

Uniwersytet Warszawski
Wydział Fizyki

Marysia Nazarczuk

Nr albumu: 417755

BADANIE PRZEMIAN GAZOWYCH, WYZNACZANIE TEMPERATURY ZERA BEZWZGŁĘDNEGO

Streszczenie

Celem doświadczenia było wyznaczenie temperatury zera bezwzględnego oraz zbadanie w jakich warunkach powietrze można przybliżyć jako gaz doskonały. Przeprowadzono dwa pomiary dotyczące prawa gazu doskonałego. Jeden z nich dotyczył procesu izochorycznego i pozwolił na określenie wartości temperatury zera absolutnego jako $T_0 = (-276.60 \pm 0.85) ^\circ\text{C}$. W drugim eksperymencie badano proces izotermiczny. Analizowano współczynnik ściśliwości, aby określić granice stosowalności prawa gazu doskonałego. Praca została przygotowana zgodnie z instrukcją [1].

Warszawa, Maj 2024

Spis treści

1. Wstęp teoretyczny	5
2. Przemiana izochoryczna	7
2.1 Układ doświadczalny	7
2.2 Przeprowadzenie doświadczenia	8
2.3 Analiza pomiarów	8
2.4 Wyniki, niepewności i wnioski	10
2.4.1 Wyniki	10
2.4.2 Niepewności	10
2.4.3 Wnioski	10
3. Przemiana izotermiczna	11
3.1 Układ doświadczalny	11
3.2 Przeprowadzenie doświadczenia	11
3.3 Analiza pomiarów	12
3.4 Wyniki, niepewności i wnioski	14
3.4.1 Wyniki	14
3.4.2 Niepewności	14
3.4.3 Wnioski	14
4. Podsumowanie	15
Bibliografia	17

1. Wstęp teoretyczny

Do badania zachowania gazu podczas procesu termicznego można założyć, że zachowuje się on jak gaz doskonały, czyli spełnia równanie Clapeyrona:

$$pV = nRT \quad (1.1)$$

gdzie p to ciśnienie gazu, V to objętość gazu, n to liczba moli gazu, $R = 8.31446261815324 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$ to uniwersalna stała gazowa, zaś T to temperatura absolutna gazu.

Równanie to opiera się na założeniach, że cząsteczki gazu oddziałują tylko w sposób czysto sprężysty oraz pomija się objętość cząsteczek. Oznacza to, że równanie to będzie prawdziwe, dopóki ciśnienie i stosunek $\frac{n}{V}$ są wystarczająco małe.

Procesy termodynamiczne klasyfikuje się ze względu na stałość określonych wartości funkcji stanu początkowego i końcowego przemiany. Do najczęściej rozważanych należą:

- przemiana izobaryczna (stałe ciśnienie $p = \text{const.}$)
- przemiana izotermiczna (stała temperatura $T = \text{const.}$)
- przemiana izochoryczna (stała objętość $V = \text{const.}$)
- przemiana adiabatyczna (brak wymiany ciepła z otoczeniem $\Delta Q = 0$)

W danym doświadczeniu rozważymy przemianę izochoryczną oraz izotermiczną.

Celem pomiaru przy stałej objętości będzie określenie wartości temperatury zera absolutnego, przy założeniu, że przybliżenie gazu doskonałego jest wystarczające. W układzie o stałej temperaturze zbadana będzie granica stosowalności prawa poprzez zwiększanie ciśnienia. Standardowym podejściem jest określenie tzw. współczynnika ściśliwości Z zdefiniowanego jako:

$$Z = \frac{pV}{nRT} \quad (1.2)$$

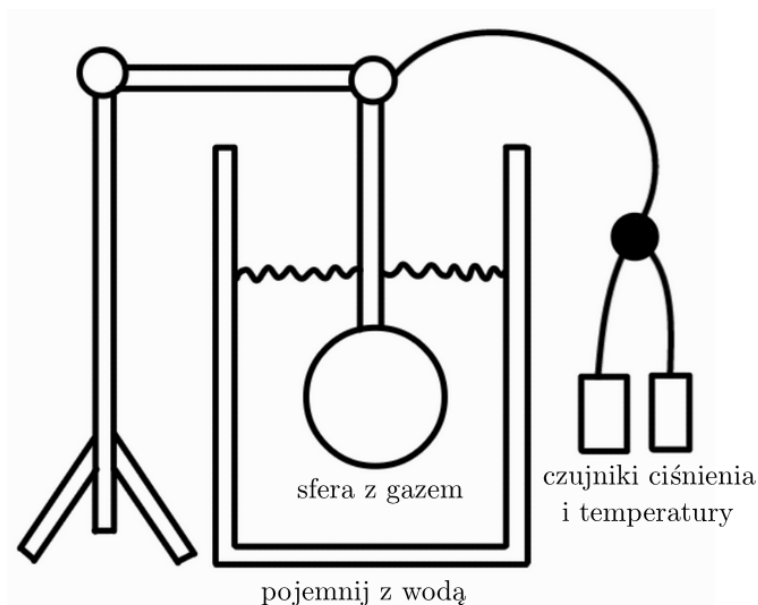
Stosowalność przybliżenia prawa gazu doskonałego jest tym lepsza, im bliżej wartości 1 znajdzie się Z .

2. Przemiana izochoryczna

Wykonaliśmy dwa układy doświadczalne. Pierwszym z nich będzie doświadczenie o nazwie "Przemiana izochoryczna". Jego celem będzie wyznaczenie temperatury zera bezwzględnego.

2.1. Układ doświadczalny

Poniżej znajduje się układ doświadczalny dla danego eksperymentu. Sfera z gazem została zanurzona w pojemniku z wodą, której temperatura będzie się zmieniać w trakcie doświadczenia w zakresie $(0, 100)$ °C. Do sfery zostały przymocowane czujniki ciśnienia i temperatury.



Rysunek 2.1: Układ pomiarowy wykorzystany do badania przemiany izochorycznej.

Po osiągnięciu określonej temperatury, układ pozostawiano do stabilizacji, a następnie odczytywano ciśnienie z manometru. W przypadku procesu izochorycznego, opisujące go równanie ma postać:

$$p = \frac{nR}{V}T = \zeta(T_C - T_0) \quad (2.1)$$

Gdzie ζ to stała skalująca, T_0 to temperatura zera bezwzględnego w stopniach Celsjusza, zaś T_C to temperatura mierzona w stopniach Celsjusza. Wyznaczenie wartości ζT_0 i ζ za pomocą metody najmniejszych kwadratów pozwala uzyskać zmierzoną wartość temperatury zera absolutnego T_0 oraz liczby moli n .

2.2. Przeprowadzenie doświadczenia

Na początku temperaturę wody w pojemniku zmniejszono do 0.5 °C i przy ciśnieniu początkowym 100.7 kPa zaczynano podgrzewać do 90.0 °C. Następnie rozszczelniono sferę co doprowadziło do wyrównania ciśnienia wewnątrz. Sferę zaczęto ochładzać do temperatury 0.6 °C. Dzięki temu zostały przeprowadzone dwa pomiary dla dwóch różnych początkowych wartości ciśnień. Zebrane wyniki pomiarów umieszczono w tabelach 2.1 oraz 2.2. Niepewności pomiarów wynoszą $u(T_C) = 0.5$ °C oraz $u(p) = 2$ kPa.

Tabela 2.1

Temperatura [°C]	Ciśnienie [kPa]
0.5	100.7
5.7	102.8
8.2	103.7
14.4	106.1
15.3	106.4
17.1	107.1
19.3	107.9
22.1	109.0
24.6	109.9
28.8	111.2
30.1	111.9
32.7	113.0
40.1	115.6
44.2	117.3
50.1	119.3
56.5	121.7
61.0	123.3
66.5	125.2
71.2	127.2
76.0	128.7
78.5	129.6
80.3	130.3
83.2	131.3
85.0	131.6
86.2	132.4
88.1	133.0
89.4	133.3
90.0	133.6

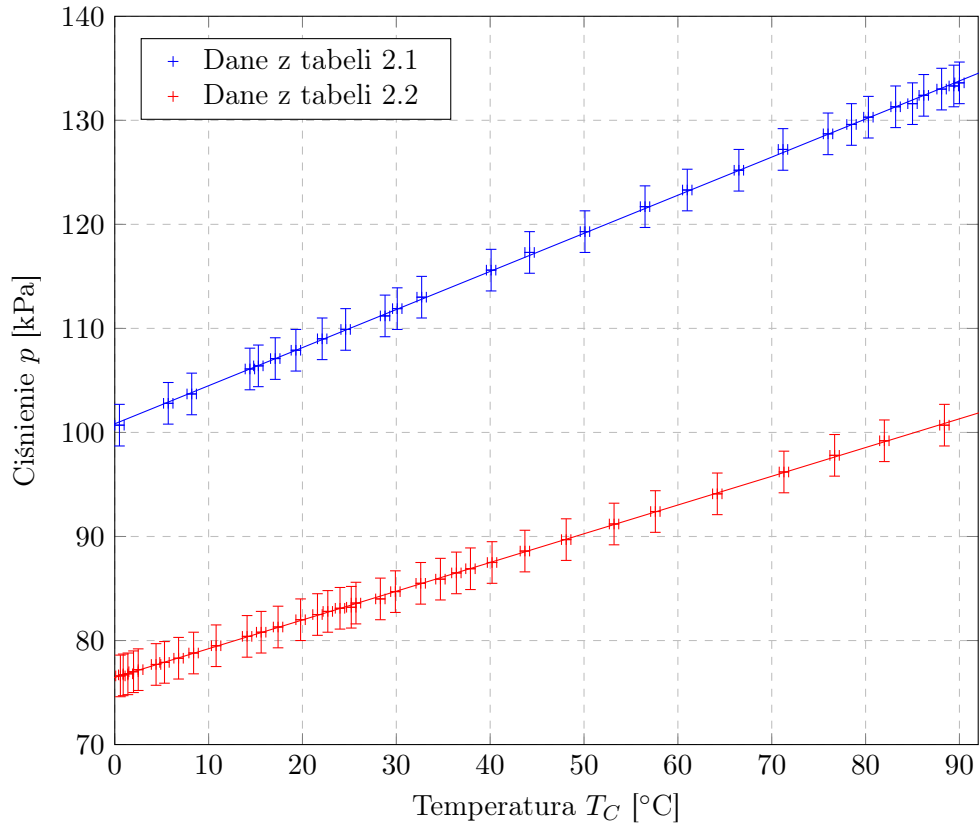
Tabela 2.2

Temperatura [°C]	Ciśnienie [kPa]
88.4	100.7
82.0	99.2
76.7	97.8
71.3	96.2
64.2	94.1
57.6	92.4
53.2	91.2
48.1	89.7
43.7	88.6
40.2	87.5
37.9	86.9
36.4	86.5
34.7	85.9
32.6	85.5
29.9	84.7
28.3	84.0
25.7	83.6
25.2	83.2
24.0	83.1
22.7	82.8
21.6	82.5
19.8	82.0
17.4	81.3
15.6	80.8
14.1	80.4
10.8	79.5
8.4	78.8
6.8	78.3
5.3	77.9
4.4	77.7
2.5	77.2
2.0	77.0
1.4	76.8
0.9	76.7
0.6	76.6

2.3. Analiza pomiarów

Równanie 2.1 daje nam relację między ciśnieniem wewnątrz sfery a jej temperaturą

$$p = a \cdot T_C + b \quad (2.2)$$



Rysunek 2.2: Wykres zależności ciśnienia od temperatury

Przy użyciu metody najmniejszych kwadratów dopasowujemy prostą do zależności ciśnienia od temperatury dla danych zebranych w tabelach 2.1 oraz 2.2. Otrzymujemy dla danych z tabeli 2.1

$$a_1 = (0.366 \pm 0.001) \left[\frac{\text{kPa}}{^\circ\text{C}} \right] \quad (2.3)$$

$$b_1 = (100.83 \pm 0.06) [\text{kPa}] \quad (2.4)$$

oraz dla danych z tabeli 2.2

$$a_2 = (0.276 \pm 0.001) \left[\frac{\text{kPa}}{^\circ\text{C}} \right] \quad (2.5)$$

$$b_2 = (76.45 \pm 0.02) [\text{kPa}] \quad (2.6)$$

Wiedząc, że $a = \zeta = \frac{nR}{V}$ otrzymujemy

$$n_1 = (2.42 \pm 0.01) \cdot 10^{-2} [\text{mol}] \quad (2.7)$$

oraz

$$n_2 = (1.82 \pm 0.01) \cdot 10^{-2} [\text{mol}] \quad (2.8)$$

Wiedząc, że $b = -\zeta T_0$ otrzymujemy

$$T_{01} = (-275.36 \pm 0.95) [^\circ\text{C}] \quad (2.9)$$

oraz

$$T_{02} = (-276.12 \pm 0.72) [^\circ\text{C}] \quad (2.10)$$

2.4. Wyniki, niepewności i wnioski

2.4.1. Wyniki

W celu ustalenia temperatury zera bezwzględnego bierzemy wartość oczekiwaną uzyskanych wyników 2.9 oraz 2.10:

$$T_0 = (-276.60 \pm 0.85) [^{\circ}\text{C}] \quad (2.11)$$

Ilości gazu w poszczególnych pomiarach wynoszą odpowiednio

$$n_1 = (2.42 \pm 0.01) \cdot 10^{-2} [\text{mol}] \quad (2.12)$$

oraz

$$n_2 = (1.82 \pm 0.01) \cdot 10^{-2} [\text{mol}] \quad (2.13)$$

2.4.2. Niepewności

Głównym źródłem niepewności w tym doświadczeniu są błędy bezwzględne pomiaru ciśnienia i temperatury wynikające z niedokładności zastosowanych czujników. To, że czujniki znajdowały się w temperaturze pokojowej oraz w ciśnieniu atmosferycznym może wpłynąć na różnicę wyniku doświadczenia z wartościami tablicowymi.

2.4.3. Wnioski

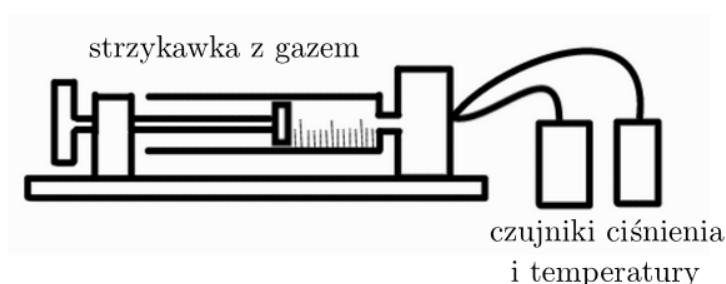
W celu oceny zgodności wyznaczonych wartości zera bezwzględnego zastosujemy test 3σ . Wynik tego testu pozwala stwierdzić, że wyznaczone wartości są zgodne z wartością tablicową $T_0 = -273.15^{\circ}\text{C}$. Niedokładności pomiarów temperatury i ciśnienia możemy uznać za błędy systematyczne. W drugim pomiarze warunki były bardziej odpowiednie by móc powietrze przybliżyć jako gaz doskonały, jednak wyniki nie potwierdzają tego. Porównując ilości moli w poszczególnych pomiarach możemy wywnioskować, że im większa ilość moli wewnątrz sfery, tym lepsze przybliżenie temperatury zera bezwzględnego można uzyskać.

3. Przemiana izotermiczna

Drugim doświadczeniem będzie "Przemiana izotermiczna". Celem tego doświadczenia będzie ustalenie w jakich warunkach powietrze może być przybliżane jako gaz doskonały.

3.1. Układ doświadczalny

Poniżej znajduje się układ doświadczalny dla danego eksperymentu. Szczelnie zamknięta (przynajmniej w założeniach) strzykawka z gazem została podłączona do czujnika temperatury i ciśnienia. Objętość powietrza w strzykawce zmieniała się w trakcie doświadczenia w zakresie (30, 60) ml.



Rysunek 3.1: Układ pomiarowy wykorzystany do badania przemiany izotermicznej.

Po zmianie objętości, temperatura układu była stabilizowana, a następnie mierzone było ciśnienie. W przypadku procesu izotermicznego, opisujące go równanie ma postać:

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{nRT}{V_m + V_d} \quad (3.1)$$

gdzie V_m to zmierzona objętość strzykawki, V_s to dodatkowa objętość układu (gwint strzykawki, rurki łączące strzykawkę z czujnikami etc.). Równanie 3.1 można równoważnie zapisać w postaci liniowej:

$$\frac{1}{p} = \zeta(V_m + V_s) \quad (3.2)$$

gdzie ζ to stała skalowania.

3.2. Przeprowadzenie doświadczenia

Na początku objętość powietrza w strzykawce ustawiono na 60 ml i przy ciśnieniu początkowym 100.7 kPa zaczęto zmniejszać poprzez przesuwanie tłoka strzykawki do 30 ml. Następnie rozszczelniono strzykawkę, co doprowadziło do wyrównania ciśnienia wewnątrz. Po ustaleniu ciśnienia, zaczęto zwiększać objętość w strzykawce do uzyskania objętości 60 ml. Dzięki temu zostały przeprowadzone dwa pomiary dla dwóch różnych początkowych wartości objętości. Zebrane wyniki pomiarów umieszczono w tabelach 3.1 oraz 3.2. Niepewność pomiaru temperatury i objętości wynoszą $u(T) = 0.5^\circ\text{C}$ oraz $u(V) = 1$ ml. Przy ciśnieniu mocno odbiegającym od ciśnienia atmosferycznego zaobserwowano dużą nieszczelność w strzykawce (zwłaszcza w drugim pomiarze), zatem za niepewność pomiaru ciśnienia nie możemy przyjąć niedokładności manometru wynoszącej 2 kPa.

Tabela 3.1

Objętość [ml]	Temperatura [°C]	Ciśnienie [kPa]
60	22.6	52.0
58	22.5	53.0
56	22.4	55.0
54	22.5	57.0
52	22.5	59.1
50	22.5	61.5
48	22.5	64.0
44	22.4	69.6
40	22.5	76.4
38	22.3	80.3
36	22.5	84.7
34	22.1	89.1
32	22.4	95.1
30	22.4	100.7

Tabela 3.2

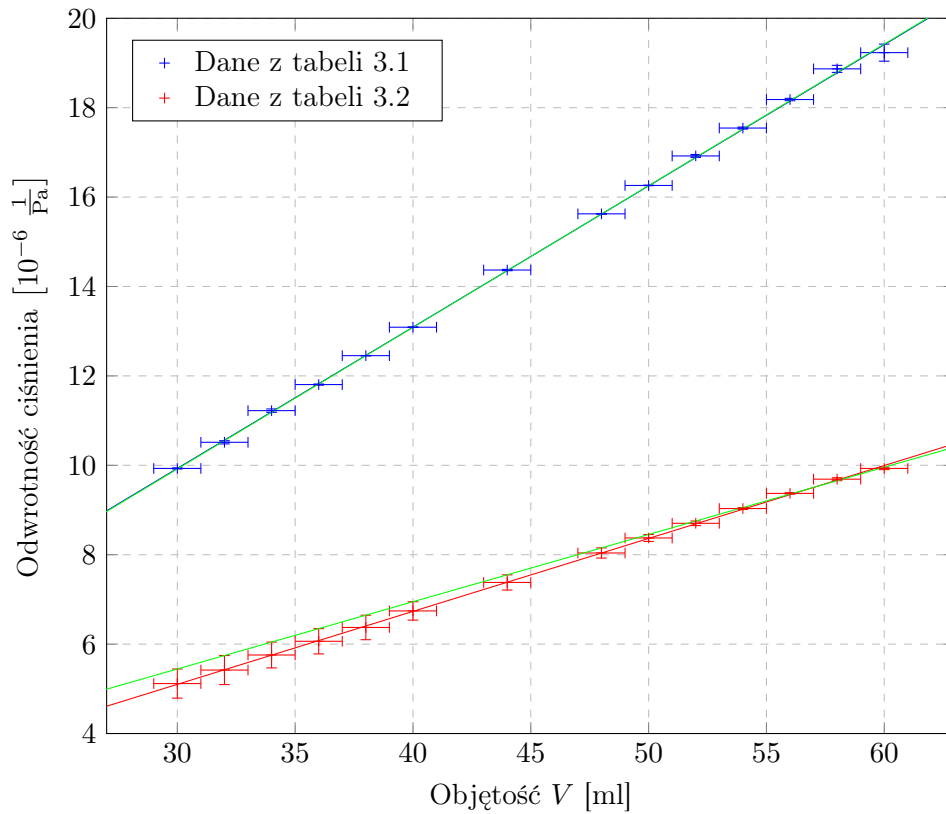
Objętość [ml]	Temperatura [°C]	Ciśnienie [kPa]
60	22.0	100.7
58	22.1	103.2
56	22.1	106.7
54	22.2	110.7
52	22.2	114.9
50	22.2	119.4
48	22.4	124.4
44	22.4	135.5
40	22.4	148.3
38	22.4	156.9
36	22.5	164.9
34	22.5	173.7
32	22.6	184.5
30	22.5	195.4

3.3. Analiza pomiarów

Równanie 3.2 daje nam relację między ciśnieniem wewnątrz sfery a jej temperaturą

$$\frac{1}{p} = a \cdot V_m + b \quad (3.3)$$

Z uwagi na nieszczelność strzykawki, w celu ustalenia niepewności pomiaru ciśnień dopasujemy prostą $\frac{1}{p}$ od V dla kilku początkowych wartości ciśnienia p , dla którego zmierzone ciśnienie jest dokładne. Za niepewność $u\left(\frac{1}{p}\right)$ weźmiemy różnicę pomiędzy zmierzoną wartością a oczekiwaną wartością jednocześnie uwzględniając, że dokładność manometru wynosi 2 kPa.



Rysunek 3.2: Wykres zależności wartości $\frac{1}{p}$ od objętości powietrza w strzykawce. Zielona prosta jest dopasowana do kilku początkowych wartości ciśnienia p .

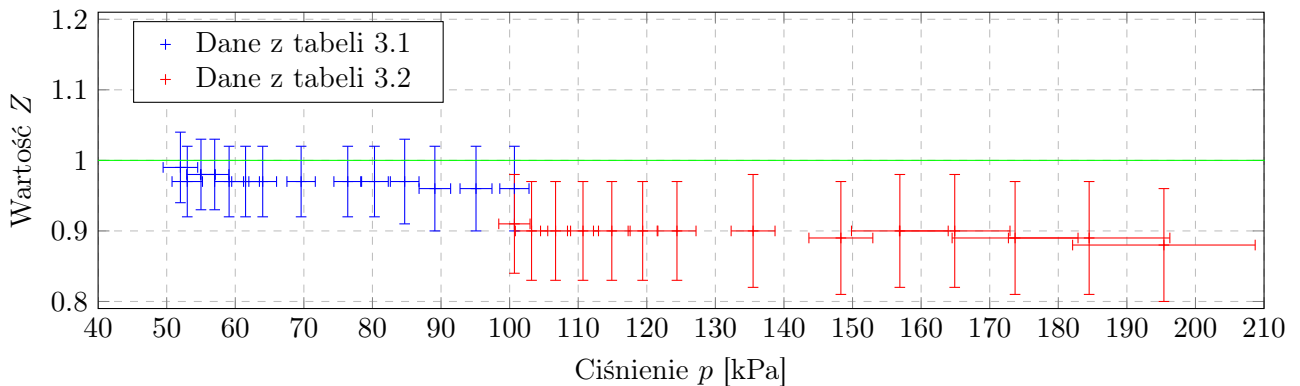
Z uwagi na dość sporą niepewność wyznaczenia temperatury w porównaniu do odchylenia standardowego pomiarów, uśredniono temperaturę. Przy użyciu metody najmniejszych kwadratów dopasowujemy prostą do pełnych danych (czerwona i niebieska prosta) oraz do czterech początkowych pomiarów (zielone proste). Wiedząc, że $\zeta = \frac{1}{nRT}$ oraz korzystając z dopasowania dla początkowych wartości możemy wyliczyć liczbę moli gazu na początku eksperymentu. Dla danych z tabeli 3.1 otrzymujemy

$$n_1 = (1.29 \pm 0.04) \cdot 10^{-3} \text{ [mol]} \quad (3.4)$$

oraz dla danych z tabeli 3.2 otrzymujemy

$$n_2 = (2,71 \pm 0.15) \cdot 10^{-3} \text{ [mol]} \quad (3.5)$$

Uznając wartość n za stałą (pomijamy wyciek gazu) oraz temperaturę za stałą (bierzemy średnią arytmetyczną ze wszystkich zmierzonych wartości dla danego pomiaru) narysujemy wykres $Z = \frac{pV}{nRT}$ od wartości p dla pomiarów z tabeli 3.1 oraz 3.2. Niepewność $u\left(\frac{V}{nRT}\right)$ oszacowano za pomocą wzoru na propagację małych niepewności.



Rysunek 3.3: Wykres zależności wartości współczynnika ściśliwości Z od ciśnienia p .

Zarówno dla jednych pomiarów jak i drugich, punkty układają się na wykresie w linii poziomej nieznacznie oddalone od prostej $y = 1$. Możemy stąd wywnioskować, że warunki podczas doświadczenia były odpowiednie, by móc przybliżyć powietrze jako gaz doskonały. Możemy jednak zauważyć, że im wyższe ciśnienie tym odległość punktów od prostej $y = 1$ jest większa. Dla ciśnienia z zakresu (50, 200) kPa wartość $\frac{n}{V}$ należy do przedziału (20, 100) $\frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$.

Wyznamy teraz objętość V_s , czyli objętość powietrza wewnątrz układu, który nie został uwzględniony w pomiarach. Wiemy, że ζV_s równe jest współczynnikowi b prostych z rysunku 3.2 dla równania 3.3. Otrzymujemy więc

$$V_{s1} = (1.31 \pm 0.98) [\text{ml}] \quad (3.6)$$

według analizy pierwszego pomiaru oraz

$$V_{s2} = (6.19 \pm 3.59) [\text{ml}] \quad (3.7)$$

według analizy drugiego pomiaru. Po uśrednieniu otrzymujemy

$$V_s = (3.75 \pm 2.28) [\text{ml}] \quad (3.8)$$

Rząd wielkości V_s jest zgodny z oczekiwaniami.

3.4. Wyniki, niepewności i wnioski

3.4.1. Wyniki

Ilości gazu w poszczególnych pomiarach wynoszą odpowiednio

$$n_1 = (1.29 \pm 0.04) \cdot 10^{-3} [\text{mol}] \quad (3.9)$$

oraz dla danych z tabeli 3.2 otrzymujemy

$$n_2 = (2,71 \pm 0.15) \cdot 10^{-3} [\text{mol}] \quad (3.10)$$

natomiast objętość pozostałej części układu to

$$V_s = (3.75 \pm 2.28) [\text{ml}] \quad (3.11)$$

3.4.2. Niepewności

Głównym źródłem niepewności w tym doświadczeniu jest wyciek powietrza ze strzykawki w trakcie ścieśniania powietrza. Duży wpływ mają również błędy bezwzględne pomiaru objętości i temperatury wynikające z niedokładności zastosowanych czujników. Wartość współczynnika Z w ciśnieniu atmosferycznym 100.7 kPa różni się dla dwóch pomiarów, co może oznaczać, że zbyt wcześnie zaczęto wykonywać drugi pomiar, zanim parametry powróciły do wartości początkowych.

3.4.3. Wnioski

Dla ciśnienia z przedziału (50, 200) kPa i ilości gazu na objętość należących do przedziału (20, 100) $\frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$ powietrze można przybliżyć jako gaz doskonały.

4. Podsumowanie

W doświadczeniu "Przemiana izochoryczna" wartość $\frac{n}{V}$ wynosi odpowiednio $\frac{n_1}{V} \approx 44 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$ oraz $\frac{n_2}{V} \approx 33 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$. Ciśnienie jakie panowało wewnątrz sfery należy do przedziału (70, 140) kPa. Warunki są więc odpowiednie, by gaz wewnątrz sfery można było przybliżyć jako gaz doskonały. Wyznaczono również ilości cząsteczek gazu wewnątrz sfery

$$n_1 = (2.42 \pm 0.01) \cdot 10^{-2} \text{ [mol]} \quad (4.1)$$

$$n_2 = (1.82 \pm 0.01) \cdot 10^{-2} \text{ [mol]} \quad (4.2)$$

oraz wewnątrz strzykawki

$$n_1 = (1.29 \pm 0.04) \cdot 10^{-3} \text{ [mol]} \quad (4.3)$$

$$n_2 = (2,71 \pm 0.15) \cdot 10^{-3} \text{ [mol]} \quad (4.4)$$

w trakcie doświadczeń. W doświadczeniu "Przemiana izotermiczna" zaobserwowano, że im niższe ciśnienie, tym wartość współczynnika Z jest bliższa 1. Jest to zgodne z oczekiwaniami, gdyż w niskich ciśnieniach cząsteczki gazu są od siebie oddalone, co zmniejsza ich wzajemne oddziaływania. W doświadczeniu tym oszacowano również objętość pozostałej części układu na

$$V_s = (3.75 \pm 2.28) \text{ [ml]} \quad (4.5)$$

Rachunki w niniejszym raporcie zostały przeprowadzone ręcznie, jednak dopasowanie wykresu funkcji do danych pomiarowych zostało wykonane przy użyciu Pythona. Do szacowania niepewności pomiarowych użyłam wzoru na propagację małych niepewności oraz metody obliczania niepewności pomiarowej za pomocą pierwiastków elementów na diagonalu macierzy kowariancji.

Bibliografia

- [1] A. Drabińska. Instrukcja do zadania c9-c12 - badanie przemian gazowych, wyznaczanie temperatury zera bezwzględnego, 09.2020.