

加法定理の応用2、三倍角の公式

数Ⅱ(加法定理の応用②・三倍角の公式編)

① $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$ を証明しよう。

② $\cos 3\alpha = -3\cos\alpha + 4\cos^3\alpha$ を証明しよう。

数Ⅱ(加法定理の応用②・三倍角の公式編)

① $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$ を証明しよう。

$$\begin{aligned}(\text{左辺}) &= \sin(2\alpha + \alpha) \\&= \sin 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \sin \alpha \\&= 2\sin\alpha \cos^2\alpha + (1 - 2\sin^2\alpha)\sin\alpha \\&= 2\sin\alpha(1 - \sin^2\alpha) + (1 - 2\sin^2\alpha)\sin\alpha \\&= 2\sin\alpha - 2\sin^3\alpha + \sin\alpha - 2\sin^3\alpha \\&= 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha = (\text{右辺})\end{aligned}$$

② $\cos 3\alpha = -3\cos\alpha + 4\cos^3\alpha$ を証明しよう。

$$\begin{aligned}(\text{左辺}) &= \cos(2\alpha + \alpha) \\&= \cos 2\alpha \cos \alpha - \sin 2\alpha \sin \alpha \\&= (2\cos^2\alpha - 1)\cos\alpha - 2\sin^2\alpha \cos\alpha \\&= (2\cos^2\alpha - 1)\cos\alpha - 2\cos\alpha(1 - \cos^2\alpha) \\&= 2\cos^3\alpha - \cos\alpha - 2\cos\alpha + 2\cos^3\alpha \\&= -3\cos\alpha + 4\cos^3\alpha = (\text{右辺})\end{aligned}$$