cuántica. Tomado de [2]

se almacenan en los propios qubits, por lo que cuando comentamos que hay que realizar una CNOT sobre R en realidad nos referimos a que habría que realizarla después de la Hadamard inicial y la CNOT en la que R actuaba como qubit de control. Después de aplicar estos operadores, realizamos sendas mediciones y enviamos los bits clásicos a Bob usando un canal clásico.

- Ha de notarse que Bob puede recibir 4 posibles valores (00, 01, 10 o 11). Dependiendo de los valores que reciba Bob , realizará una serie de operaciones sobre S . Lo que es realmente interesante es que realizando las operaciones correctas, el qubit de Bob , S , se encontrará en el mismo estado que el qubit original de $Alice$, Q . Dichas acciones están resumidas en la Tabla 1.

Tabla 1: Las acciones de Bob en la teleportación cuántica

Si $Alice$ transmite	entonces Bob aplica el operador ...
00	Ninguno (el qubit de Bob ya coincide con el de $Alice$)
01	X
10	Z
11	ZX (primero se aplica X y luego Z)

3. Codificación Superdensa

La *codificación superdensa* es un método para transmitir bits clásicos por medio del envío de un único qubit desde el emisor hasta el receptor. Utilizando la misma nomenclatura que

en la Sección 2, si *Alice* desea transmitir dos bits clásicos a *Bob* usando un canal clásico, tendría que usar dos bits. Empleando la codificación superdensa, es posible transmitir los dos bits usando un único qubit.

Este protocolo fue desarrollado inicialmente por Bennett y por Wiesner [5] y posteriormente demostrado experimentalmente por Zeilinger en 1995.

Para conseguir la codificación superdensa, *Alice* primero prepara un par EPR y entonces aplica una de las 4 operaciones especificadas en la Tabla 2 sobre su qubit. A continuación, *Alice* envía su qubit a *Bob* a través de un canal de comunicación cuántico (preserva el entrelazamiento). Una vez que *Bob* recibe el qubit de *Alice*, *Bob* aplica una CNOT sobre el par EPR y una Hadamard sobre el qubit recibido, según muestra la Figura 2.

Tabla 2: Las acciones de *Alice* en la codificación superdensa

Si <i>Alice</i> quiere enviar	entonces <i>Alice</i> aplica el operador ...
00	Identidad
01	X
10	Z
11	ZX (primero se aplica X y luego Z)

4. Diferencias

Aunque ambos algoritmos están muy relacionados, ha de notarse que son diferentes no solo en implementación, sino en propósito:

- La *teleportación cuántica* permite reproducir un qubit a distancia usando dos bits clásicos.
- La *codificación superdensa* permite transmitir dos bits clásicos usando un único qubit.

5. Desarrollo de la práctica

En esta práctica se proponen varios ejercicios.

Ejercicio 1. Implementar con Cirq la teleportación cuántica. Mostrar y comentar resultados.

Ejercicio 2. Implementar con Cirq la codificación superdensa. Mostrar y comentar resultados.

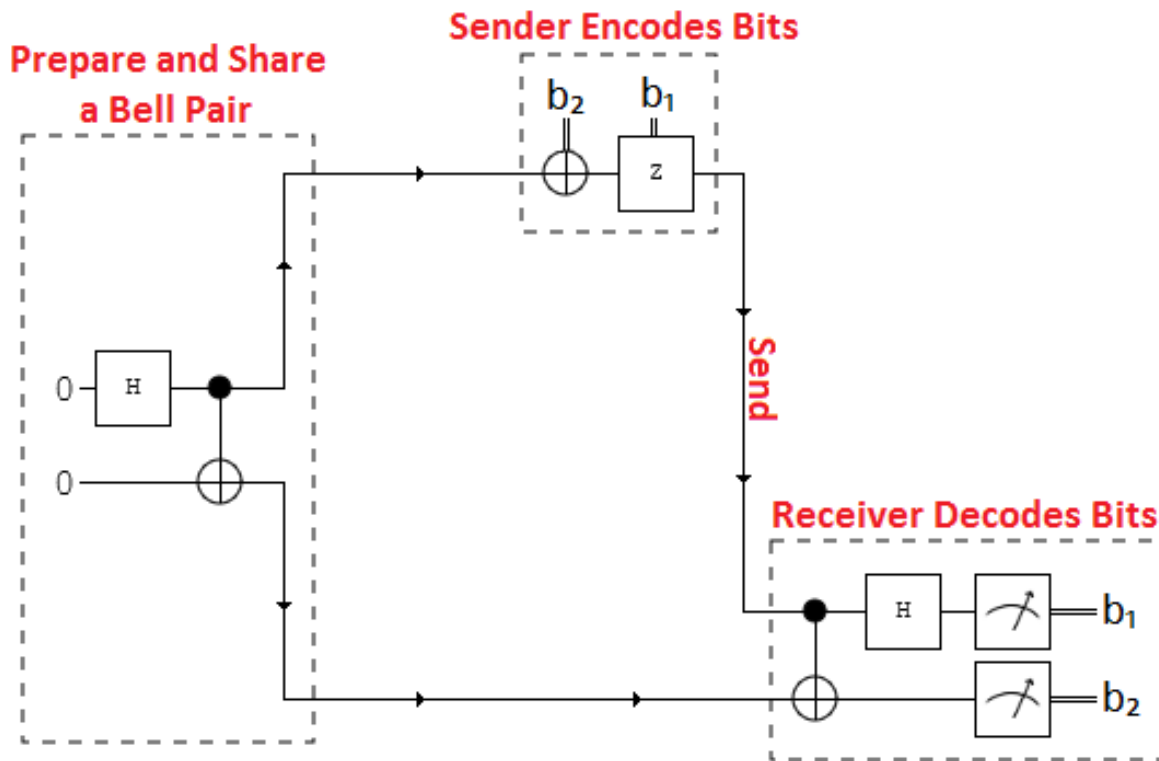


Figura 2: Esquema de circuito para la codificación superdensa. Tomado de [6]

Ejercicio 3. Repetir los ejercicios 1 y 2 codificándolos con Qiskit y realizando simulaciones y ejecuciones en backends reales.

Entregables: todos los códigos desarrollados en formato texto, así como una memoria con respuestas justificadas a los ejercicios propuestos.

Nota: usar la estructura *canónica* explicada en clase para describir los circuitos, es decir, las mediciones siempre se realizan al final.

Referencias

- [1] EPR Paradox. Accesible en https://en.wikipedia.org/wiki/EPR_paradox
- [2] Algassert - Quantum Teleportation. Accesible en <https://algassert.com/quantum/2015/12/28/Separating-Quantum-Teleportation.html>
- [3] Bennett, Charles H. and Brassard, Gilles and Crépeau, Claude and Jozsa, Richard and Peres, Asher and Wootters, William K., Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels, *Phys. Rev. Lett.* *70:13*, pp. 1895-1899, 1993.
- [4] Boschi, D. and Branca, S. and De Martini, F. and Hardy, L. and Popescu, S., Experimental Realization of Teleporting an Unknown Pure Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels, *Phys. Rev. Lett.* *80:6*, pp. 1121-1125, 1998.
- [5] Bennett, Charles H. and Wiesner, Stephen J., Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states, *Phys. Rev. Lett.* *69:20*, pp. 2881-2884, 1992.
- [6] Superdense Coding. Accesible en https://en.wikipedia.org/wiki/Superdense_coding