

数Ⅱ(定積分と面積⑤)

⑥ 放物線 $y=x^2$ 上に2点 $A(-1, 1)$ 、 $B(2, 4)$ がある。

- ① 点Aにおける放物線の接線の方程式を求めよう。
- ② 点Bにおける放物線の接線の方程式を求めよう。
- ③ ①、②で求めた2つの接線と、放物線で囲まれた部分の面積 S を求めよう。

⑥ 放物線 $y=x^2$ 上に2点 $A(-1, 1)$ 、 $B(2, 4)$ がある。

- ① 点Aにおける放物線の接線の方程式を求めよう。
- ② 点Bにおける放物線の接線の方程式を求めよう。
- ③ ①、②で求めた2つの接線と、放物線で囲まれた部分の面積 S を求めよう。

① $f(x)=x^2$ とおく。 $f'(x)=2x$ より

$$y-1 = -2(x+1)$$

$$y = -2x - 1$$

② $y-4 = 4(x-2)$

$$y = 4x - 4$$

$$③ S = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} (x^2 + 2x + 1) dx$$

$$+ \int_{\frac{1}{2}}^2 (x^2 - 4x + 4) dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3 + x^2 + x \right]_{-1}^{\frac{1}{2}} + \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x \right]_{\frac{1}{2}}^2$$

$$= \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1 \right) + \left(\frac{8}{3} - 8 + 8 \right) + \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 2 \right)$$

$$= \frac{1}{4} + 1 + 3 - 2 = \frac{9}{4}$$

