

数Ⅱ(定積分で表した関数②)

① 等式 $f(x) = 3x^2 - 2 \int_{-1}^1 f(t) dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよう。

② $f(x) = \int_1^x (2t^2 - 6t - 20) dt$ の極大値を求めよう。

数Ⅱ(定積分で表した関数②)

① 等式 $f(x) = 3x^2 - 2 \int_{-1}^1 f(t) dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよう。

② $f(x) = \int_1^x (2t^2 - 6t - 20) dt$ の極大値を求めよう。 $x^2 - 3x - 10 = 0$

① $\int_{-1}^1 f(t) dt = a$ とおく。

$$f(x) = 3x^2 - 2a$$

$$f(t) = 3t^2 - 2a$$

$$\int_{-1}^1 (3t^2 - 2a) dt = a$$

$$\left[t^3 - 2at \right]_{-1}^1 = a$$

$$(1 - 2a) - (-1 + 2a) = a$$

$$f(x) = 3x^2 - \frac{4}{5}$$

② $f'(x) = 2x^2 - 6x - 20$

$$f'(x) = 0 \text{ より } x = 5, -2$$

x	$\dots -2$	$\dots 5 \dots$
-----	------------	-----------------

$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
---------	-----	-----	-----	-----	-----

$f(x)$	\nearrow	(45)	\searrow	\nearrow
--------	------------	--------	------------	------------

$x = -2$ のとき

極大値 45

$$\left[\frac{2}{3} t^3 - 3t^2 - 20t \right]_1^x$$

$$= \left(-\frac{16}{3} - 12 + 40 \right) - \left(\frac{2}{3} - 3 - 20 \right)$$

$$= -\frac{16}{3} + 28 + 23$$