

Uniwersytet Warszawski
Wydział Fizyki

Marysia Nazarczuk

Nr albumu: 417755

POMIAR MASY WŁÓKNA ŻARÓWKI

Streszczenie

Celem doświadczenia było wyznaczenie masy włókna w żarówce. Wykonano pomiary stacjonarne które pozwoliły wyznaczyć rezystancję żarówki $R_z = (3.82 \pm 0.57) \Omega$ oraz dynamiczne które pozwoliły na wyznaczenie masy włókna żarówki $m = (2,32 \pm 0.14) \cdot 10^{-6} \text{ kg}$. Wynik doświadczenia nie został jednak uznany za dokładny, ze względu na źródła błędów systematycznych wynikających głównie z oporu wewnętrznego generatora. Praca została przygotowana zgodnie z instrukcją [1]

Warszawa, Maj 2024

Spis treści

1. Wstęp teoretyczny	5
2. Prąd stały	7
2.1 Układ doświadczalny	7
2.2 Przeprowadzenie doświadczenia	8
2.3 Analiza pomiarów	9
2.4 Wyniki, niepewności i wnioski	10
2.4.1 Wyniki	10
2.4.2 Niepewności	11
2.4.3 Wnioski	11
3. Prąd zmienny	13
3.1 Układ doświadczalny	13
3.2 Przeprowadzenie doświadczenia	14
3.3 Analiza pomiarów	14
3.4 Wyniki, niepewności i wnioski	16
3.4.1 Wyniki	16
3.4.2 Niepewności	16
3.4.3 Wnioski	16
4. Podsumowanie	17
5. Tabele	19
Bibliografia	21

1. Wstęp teoretyczny

W układzie pomiarowym, przy założeniu stałego oporu pozostałych elementów układu oraz liniowej zależności oporu włókna żarówki od temperatury, zachowanie żarówki opisuje równanie:

$$R_w(T) = R_0 (1 + \alpha_R(T - T_0)), \quad (1.1)$$

gdzie T to bezwzględna temperatura włókna, R_0 to opór włókna w temperaturze pokojowej $T_0 = 295$ K, zaś $\alpha_R = 4.5 \times 10^{-3} \frac{1}{K}$. Powyższe równanie odzwierciedla fakt, że opór włókna żarówki rośnie wraz ze wzrostem temperatury. Wartość α_R reprezentuje temperaturowy współczynnik rezystancji wolframu, z którego wykonane jest włókno.

Gdy przez żarówkę płynie prąd, energia elektryczna przekształcana jest w energię cieplną. Część tej energii jest tracona jako ciepło przekazywane do otoczenia, podczas gdy reszta powoduje wzrost temperatury włókna. Bilans energetyczny tego procesu można wyrazić za pomocą równania:

$$P = P_s(T) + mc_w \frac{\Delta T}{\Delta t}, \quad (1.2)$$

gdzie P to całkowita moc prądu dostarczana do żarówki, $P_s(T)$ to moc strat w temperaturze T , m to masa włókna żarówki, c_w to ciepło właściwe wolframu, zaś $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ to szybkość zmian temperatury żarówki.

Dla prądu stałego proporcjonalność napięcia U i natężenia I wyraża się wzorem

$$U = I \cdot R \quad (1.3)$$

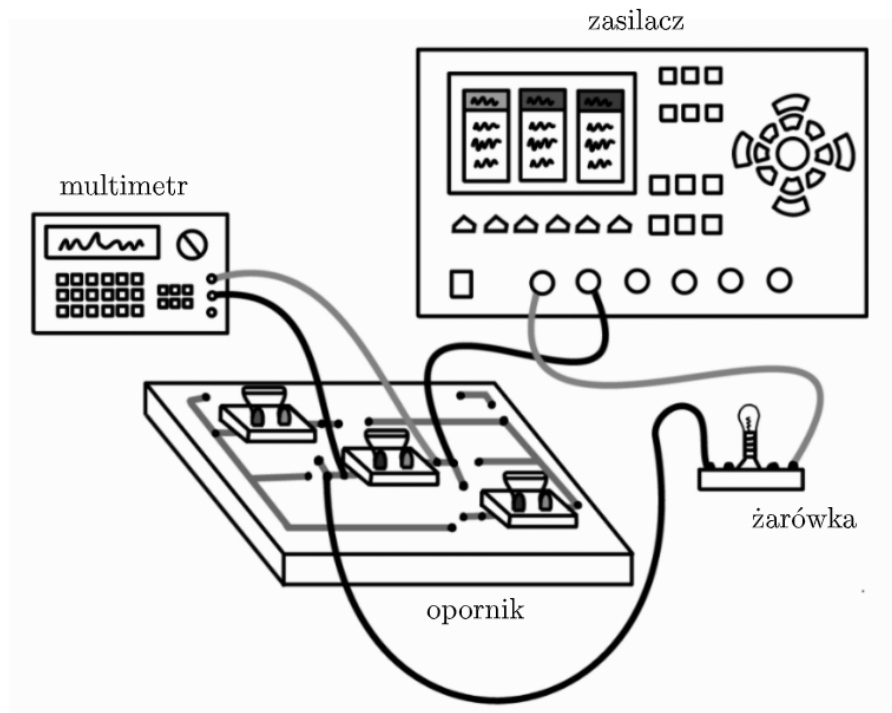
gdzie R jest rezystancją.

2. Prąd stały

W pierwszej części doświadczenia wyznaczymy zależność mocy oddawanej przez żarówkę do otoczenia od oporu jej włókna. Posłuży nam to do wyznaczenia rezystancji żarówki w temperaturze pokojowej.

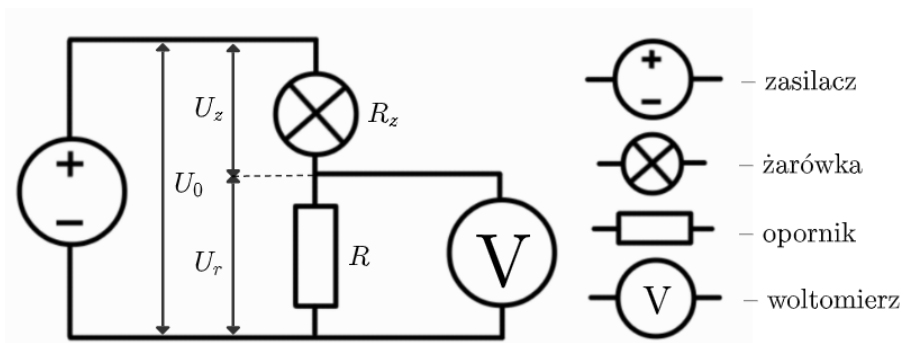
2.1. Układ doświadczalny

Poniżej znajduje się układ doświadczalny dla danego eksperymentu. Żarówkę i opornik połączono szeregowo do zasilacza i za pomocą multimetru badano spadek napięcia na oporniku.



Rysunek 2.1: Układ pomiarowy do wyznaczenia mocy traconej przez żarówkę od oporu jej włókna w pomiarach stacjonarnych.

Aby podgrzać drut oraz zmierzyć jego temperaturę i dostarczoną moc użyjemy obwodu elektrycznego, którego schemat znajduje się na rysunku 2.2. Dodatkowo na rysunku 2.2 wprowadzono oznaczenia na napięcia i rezystancje na poszczególnych elementach układu.



Rysunek 2.2: Schemat obwodu elektrycznego

Korzystając z prawa Kirchhoffa oraz prawa Ohma możemy wywnioskować, że opór R_z żarówki opisuje wzór:

$$R_z = \frac{(U_0 - U_r) \cdot R_r}{U_r} \quad (2.1)$$

Moc cieplna dostarczona do żarnika opisana jest prawem Joule'a:

$$P_s = UI = (U_0 - U_r) \cdot \frac{U_r}{R_r} \quad (2.2)$$

2.2. Przeprowadzenie doświadczenia

Na początku doświadczenia zmierzono opór rezystora, który wyniósł $R_r = (10.01 \pm 0.01) \Omega$ oraz opór żarówki niepodłączonej do zasilacza, który wynosił $R_z = (3.42 \pm 0.3) \Omega$. Temperatura początkowa panująca w pracowni to $T_0 = 295 \text{ K}$.

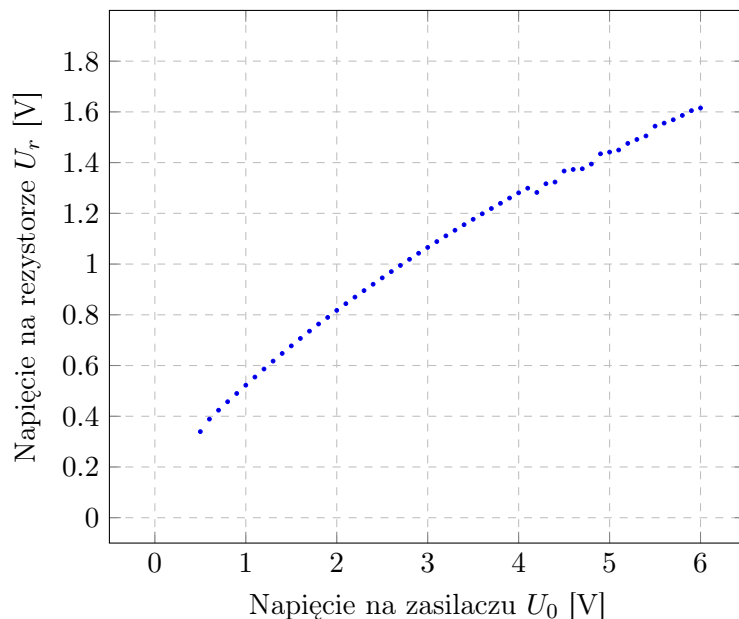
Następnie zmieniano napięcie U_0 na zasilaczu od 0.5 V do 6 V i obserwowano zmianę napięcia na rezystorze. Zebrane wyniki zostały umieszczone w tabeli 2.1. Niepewności pomiarów wynoszą $u(U_0) = 0.01 \text{ V}$ oraz $u(U_r) = 0.0001 \text{ V}$.

Tabela 2.1

Zasilacz U_0 [V]	Rezystor U_r [V]	Zasilacz [V]	Rezystor [V]
0.5	0.33943	3.3	1.13340
0.6	0.38863	3.4	1.15513
0.7	0.42388	3.5	1.17658
0.8	0.45730	3.6	1.19824
0.9	0.48983	3.7	1.21906
1.0	0.52241	3.8	1.23945
1.1	0.55458	3.9	1.26031
1.2	0.58622	4.0	1.28082
1.3	0.61740	4.1	1.29913
1.4	0.64765	4.2	1.28242
1.5	0.67738	4.3	1.31665
1.6	0.70672	4.4	1.32339
1.7	0.73546	4.5	1.36674
1.8	0.76363	4.6	1.37301
1.9	0.78971	4.7	1.37570
2.0	0.81753	4.8	1.39426
2.1	0.84381	4.9	1.43471
2.2	0.86978	5.0	1.44145
2.3	0.89536	5.1	1.44969
2.4	0.92052	5.2	1.47573
2.5	0.94559	5.3	1.49122
2.6	0.97026	5.4	1.50511
2.7	0.99461	5.5	1.54369
2.8	1.01881	5.6	1.55574
2.9	1.04263	5.7	1.56888
3.0	1.06573	5.8	1.58609
3.1	1.08863	5.9	1.60482
3.2	1.11121	6.0	1.61526

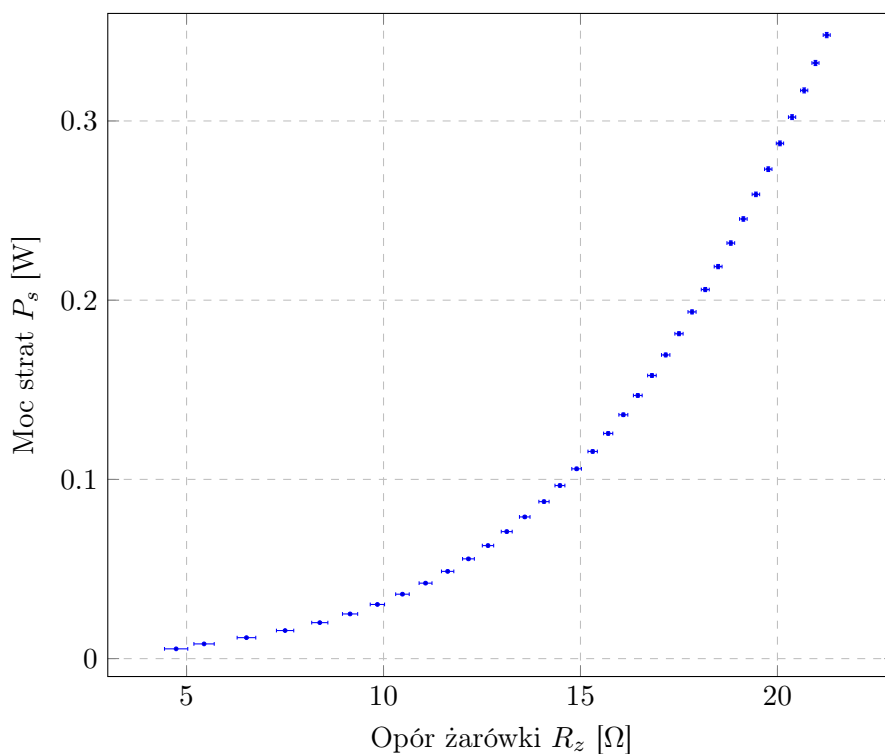
2.3. Analiza pomiarów

Na podstawie tabeli 2.1 tworzymy wykres zależności spadku napięcia na rezystorze od wartości napięcia na zasilaczu.



Rysunek 2.3: Wykres zależności spadku napięcia na rezystorze od wartości napięcia na zasilaczu

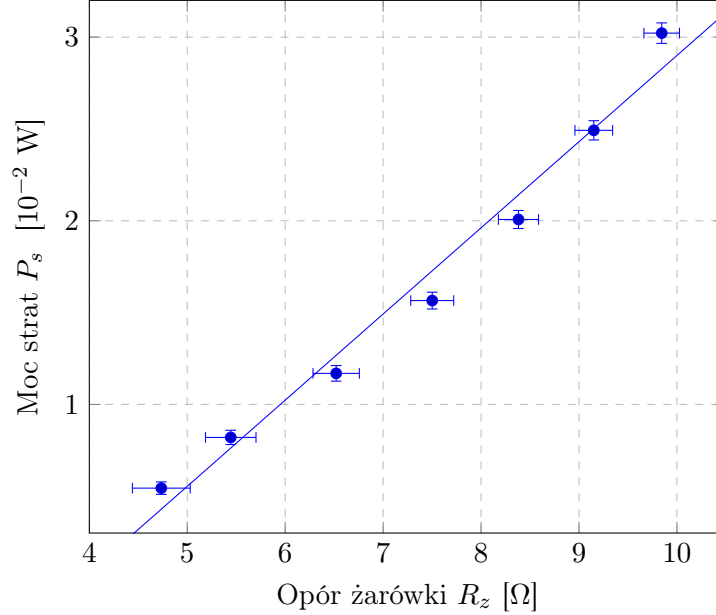
Możemy stąd wywnioskować, że dla małych wartości U_0 zebrane dane są dokładniejsze, bo układają się w uporządkowany sposób. Dla wartości powyżej 4 V ułożenie jest trochę chaotyczne. Najprawdopodobniej jest to związane z tym, że dla większych wartości U_0 żarówka zaczyna świecić i się nagrzewa, co wpływa na jakość zebranych danych. Na podstawie równań 2.1 oraz 2.2 robimy wykres zależności mocy strat na żarówce od oporu żarówki. Dla U_0 z przedziału (0.5, 4) wyznaczony opór R_z należy do przedziału (4, 22).



Rysunek 2.4: Wykres zależności mocy strat na żarówce od oporu żarówki wraz z niepewnościami

Niepewność oporu oraz mocy została wyznaczona za pomocą metody propagacji niepewności. Początkowy fragment zależności $P_s(R_z)$ jest z dobrym przybliżeniem liniowy, więc ograniczając pomiary dla $U_0 \in (0.5, 1.1)$ V czyli $R_z \in (4, 10)$ Ω , możemy wyznaczyć zależność

$$P_s = a \cdot R_z + b \quad (2.3)$$



Rysunek 2.5: Wykres zależności mocy strat na żarówce od oporu żarówki wraz z niepewnościami

Po dopasowaniu prostej $P_s = a \cdot R_z + b$ do wykresu P_s w zależności od R_z , otrzymujemy następujące wartości parametrów a i b z odpowiednimi szacunkami ich niepewności:

$$a = (4.69 \pm 0.31) \cdot 10^{-3} \frac{\text{W}}{\Omega} \quad (2.4)$$

$$b = (-1.79 \pm 0.24) \cdot 10^{-2} \text{ W} \quad (2.5)$$

Możemy więc wyznaczyć wartość R_z , gdyż jest to wielkość $-\frac{b}{a}$. Otrzymujemy

$$R_z = (3.82 \pm 0.57) \Omega \quad (2.6)$$

2.4. Wyniki, niepewności i wnioski

2.4.1. Wyniki

Zebrane przez nas wyniki uzyskane w tej części doświadczenia pozwalają liniowo zapisać zależność mocy oddawanej przez żarówkę do otoczenia od oporu jej włókna

$$P_s = a \cdot R_z + b \quad (2.7)$$

gdzie

$$a = (4.69 \pm 0.31) \cdot 10^{-3} \frac{\text{W}}{\Omega} \quad (2.8)$$

$$b = (-1.79 \pm 0.24) \cdot 10^{-2} \text{ W} \quad (2.9)$$

Dodatkowo z zależności tej możemy wyznaczyć opór żarówki w temperaturze pokojowej

$$R_z = (3.82 \pm 0.57) \Omega \quad (2.10)$$

2.4.2. Niepewności

Niepewności w tej części doświadczenia są niewielkie i wynikają z dokładności urządzeń pomiarowych. Wartości te zostały wyznaczone za pomocą metody propagacji niepewności.

2.4.3. Wnioski

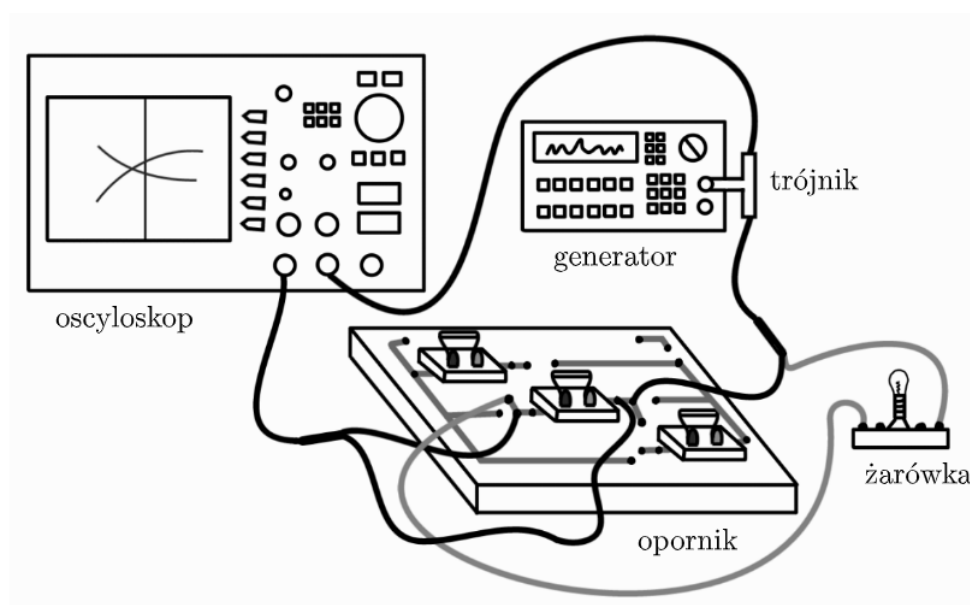
Zmierzona przez nas na początku doświadczenia rezystancja żarówki w temperaturze pokojowej to $R_z = 3.42 \pm 0.3 \, \Omega$, zaś wyznaczona przy pomocy doświadczenia wartość ta wynosi $R_z = 3.82 \pm 0.57 \, \Omega$. Obie wartości mieszczą się w granicach błędów, zaś $R_z = (3.42 \pm 0.3) \, \Omega$ jest dokładniejsze i tę wartość wykorzystamy w dalszej analizie.

3. Prąd zmienny

W drugiej części doświadczenia wyznaczmy zależność różnicy mocy dostarczanej P i traconej przez żarówkę P_s od szybkości zmian temperatury jej włókna $\frac{\Delta T}{\Delta t}$.

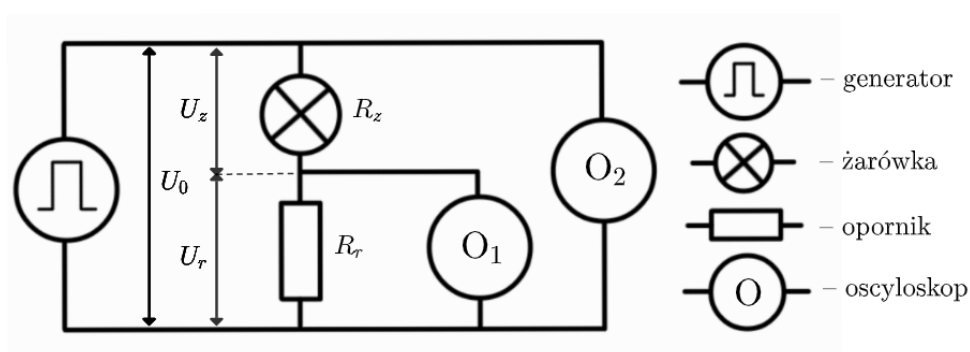
3.1. Układ doświadczalny

Poniżej znajduje się układ doświadczalny dla drugiej części eksperymentu. Żarówkę i opornik połączono szeregowo do generatora sygnałów zmiennych, skonfigurowanego tak, aby generował sygnał o kształcie prostokątnym.



Rysunek 3.1: Układ pomiarowy służący do wyznaczenia szybkości zmian temperatury włókna żarówki w pomiarach dynamicznych

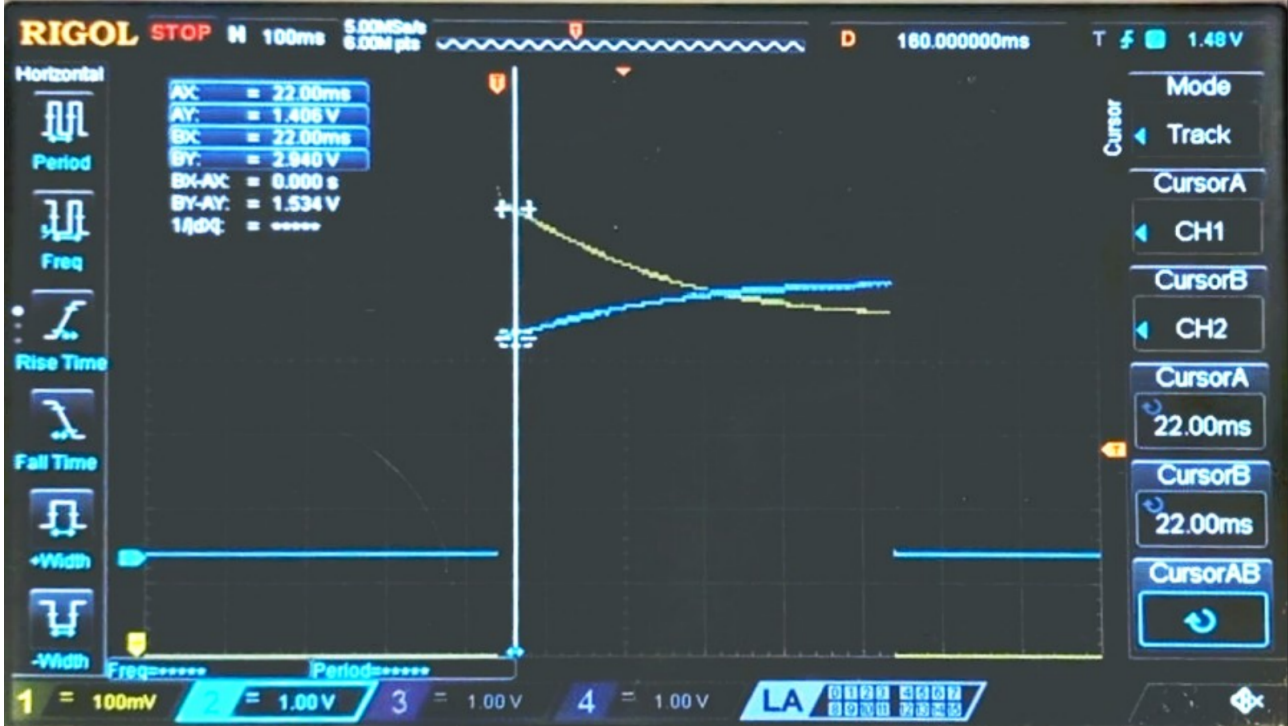
Oscyloskop został użyty do pomiaru zależności czasowej oporu żarnika. Odczyty z oscyloskopu dostarczyły nam informacji na temat opóźnienia i interwału na każdym z kanałów oscyloskopu. Na rysunku 2.2 Wprowadzono oznaczenia na napięcia i rezystancje na poszczególnych elementach układu.



Rysunek 3.2: Schemat obwodu elektrycznego (O_i to i -ty kanał oscyloskopu)

3.2. Przeprowadzenie doświadczenia

Przy użyciu kamery nagrano zależność zmieniającego się napięcia U_r oraz U_0 w zależności od czasu. Przykładowy screen ekranu oscyloskopu znajduje się na rysunku 3.3. Umożliwiło to zebranie większej liczby danych, przez co dokładność wyników jest większa.



Rysunek 3.3: Zdjęcie ekranu oscyloskopu wykonane w trakcie pomiarów

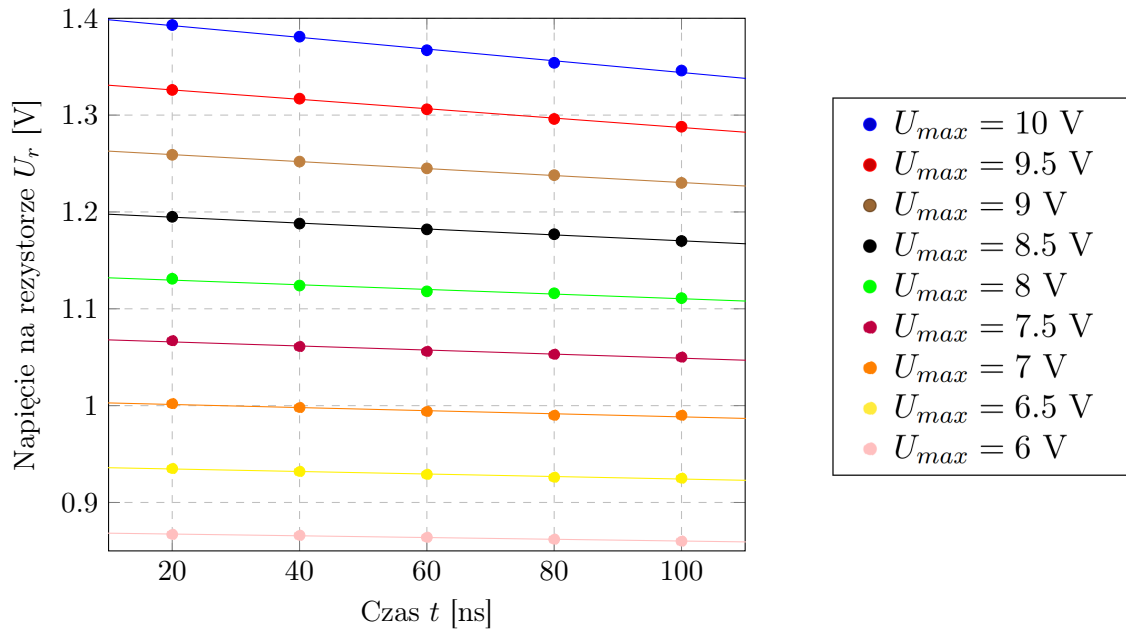
Tabele z danymi pomiarowymi zostały umieszczone w rozdziale Tabele, ze względu na to iż zebranych danych jest bardzo dużo. Niepewności pomiarów wynoszą $u(t) = 2 \text{ ms}$, $u(U_r) = 0.001 \text{ V}$ oraz $u(U_0) = 0.01 \text{ V}$.

3.3. Analiza pomiarów

Zebrane dane posłużą nam do wyznaczenia zależności różnicy mocy dostarczanej P i traconej przez żarówkę P_s od szybkości zmian temperatury jej włókna $\frac{\Delta T}{\Delta t}$. Poszczególne argumenty wyliczymy za pomocą wzoru:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\frac{R_r}{\alpha_r R_z} \cdot \frac{U_0(0)}{U_r^2(0)} \cdot \frac{\Delta U_r}{\Delta t} \quad (3.1)$$

gdzie $R_r = 10.01 \pm 0.1 \Omega$ to rezystancja opornika, $R_z = 3.42 \pm 0.3 \Omega$ to opór żarówki oraz $\alpha_r = 4.5 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$. Na podstawie pomiarów zmian napięć w czasie, dopasowujemy prostą $y = ax + b$ do punktów na wykresie U_r od t , dla małych czasów tuż po wzroście napięcia, na początku rozgrzewania włókna. Współczynnik a w dopasowanej prostej będzie wartością $\frac{\Delta U_r}{\Delta t}$ we wzorze 3.1. Na rysunku 3.4 przedstawiono kilka początkowych punktów funkcji U_r od t wraz z dopasowanymi prostymi dla różnych U_{max} .

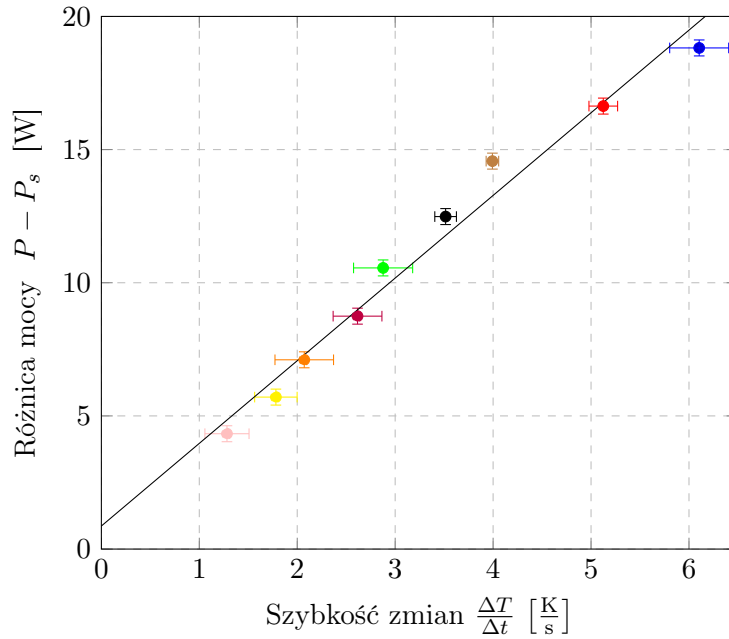


Rysunek 3.4: Zależność U_r od t dla różnych wartości U_{max} z dopasowanymi prostymi

Do obliczenia wartości funkcji użyjemy wzoru:

$$P(t) - P_s(t) = \frac{(U_0(t) - U_r(t)) \cdot U_r(t)}{R_r} - a \cdot \frac{(U_0(t) - U_r(t)) \cdot R_r}{U_r(t)} - b \quad (3.2)$$

przy czym użyjemy wartości napięć mierzonych tuż po wzroście napięcia zasilającego, czyli dla $t = 0$. Wartość niepewności $P - P_s$ została oszacowana na $u(P - P_s) = 0.003 \text{ W}$, zaś niepewność $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ została wyznaczona z zastosowaniem metody obliczania niepewności pomiarowej za pomocą pierwiastków elementów na diagonalu macierzy kowariancji.



Rysunek 3.5: Wykres zależności $P - P_s$ od szybkości zmian temperatury $\frac{\Delta T}{\Delta t}$

Współczynniki dopasowanej prostej wynoszą odpowiednio

$$a = (3.10 \pm 0.19) \cdot 10^{-4} \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (3.3)$$

$$b = (8.65 \pm 7.07) \cdot 10^{-3} \text{ W} \quad (3.4)$$

Wiemy, że współczynnik kierunkowy tej prostej to $m \cdot c_w$, gdzie m to masa a c_w to ciepło właściwe włókna żarówki. Wiedząc, że ciepło właściwe wolframu wynosi $c_w = 134 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ otrzymujemy

$$m = (2.32 \pm 0.14) \cdot 10^{-6} \text{ kg} \quad (3.5)$$

3.4. Wyniki, niepewności i wnioski

3.4.1. Wyniki

Zebrane przez nas wyniki uzyskane w tej części doświadczenia pozwalają liniowo zapisać zależność różnicy mocy dostarczonej P i traconej P_s przez żarówkę od szybkości zmian temperatury jej włókna $\frac{\Delta T}{\Delta t}$

$$P - P_s = a \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} + b \quad (3.6)$$

gdzie

$$a = (3.10 \pm 0.19) \cdot 10^{-4} \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (3.7)$$

$$b = (8.65 \pm 7.07) \cdot 10^{-3} \text{ W} \quad (3.8)$$

Dodatkowo z zależności tej możemy wyznaczyć masę włókna żarówki

$$m = (2.32 \pm 0.14) \cdot 10^{-6} \text{ kg} \quad (3.9)$$

3.4.2. Niepewności

Na niepewności w tej części doświadczenia główny wpływ ma dokładność wyznaczenia współczynnika $\frac{\Delta U_r}{\Delta t}$, które wynika z tego, że dopasowujemy funkcję liniową do punktów które w rzeczywistości nie leżą na jednej prostej.

3.4.3. Wnioski

Wartość współczynnika b we wzorze 3.6 powinna wynosić 0, żeby było to zgodne z modelem teoretycznym. Rozbieżność ta jednak wynika z dość dużej niepewności pomiarowej. Wartość wyznaczonej masy 3.9 może odzwierciedlać rzeczywiste wartości.

4. Podsumowanie

W doświadczeniu wyznaczono opór żarówki i wyniósł on

$$R_z = (3.82 \pm 0.57) \, \Omega \quad (4.1)$$

Wynik ten nieznacznie odbiegał od wartości zmierzonej $R_z = (3.41 \pm 0.3) \, \Omega$. Dokładność uzyskanych wyników byłaby większa, gdyby przeprowadzono również pomiary dla małych napięć wejściowych. Ponadto wyznaczono masę włókna żarówki. Otrzymano wynik

$$m = (2.31 \pm 0.14) \cdot 10^{-6} \, \text{kg} \quad (4.2)$$

Trudno określić czy jest to wartość odpowiadająca rzeczywistości, gdyż nie zbadano w doświadczeniu bezpośredniego rozmiaru włókna.

W obu pomiarach nie braliśmy pod uwagę oporów wewnętrznych oscyloskopu, generatora oraz kabli, co również ma wpływ na dokładność wyznaczonych wartości.

Wszelkie rachunki przeprowadziłam ręcznie, posługując się jedynie kalkulatorem prostym oraz arkuszem kalkulacyjnym Goole. Ostateczne wyniki sprawdziłam przy użyciu programów napisanych w Pythonie i na podstawie tych wyników dopasowałam krzywą do danych na wykresach. Za pomocą propagacji błęd oszacowałam niepewności mocy oraz rezystancji włókna a także tempa zmian temperatury w czasie. Do szacowania niepewności dopasowania prostej do danych użyłam metody obliczania niepewności pomiarowej za pomocą pierwiastków elementów na diagonalu macierzy kowariancji.

5. Tabele

Tabela 5.1: $U_{max} = 10$ V

t [ms]	U_r [V]	U_0 [V]
20	1.393	3.01
40	1.381	3.08
60	1.367	3.18
80	1.354	3.19
100	1.346	3.25
120	1.336	3.27
140	1.328	3.39
160	1.320	3.42
180	1.311	3.44
200	1.307	3.48

Tabela 5.2: $U_{max} = 9.5$ V

t [ms]	U_r [V]	U_0 [V]
20	1.326	2.86
40	1.317	2.90
60	1.306	2.97
80	1.296	2.98
100	1.288	3.02
120	1.280	3.05
140	1.274	3.11
160	1.267	3.14
180	1.259	3.16
200	1.249	3.19

Tabela 5.3: $U_{max} = 9$ V

t [ms]	U_r [V]	U_0 [V]
20	1.259	2.70
40	1.252	2.72
60	1.245	2.75
80	1.238	2.77
100	1.230	2.79
120	1.225	2.82
140	1.221	2.84
160	1.214	2.85
180	1.208	2.88
200	1.191	2.90

Tabela 5.4: $U_{max} = 8.5$ V

t [ms]	U_r [V]	U_0 [V]
20	1.195	2.53
40	1.188	2.54
60	1.182	2.57
80	1.177	2.58
100	1.170	2.60
120	1.165	2.62
140	1.162	2.63
160	1.157	2.66
180	1.152	2.67
200	1.142	2.68

Tabela 5.5: $U_{max} = 8$ V

t [ms]	U_r [V]	U_0 [V]
20	1.131	2.36
40	1.124	2.37
60	1.118	2.38
80	1.116	2.39
100	1.111	2.40
120	1.105	2.41
140	1.104	2.42
160	1.100	2.46
180	1.097	2.46
200	1.093	2.47

Tabela 5.6: $U_{max} = 7.5$ V

t [ms]	U_r [V]	U_0 [V]
20	1.067	2.18
40	1.061	2.19
60	1.056	2.20
80	1.053	2.22
100	1.050	2.22
120	1.046	2.24
140	1.045	2.25
160	1.041	2.27
180	1.038	2.26
200	1.036	2.28

Tabela 5.7: $U_{max} = 7$ V

t [ms]	U_r [V]	U_0 [V]
20	1.002	2.00
40	0.998	2.02
60	0.994	2.02
80	0.990	2.04
100	0.990	2.04
120	0.988	2.06
140	0.987	2.07
160	0.982	2.08
180	0.980	2.07
200	0.979	2.10

Tabela 5.8: $U_{max} = 6.5$ V

t [ms]	U_r [V]	U_0 [V]
20	0.935	1.84
40	0.932	1.85
60	0.929	1.86
80	0.926	1.87
100	0.925	1.89
120	0.923	1.90
140	0.922	1.91
160	0.919	1.92
180	0.918	1.93
200	0.917	1.94

Tabela 5.9: $U_{max} = 6$ V

t [ms]	U_r [V]	U_0 [V]
20	0.867	1.65
40	0.866	1.65
60	0.864	1.66
80	0.862	1.66
100	0.860	1.66
120	0.859	1.67
140	0.858	1.67
160	0.856	1.67
180	0.856	1.68
200	0.855	1.68

Bibliografia

- [1] P. Węgrzyn P. Fita A. Łopion. Instrukcja do zadania żarówka - pomiar masy włókna żarówki, 03.04.2024.