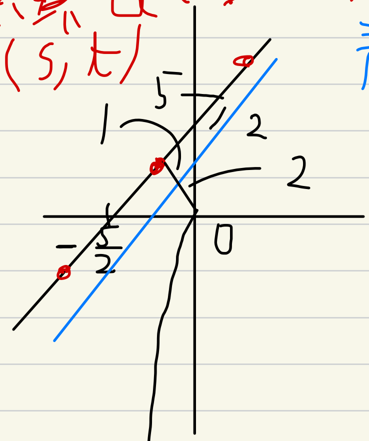
軌跡と方程式③

数II(軌跡と方程式③)

① 点Qが直線 $2x-y+5=0$ 上を動くとき、原点Oと点Qを結ぶ線分OQを2:1に内分する点Pの軌跡を求めよう。

赤点 Q(動く)
(s, t)

青線
P
(x, y)



黒線 $y = 2x + 5$

O(0, 0)

P(x, y), Q(s, t)

数II(軌跡と方程式③)

① 点Qが直線 $2x-y+5=0$ 上を動くとき、原点Oと点Qを結ぶ線分OQを2:1に内分する点Pの軌跡を求めよう。

P(x, y), Q(s, t)とおく。

点Qが直線 $2x-y+5=0$ の上にあるので

$2s-t+5=0$ …①

点PがOQを2:1に内分するので

$\frac{2s}{3}=x$, $\frac{2t}{3}=y$

つまり $s=\frac{3}{2}x$, $t=\frac{3}{2}y$

これを①に代入すると

$2\cdot\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}y+5=0$

$6x-3y+10=0$ …②

したがって、点Pは直線②上にある。

逆に、直線②上の任意の点は条件を満たす。

よって

直線 $6x-3y+10=0$