

数B (ベクトルの内積⑥)

- ① $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=1$ で、 \vec{a} と \vec{b} のなす角が 120° であるとき、 $3\vec{a}-2\vec{b}$ の大きさを求めよう。
- ② $|\vec{a}|=5, |\vec{b}|=3, |\vec{a}-2\vec{b}|=9$ 、 \vec{a} と \vec{b} のなす角を θ とするとき、 $\cos\theta$ の値を求めよう。

数B (ベクトルの内積⑥)

- ① $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=1$ で、 \vec{a} と \vec{b} のなす角が 120° であるとき、 $3\vec{a}-2\vec{b}$ の大きさを求めよう。
- ② $|\vec{a}|=5, |\vec{b}|=3, |\vec{a}-2\vec{b}|=9$ 、 \vec{a} と \vec{b} のなす角を θ とするとき、 $\cos\theta$ の値を求めよう。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad |3\vec{a}-2\vec{b}|^2 &= (3\vec{a}-2\vec{b}) \cdot (3\vec{a}-2\vec{b}) \\ &= 9|\vec{a}|^2 - 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2 \end{aligned}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 \cos 120^\circ = -1 \text{ より}$$

$$|3\vec{a}-2\vec{b}|^2 = 36 + 12 + 4$$

$$|3\vec{a}-2\vec{b}| = \sqrt{52} = \underline{2\sqrt{13}}$$

$$\textcircled{2} \quad \cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

$$|\vec{a}-2\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2$$

$$81 = 25 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 36$$

$$4\vec{a} \cdot \vec{b} = -20$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -5$$

$$\cos\theta = \frac{-5}{5 \cdot 3} = \underline{-\frac{1}{3}}$$