ΚΑΝΕΛΛΑΚΗ ΜΑΡΙΑ-ΑΝΝΑ
1115201400060
ΕΡΓΑΣΙΑ 4

1. (α) $(\forall x)(Student(x) \Rightarrow Smart(x))$

(β) $(\exists x)(Student(x))$

(γ) $(\exists x)(Student(x) \land Smart(x))$

(δ) $(\forall x)(\exists y)(Student(x) \Rightarrow Student(y) \land Like(x,y))$

(ε) $(\forall x)(\exists y)(Student(x) \Rightarrow Student(y) \land Like(x,y) \land \neg(x=y))$

(στ) $(\exists x)(\forall y)(Student(y) \Rightarrow Student(x) \land Like(y,x))$

(ζ) $Student(John)$

(η) $Course(A.I.) \land \neg AttendCourse(A.I., John)$

(θ) $(\neg\exists x)(Student(x) \land Like(x, John))$

(ι) $(\exists x) SisterOf(x, John)$

(ια) $(\neg\exists x) SisterOf(x, John)$

(ιβ) $(\neg\exists x) SisterOf(x, John) \lor (\exists x) SisterOf(x, John) \land (\neg\exists y)(x=y)$

(ιγ) $(\forall x)(Student(x) \Rightarrow (\exists y)(Course(y) \land AttendCourse(y, x))$

(ιδ) $(\exists x)(Student(x) \land Course(A.I.) \land Fail(A.I., x)) \land (\neg\exists y)(Student(y)$
$\land Course(A.I.) \land Fail(A.I., y) \land \neg(x=y))$

(ιε) $(\neg \exists x)(Student(x) \land Fail(A.I.) \land (\exists y)(Student(y) \land Fail(DB)))$

(ιστ) $(\forall x)(Student(x) \land AttendCourse(A.I.)) \Rightarrow AttendCourse(L.P.))$

(ιζ) $(\neg \exists x)(Student(x) \land (\forall y)(Student(y) \land Fool(x,y)))$

(ιη) $(\forall x) BipedAnimal(x) \land Legs(x) = 2$

(ιθ) $(\forall x) Triangle(x) \Rightarrow (\forall y)(Polygon(y) \land corners(y) = 3 \land lines(y) = 3)$

(κ) $(\forall x) RightTriangle(x) \Rightarrow (\forall y)(Triangle(y) \land corners(y) = 1 \land degrees = 90^\circ$

(κα) $(\forall x,y)(\text{Συντεκνος}(x,y) \Rightarrow Man(x) \land Man(y) \land (\exists z)(ChildOf(z,x)$
$\land Baptised(z,y) \land (ChildOf(z,y) \land Baptised(z,x))$

2. Έστω οι σταθερές για τις προτάσεις:

φ_1 : Pig(Pepa)
φ_2 : Woman(Anna)
φ_3 : Pig(Pepa) ∧ Woman(Anna) ∧ Rides(Anna, Pepa)

(α) • Πεδίο $|I| = \{Pepa, Anna\}$

• Αντιστοιχίσεις I : $Pepa^I = Pepa$, $Anna^I = Anna$
Pig: {<Pepa>}
Woman: {<Anna>}
Rides: {Woman, Pig}

(β) φ1. $\models_I (\exists x) Pig(x)[s]$ ισχύει αν $\exists d_x \in |I|$
(από ορισμό ικανοποίησης)

$|I| = \{Pepa, Anna\} \Rightarrow d_x = Pepa$
$\models_I Pig(x)[s(x|Pepa)]$ μόνο αν $\langle \bar{s}(x|Pepa) \rangle \in Pig^I$

$\langle \bar{s}(x|Pepa)(x) \rangle = \langle s(x|Pepa)(x) = \langle Pepa \rangle \in Pig^I$

Άρα η φ1 ικανοποιείται

φ2. $\models_I (\exists x) Woman(x)[s]$ ισχύει αν $\exists d_x \in I$.

$|I| = \{Pepa, Anna\} \Rightarrow d_x = Anna$
$\models_I Woman(x)[s(x|Anna)]$ αν $\langle \bar{s}(x|Anna) \rangle \in Woman^I$

$\langle \bar{s}(x|Anna)(x) \rangle = \langle s(x|Anna)(x) \rangle = \langle Anna \rangle \in Pig^I$

3. (α) Για να είναι η πρόταση έγκυρη, αρκεί να δείξω ότι ισχύει:
$(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \models (\forall x)(P(x)) \vee (\forall x) Q(x)$ ①
που ισχύει αν ισχύει: $\models_I ((\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x))[s]$,
$\forall s : Vars \to |I|$: $\models_I (\forall x)(P(x) \vee Q(x))[s]$.
(απο έννοια εγκυρότητας)

<u>Αντιπαράδειγμα</u>: Έστω πεδίο $|I| = \mathbb{N}$, $P(x): x =$ άρτιος,
$Q(x): x =$ περιττός
κ' ισχύει: $\models_I P(x)[s(x|d_x)]$ ή $\models_I Q(x)[s(x|d_x)]$ $\forall d_x$

για $d_x = 1$: $\models_I P(x)[s(x|1)]$ αν $\langle \bar{s}(x|1)(x) \rangle \in P^I$
αλλά $\langle s(x|1)(x) \rangle = \langle 1 \rangle \notin P^I$

για $d_x = 2$: $\models_I Q(x)[s(x|2)]$ αν $\langle \bar{s}(x|2)(x) \rangle \in Q^I$
αλλά $\langle s(x|2)(x) \rangle = \langle 2 \rangle \notin Q^I$
Άρα η πρόταση (α) δεν είναι έγκυρη.

(β) Αρκεί να δείξω ότι ισχύει η ① $\iff (\forall x)P(x) \models (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$,
$(\forall x)Q(x) \models (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$

Τα παραπάνω ισχύουν για κάθε ερμηνεία I κ' $s: Vars \to |I|$ ώστε ισχύουν:

$$\models_I (\forall x)P(x)[s],\ \models_I (\forall x)(P(x) \vee Q(x))[s] \text{ ή}$$
$$\models_I (\forall x)Q(x)[s],\ \models_I (\forall x)(P(x) \vee Q(x))[s]$$

Έστω τυχαία ερμηνεία I κ' τυχαία ανάθεση μεταβλητών s, ώστε $\models_I (\forall x)P(x)[s]$ ή $\models_I (\forall x)Q(x)[s]$.Σ

Από τον ορισμό της ικανοποίησης για καθολικό ποσοδείκτη ισχύει $\forall d_x \in |I|$:

$$\models_I P(x)[s(x|d_x)] \text{ ή } \models_I Q(x)[s(x|d_x)] \quad \text{(II)}$$

και για διάζευξη:

$$\models_I P(x) \vee Q(x)[s(x|d_x)] \to \text{(II)}$$

Άρα η πρόταση (β) είναι έγκυρη.

4. Για την πρόταση 3(β):

Θα χρησιμοποιηθεί άρνηση, η οποία θα καταλήξει σε κενό.
Θα εισαχθεί μια βάση γνώσης KB και θα αποδειχθεί ότι $KB \models \varphi \iff KB \wedge \neg\varphi$ ισούται με κενό σύνολο.

$KB: (\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x)$
$\varphi: (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$

- $(\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x) \wedge \neg(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow$
$\Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x) \wedge (\exists x)(\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$

- Απαλοιφή ποσοδεικτών $(\forall)$ στην KB, $(\exists)$ στην $\neg\varphi$:
$P(x) \vee Q(x)$, $\neg P(x) \wedge Q(x)$

Με ενοποίηση προκύπτει:

$$\begin{array}{c} P(x) \vee Q(x) \\ \neg P(x) \wedge \neg Q(x) \\ \hline \text{κενή πρόταση} \end{array}$$

Άρα η πρόταση 3(β) είναι έγκυρη.

5β). • Σύμβολα Σταθερών: Αντωνάκης, Βαγγελάκης, Μαρούλα, ΠΚ, Σοσιαλισμός, Καπιταλισμός.

• Σύμβολα Κατηγορημάτων:
 - Άνθρωπος(·): δηλώνει μια σταθερά άνθρωπο
 - Κόμμα(·): δηλώνει μια σταθερά κόμμα.
 - Μέλος(·,·): δηλώνει ποιος άνθρωπος είναι μέλος σε ποιο κόμμα.
 - Δεξιός(·): δηλώνει αν ένας άνθρωπος είναι δεξιός.
 - Φιλελεύθερος(·): δηλώνει αν ένας άνθρωπος είναι φιλελεύθερος.
 - Αρέσει(·,·): δηλώνει σε ποιον άνθρωπο αρέσει τι.

• KB:

i. Ανθρωπος(Αντωνακης) ∧ Ανθρωπος(Βαγγελακης) ∧ Ανθρωπος(Μαρουλα) ∧ Κόμμα(ΠΚ) ∧ Μέλος(Αντωνάκης, ΠΚ) ∧ Μέλος(Βαγγελάκης, ΠΚ) ∧ ∧ Μέλος(Μαρούλα, ΠΚ)

ii. (∀x) Ανθρωπος(x) ∧ (Μέλος(x, ΠΚ) ∧ ¬Δεξιός(x) ⇒ Φιλελεύθερος(x))

iii. (∀x)(Ανθρωπος(x) ∧ (Δεξιός(x) ⇒ ¬Αρέσει(x, Σοσιαλισμος)))

iv. (∀x)(Ανθρωπος(x) ∧ (¬Αρέσει(x, Καπιταλισμος) ⇒ ¬Φιλελεύθερος(x))

v. (∀x)((Αρέσει(Βαγγελάκης, x) ⇒ ¬Αρέσει(Αντωνάκης, x)) ∧ ∧ ((Αρέσει(Αντωνάκης, x) ⇒ ¬Αρέσει(Βαγγελάκης, x))

vi. Αρέσει(Βαγγελάκης, Σοσιαλισμός) ∧ Αρέσει(Βαγγελάκης, Καπιταλισμος)

• φ: (∃x)(Ανθρωπος(x))(Μέλος(x, ΠΚ) ∧ Φιλελεύθερος(x) ∧ ¬Δεξιός(x))

(B) Μετατροπή των προτάσεων της KB και ¬φ σε CNF:

i. Κόμμα(ΠΚ) ∧ Μέλος(Αντωνάκης, ΠΚ) ∧ Μέλος(Βαγγελάκης, ΠΚ) ∧
 ∧ Μέλος (Μαιρούλα, ΠΚ)

ii. ~~∀x~~ ¬Μέλος(x, ΠΚ) ∨ Δεξιός(x) ∨ Φιλελεύθερος(x)

iii. ¬Δεξιός (x) ∨ ¬Αρέσει(x, Σοσιαλισμός)

iv. Αρέσει(x, Καπιταλισμός) ∨ ¬(Φιλελεύθερος(x))

v. ¬Αρέσει(Βαγγελάκης, x) ∨ ¬Αρέσει(Αντωνάκης, x)
 Αρέσει(Βαγγελάκης, x) ∨ Αρέσει(Αντωνάκης, x)

vi. Αρέσει(Βαγγελάκης, Σοσιαλισμός) ∨ Αρέσει(Βαγγελάκης, Καπιταλισμός)

¬φ: ¬Μέλος(x, ΠΚ) ∨ ¬Φιλελεύθερος(x) ∨ Δεξιός(x)

<u>Ανάλυση:</u>

• ¬Δεξιός(x) ∨ ¬Αρέσει(x, Σοσιαλισμός)
• Αρέσει(Βαγγελάκης, Σοσιαλισμός) } ⟹

⟹ ¬Δεξιός(Βαγγελάκης)
• Μέλος(x, ΠΚ) ∨ Δεξιός(x) ∨ ¬Φιλελεύθερος(x) } ⟹

⟹ Μέλος(Βαγγελάκης, ΠΚ) ∨ ¬Φιλελεύθερος (Βαγγελάκης)
• ¬Μέλος (x, ΠΚ) ∨ Δεξιός(x) ∨ Φιλελεύθερος } ⟹

⟹ ¬Μέλος (Βαγγελάκης, ΠΚ) ∨ Δεξιός (Βαγγελάκης)
• Μέλος (Βαγγελάκης, ΠΚ) } ⟹

⟹ Δεξιός (Βαγγελάκης)
• ¬Δεξιός (Βαγγελάκης) } κενή φράση

Άρα KB ⊨ φ.

(γ) Έστω $Ans(x) \vee \neg \varphi$, δηλ. $Ans(x) \vee \neg Μέλος(x, ΠΚ) \vee \neg Φιλελεύθερος(x) \vee Δεξιός(x)$

Ανάλυση:

- $\neg Δεξιός(x) \vee \neg Αρέσει(x, Σοσιαλισμός)$
- $Αρέσει(Βαγγελάκης, Σοσιαλισμός)$

$\Rightarrow \neg Δεξιός(Βαγγελάκης)$

- $Ans(x) \vee \neg Μέλος(x, ΠΚ) \vee \neg Φιλελεύθερος(x) \vee Δεξιός(x)$

$\Rightarrow Ans(Βαγγελάκης) \vee \neg Μέλος(Βαγγελάκης, ΠΚ) \vee \neg Φιλελεύθερος(Βαγγ.)$

- $Ans(Βαγγελάκης) \vee \neg Μέλος(Βαγγελάκης, ΠΚ) \vee \neg Φιλελεύθερος(Βαγγελάκης)$
- $\neg Μέλος(x, ΠΚ) \vee Δεξιός(x) \vee Φιλελεύθερος(x)$

$\Rightarrow Ans(Βαγγελάκης) \vee \neg Μέλος(Βαγγελάκης, ΠΚ) \vee Δεξιός(Βαγγελάκης)$

- $\neg Δεξιός(Βαγγελάκης)$

$\Rightarrow Ans(Βαγγελάκης) \vee \neg Μέλος(Βαγγελάκης, ΠΚ)$

- $Μέλος(Βαγγελάκης, ΠΚ)$

$\Rightarrow Ans(Βαγγελάκης)$

Άρα το ζητούμενο μέλος του ΠΚ είναι ο Βαγγελάκης.

6. (α) $Article(x) \wedge Computer(y) \wedge IsAccessible(x,y) \Rightarrow ftp(x)$

(β) $Article(x) \wedge Magazine(y) \wedge PublishedIn(x,y) \wedge PublishedBy(y, Student) \Rightarrow$
$\Rightarrow IsAccessible(x, ftp.press.std.gr)$

(γ) $Computer(x) \wedge Offers(x, anonymous\_ftp) \wedge User(y) \Rightarrow IsAccessible(y : x)$

(δ) $IsOffered(ftp.press.std.gr, anonymous\_ftp)$

(ε) $PublishedIn(\text{"Πώς να διαβάσετε αποδοτικά για την εξεταστική"}, \text{"Φοιτητική Ζωή"}) \wedge$
$\wedge PublishedBy(\text{"Φοιτητική Ζωή"}, Student)$

7. (α) $(\forall x)\big(((\exists y)P(x,y) \Rightarrow Q(x)) \land (\forall z)(R(z) \Rightarrow (\exists w)S(x,z,w))\big) \rightsquigarrow$

Μετατροπή σε CNF

$\rightsquigarrow (\forall x)\big((\neg(\exists y)P(x,y) \lor Q(x)) \land (\forall z)(\neg R(z) \lor (\exists w)S(x,z,w))\big) \rightsquigarrow$

$\rightsquigarrow (\forall x)\big(((\forall y)\neg P(x,y) \lor Q(x)) \land (\forall z)(\neg R(z) \lor (\exists w)S(x,y,w))\big) \rightsquigarrow \dots$

$\rightsquigarrow (\neg P(x,y) \lor Q(x)) \land (\neg R(z) \lor S(x,z,w)) \rightsquigarrow \dots$

$\rightsquigarrow P(x,y) \lor Q(x) \rightsquigarrow$

$\rightsquigarrow R(z) \lor S(x,z,w)$

(β) Μετατροπή σε CNF της $\neg a$

$\neg\big((\forall x)(\forall y)(\forall z)(\exists w)((P(x,y) \Rightarrow Q(x)) \land (R(z) \Rightarrow S(x,y,w)))\big) \rightsquigarrow$

$\rightsquigarrow \neg\big((\forall x)(\forall y)(\forall z)(\exists w)((\neg P(x,y) \lor Q(x)) \land (\neg R(z) \lor S(x,y,w)))\big) \rightsquigarrow$

$\rightsquigarrow (\exists x)(\exists y)(\exists z)(\forall w)\big((P(x,y) \land \neg Q(x)) \lor (R(z) \land \neg S(x,y,w))\big) \rightsquigarrow$

$\rightsquigarrow (P(x,y) \land \neg Q(x)) \lor (R(z) \land \neg S(x,y,w)) \rightsquigarrow$

$\rightsquigarrow ((P(x,y) \land \neg Q(x)) \lor R(z)) \land ((P(x,y) \land \neg Q(x)) \lor \neg S(x,y,w)) \rightsquigarrow$

$\rightsquigarrow (P(x,y) \lor R(z)) \land (\neg Q(x) \lor R(z)) \land (P(x,y) \lor \neg S(x,y,w)) \land (\neg Q(x) \lor \neg S(x,z,w)) \rightsquigarrow$

$\rightsquigarrow P(x,y) \lor R(z)$
$\neg Q(x) \lor R(z)$
$P(x,y) \lor \neg S(x,z,w)$
$\neg Q(x) \lor \neg S(x,z,w)$

.01

Ανάλυση:

- $\neg P(x,y) \vee Q(x)$
- $P(x,y) \vee R(z)$

$\Rightarrow$ $Q(x) \vee R(z)$
- $\neg Q(x) \vee R(z)$

$\Rightarrow$ $R(z)$
- $R(z) \vee S(x,z,w)$

$\Rightarrow$ $S(x,y,w)$
- $\neg P(x,y) \vee Q(x)$
- $P(x,y) \vee \neg S(x,z,w)$

$\Rightarrow$ $Q(x) \vee \neg S(x,z,w)$
- $\neg Q(x) \vee \neg S(x,z,w)$

$\Rightarrow$ $\neg S(x,z,w)$ $\Rightarrow$ κενή φράση
- $S(x,z,w)$

· Άρα η πρόταση αληθεύει λογικά από την παραπάνω πρόταση.

8. (α) · Σχεσιακή Βάση:

Teaches(Manolis, AI)	Works_In(Manolis, ECE)
Teaches(Manolis, Compilers)	Works_In(Stavros, ECE)
Teaches(Stavros, DB	Works_In(Elena, Math)
Teaches(Elena, Algebra)	Works_In(Yannis, Math)

· Ερώτηση SQL: query(Name, Course) :- Works_In(Name, Math), Teaches(Name, Course)

· Απάντηση: Name = Elena
Course = Algebra

(β) Συνδυάζοντας τα παραπάνω, προκύπτει το:

query(Elena, Algebra).

10. (α) GivesPresentTo(John, Mary)

(β) GivesPresentTo(Kate, Mary)

(γ) GivesPresentTo(Kate, Susan)

(δ) $(\exists x)\, GivesPresentTo(John, x)$

(ε) $(\forall x)(\exists y)((Loves(x,y) \wedge \neg(y=x)) \vee GivesPresentTo(y,x))$

Απαντήσεις:

(α) Ναι, αφού ισχύει Loves(John, Mary) → GivesPresentTo(John, Mary) και το 1ο στοιχείο ανήκει στη βάση γνώσεων.

(β) Όχι, αφού δεν υπάρχει Loves(Katy, Mary) στη βάση γνώσεων.

(γ) Όχι, αφού δεν υπάρχει Loves(Kate, Susan) στη βάση γνώσεων.

(δ) Ναι, αφού $\left.\begin{array}{l} Loves(John, Mary) \\ Loves(x,y) \Rightarrow GivesPresentTo(x,y) \end{array}\right\} \rightarrow GivesPresentTo(John, Mary)$ .8
όμοια με John, Kate.

(ε) Ναι, καθώς για τον John ισχύει το 1ο μέρος της διάζευξης και τα υπόλοιπα μέλη της βάσης παίρνουν δώρο από τον John.