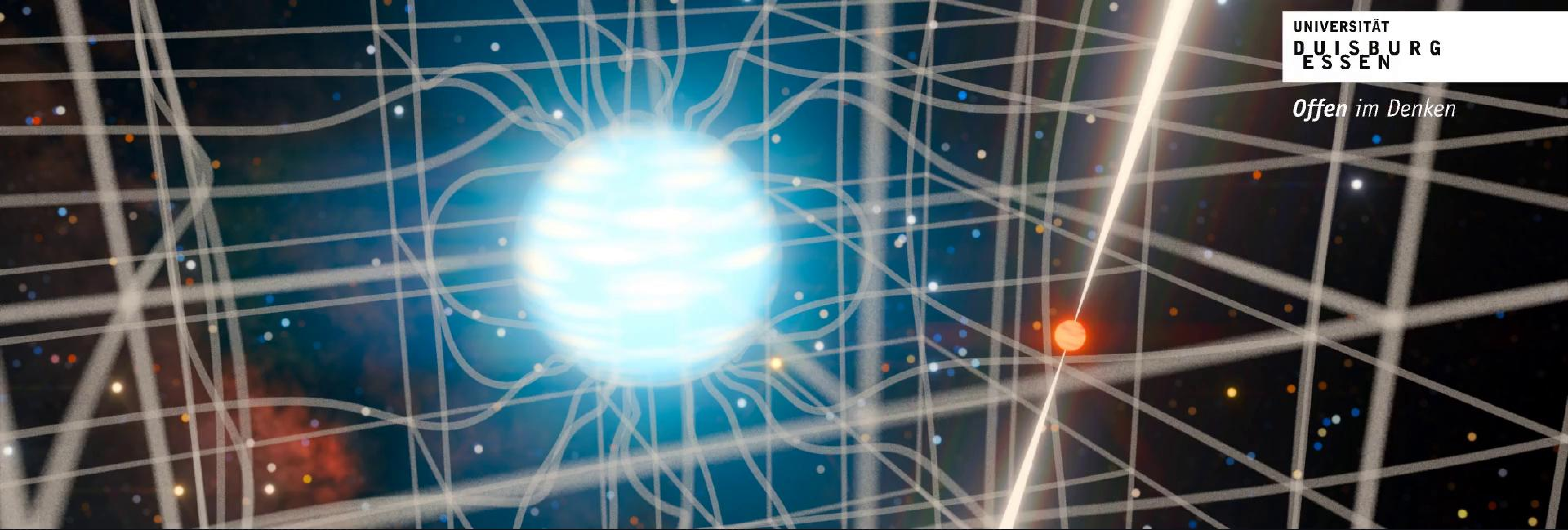


UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Lense-Thirring-Effekt

Vortrag im Hauptseminar SoSe 2025

Marvin Henke - 12. Juni 2025

Betreuer: Dr. Nikodem Szpak

Lense-Thirring-Effekt

Lense-Thirring-Effekt

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- Allgemeine Relativitätstheorie
  - Metrik und Geodäten
  - Einsteinsche Feldgleichungen
  - Gravitoelektromagnetismus

Lense-Thirring-Effekt

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- Allgemeine Relativitätstheorie
  - Metrik und Geodäten
  - Einsteinsche Feldgleichungen
  - Gravitoelektromagnetismus
- Rotierende Kugelmasse
  - EM-Felder
  - Trajektorien
  - Präzession

Lense-Thirring-Effekt

- Allgemeine Relativitätstheorie
  - Metrik und Geodäten
  - Einsteinsche Feldgleichungen
  - Gravitoelektromagnetismus
- Rotierende Kugelmasse
  - EM-Felder
  - Trajektorien
  - Präzession
- Aktuelle Forschung
  - Gravity Probe B
  - Akkretionsscheibe eines supermassiven Schwarzen Lochs
  - Binärsystem aus Pulsar und weißem Zwerg

Lense-Thirring-Effekt

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- Allgemeine Relativitätstheorie
  - Metrik und Geodäten
  - Einsteinsche Feldgleichungen
  - Gravitoelektromagnetismus
- Rotierende Kugelmasse
  - EM-Felder
  - Trajektorien
  - Präzession
- Aktuelle Forschung
  - Gravity Probe B
  - Akkretionsscheibe eines supermassiven Schwarzen Lochs
  - Binärsystem aus Pulsar und weißem Zwerg

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Lense-Thirring-Effekt

$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- Allgemeine Relativitätstheorie
  - Metrik und Geodäten
  - Einsteinsche Feldgleichungen
  - Gravitoelektromagnetismus
- Rotierende Kugelmasse
  - EM-Felder
  - Trajektorien
  - Präzession
- Aktuelle Forschung
  - Gravity Probe B
  - Akkretionsscheibe eines supermassiven Schwarzen Lochs
  - Binärsystem aus Pulsar und weißem Zwerg

Allgemeine Relativitätstheorie

$$c = G = 1$$
$$(+,-,-,-)$$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Allgemeine Relativitätstheorie

$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- entwickelt von Albert Einstein

Allgemeine Relativitätstheorie

$c = G = 1$

$(+,-,-,-)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN
Offen im Denken

- entwickelt von Albert Einstein
- beruht auf der Differentialgeometrie

$$c = G = 1$$
$$(+,-,-,-)$$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Allgemeine Relativitätstheorie

- entwickelt von Albert Einstein
- beruht auf der Differentialgeometrie
- angewendet bei GPS

Allgemeine Relativitätstheorie

$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- entwickelt von Albert Einstein
- beruht auf der Differentialgeometrie
- angewendet bei GPS
- beschreibt Gravitation nicht als Kraft F_{G} sondern als Effekt einer vierdimensionalen Raumzeit

Allgemeine Relativitätstheorie

$$c = G = 1$$
$$(+, -, -, -)$$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- entwickelt von Albert Einstein
- beruht auf der Differentialgeometrie
- angewendet bei GPS
- beschreibt Gravitation nicht als Kraft F_{G} sondern als Effekt einer vierdimensionalen Raumzeit
- Raumzeit ist pseudo-riemannsche Mannigfaltigkeit mit Linienelement:

Allgemeine Relativitätstheorie

$c = G = 1$

$(+,-,-,-)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- entwickelt von Albert Einstein
- beruht auf der Differentialgeometrie
- angewendet bei GPS
- beschreibt Gravitation nicht als Kraft F_G sondern als Effekt einer vierdimensionalen Raumzeit
- Raumzeit ist pseudo-riemannsche Mannigfaltigkeit mit Linienelement:

$$\mathrm{d}s^2 = g_{\mu\nu}\mathrm{d}x^\mu \mathrm{d}x^\nu$$

Allgemeine Relativitätstheorie

$c = G = 1$

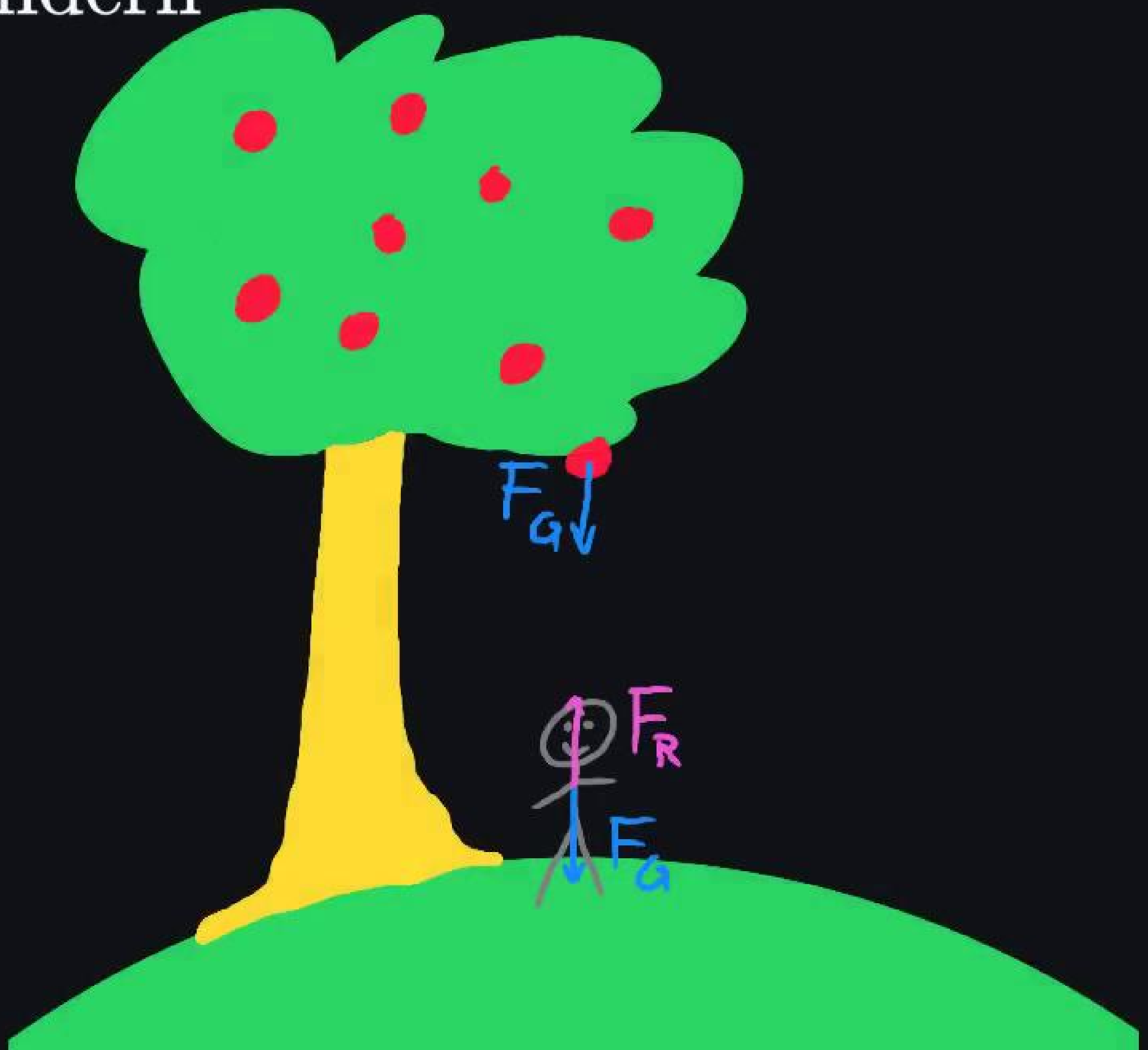
$(+,-,-,-)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- entwickelt von Albert Einstein
- beruht auf der Differentialgeometrie
- angewendet bei GPS
- beschreibt Gravitation nicht als Kraft F_{G} sondern als Effekt einer vierdimensionalen Raumzeit
- Raumzeit ist pseudo-riemannsche Mannigfaltigkeit mit Linienelement:

$$\mathrm{d}s^2 = g_{\mu\nu}\mathrm{d}x^\mu \mathrm{d}x^\nu$$



Allgemeine Relativitätstheorie

$c = G = 1$

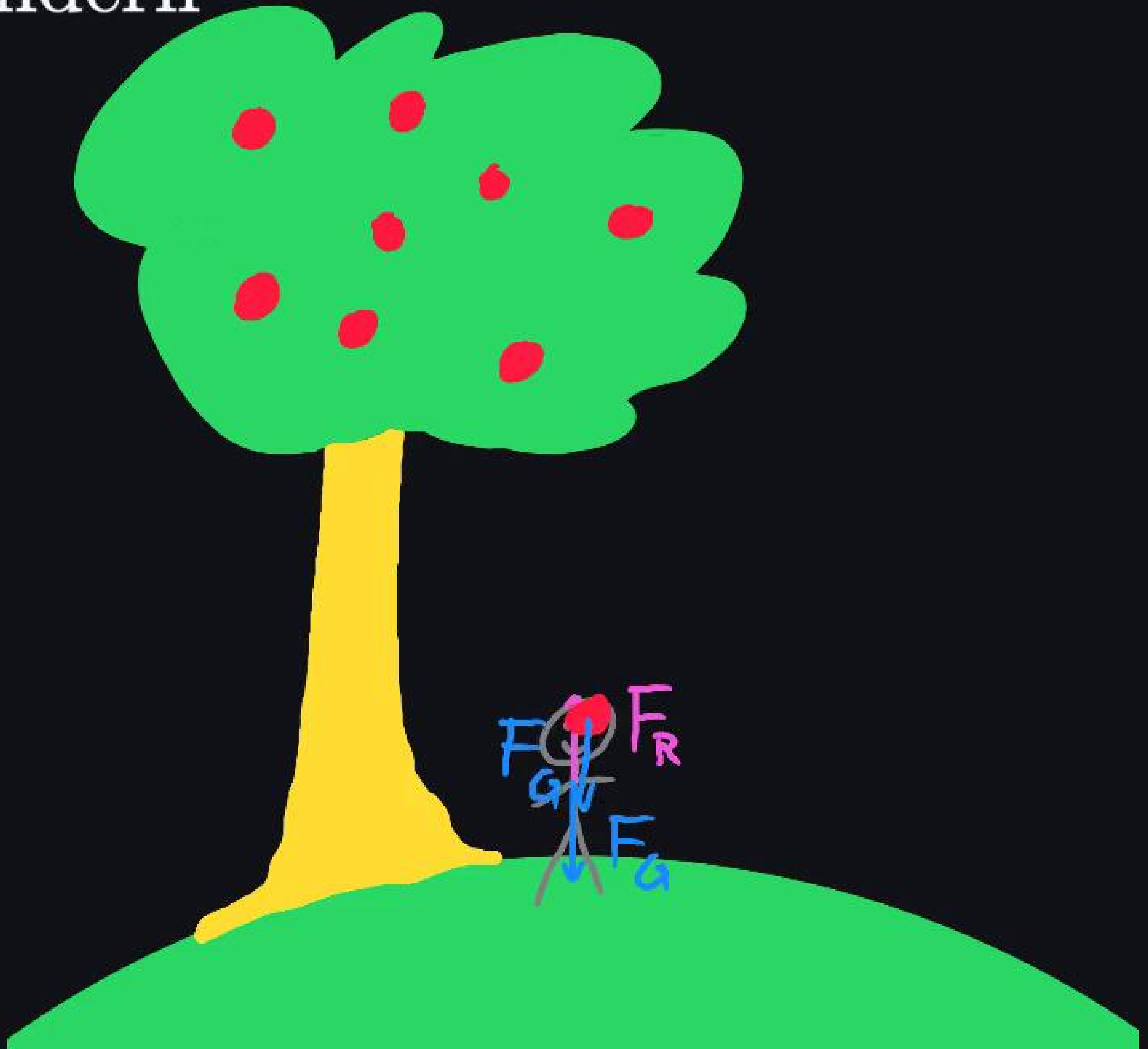
$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- entwickelt von Albert Einstein
- beruht auf der Differentialgeometrie
- angewendet bei GPS
- beschreibt Gravitation nicht als Kraft F_{G} sondern als Effekt einer vierdimensionalen Raumzeit
- Raumzeit ist pseudo-riemannsche Mannigfaltigkeit mit Linienelement:

$$\mathrm{d}s^2 = g_{\mu\nu}\mathrm{d}x^\mu \mathrm{d}x^\nu$$



Allgemeine Relativitätstheorie

$c = G = 1$

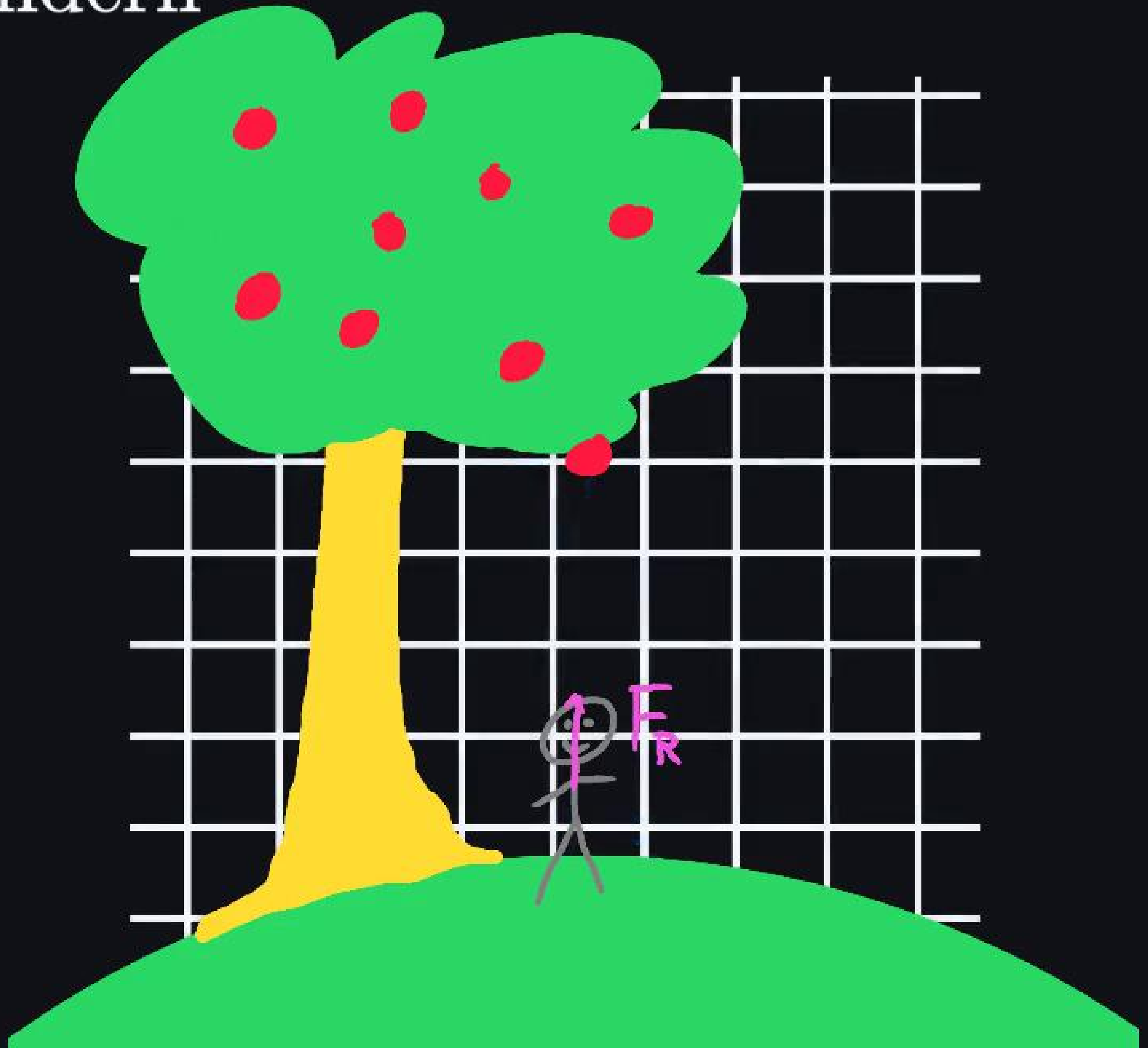
$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- entwickelt von Albert Einstein
- beruht auf der Differentialgeometrie
- angewendet bei GPS
- beschreibt Gravitation nicht als Kraft F_G sondern als Effekt einer vierdimensionalen Raumzeit
- Raumzeit ist pseudo-riemannsche Mannigfaltigkeit mit Linienelement:

$$\mathrm{d}s^2 = g_{\mu\nu}\mathrm{d}x^\mu\mathrm{d}x^\nu$$



Allgemeine Relativitätstheorie

$c = G = 1$

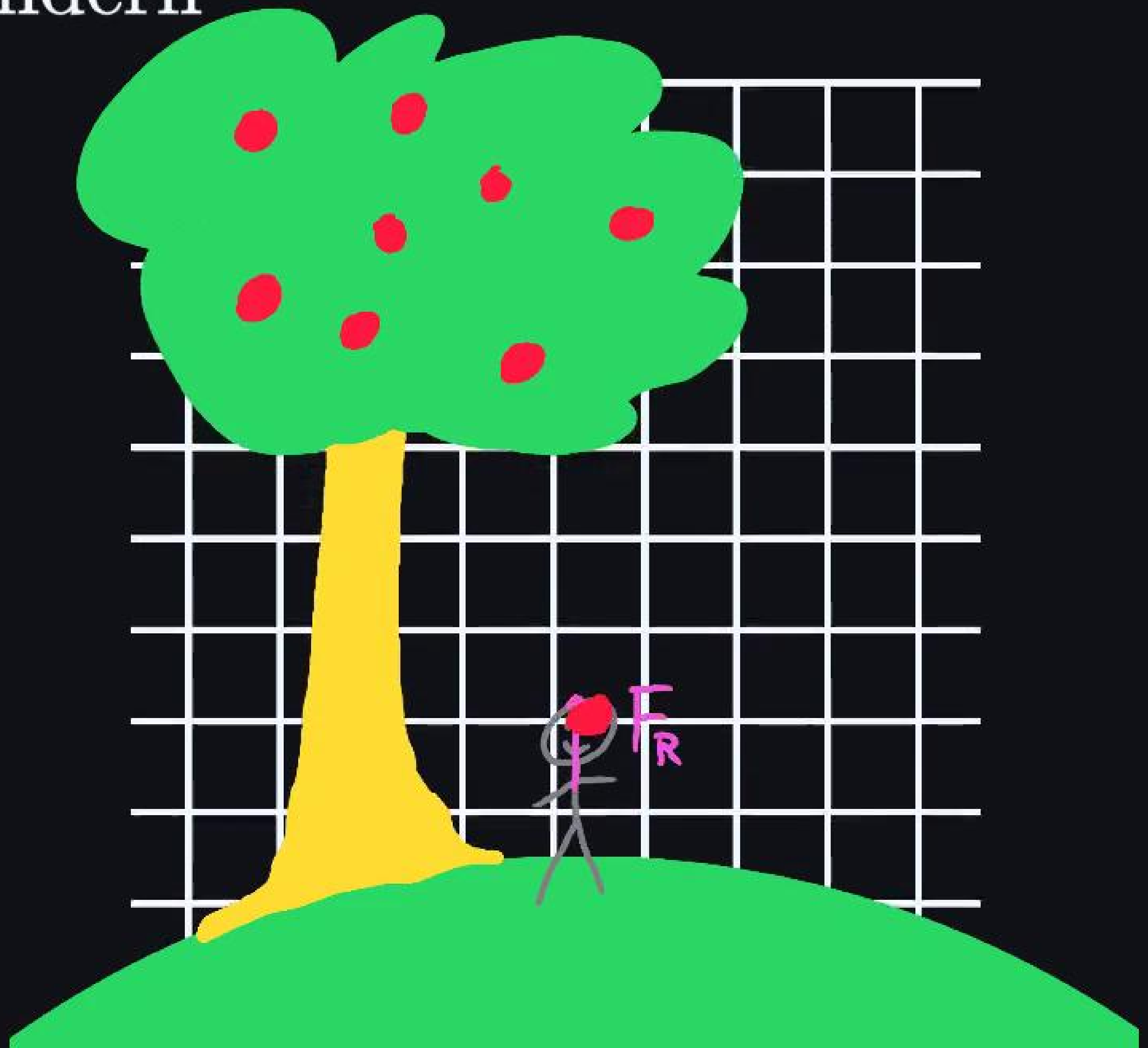
$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- entwickelt von Albert Einstein
- beruht auf der Differentialgeometrie
- angewendet bei GPS
- beschreibt Gravitation nicht als Kraft F_G sondern als Effekt einer vierdimensionalen Raumzeit
- Raumzeit ist pseudo-riemannsche Mannigfaltigkeit mit Linienelement:

$$\mathrm{d}s^2 = g_{\mu\nu}\mathrm{d}x^\mu \mathrm{d}x^\nu$$



Metrik und Geodäten

$c = G = 1$

$(+,-,-,-)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

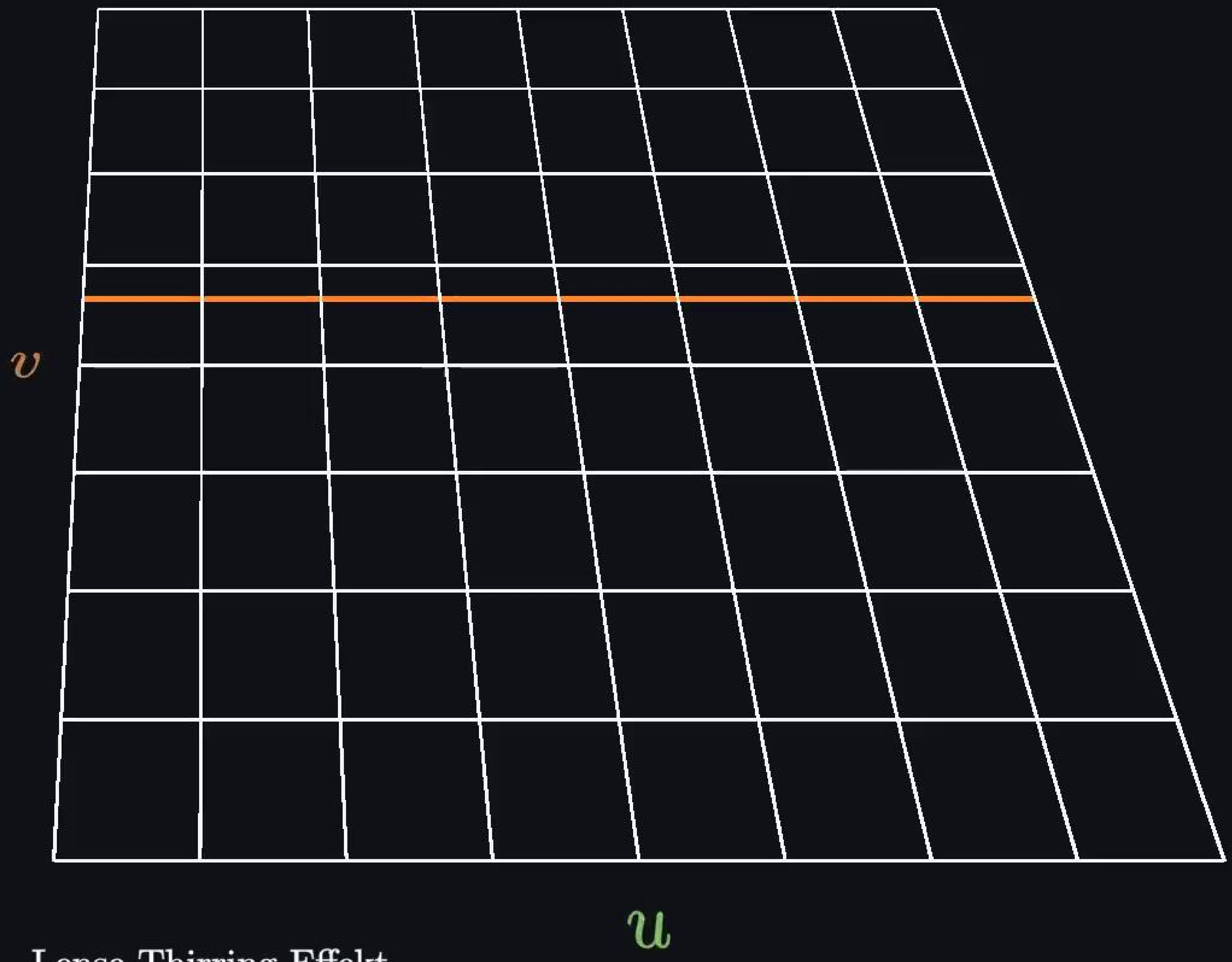
Metrik und Geodäten

$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken



Metrik und Geodäten

$c = G = 1$

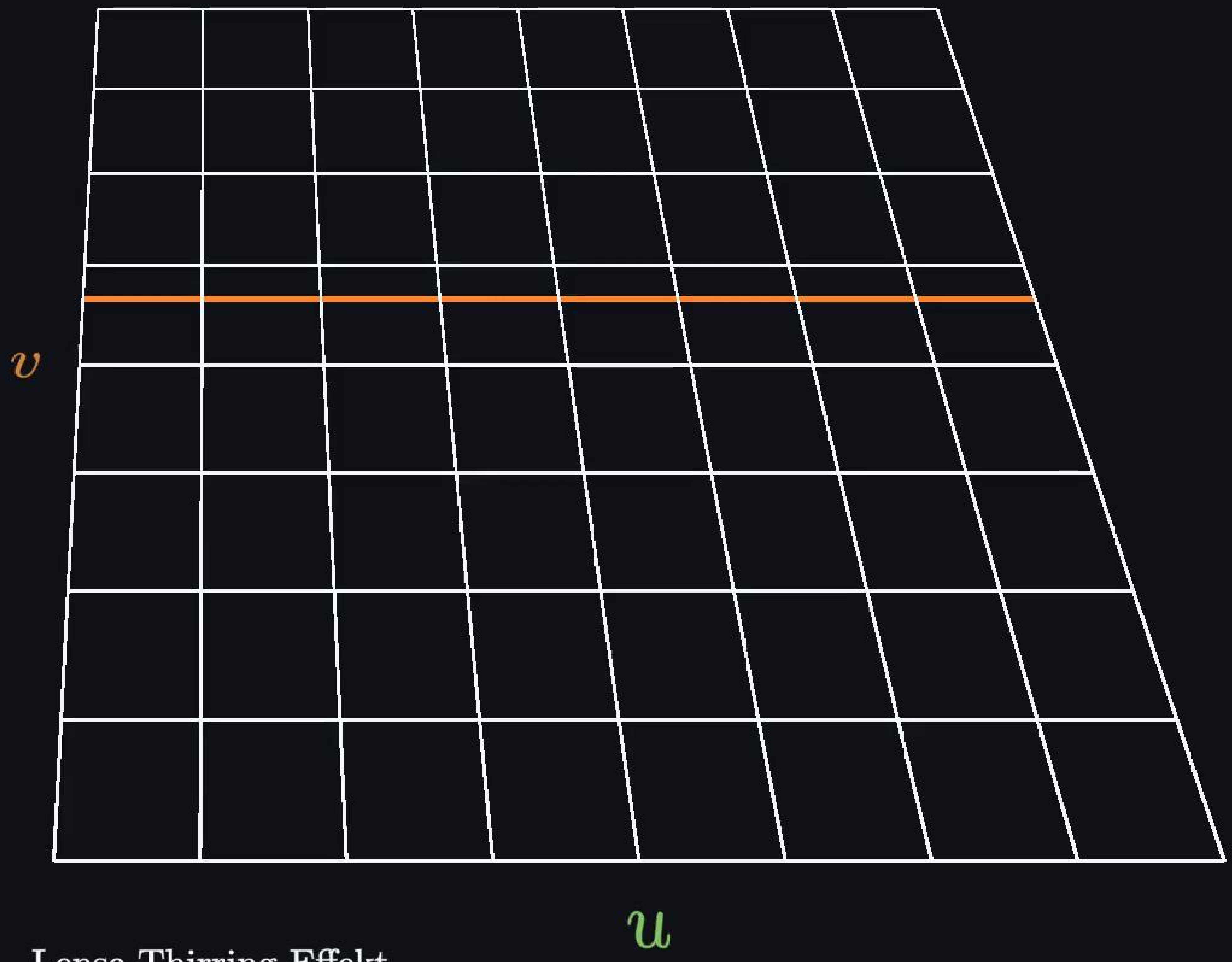
$(+,-,-,-)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Fläche

$\vec{x}(u,v) = (u,v,0)$



Metrik und Geodäten

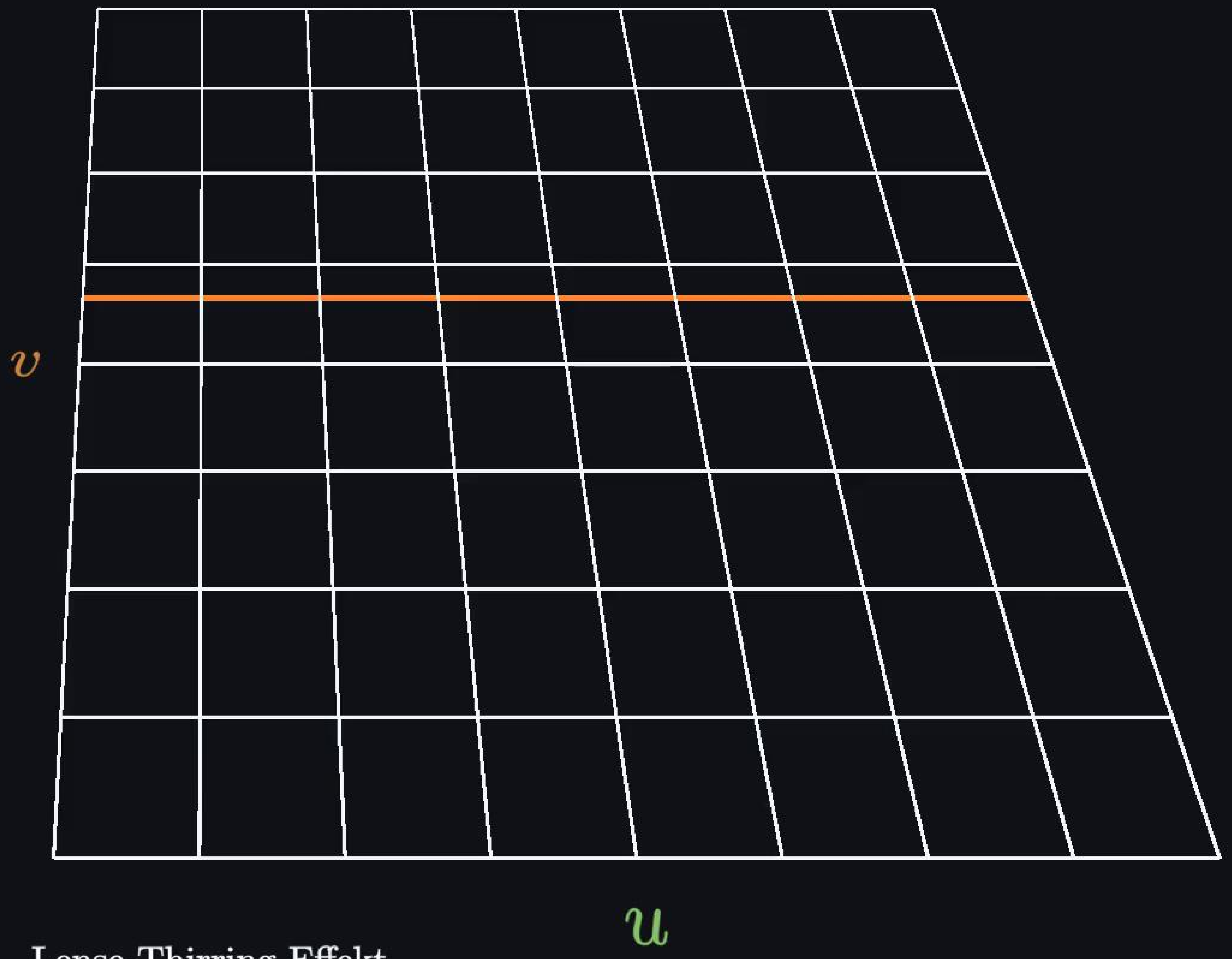
Fläche

$$\vec{x}(u, v) = (u, v, 0)$$

Metrik

$$g_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{x} \cdot \partial_\nu \vec{x}$$

$$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

Metrik und Geodäten

Fläche

$$\vec{x}(u, v) = (u, v, 0)$$

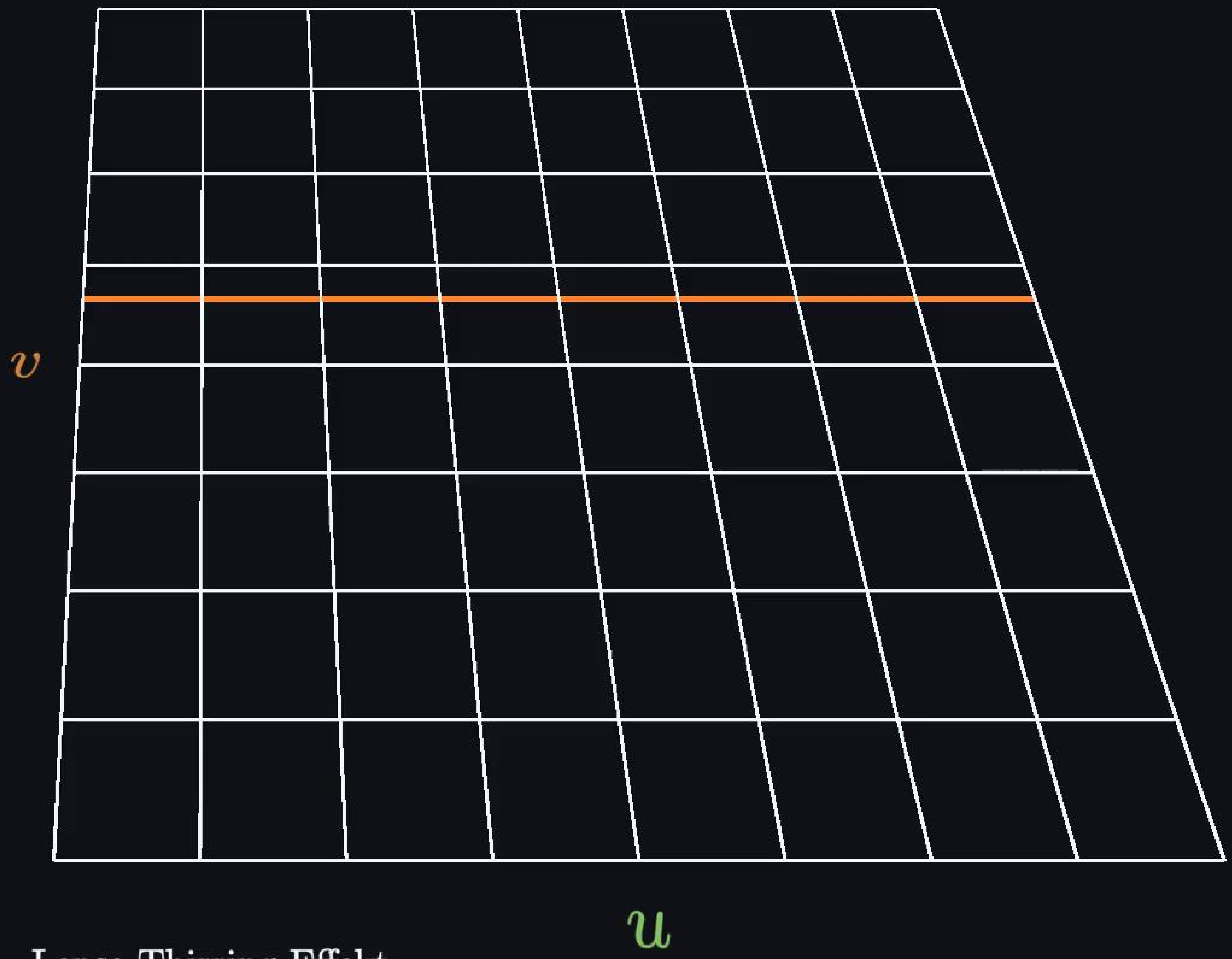
Metrik

$$g_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{x} \cdot \partial_\nu \vec{x}$$

$$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geodätengleichung

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = 0$$



Metrik und Geodäten

$c = G = 1$

$(+,-,-,-)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Fläche

$\vec{x}(u,v) = (u,v,0)$

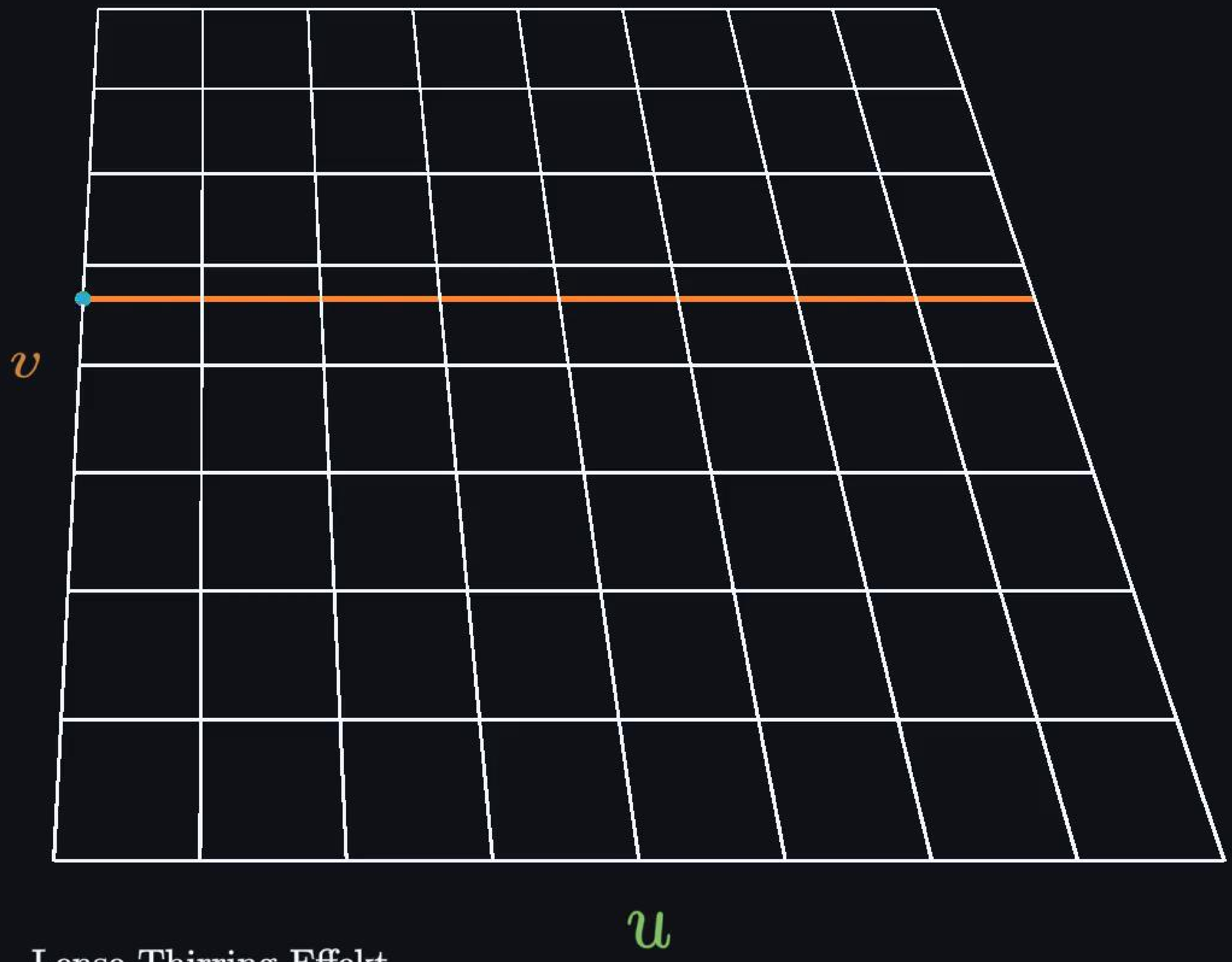
Metrik

$g_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{x} \cdot \partial_\nu \vec{x}$

$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Geodätengleichung

$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = 0$



Metrik und Geodäten

Fläche

$\vec{x} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$

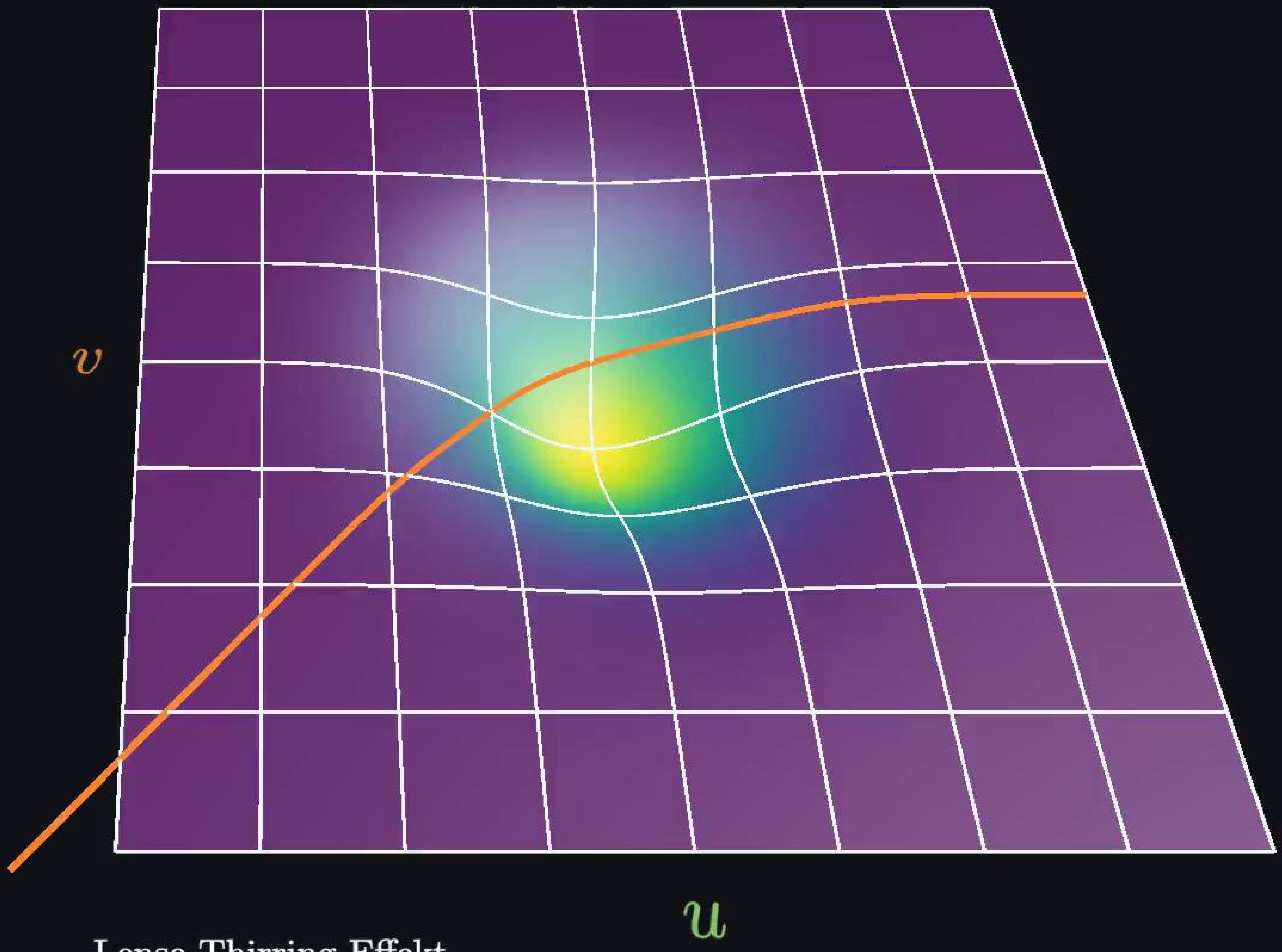
Metrik

$g_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{x} \cdot \partial_\nu \vec{x}$

$$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 \end{bmatrix}$$

Geodätengleichung

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^\lambda_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}(\vec{x})] \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau} \frac{\mathrm{d}x^\nu}{\mathrm{d}\tau}$$



Metrik und Geodäten

$c = G = 1$

$(+,-,-,-)$

Fläche

$\vec{x} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$

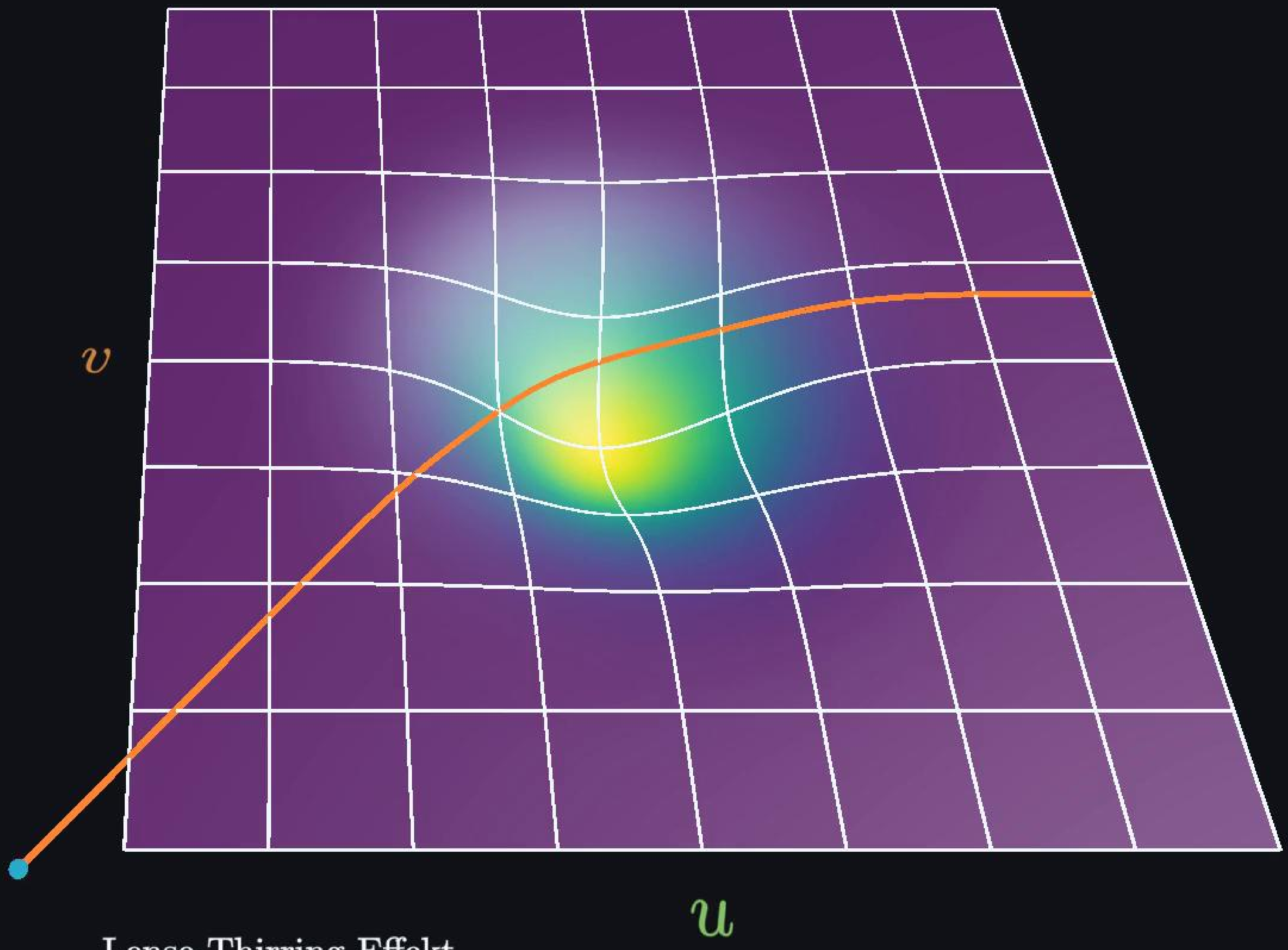
Metrik

$g_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{x} \cdot \partial_\nu \vec{x}$

$$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 \end{bmatrix}$$

Geodätengleichung

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^\lambda_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}(\vec{x})] \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau} \frac{\mathrm{d}x^\nu}{\mathrm{d}\tau}$$



Einsteinsche Feldgleichungen

$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

Einsteinsche Feldgleichungen

$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

2D Fläche $\rightarrow$ 4D Mannigfaltigkeit

Einsteinsche Feldgleichungen

$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

2D Fläche $\rightarrow$ 4D Mannigfaltigkeit

Koordinaten $(ct, x, y, z) \Rightarrow \boldsymbol{g} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$

Einsteinsche Feldgleichungen

$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

2D Fläche $\rightarrow$ 4D Mannigfaltigkeit

Koordinaten $(ct, x, y, z) \Rightarrow \boldsymbol{g} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

Einsteinsche Feldgleichungen

$c = G = 1$

$(+,-,-,-)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

2D Fläche $\rightarrow$ 4D Mannigfaltigkeit

Koordinaten $(ct, x, y, z) \Rightarrow \boldsymbol{g} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

Ricci-Tensor: $R_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}]$

Einsteinsche Feldgleichungen

$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

2D Fläche $\rightarrow$ 4D Mannigfaltigkeit

Koordinaten $(ct, x, y, z) \Rightarrow \boldsymbol{g} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

Ricci-Tensor: $R_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}]$

Krümmungsskalar: $R[\boldsymbol{g}]$

Einsteinsche Feldgleichungen

$c = G = 1$

$(+,-,-,-)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

2D Fläche $\rightarrow$ 4D Mannigfaltigkeit

Koordinaten $(ct, x, y, z) \Rightarrow \boldsymbol{g} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

Ricci-Tensor: $R_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}]$

Krümmungsskalar: $R[\boldsymbol{g}]$

Energie-Impuls-Tensor: $T_{\mu\nu}$

Linearisierung

Linearisierung

$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

Annahmen: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, $\boldsymbol{h} \ll \boldsymbol{\eta}$, $\tau \approx t$

Linearisierung

$c = G = 1$

$(+,-,-,-)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Annahmen: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, $\boldsymbol{h} \ll \boldsymbol{\eta}$, $\tau \approx t$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^\lambda_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}(\vec{x})] \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau} \frac{\mathrm{d}x^\nu}{\mathrm{d}\tau}$$

Linearisierung

Annahmen: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, $\boldsymbol{h} \ll \boldsymbol{\eta}$, $\tau \approx t$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

$$-\Delta h_{00} = 8\pi\rho, \; -\Delta h_{0i} = 16\pi j_i$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^\lambda_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}(\vec{x})] \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau} \frac{\mathrm{d}x^\nu}{\mathrm{d}\tau}$$

Gravitoelektromagnetismus

$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Annahmen: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, $\boldsymbol{h} \ll \boldsymbol{\eta}$, $\tau \approx t$

Substitutionen: $\vec{E} = \frac{1}{2}\vec{\nabla} h_{00}$, $B_j = -\varepsilon_{jlm}\frac{\partial h_{0m}}{\partial x^l}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^\lambda_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}(\vec{x})]\frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau}\frac{\mathrm{d}x^\nu}{\mathrm{d}\tau}$$

$$-\Delta h_{00} = 8\pi\rho, \ -\Delta h_{0i} = 16\pi j_i$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -4\pi\rho$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = -16\pi\vec{j}$$

Gravitoelektromagnetismus

$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Annahmen: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, $\boldsymbol{h} \ll \boldsymbol{\eta}$, $\tau \approx t$

Substitutionen: $\vec{E} = \frac{1}{2}\vec{\nabla} h_{00}$, $B_j = -\varepsilon_{jlm} \frac{\partial h_{0m}}{\partial x^l}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

$$-\Delta h_{00} = 8\pi\rho, \quad -\Delta h_{0i} = 16\pi j_i$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -4\pi\rho$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = -16\pi\vec{j}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^\lambda_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}(\vec{x})] \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau} \frac{\mathrm{d}x^\nu}{\mathrm{d}\tau}$$

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -\frac{1}{2} \frac{\partial h_{00}}{\partial x^i} + \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{jlm} \frac{\partial h_{0m}}{\partial x^l} \frac{dx^k}{dt}$$

Gravitoelektromagnetismus

$c = G = 1$

$(+,-,-,-)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Annahmen: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, $\boldsymbol{h} \ll \boldsymbol{\eta}$, $\tau \approx t$

Substitutionen: $\vec{E} = \frac{1}{2}\vec{\nabla} h_{00}$, $B_j = -\varepsilon_{jlm}\frac{\partial h_{0m}}{\partial x^l}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

$$-\Delta h_{00} = 8\pi\rho, \quad -\Delta h_{0i} = 16\pi j_i$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = -4\pi\rho$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = -16\pi\vec{j}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^\lambda_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}(\vec{x})]\frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau}\frac{\mathrm{d}x^\nu}{\mathrm{d}\tau}$$

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -\frac{1}{2}\frac{\partial h_{00}}{\partial x^i} + \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{jlm}\frac{\partial h_{0m}}{\partial x^l}\frac{dx^k}{dt}$$

$$\vec{F} = m\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)$$

Rotierende Kugelmasse

$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

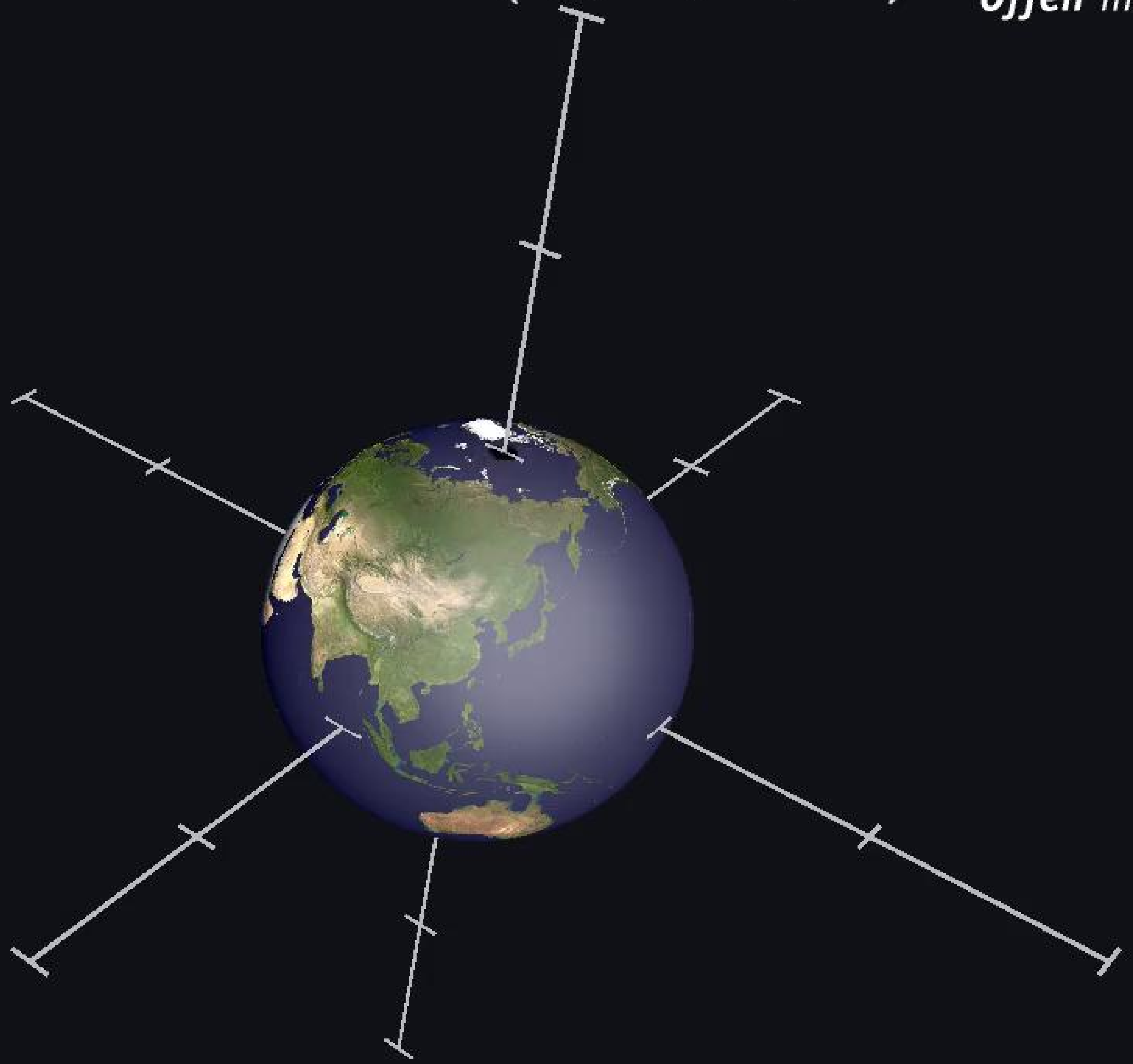
Offen im Denken

Rotierende Kugelmasse

$c = G = 1$

$(+, -, -, -)$

$$\rho(|\vec{x}|) = \rho_0 \Theta(R - |\vec{x}|)$$



$c = G = R = 1$

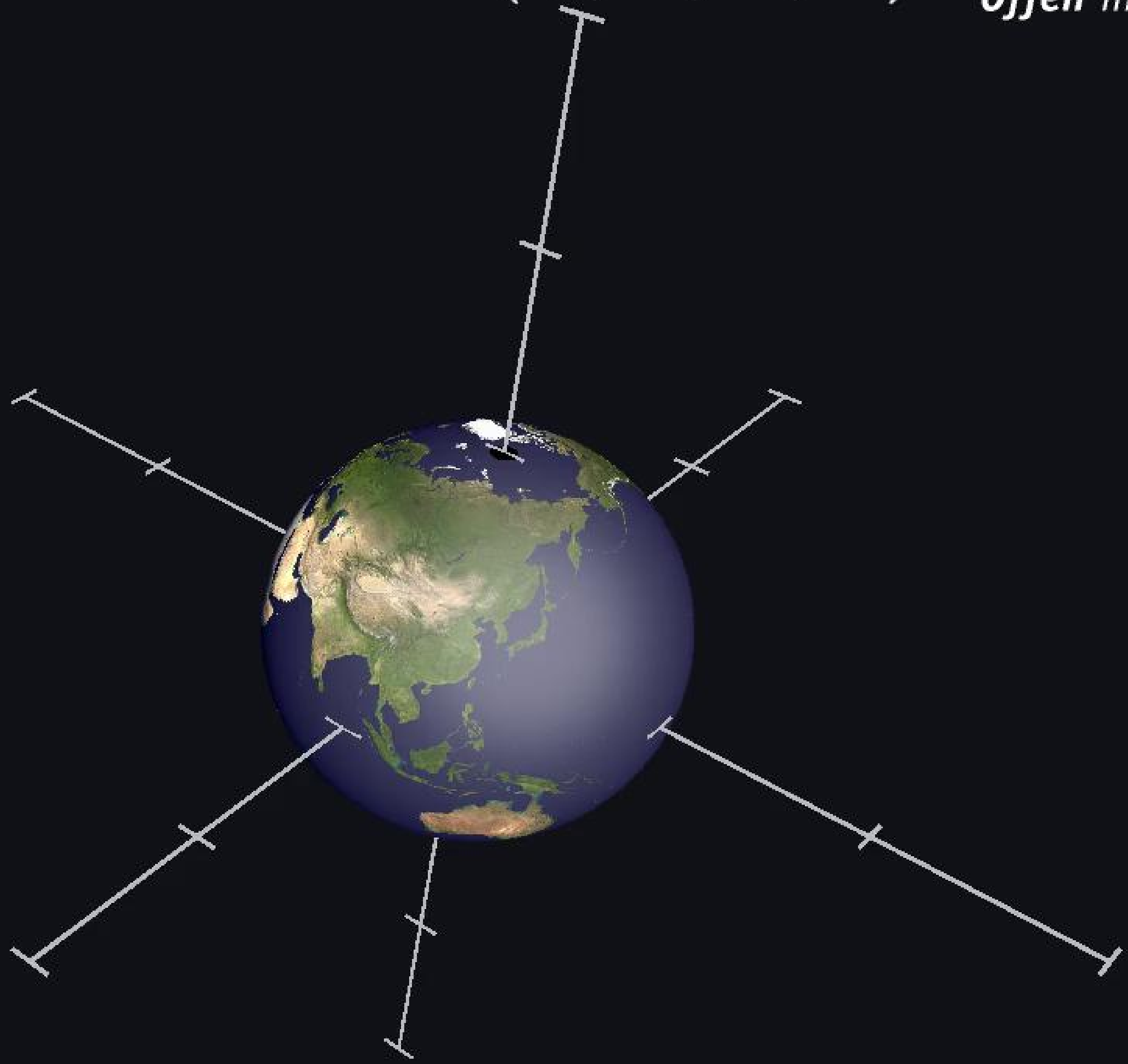
$(+,-,-,-)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Rotierende Kugelmasse

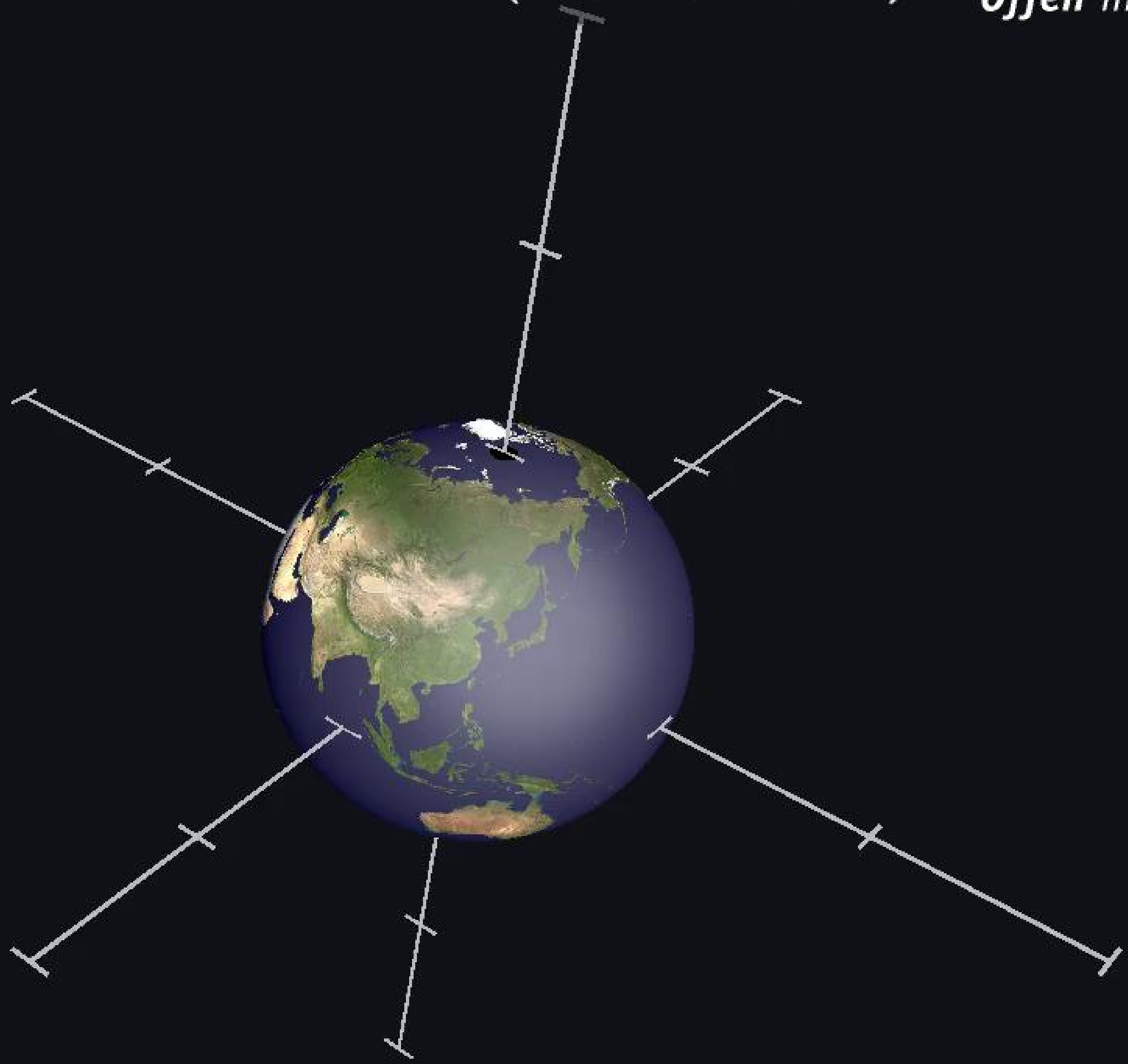
$\rho(|\vec{x}|) = \rho_0 \Theta(R - |\vec{x}|)$



Rotierende Kugelmasse

$$\rho(|\vec{x}|) = \rho_0 \Theta(R - |\vec{x}|)$$

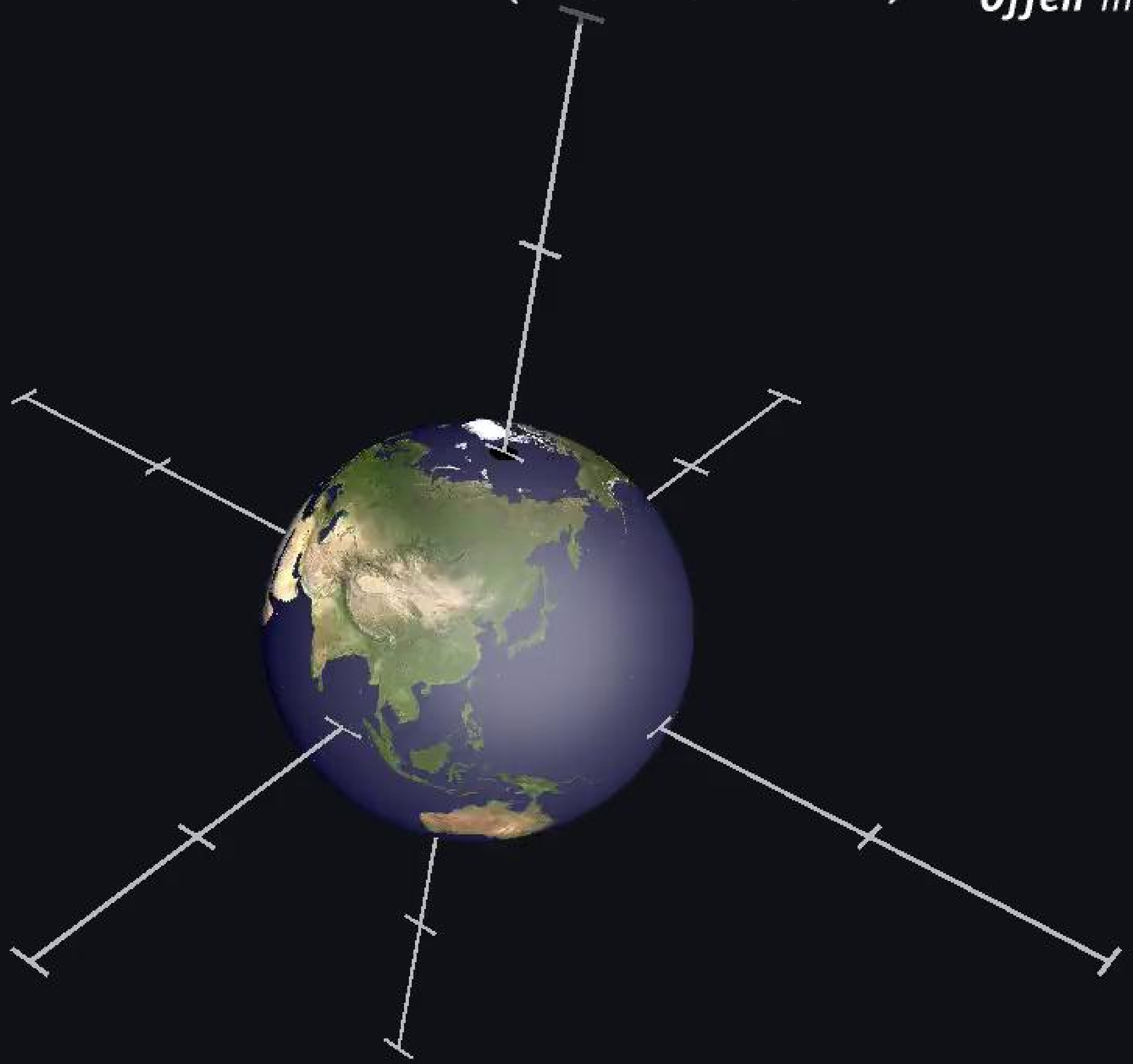
$$\vec{j} = \rho_0 \vec{\omega} \times \vec{x} \Theta(R - |\vec{x}|)$$



Rotierende Kugelmasse

$$\rho(|\vec{x}|) = \rho_0 \Theta(R - |\vec{x}|)$$

$$\vec{j} = \rho_0 \vec{\omega} \times \vec{x} \Theta(R - |\vec{x}|)$$



$c = G = R = 1$

$(+,-,-,-)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Rotierende Kugelmasse

$$\rho(|\vec{x}|) = \rho_0 \Theta(R - |\vec{x}|)$$

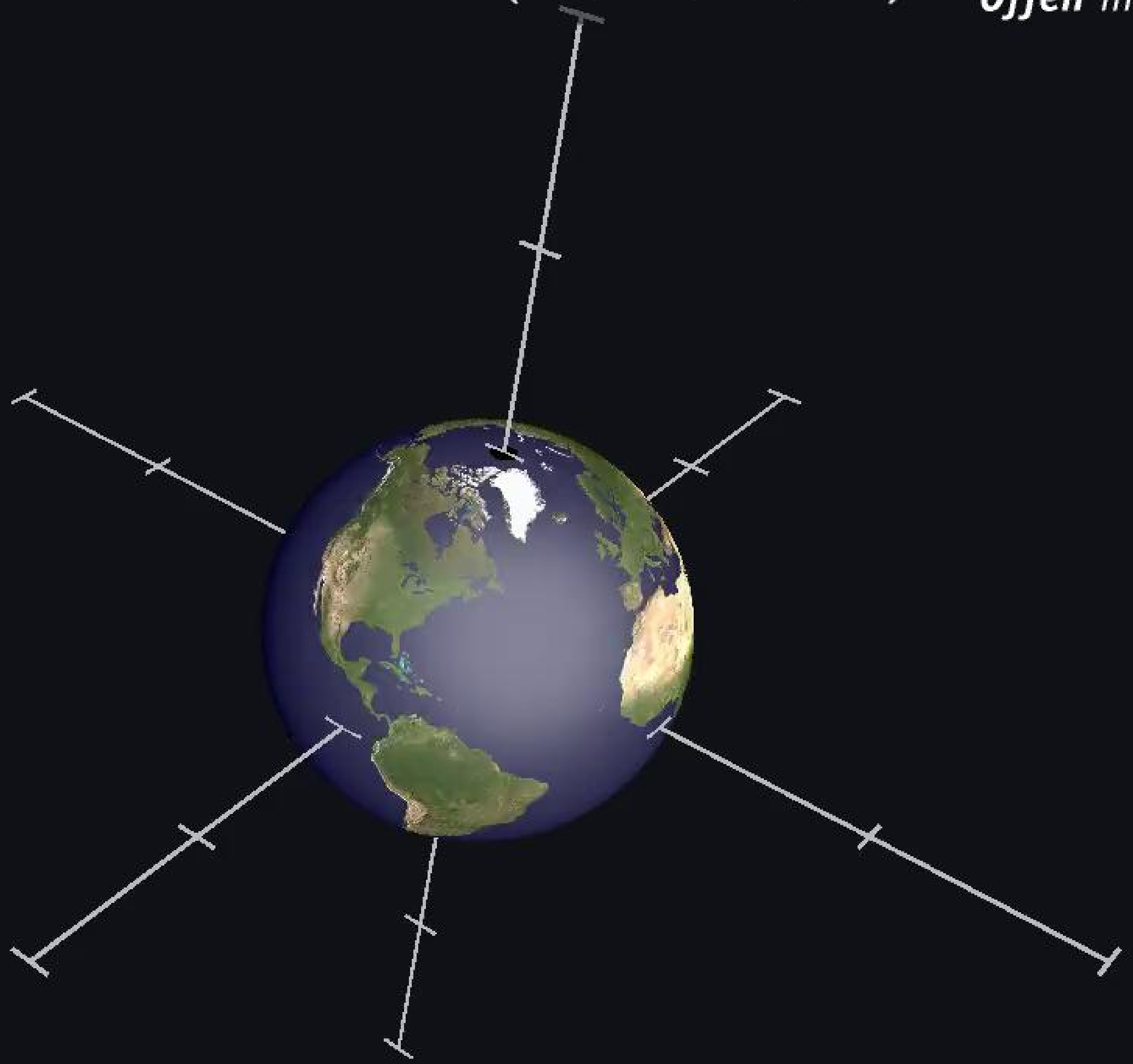
$$\vec{j} = \rho_0 \vec{\omega} \times \vec{x} \Theta(R - |\vec{x}|)$$

$$\vec{E} = -\frac{M\vec{x}}{|\vec{x}|^3}$$

$$\vec{B} = \frac{2}{|\vec{x}|^3}\left[\vec{S} - \frac{3(\vec{S}\cdot\vec{x})\vec{x}}{|\vec{x}|^2}\right]$$

$$I = \frac{2}{5} M R^2$$

$$\vec{S} = I\vec{\omega}$$



EM-Felder

$$c = G = R = 1$$
$$(+,-,-,-)$$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

$$\rho(|\vec{x}|) = \rho_0 \Theta(R - |\vec{x}|)$$

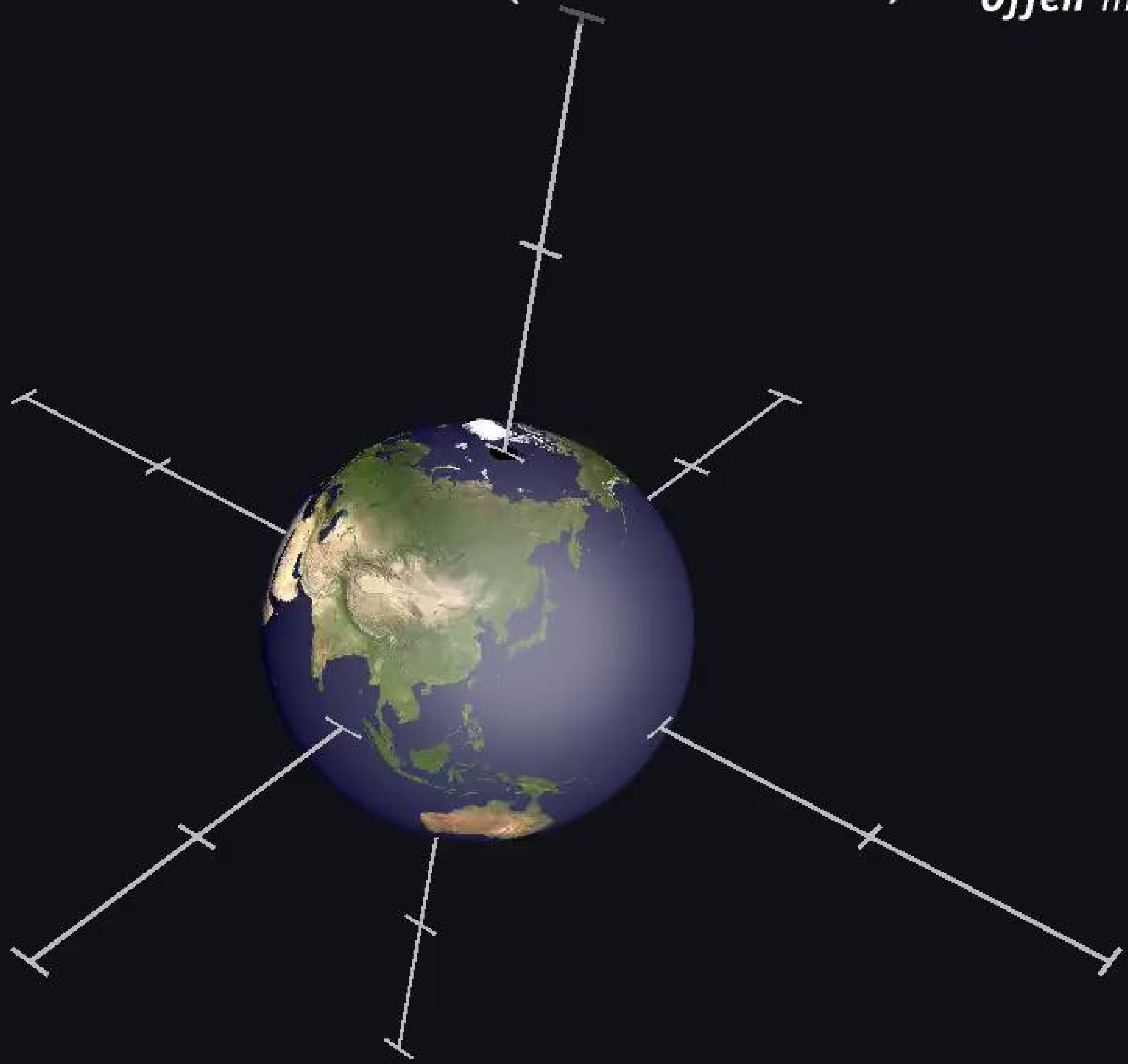
$$\vec{j} = \rho_0 \vec{\omega} \times \vec{x} \Theta(R - |\vec{x}|)$$

$$\vec{E} = -\frac{M\vec{x}}{|\vec{x}|^3}$$

$$\vec{B} = \frac{2}{|\vec{x}|^3}\left[\vec{S} - \frac{3(\vec{S}\cdot\vec{x})\vec{x}}{|\vec{x}|^2}\right]$$

$$I = \frac{2}{5} M R^2$$

$$\vec{S} = I\vec{\omega}$$



EM-Felder

$c = G = R = 1$

$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

$$\rho(|\vec{x}|) = \rho_0 \Theta(R - |\vec{x}|)$$

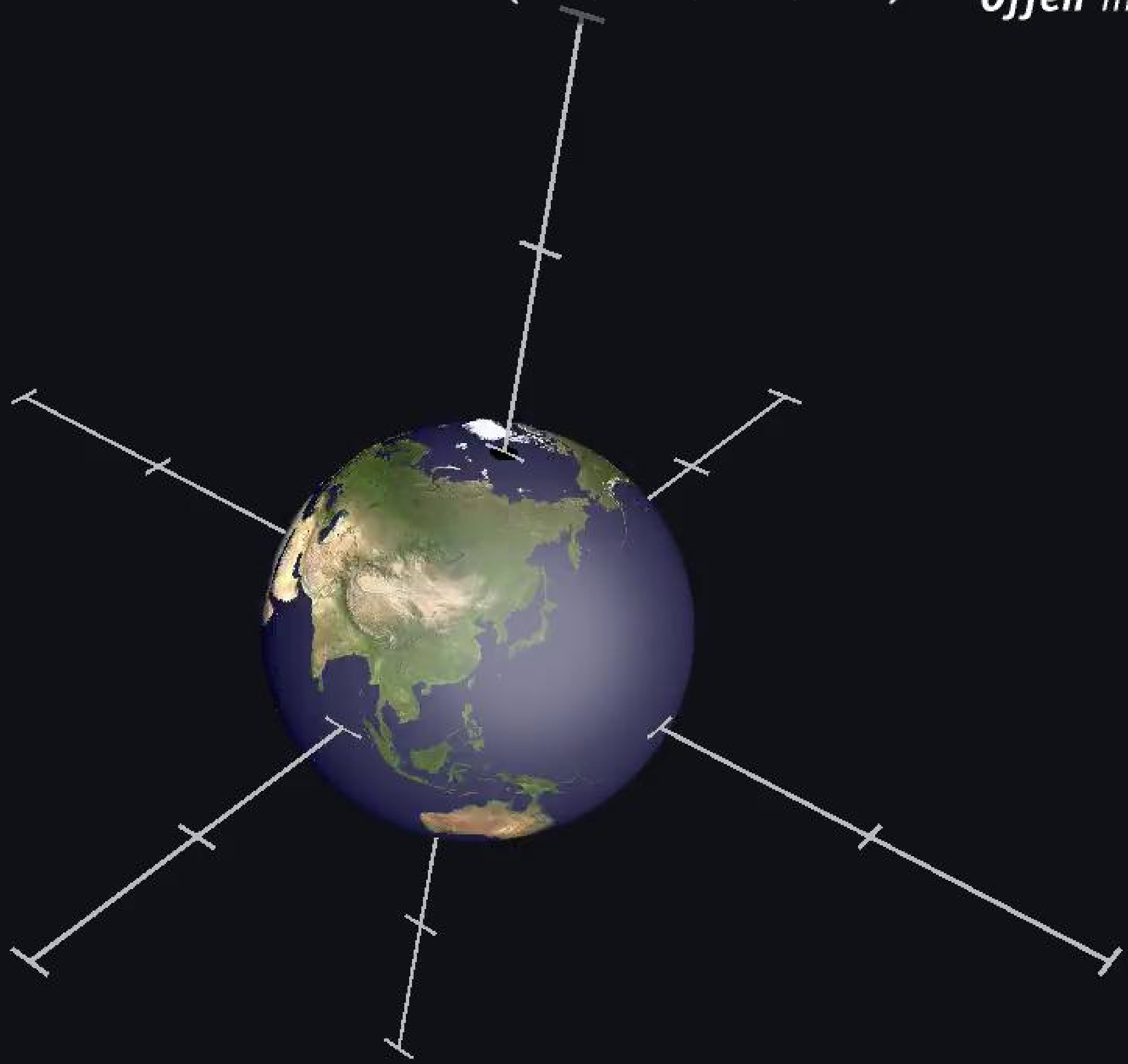
$$\vec{j} = \rho_0 \vec{\omega} \times \vec{x}\Theta(R - |\vec{x}|)$$

$$\vec{E} = -\frac{M\vec{x}}{|\vec{x}|^3}$$

$$\vec{B} = \frac{2}{|\vec{x}|^3}\left[\vec{S} - \frac{3(\vec{S}\cdot\vec{x})\vec{x}}{|\vec{x}|^2}\right]$$

$$I = \frac{2}{5} M R^2$$

$$\vec{S} = I\vec{\omega}$$



EM-Felder

$c = G = R = 1$

$(+,-,-,-)$

$$\rho(|\vec{x}|) = \rho_0 \Theta(R - |\vec{x}|)$$

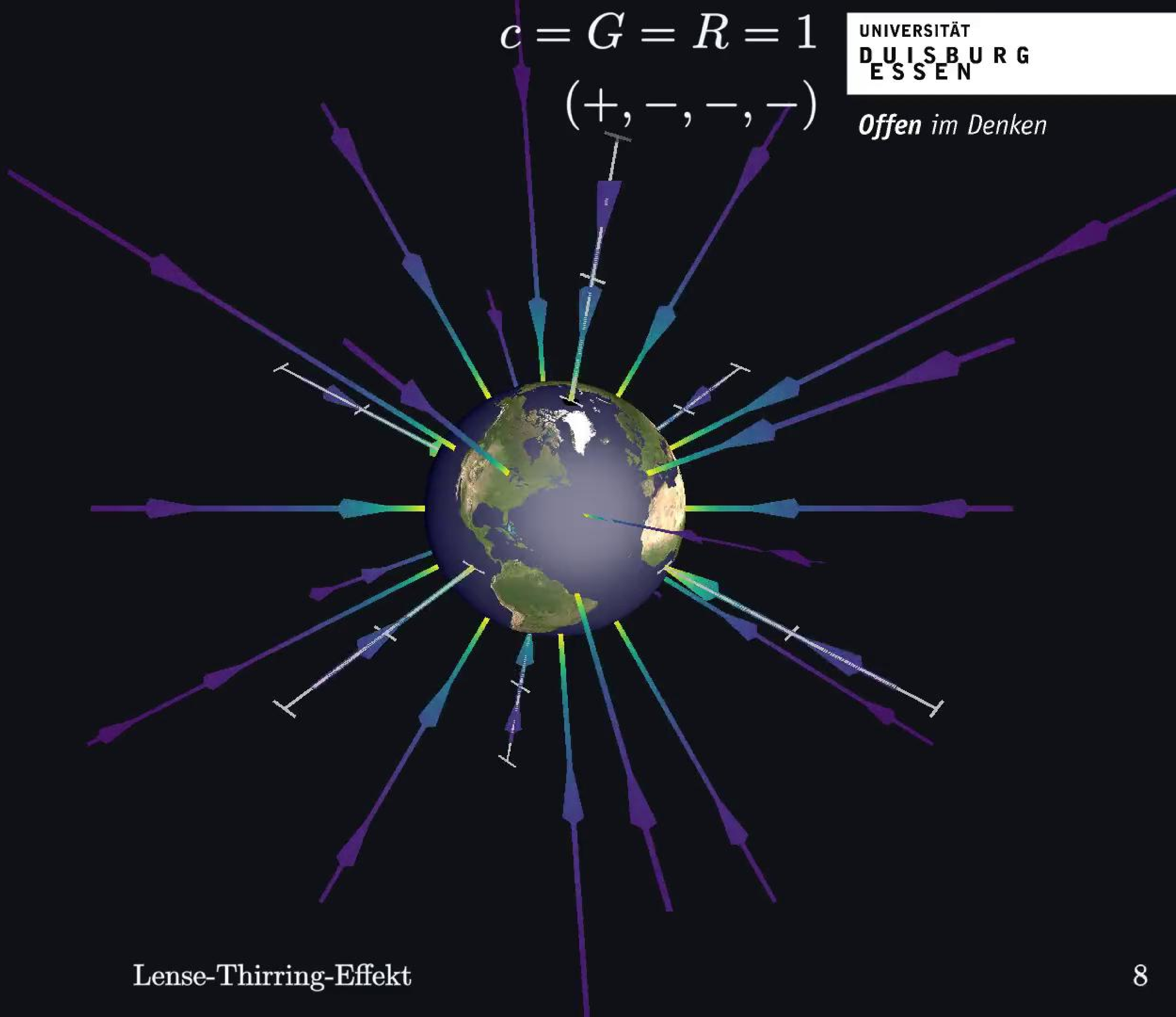
$$\vec{j} = \rho_0 \vec{\omega} \times \vec{x} \Theta(R - |\vec{x}|)$$

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{M\vec{x}}{|\vec{x}|^3}}$$

$$\vec{B} = \frac{2}{|\vec{x}|^3}\left[\vec{S} - \frac{3(\vec{S}\cdot\vec{x})\vec{x}}{|\vec{x}|^2}\right]$$

$$I = \frac{2}{5} M R^2$$

$$\vec{S} = I\vec{\omega}$$



EM-Felder

$c = G = R = 1$

$(+,-,-,-)$

$$\rho(|\vec{x}|) = \rho_0 \Theta(R - |\vec{x}|)$$

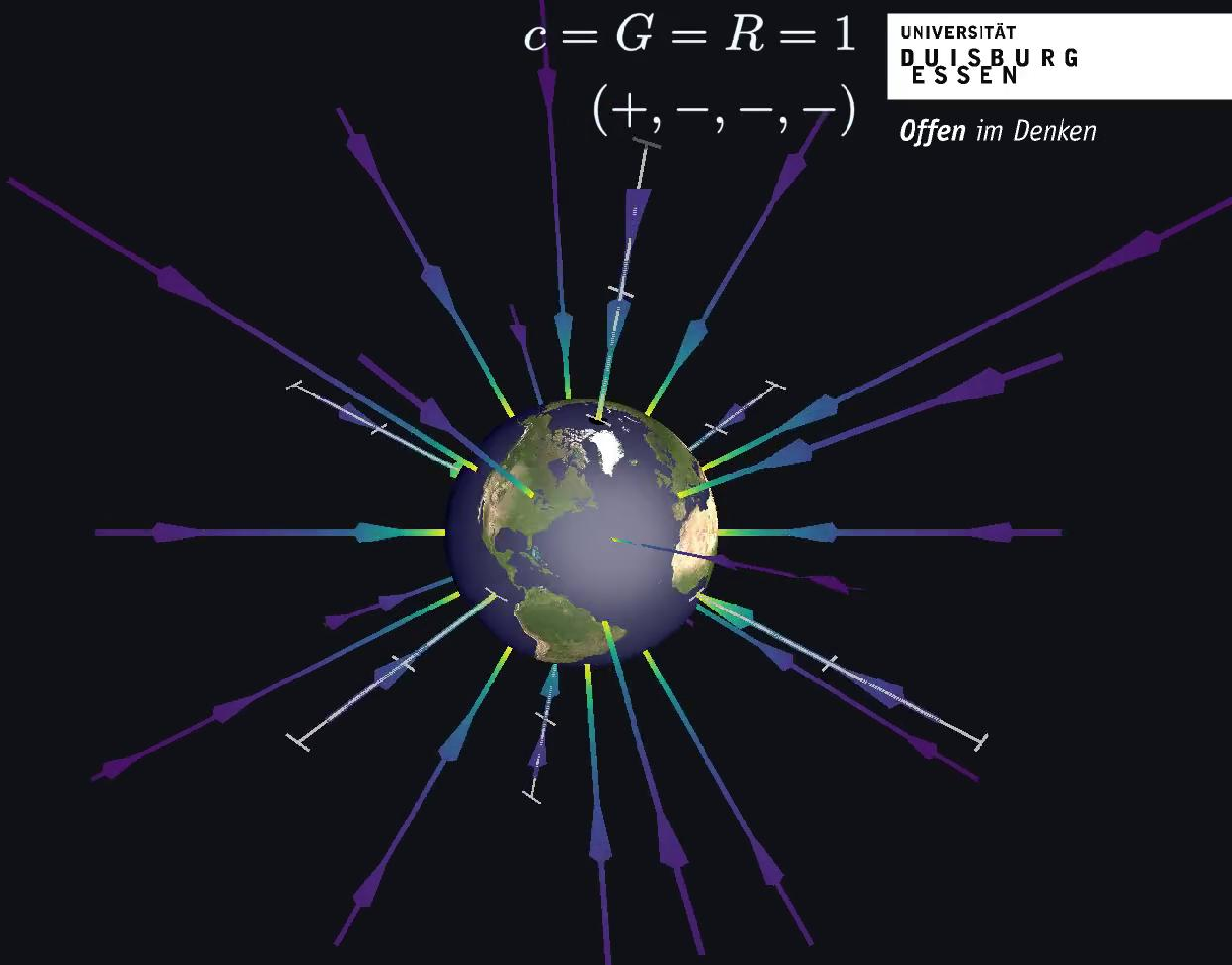
$$\vec{j} = \rho_0 \vec{\omega} \times \vec{x}\Theta(R - |\vec{x}|)$$

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{M\vec{x}}{|\vec{x}|^3}}$$

$$\vec{B} = \frac{2}{|\vec{x}|^3}\left[\vec{S} - \frac{3(\vec{S}\cdot\vec{x})\vec{x}}{|\vec{x}|^2}\right]$$

$$I = \frac{2}{5} M R^2$$

$$\vec{S} = I\vec{\omega}$$



UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

EM-Felder

$$\rho(|\vec{x}|) = \rho_0 \Theta(R - |\vec{x}|)$$

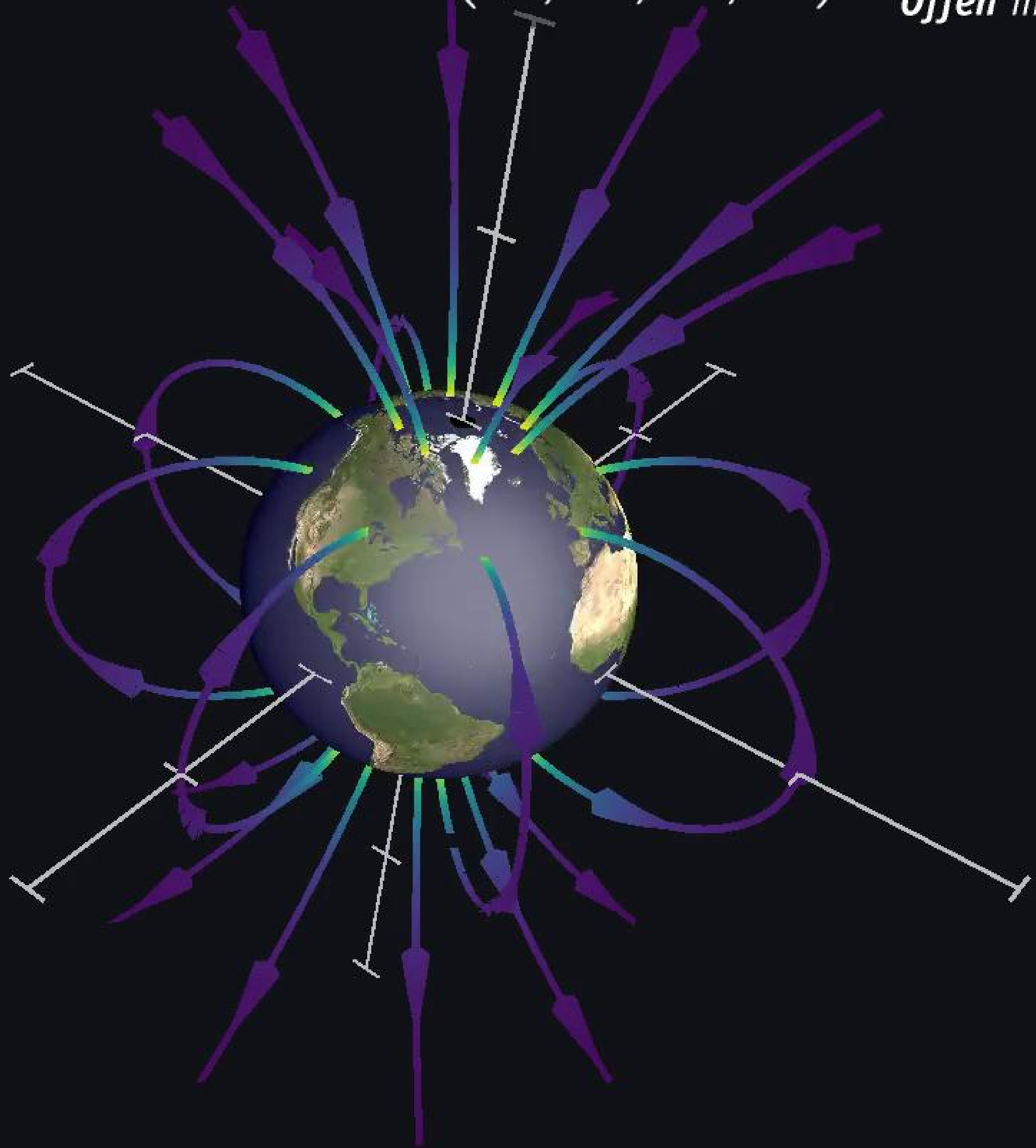
$$\vec{j} = \rho_0 \vec{\omega} \times \vec{x} \Theta(R - |\vec{x}|)$$

$$\vec{E} = -\frac{M\vec{x}}{|\vec{x}|^3}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{2}{|\vec{x}|^3}\left[\vec{S} - \frac{3(\vec{S}\cdot\vec{x})\vec{x}}{|\vec{x}|^2}\right]}$$

$$I = \frac{2}{5} M R^2$$

$$\vec{S} = I\vec{\omega}$$



$c = G = R = 1$

$(+, -, -, -)$

EM-Felder

$$\rho(|\vec{x}|) = \rho_0 \Theta(R - |\vec{x}|)$$

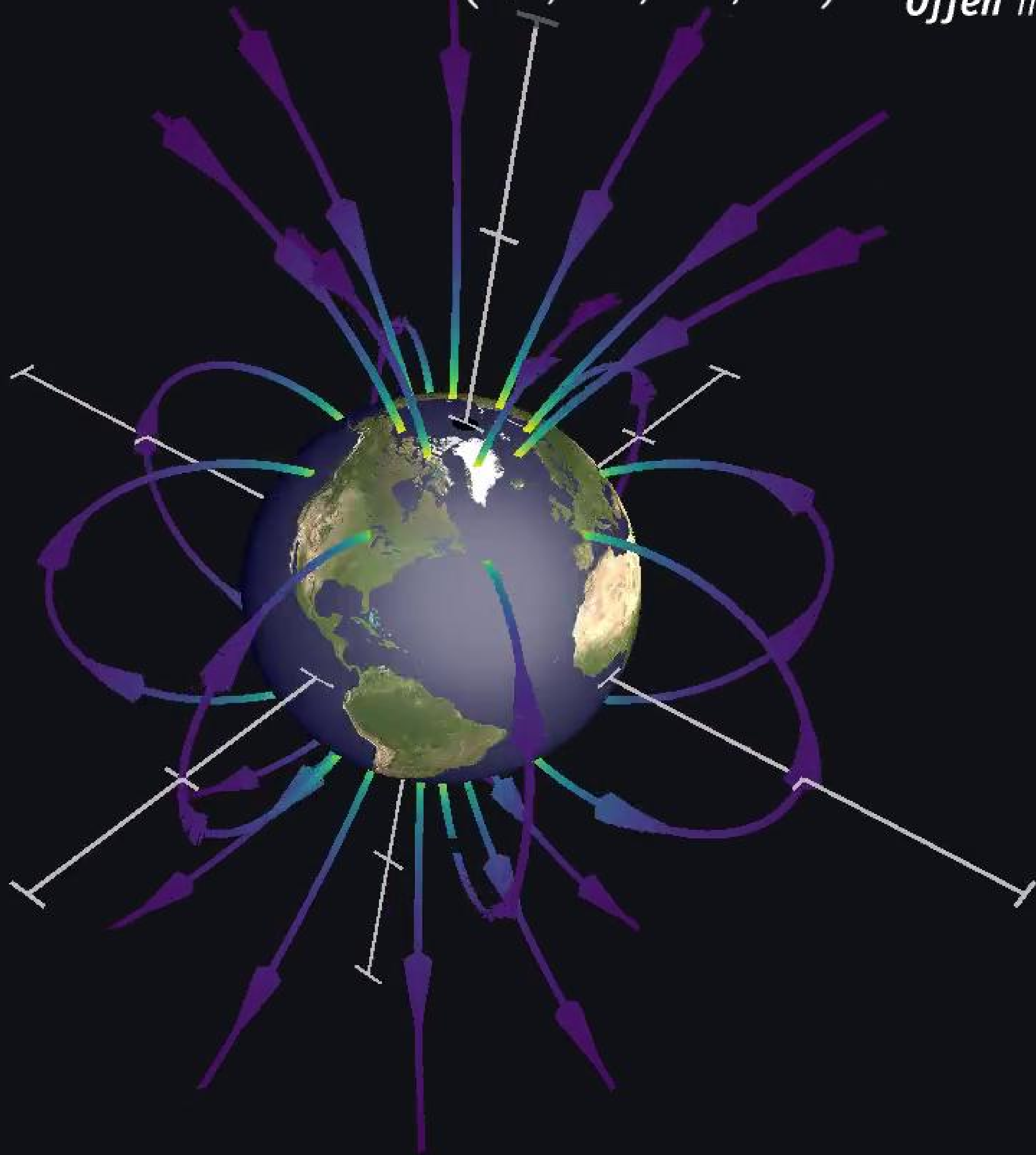
$$\vec{j} = \rho_0 \vec{\omega} \times \vec{x} \Theta(R - |\vec{x}|)$$

$$\vec{E} = -\frac{M\vec{x}}{|\vec{x}|^3}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{2}{|\vec{x}|^3}\left[\vec{S} - \frac{3(\vec{S}\cdot\vec{x})\vec{x}}{|\vec{x}|^2}\right]}$$

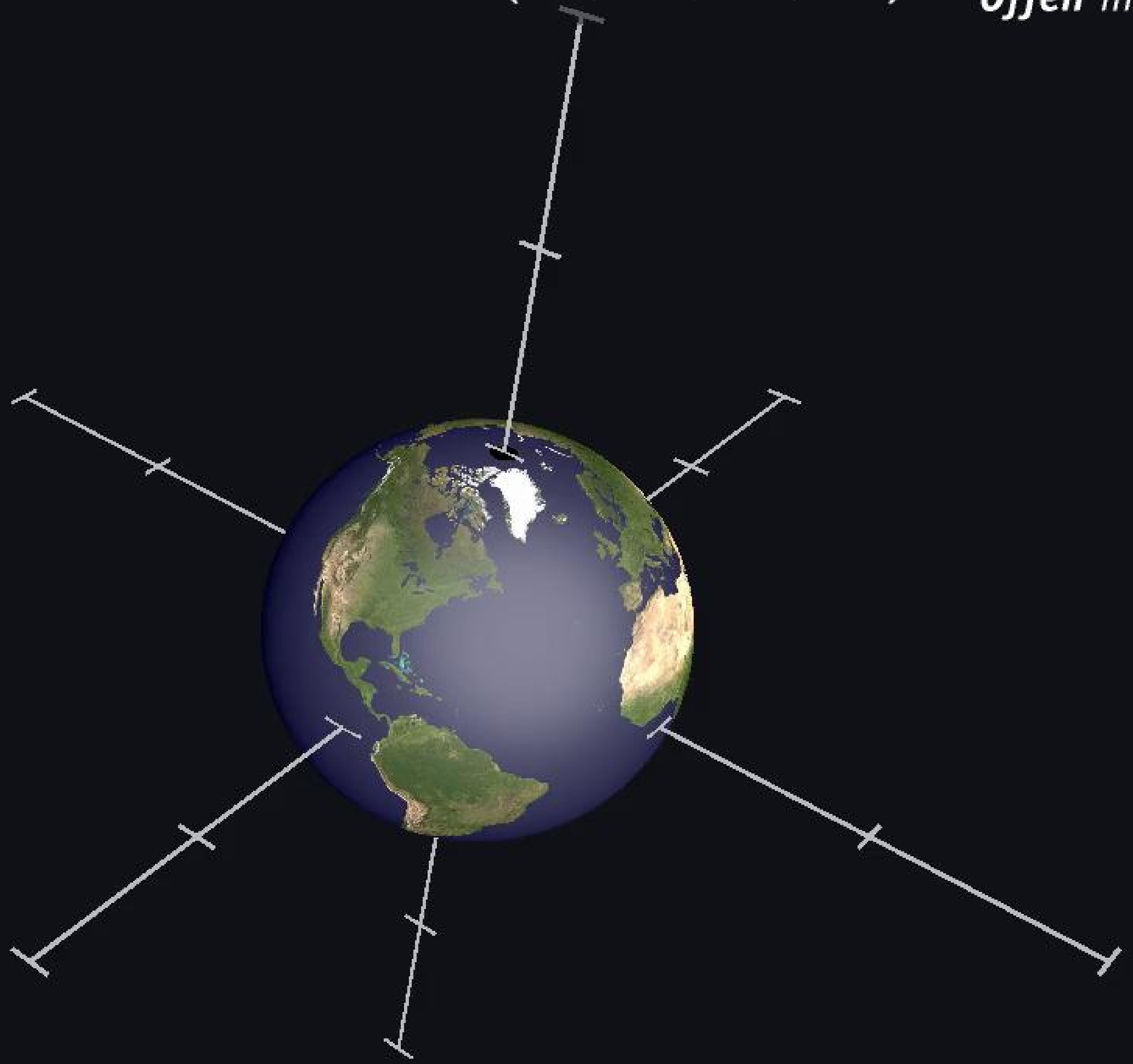
$$I = \frac{2}{5} M R^2$$

$$\vec{S} = I\vec{\omega}$$



Trajektorien

$$c = G = R = 1$$
$$(+, -, -, -)$$



Trajektorien

$$\vec{F} = m\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

$\omega = \ 0.00$

Trajektorien

$c = G = R = 1$

$(+,-,-,-)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

$$\vec{F} = m\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

$\omega = \; 0.00$

Trajektorien

$$c = G = R = 1$$

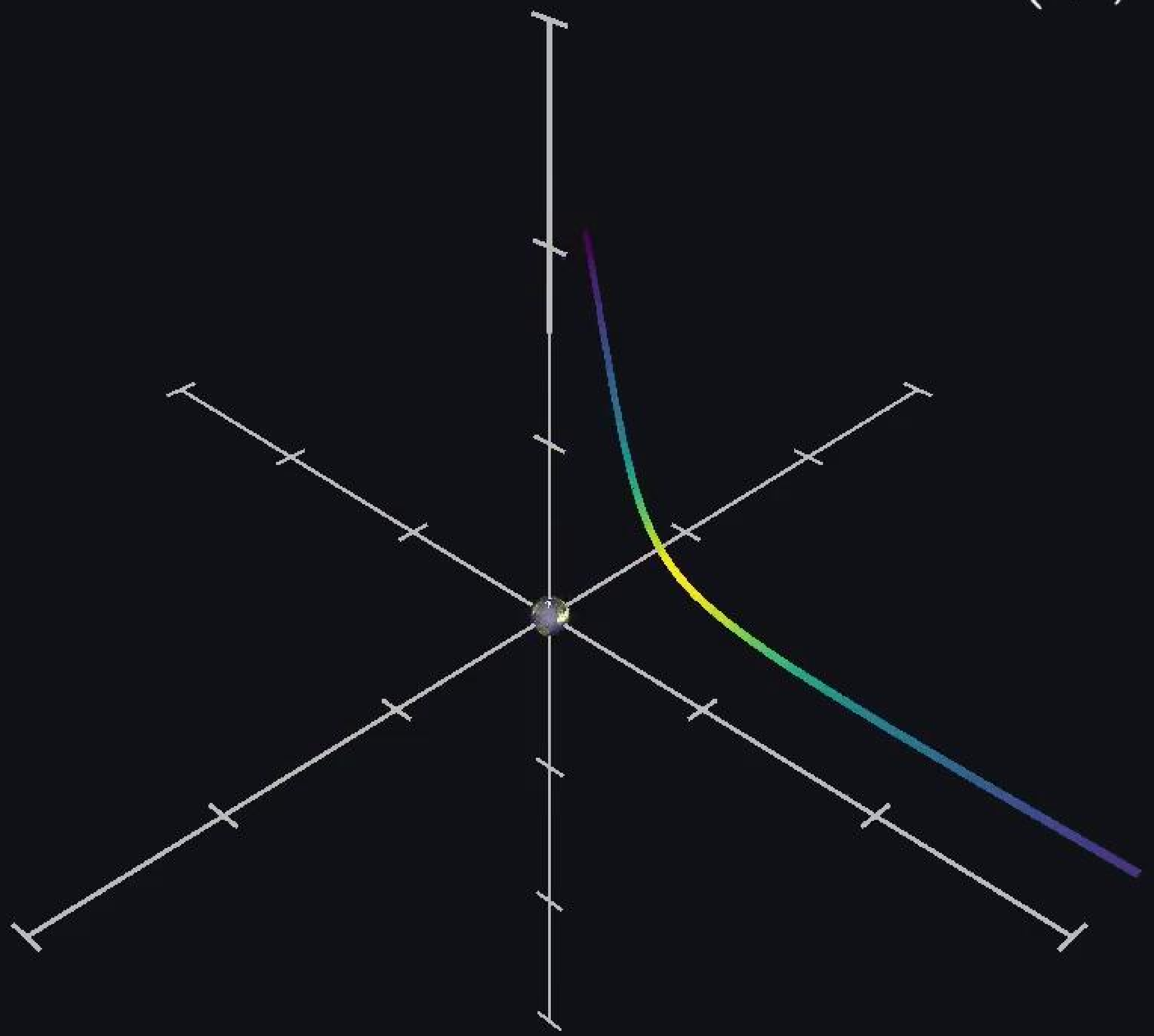
$$(+, -, -, -)$$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

$$\vec{F} = m\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

$$\omega = \ 1.00$$



Trajektorien

$$c = G = R = 1$$

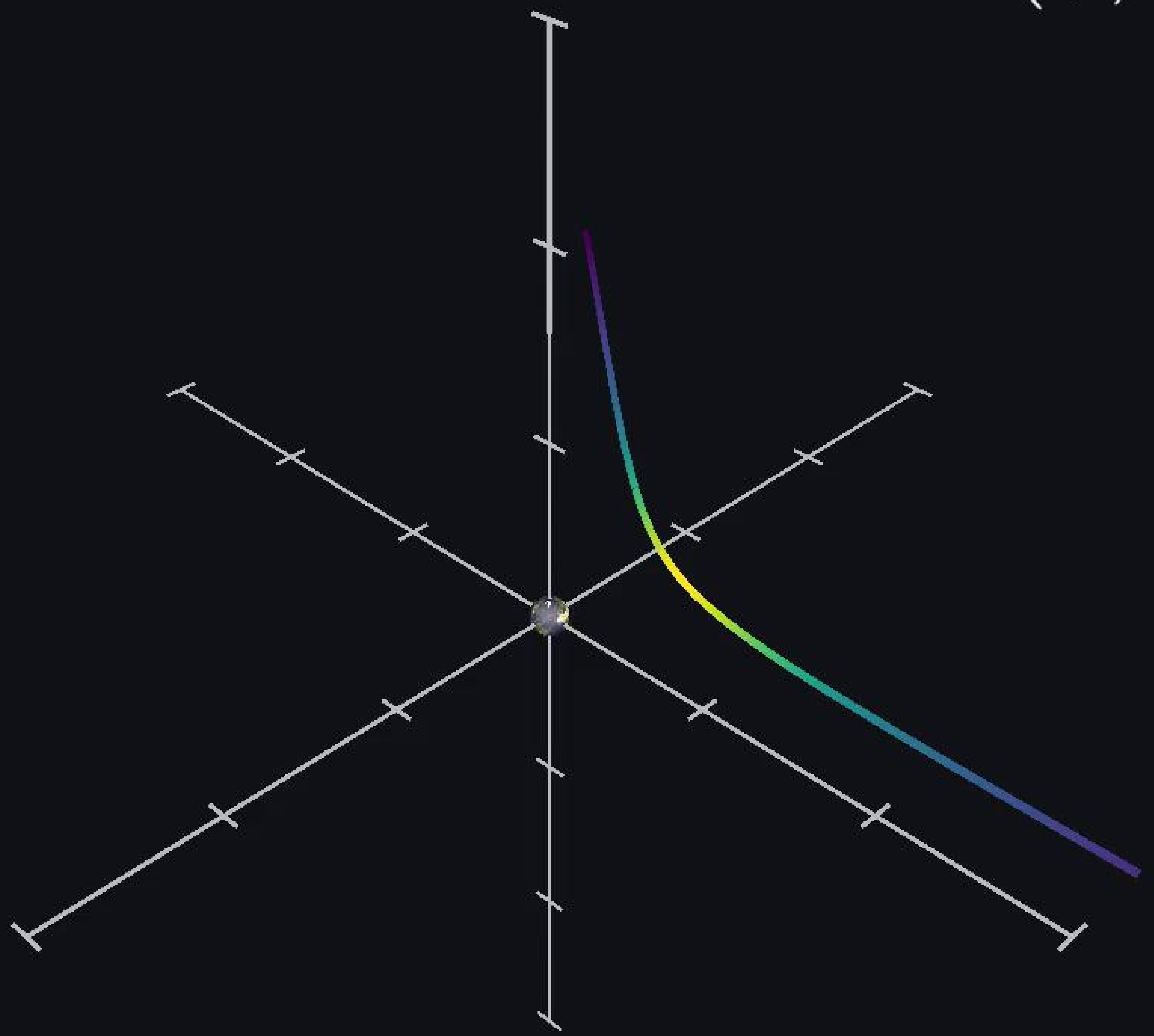
$$(+,-,-,-)$$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

$$\vec{F} = m\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

$$\omega = 1.00$$

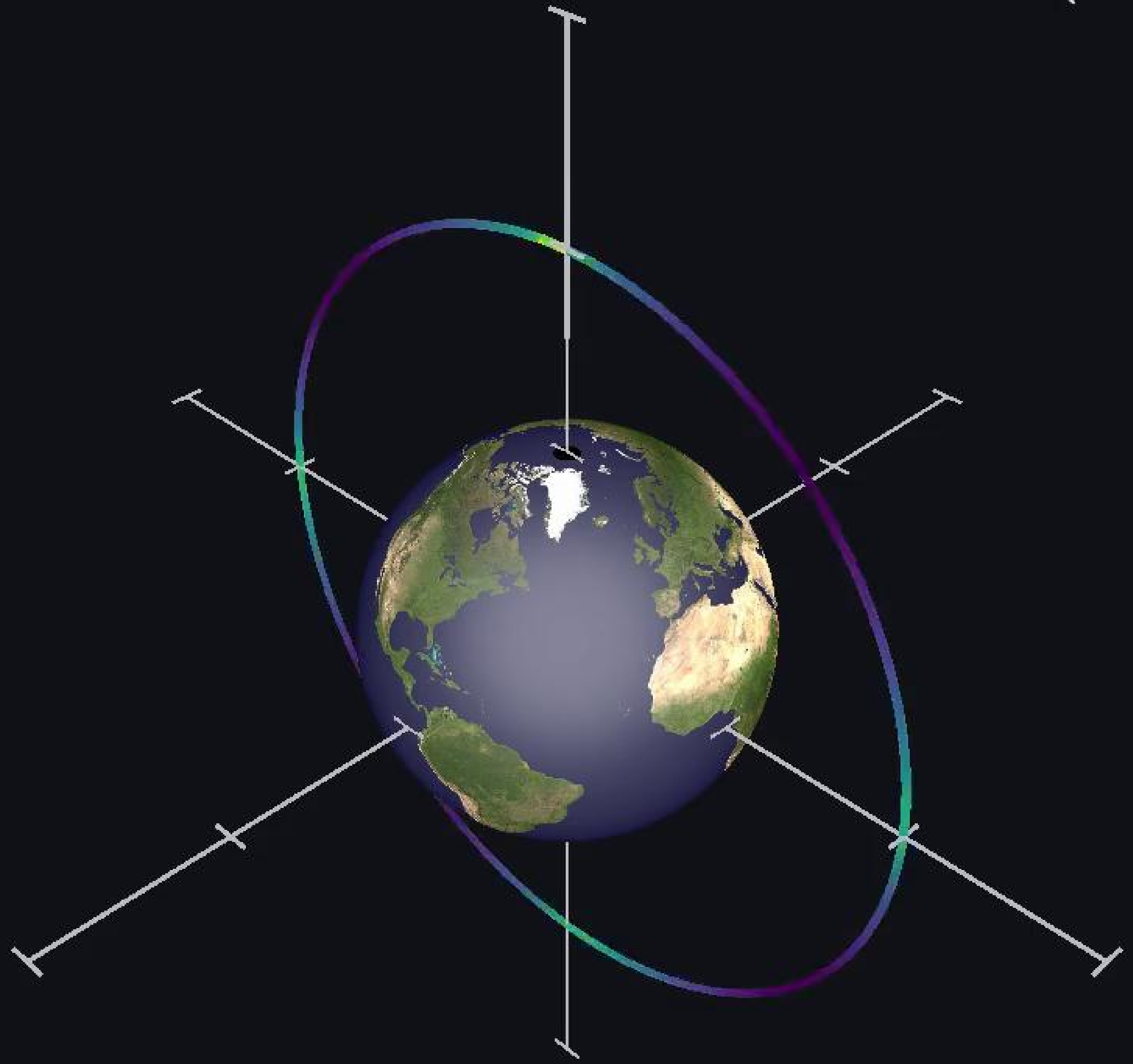


UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN
Offen im Denken

Trajektorien

$$\vec{F} = m\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

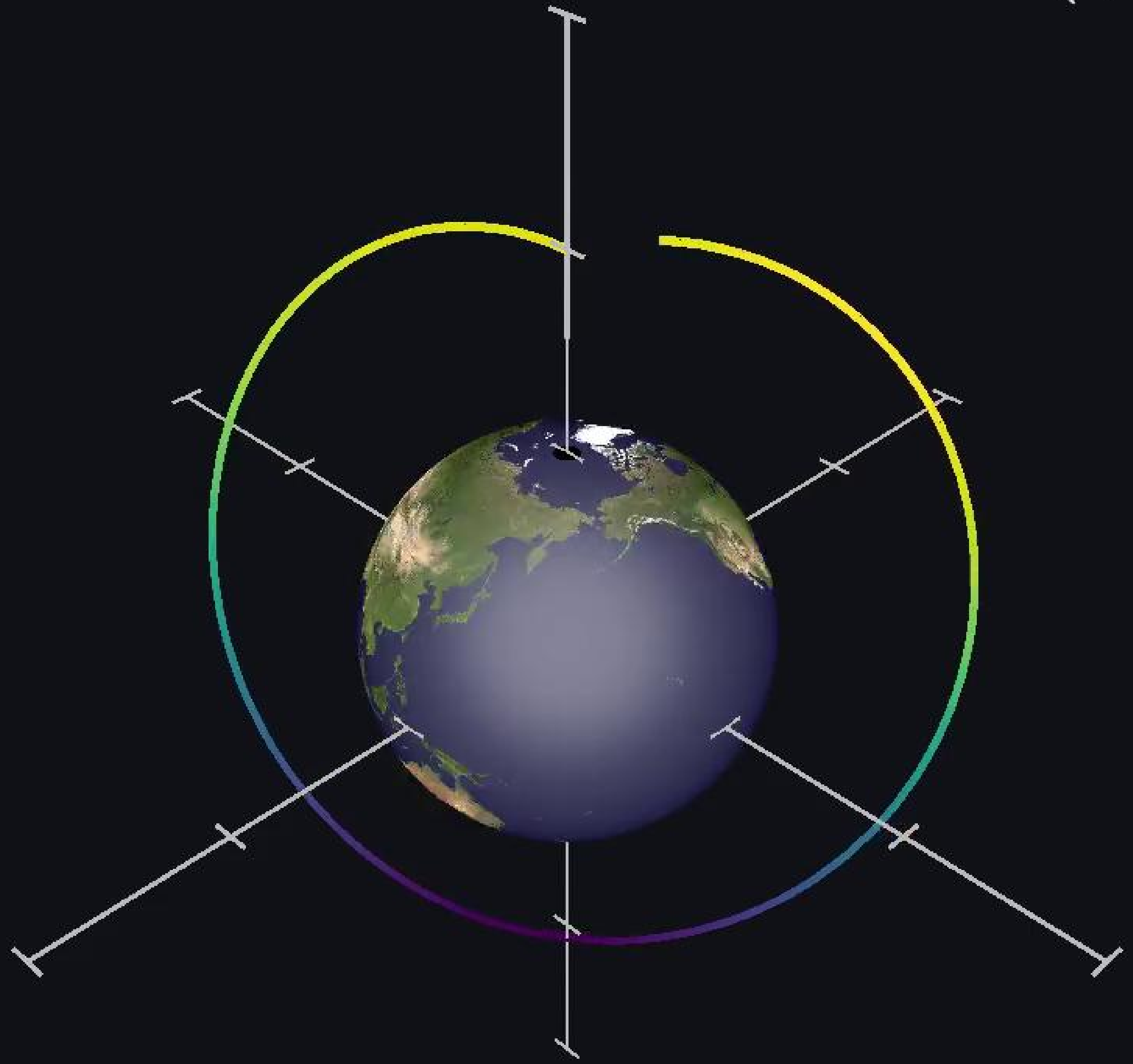
$$\omega = \ 0.00$$



Trajektorien

$$\vec{F} = m\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

$$\omega = \ 0.71$$



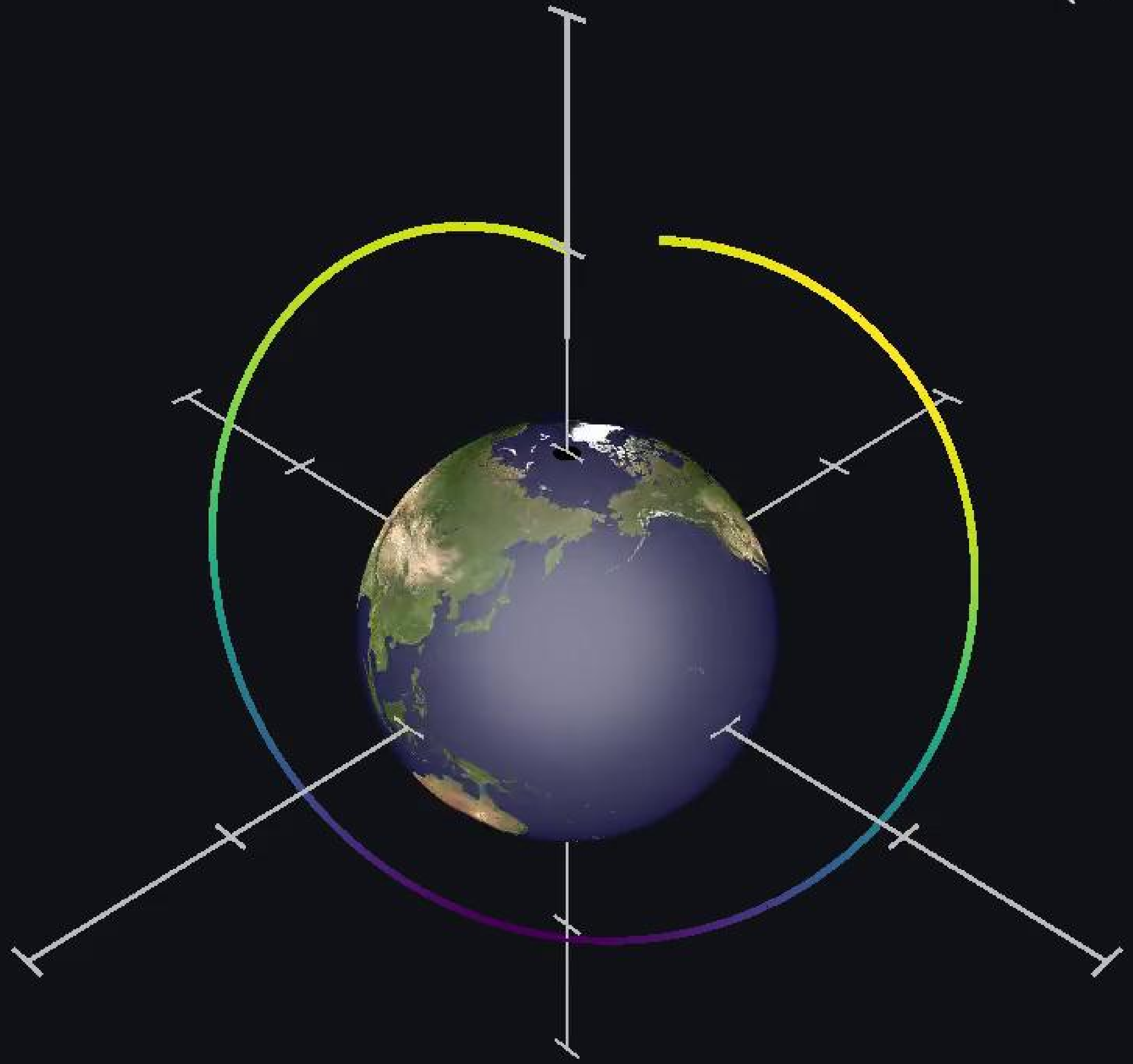
Trajektorien

$$\vec{F} = m\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

$$\omega = \ 0.71$$

$$c = G = R = 1$$

$$(+, -, -, -)$$



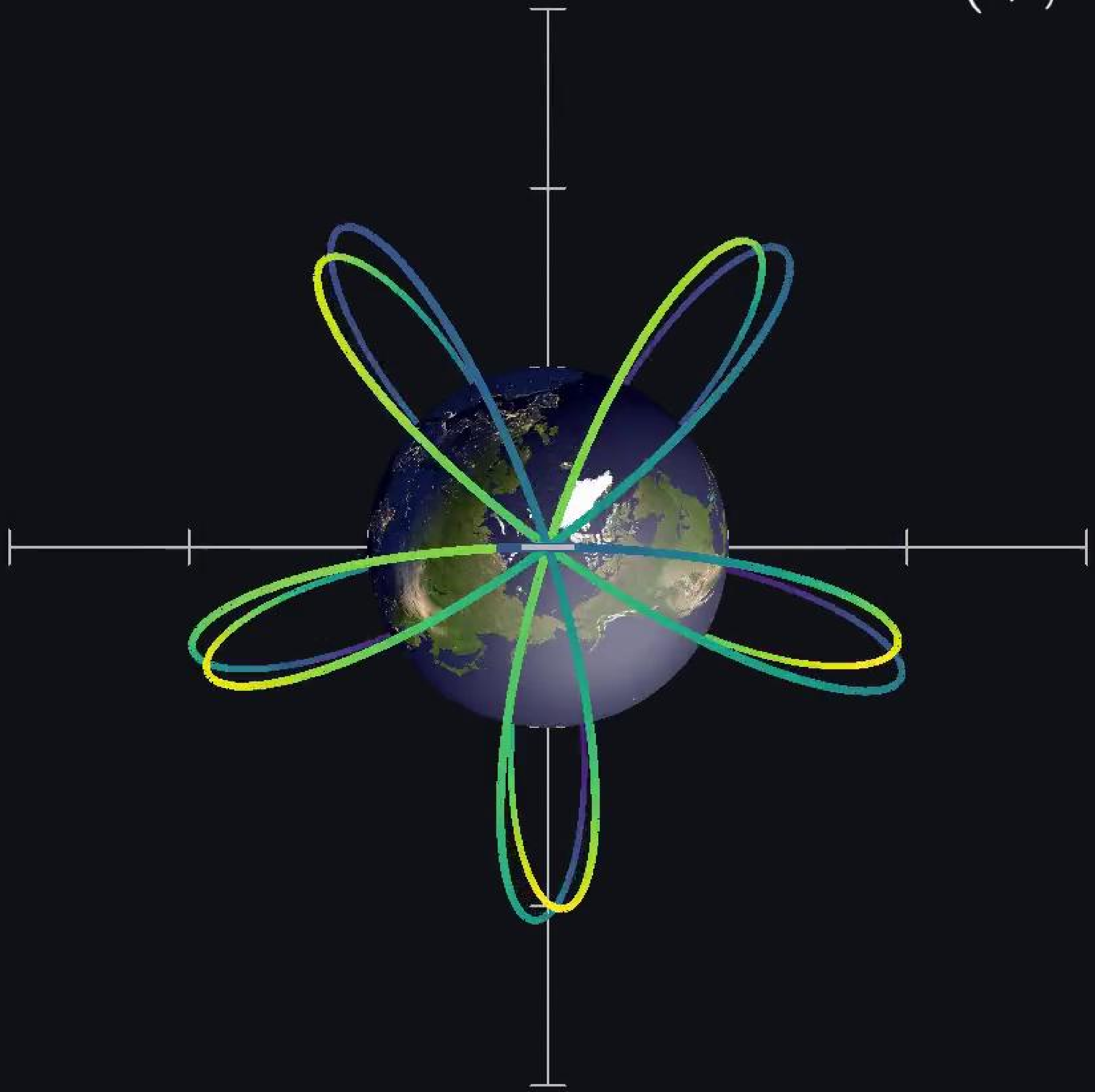
Trajektorien

$$\vec{F} = m\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

$$\omega = \ 0.71$$

$$c = G = R = 1$$

$$(+,-,-,-)$$



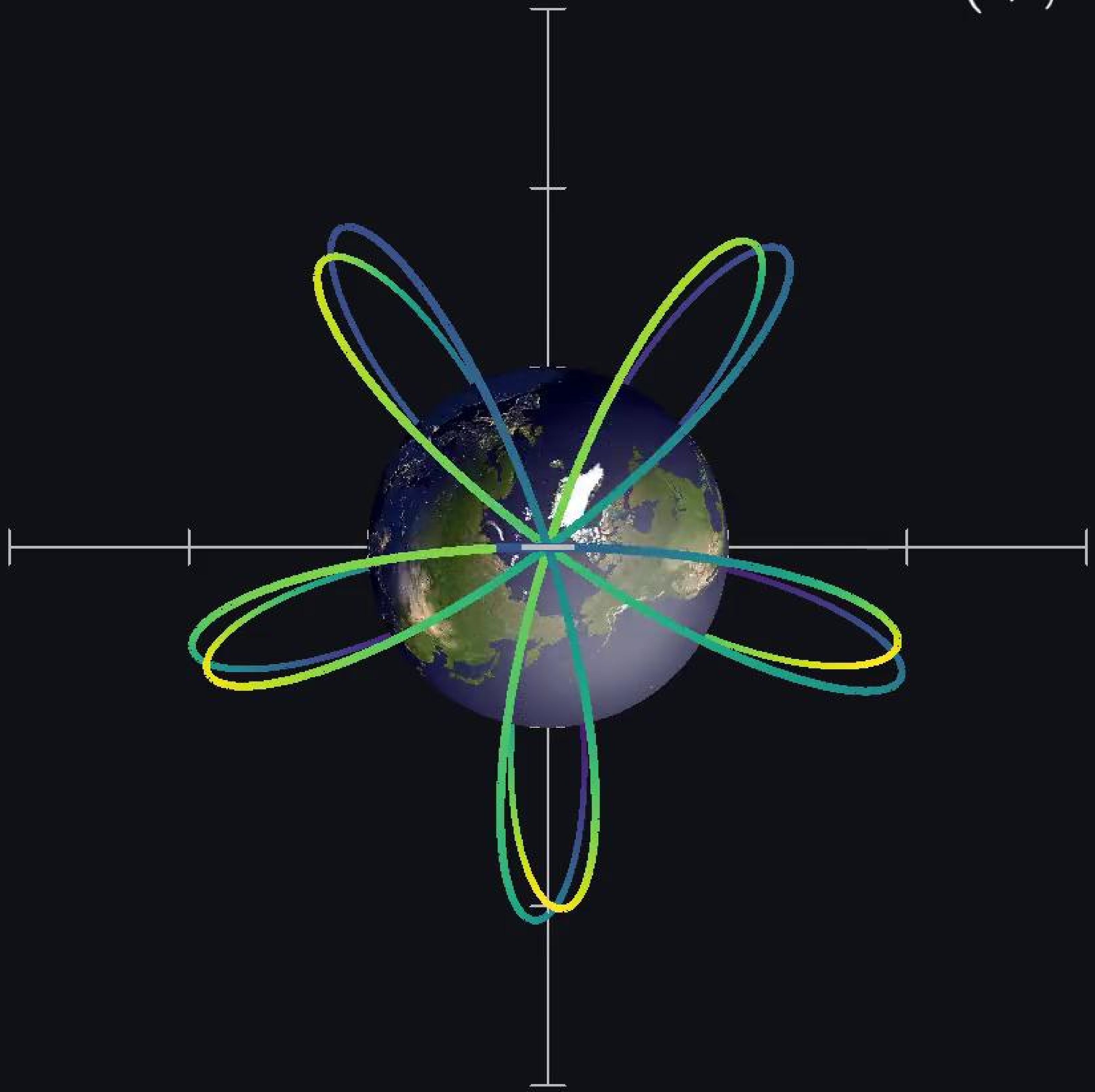
Trajektorien

$$c = G = R = 1$$

$$(+, -, -, -)$$

$$\vec{F} = m\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

$$\omega = \; 0.71$$

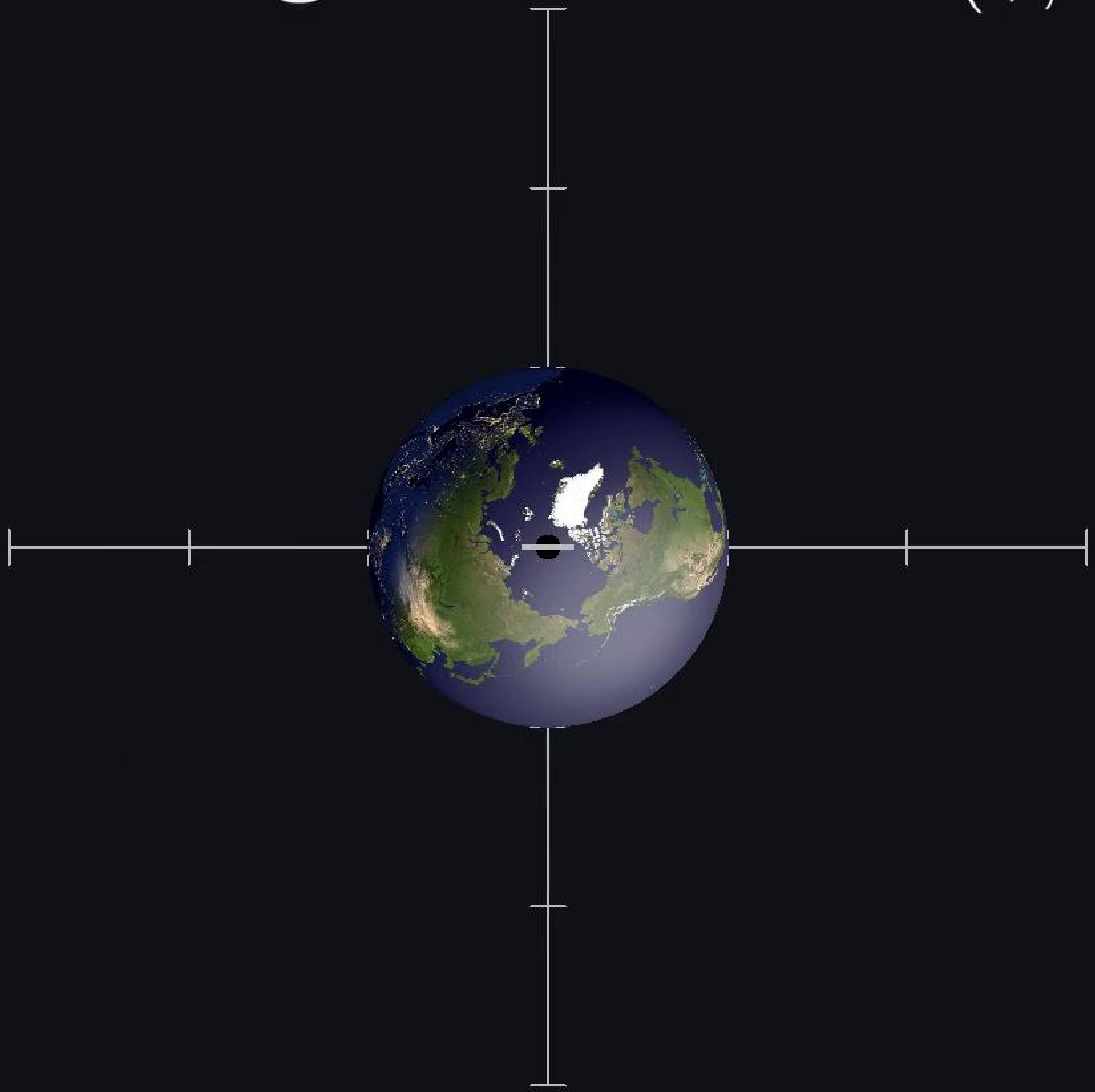


Raumzeitdarstellung

$$c = G = R = 1$$
$$(+,-,-,-)$$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken



Raumzeitdarstellung

$c = G = R = 1$

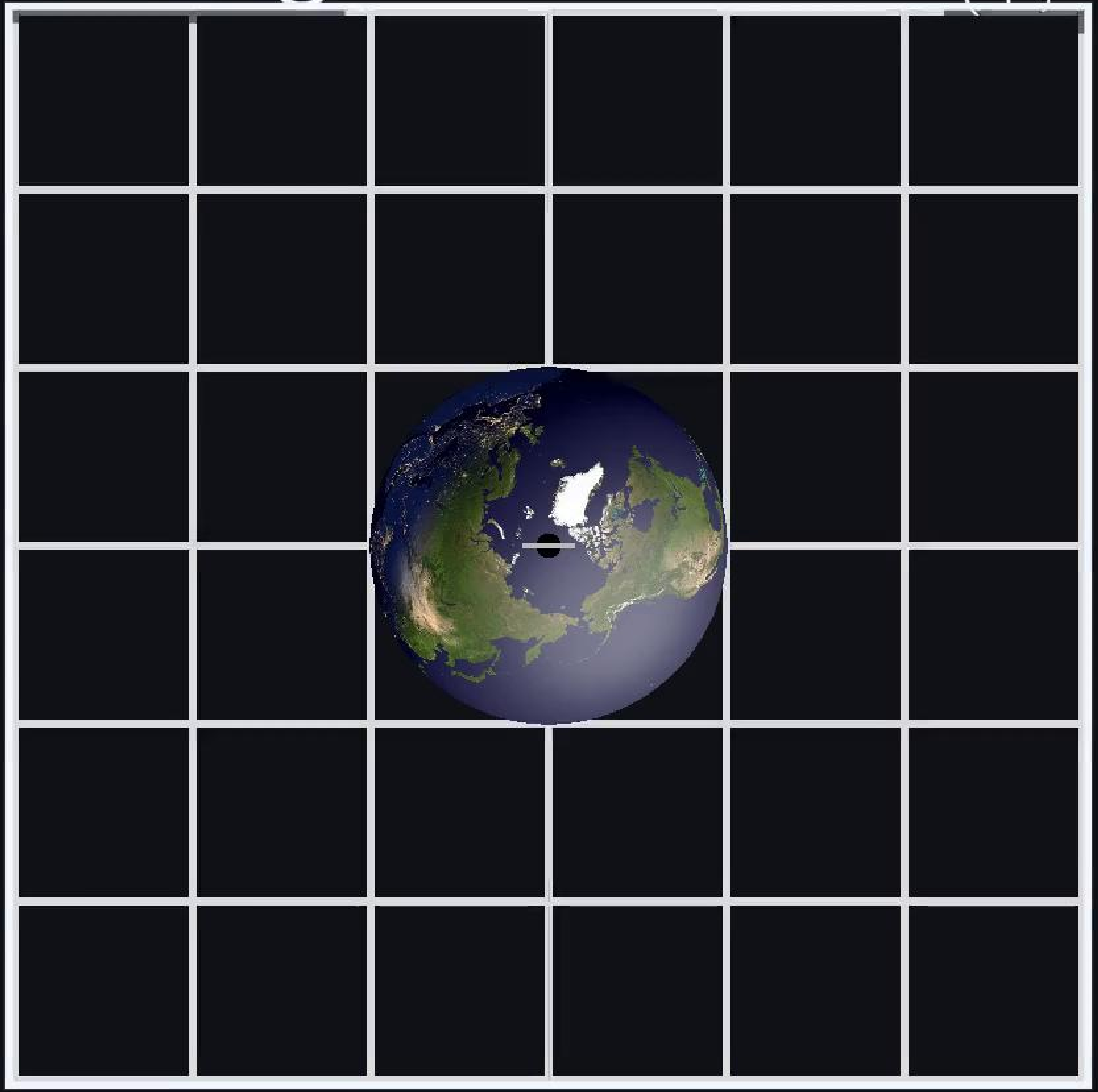
$(+,-,-,-)$

Zeitentwicklung

für jeden

Gitterpunkt

bei $\omega = 0$



Raumzeitdarstellung

$c = G = R = 1$

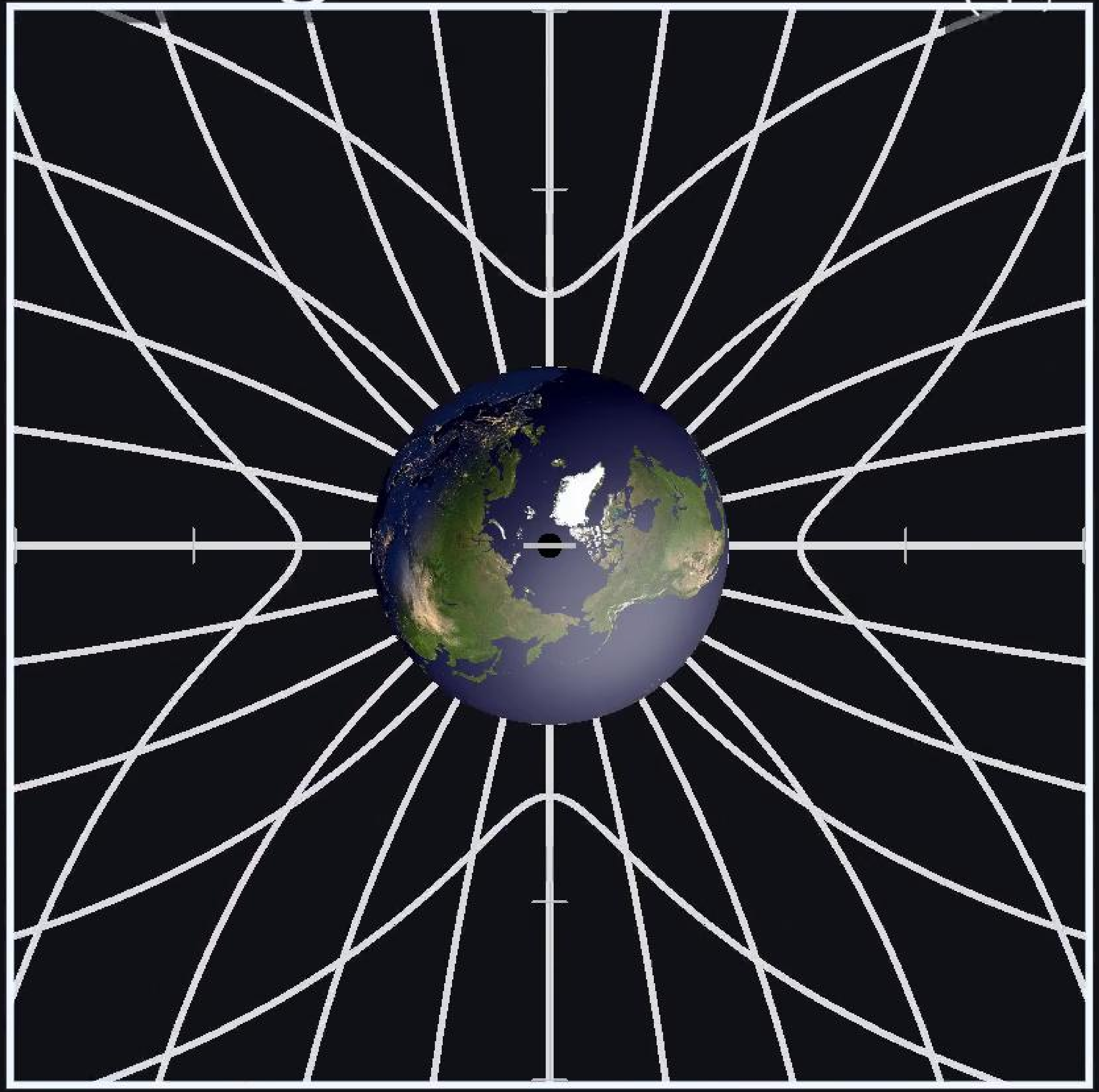
$(+,-,-,-)$

Zeitentwicklung

für jeden

Gitterpunkt

bei $\omega = 0$



Raumzeitdarstellung

$c = G = R = 1$

$(+,-,-,-)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

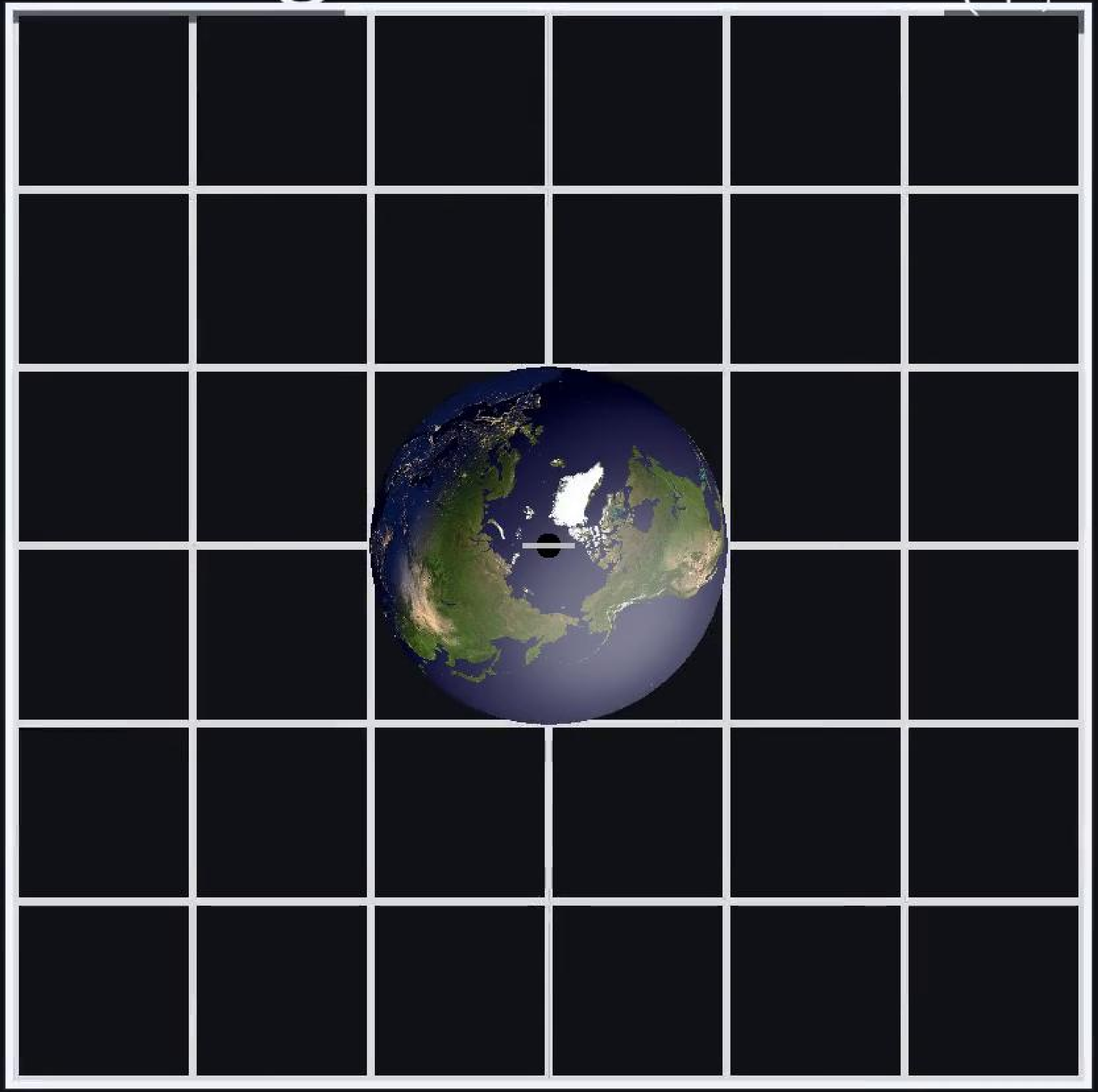
Offen im Denken

Zeitentwicklung

für jeden

Gitterpunkt

bei $\omega = 1$



$c = G = R = 1$

$(+,-,-,-)$

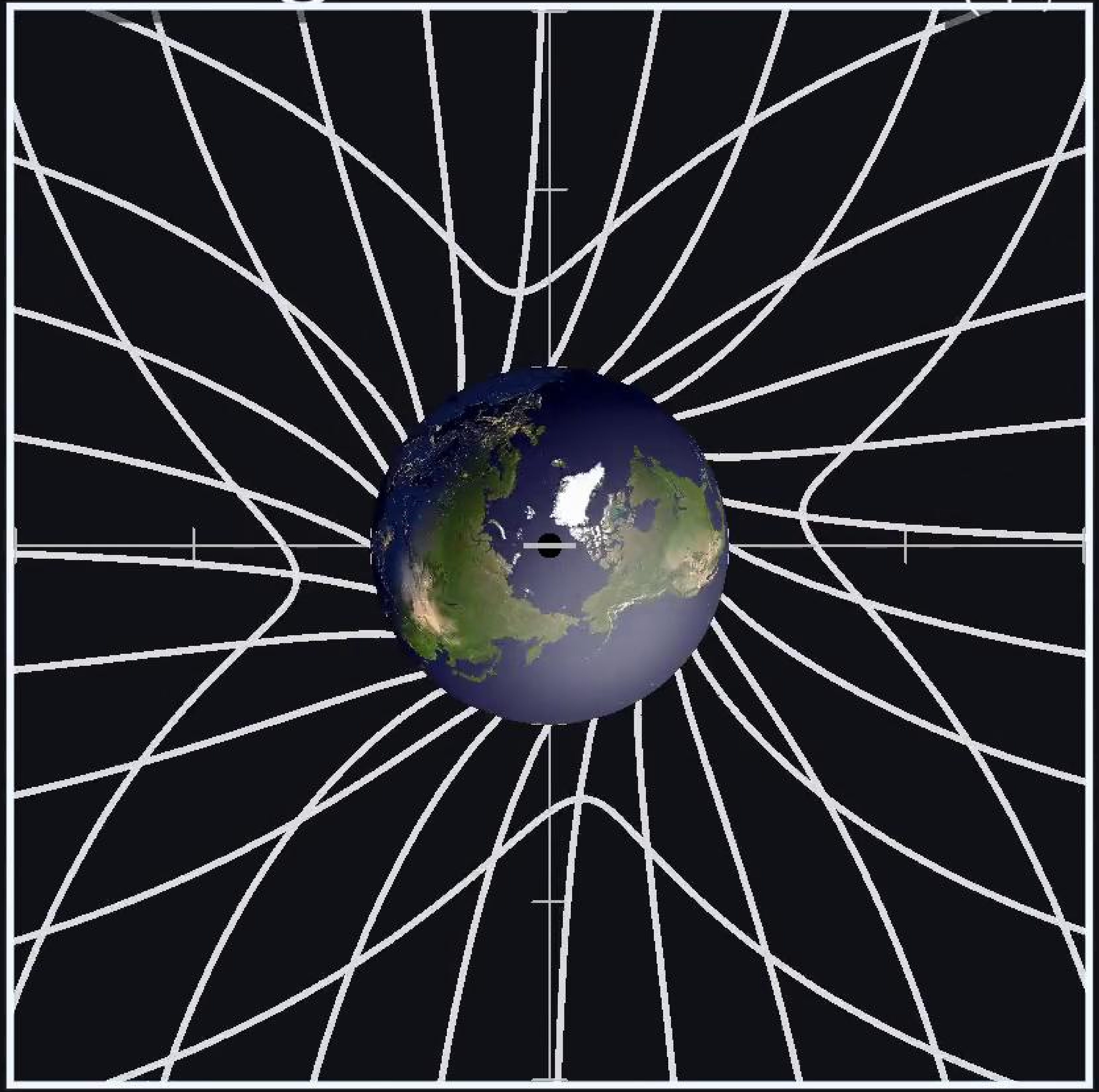
Raumzeitdarstellung

Zeitentwicklung

für jeden

Gitterpunkt

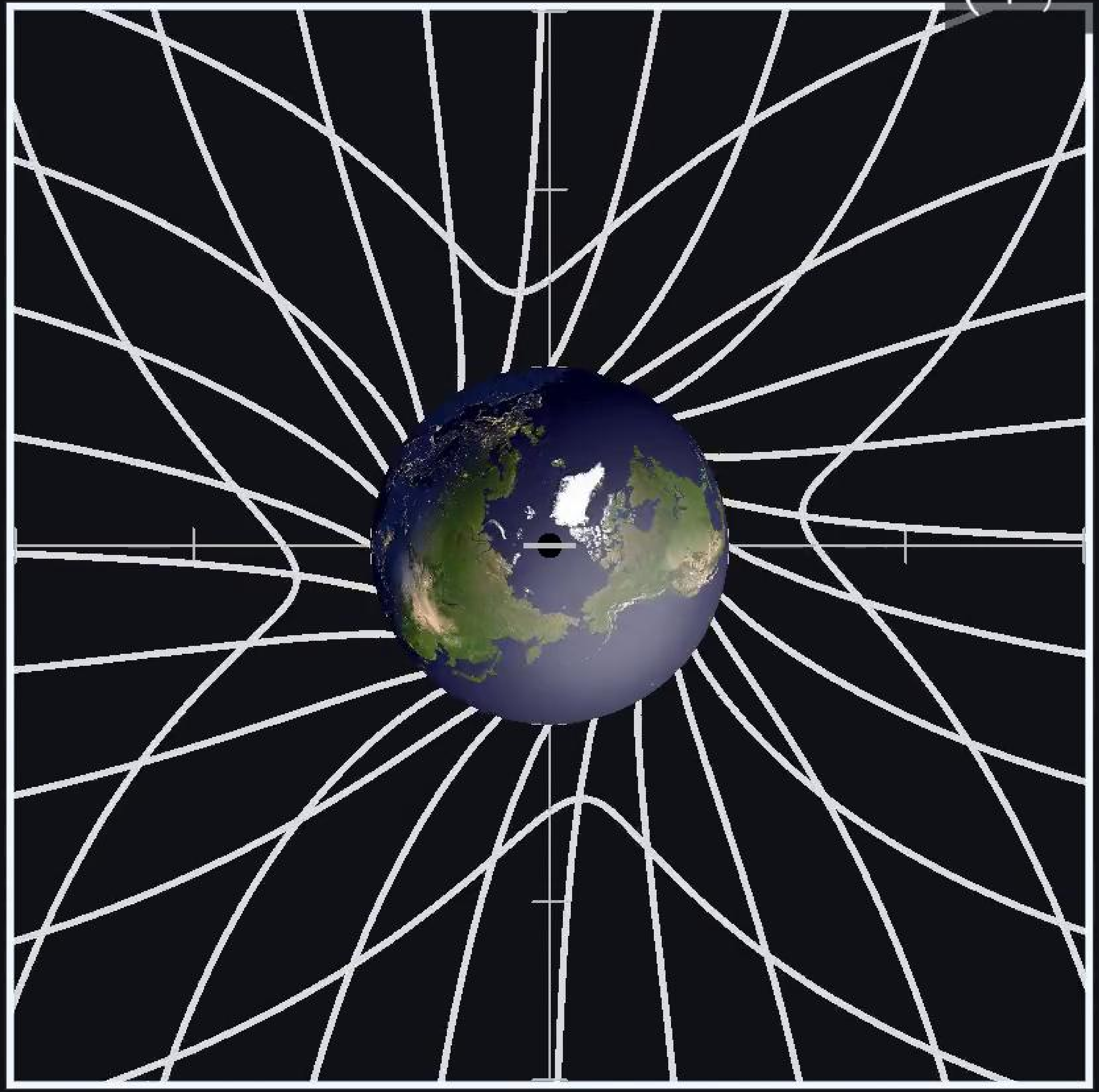
bei $\omega = 1$



Präzession

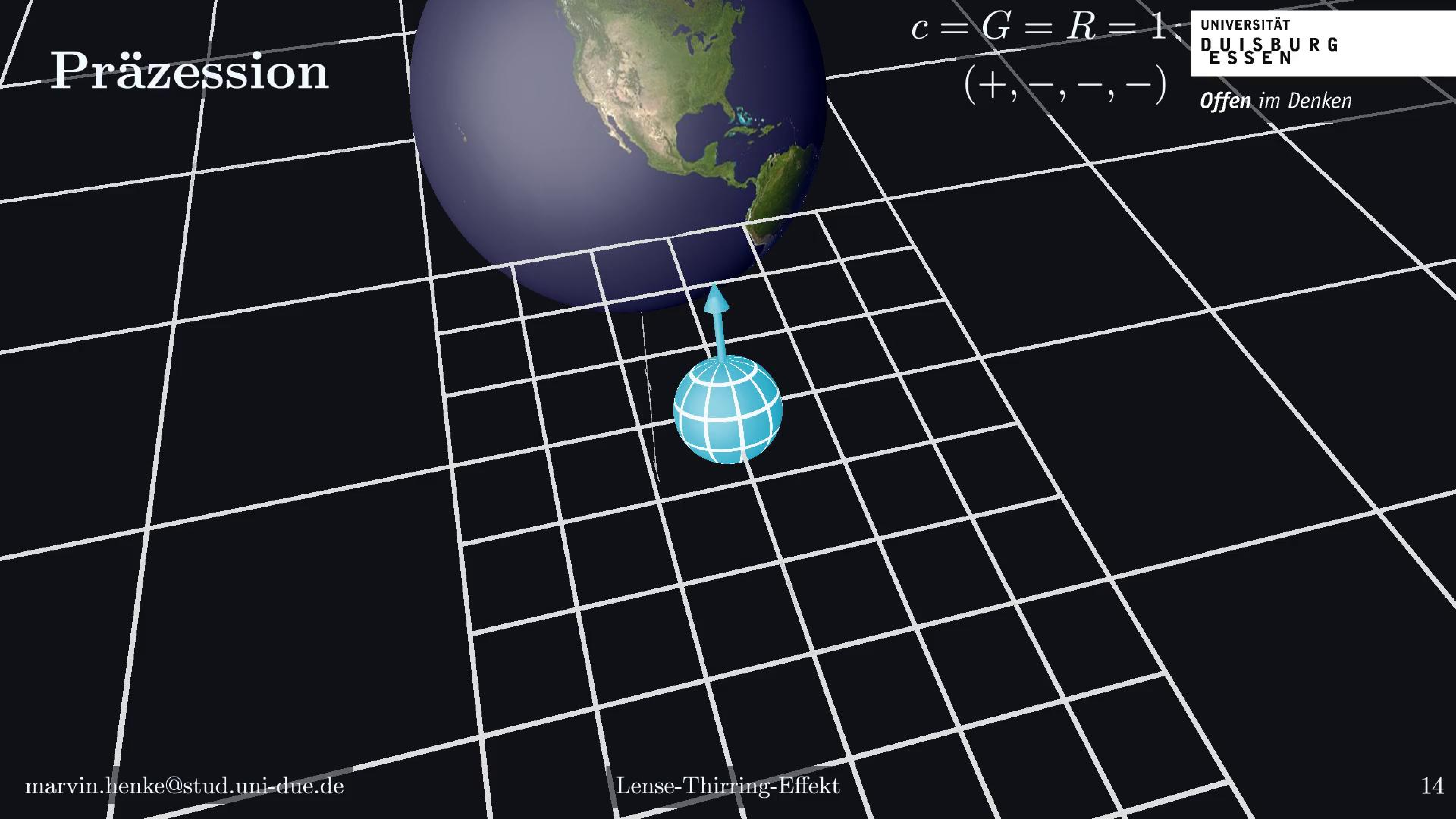
$c = G = R = 1$

$(+,-,-,-)$



Präzession

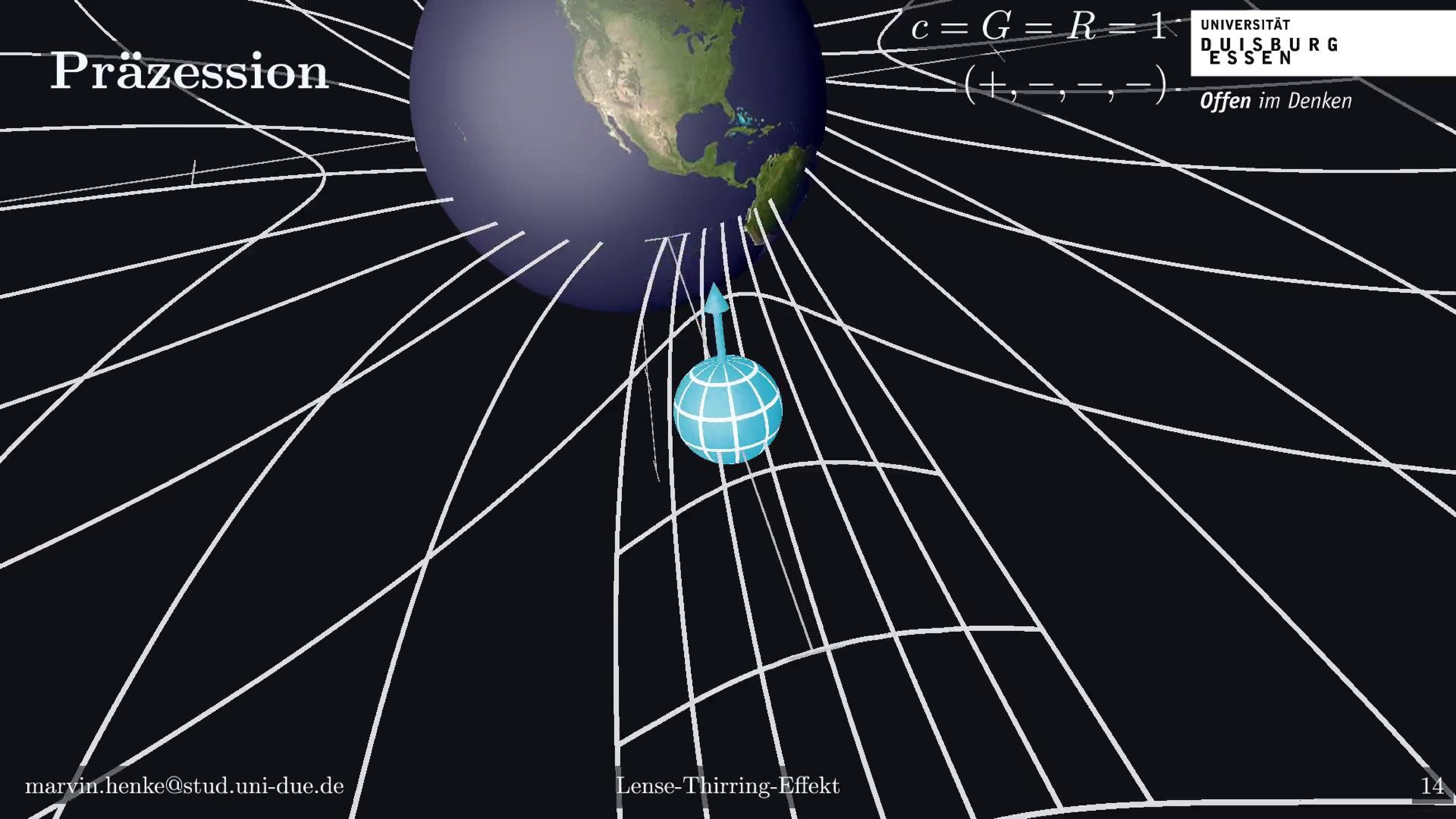
$$c = G = R = 1,$$
$$(+,-,-,-)$$



Präzession

$c = G = R = 1$

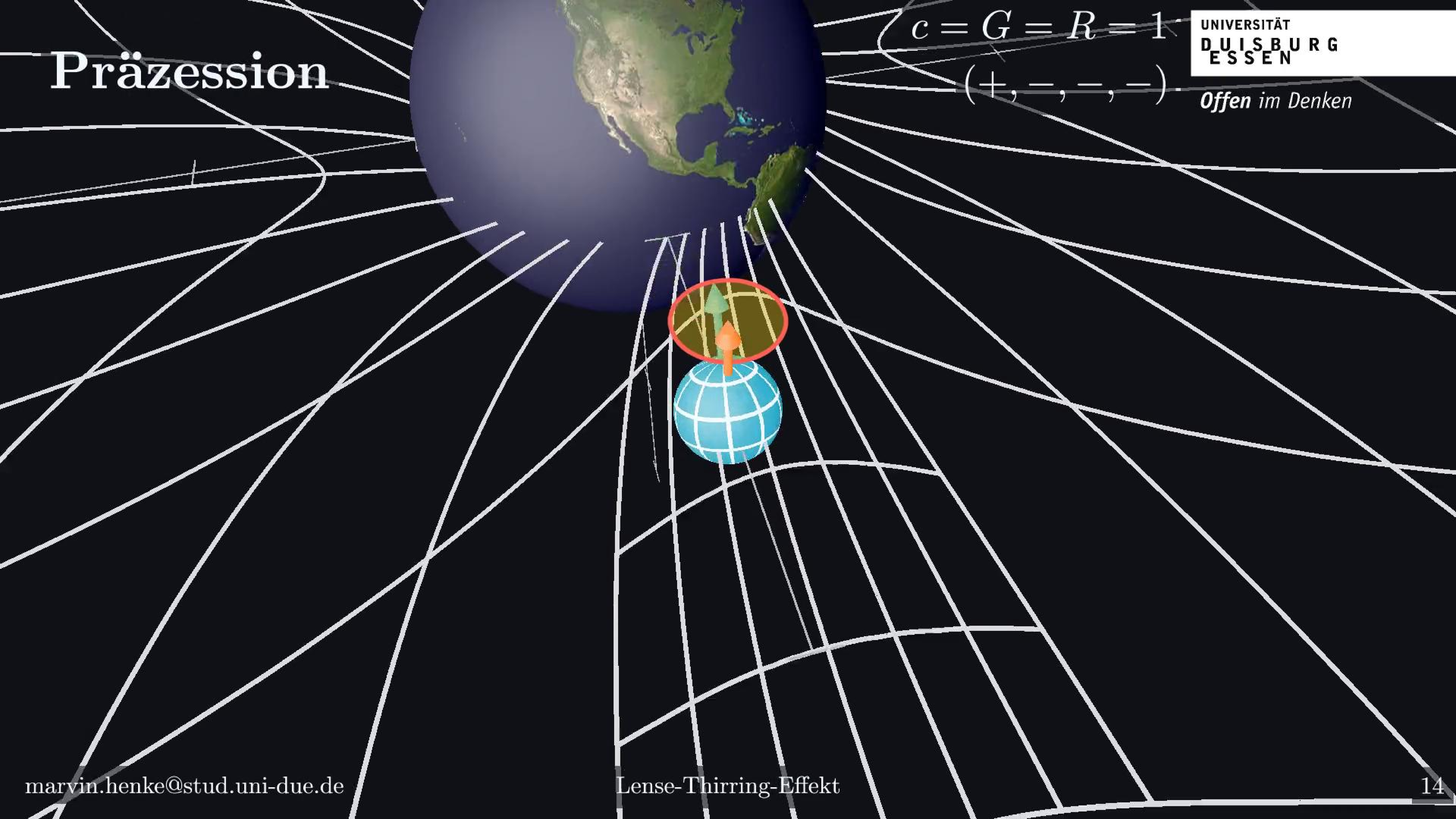
$(+, -, -, -)$



Präzession

$c = G = R = 1$

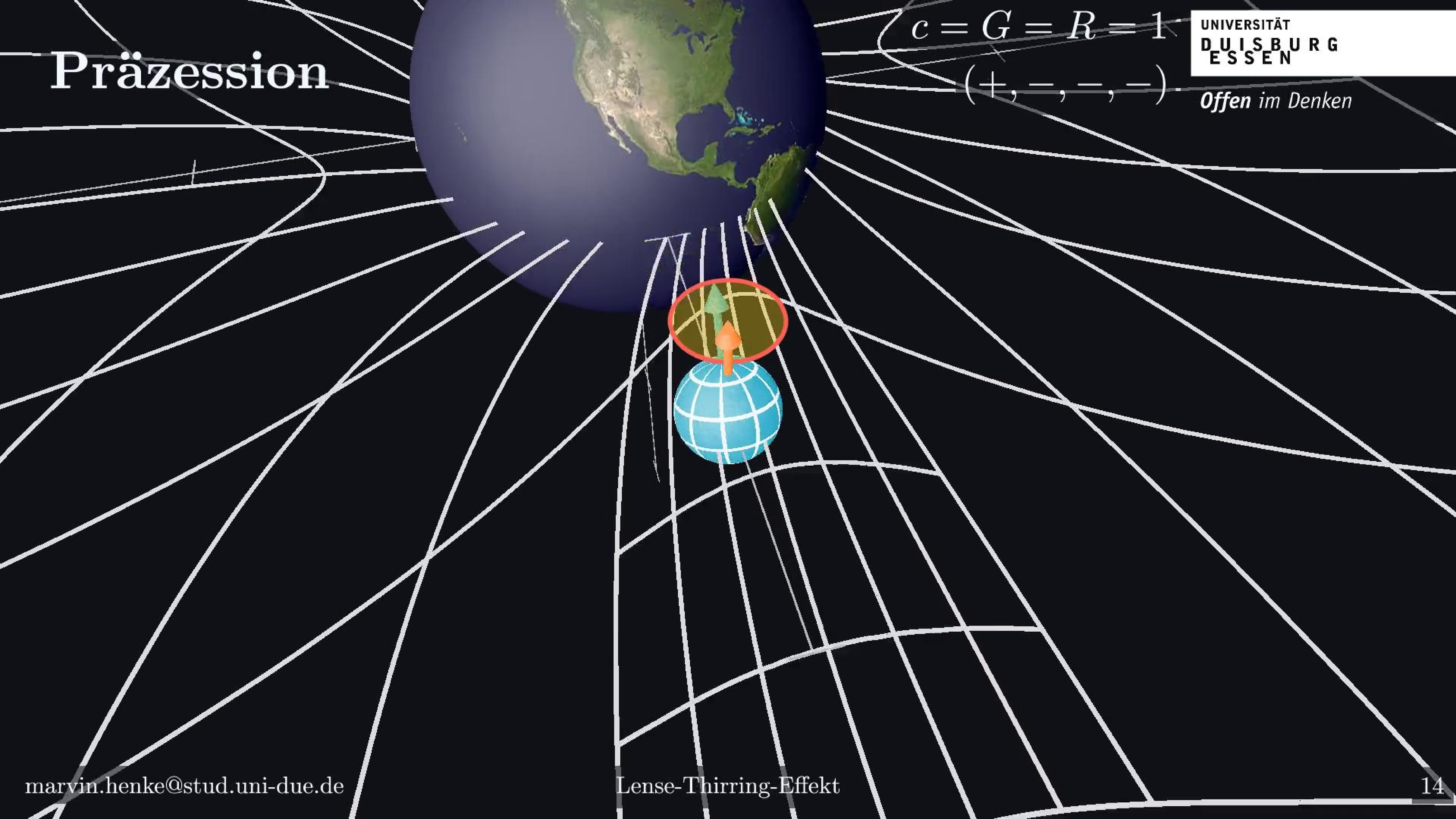
$(+,-,-,-)$



Präzession

$c = G = R = 1$

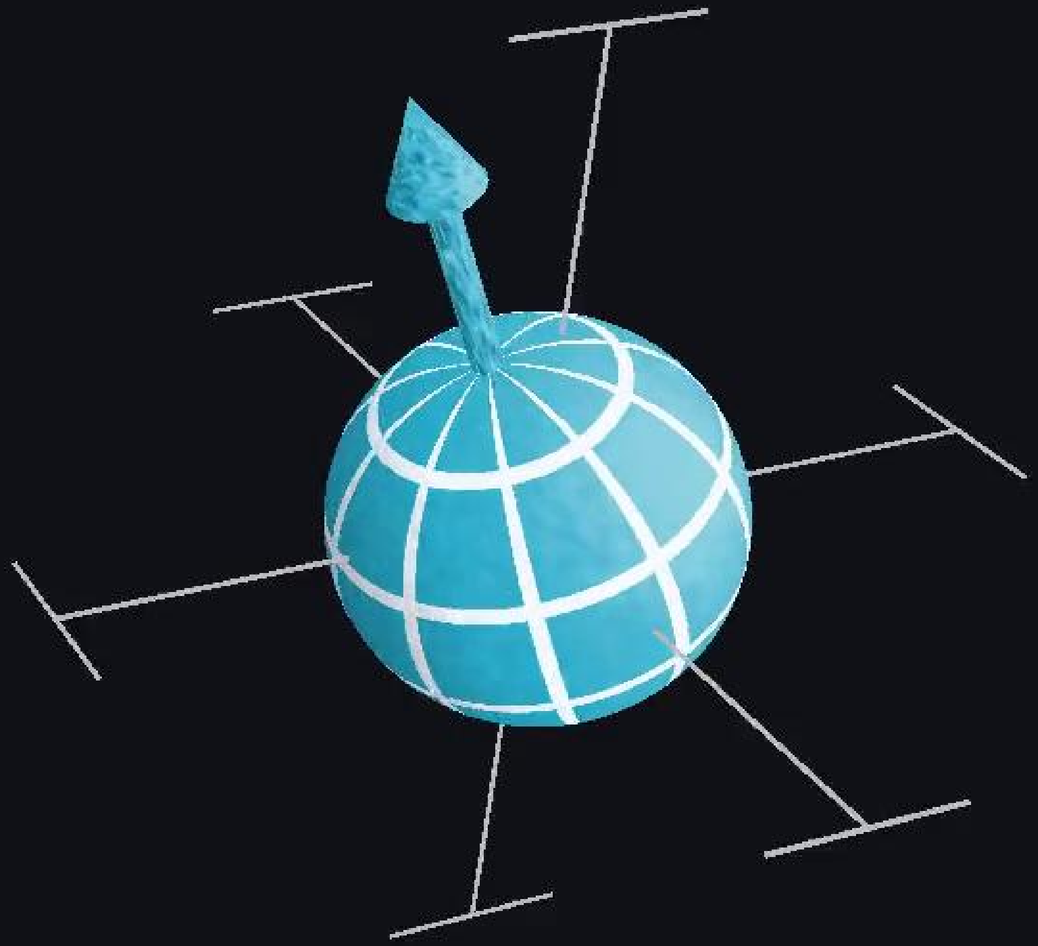
$(+,-,-,-)$



Präzession

Drehimpuls:

$\vec{L}$



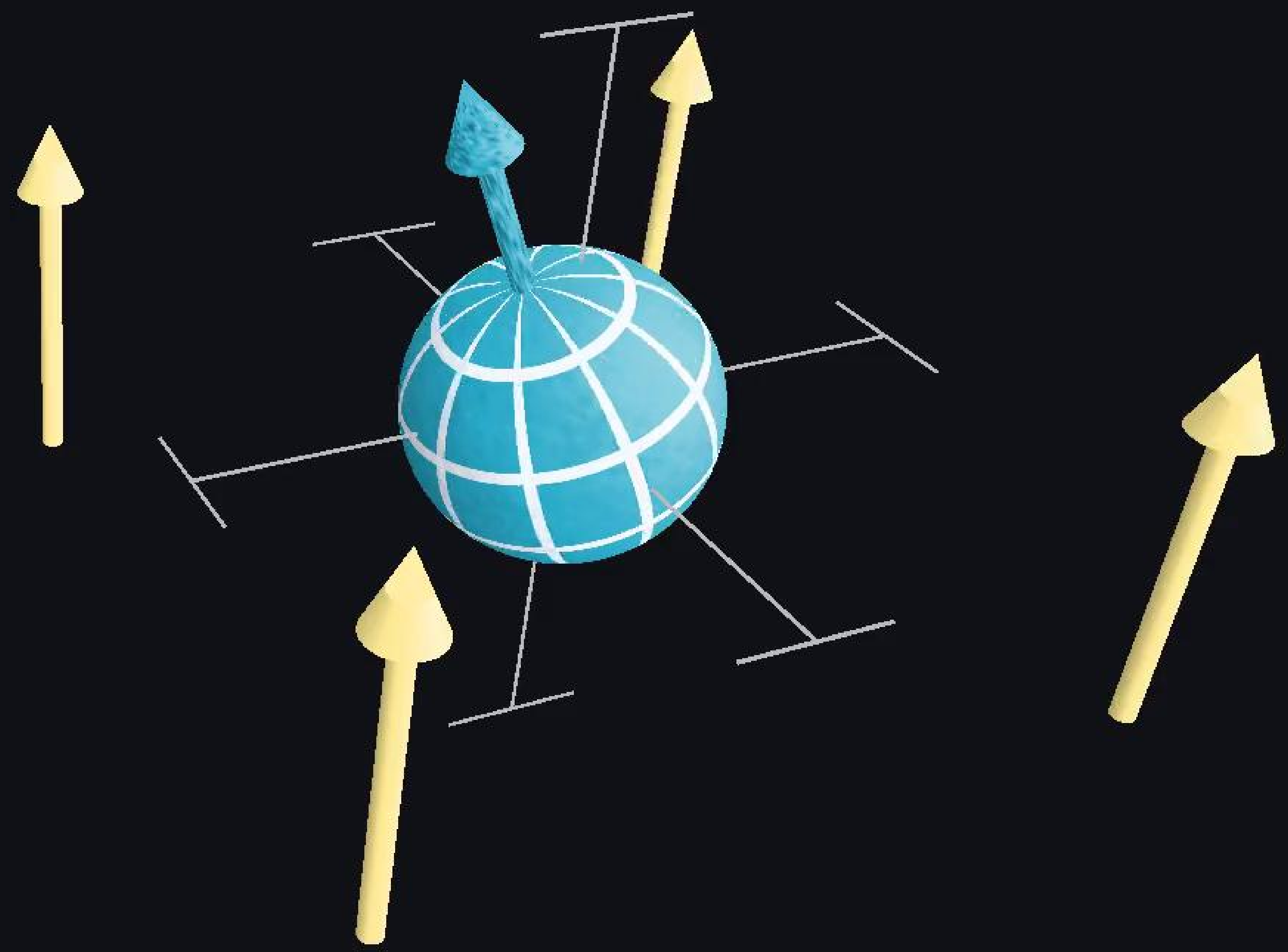
Präzession

Drehimpuls:

$\vec{L}$

Gravitomagnetisches Feld:

$\vec{B} = \frac{2\vec{S}}{r^3}$



Präzession

$c = G = R = 1$

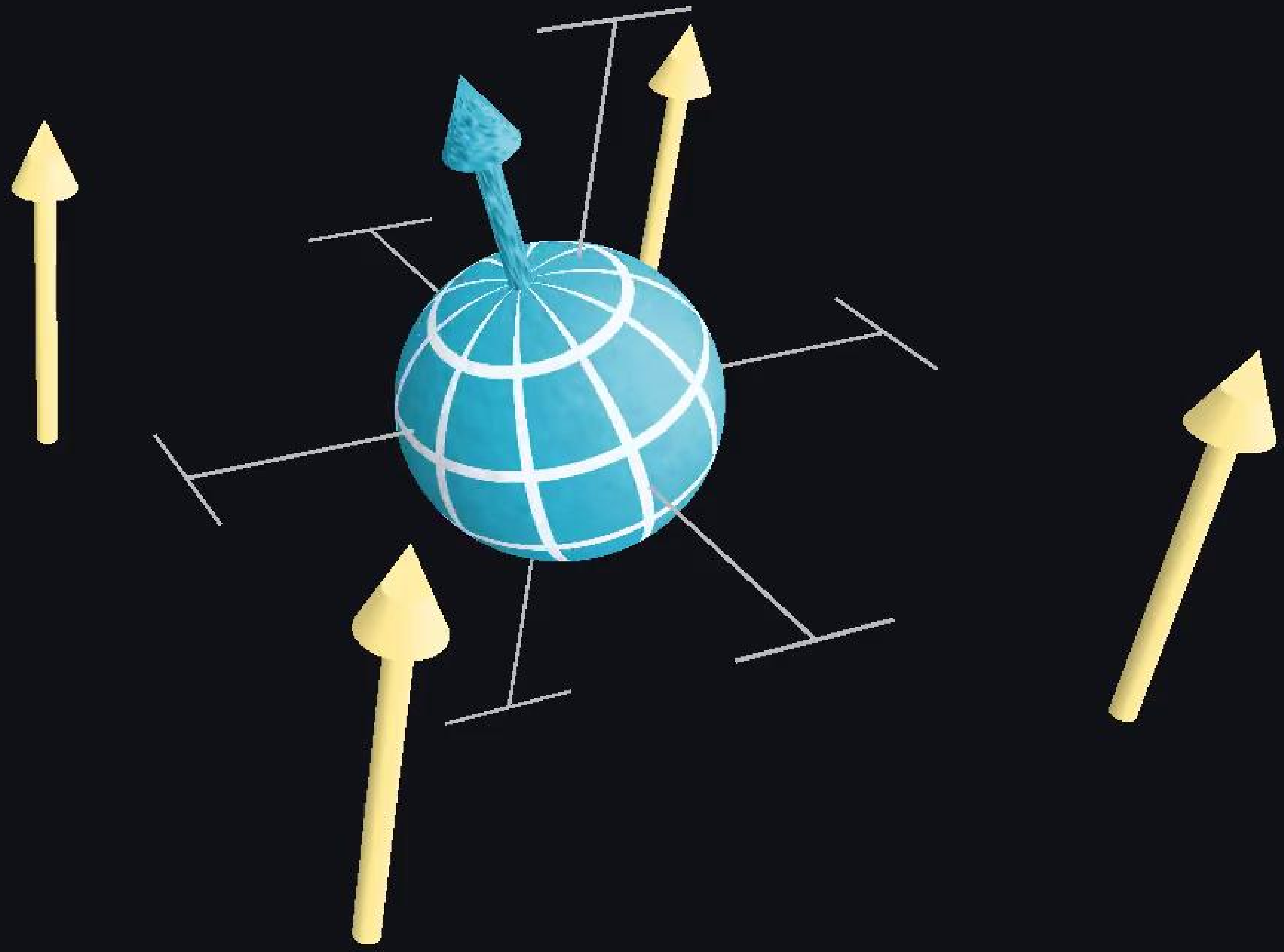
$(+, -, -, -)$

Drehimpuls:

$\vec{L}$

Gravitomagnetisches Feld:

$\vec{B} = \frac{2\vec{S}}{r^3}$



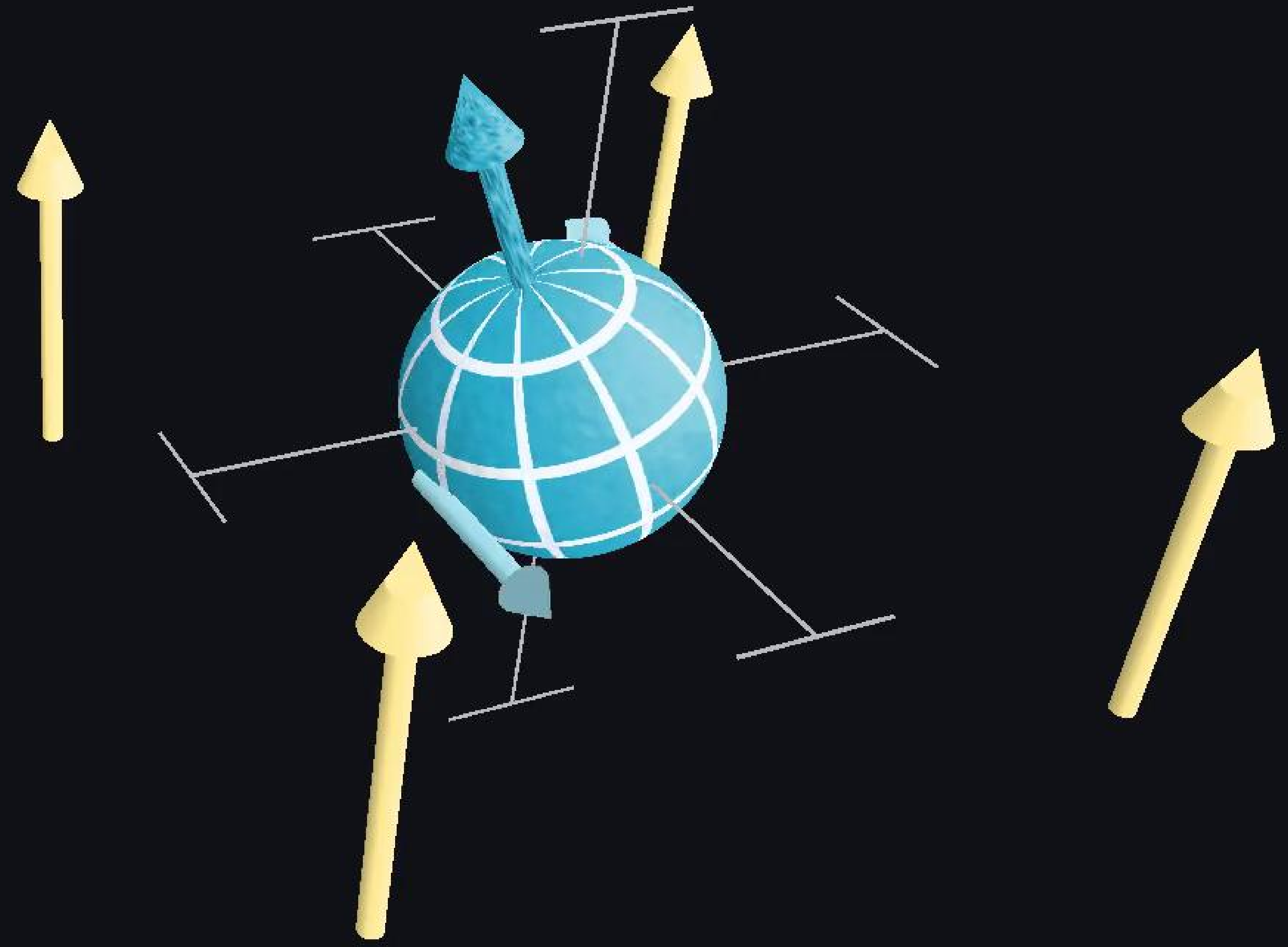
Präzession

Drehimpuls:

$\vec{L}$

Gravitomagnetisches Feld:

$\vec{B} = \frac{2\vec{S}}{r^3}$



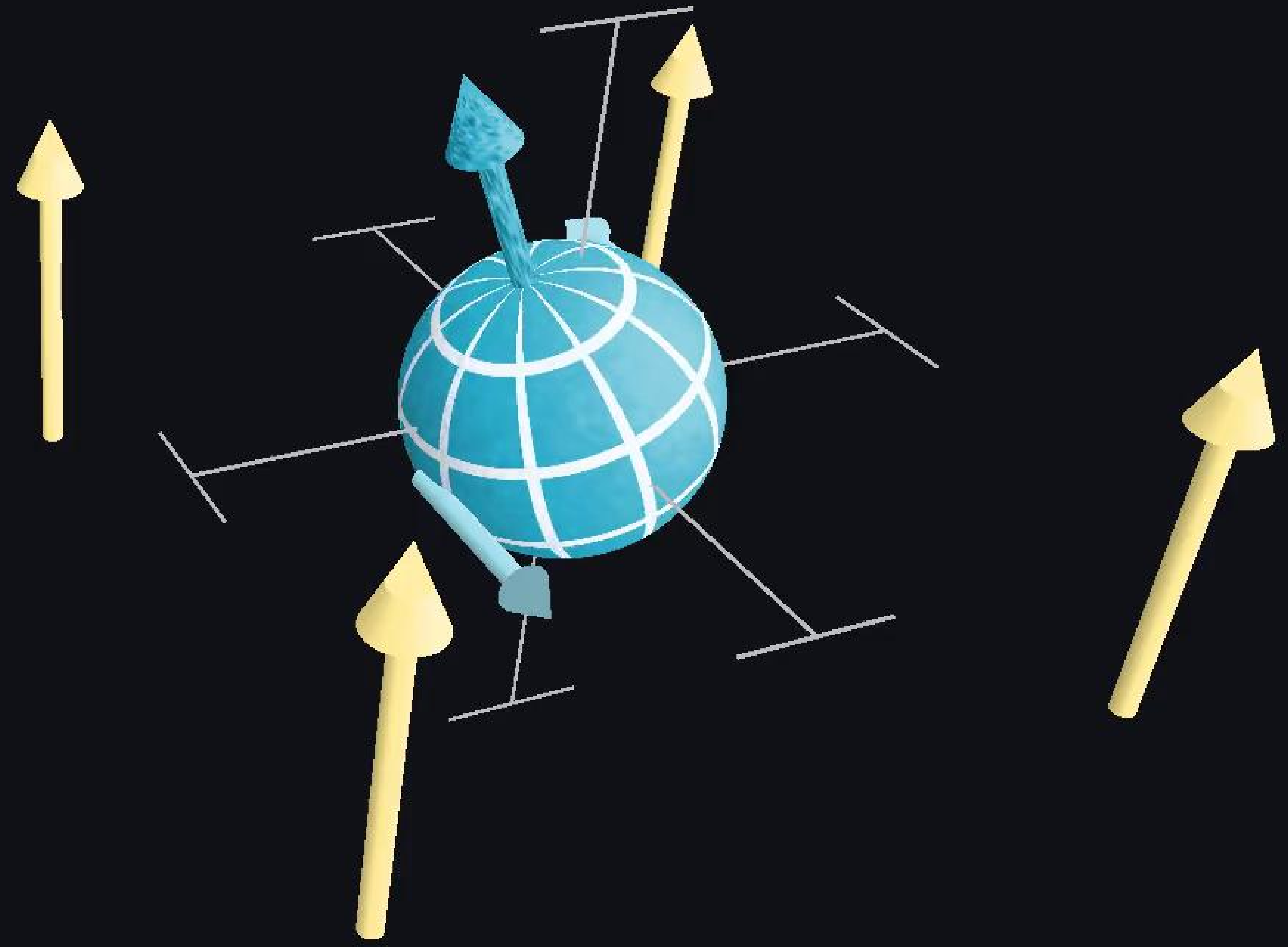
Präzession

Drehimpuls:

$\vec{L}$

Gravitomagnetisches Feld:

$\vec{B} = \frac{2\vec{S}}{r^3}$



Präzession

Drehimpuls:

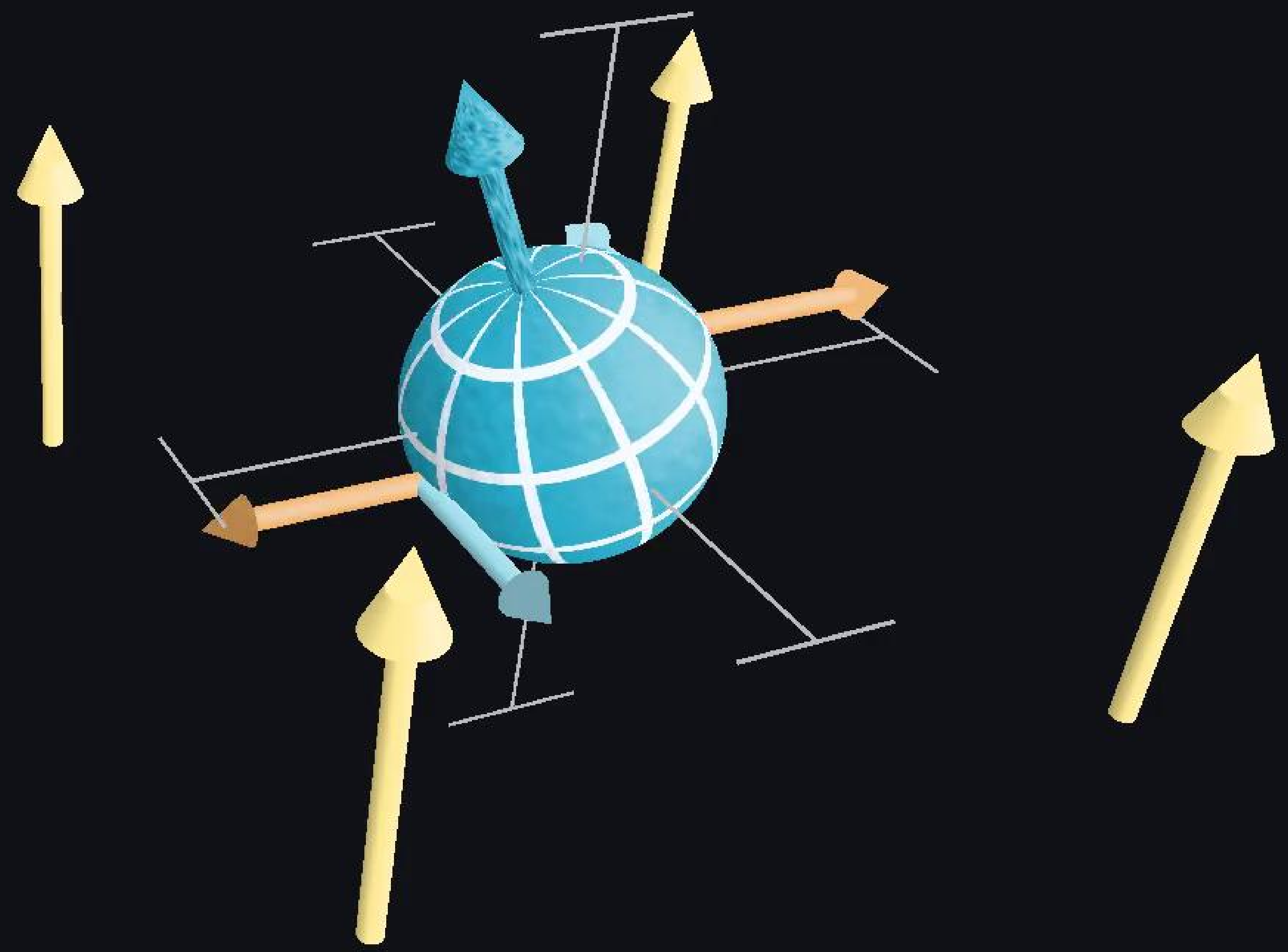
$\vec{L}$

Gravitomagnetisches Feld:

$\vec{B} = \frac{2\vec{S}}{r^3}$

Lorentz-Kraft:

$\vec{F} = m\vec{v} \times \vec{B}$



Präzession

Drehimpuls:

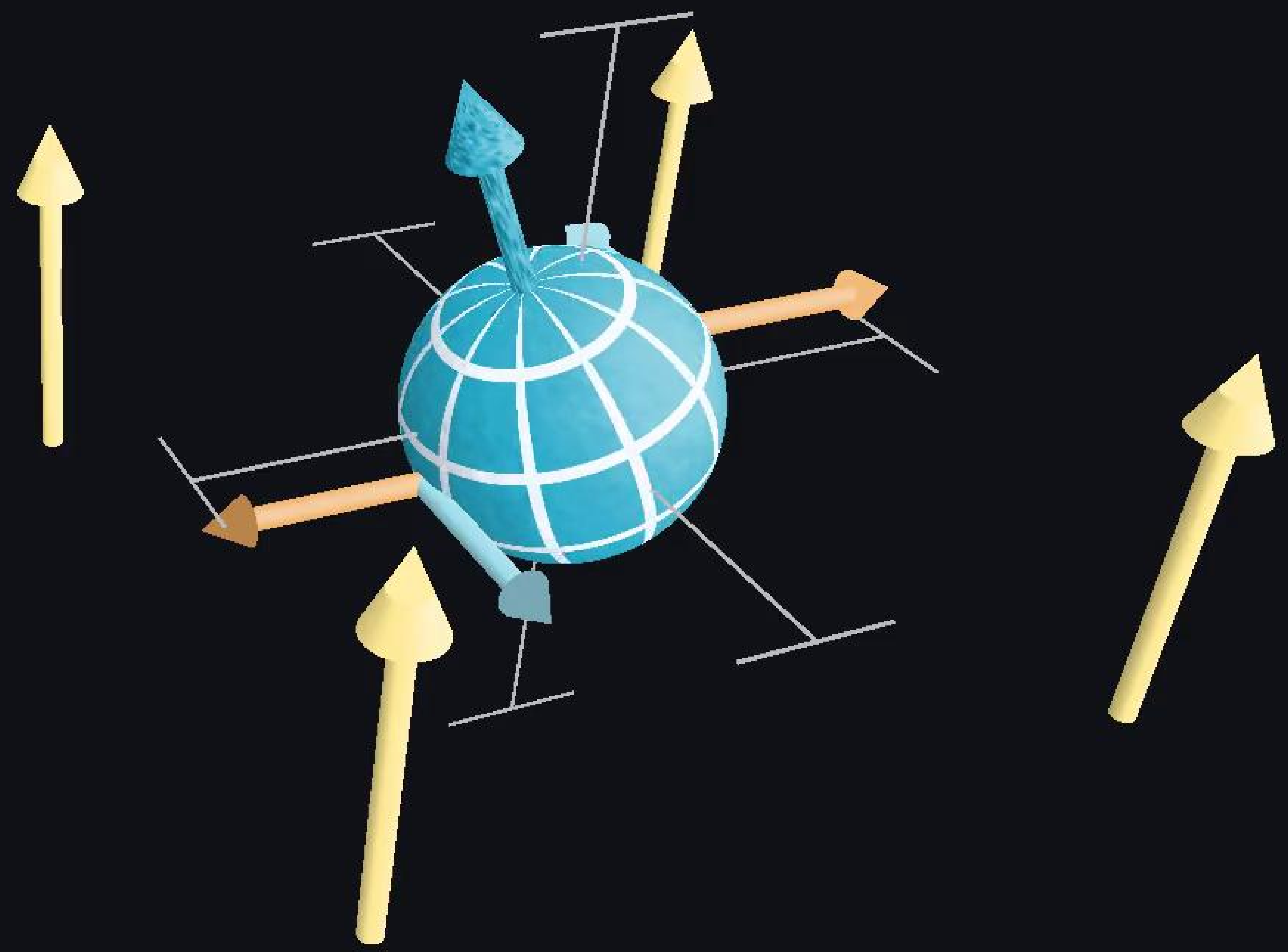
$\vec{L}$

Gravitomagnetisches Feld:

$\vec{B} = \frac{2\vec{S}}{r^3}$

Lorentz-Kraft:

$\vec{F} = m\vec{v} \times \vec{B}$



Präzession

$c = G = R = 1$

$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Drehimpuls:

$\vec{L}$

Gravitomagnetisches Feld:

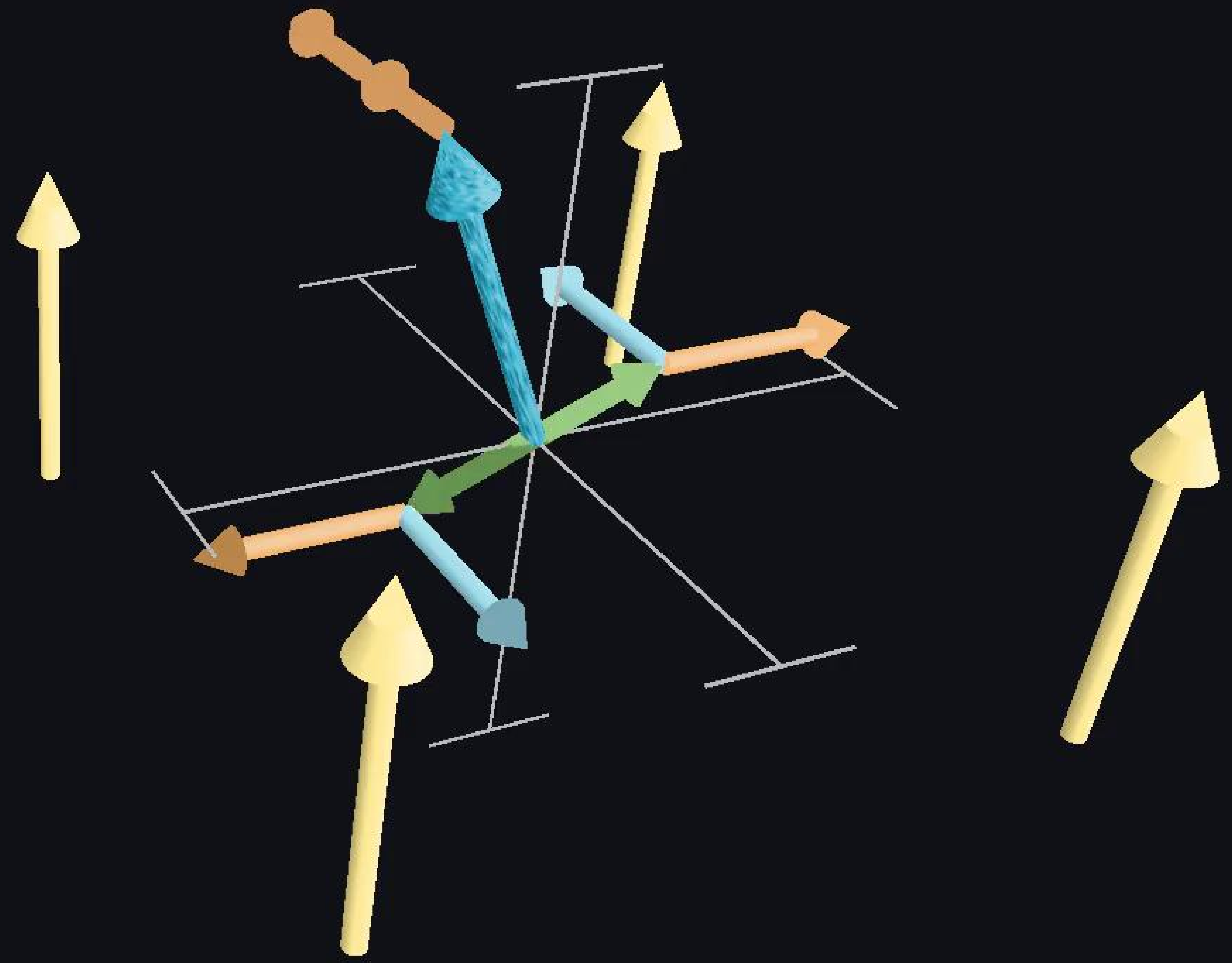
$\vec{B} = \frac{2\vec{S}}{r^3}$

Lorentz-Kraft:

$\vec{F} = m\vec{v} \times \vec{B}$

Drehmoment:

$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$



Präzession

Drehimpuls:

$\vec{L}$

Gravitomagnetisches Feld:

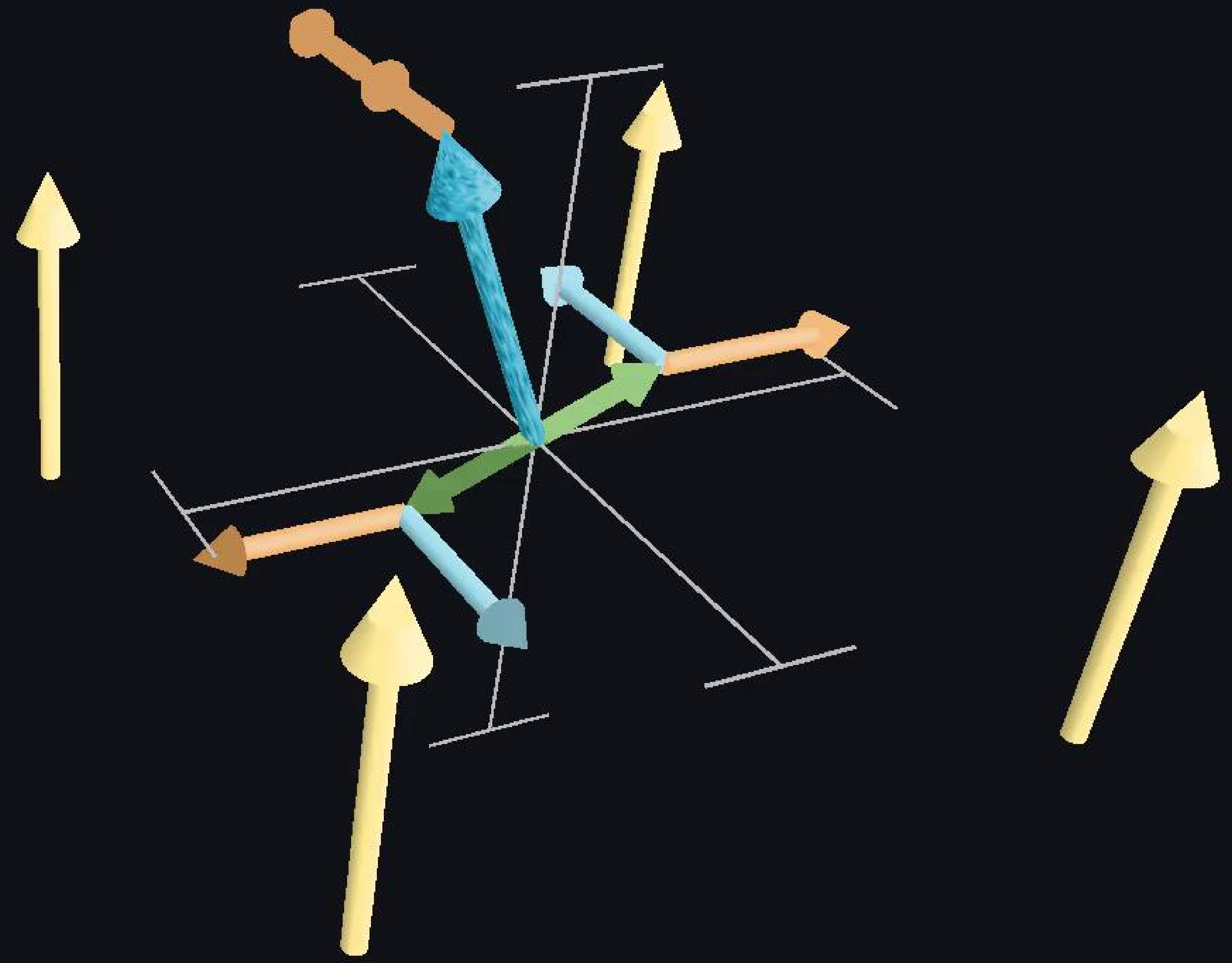
$\vec{B} = \frac{2\vec{S}}{r^3}$

Lorentz-Kraft:

$\vec{F} = m\vec{v} \times \vec{B}$

Drehmoment:

$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$



Präzession

Drehimpuls:

$\vec{L}$

Gravitomagnetisches Feld:

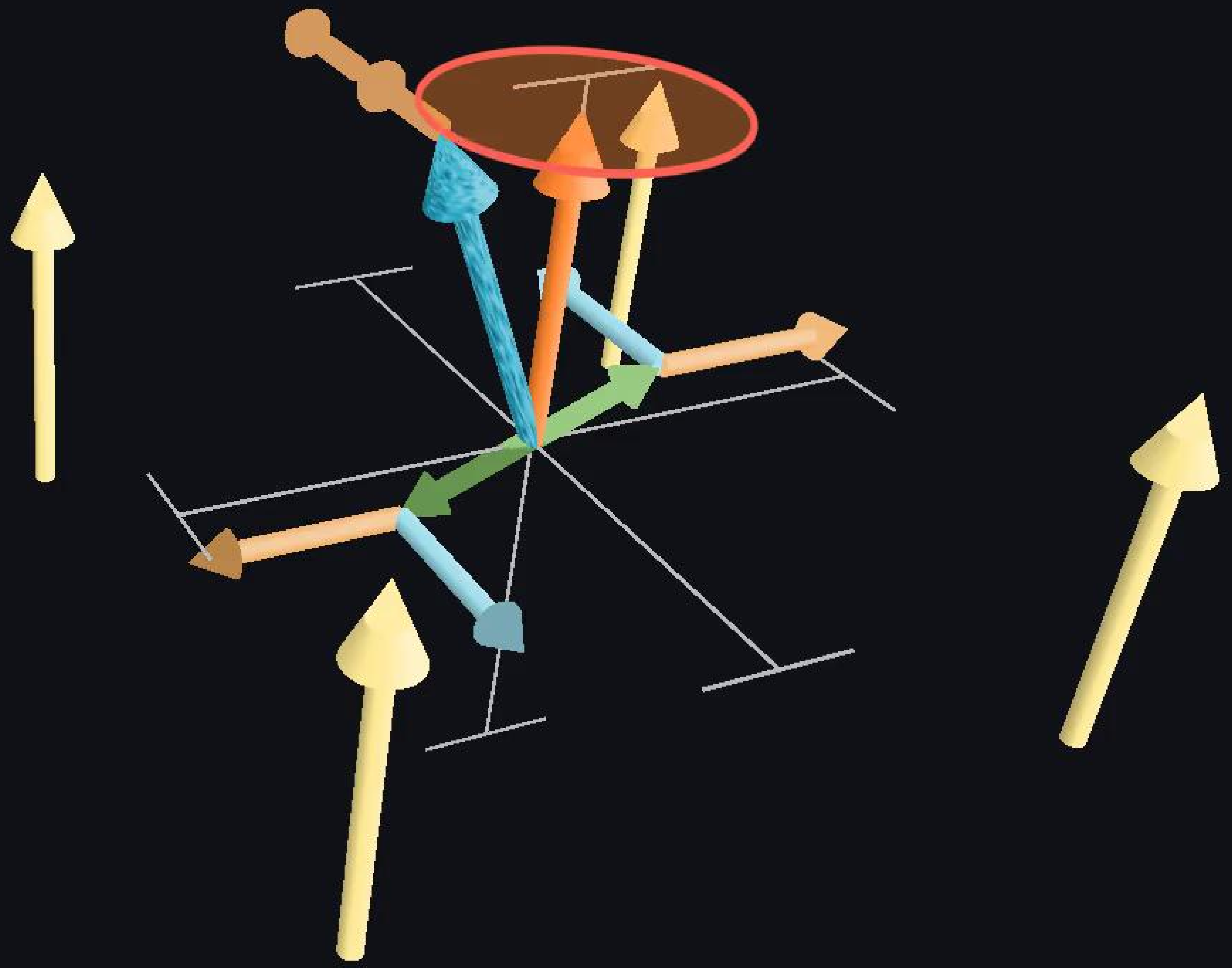
$\vec{B} = \frac{2\vec{S}}{r^3}$

Lorentz-Kraft:

$\vec{F} = m\vec{v} \times \vec{B}$

Drehmoment:

$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$



Präzession

Drehimpuls:

$\vec{L}$

Gravitomagnetisches Feld:

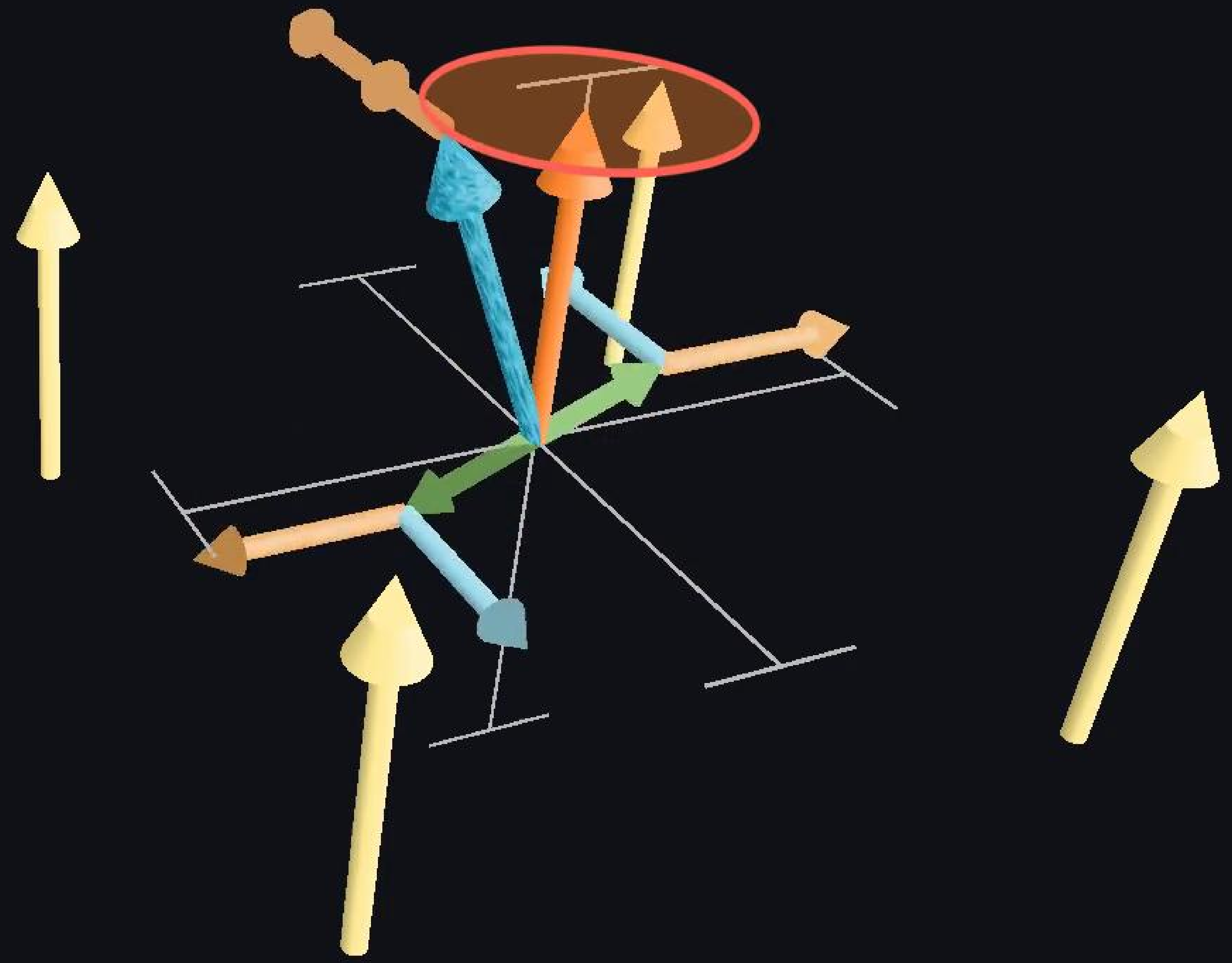
$\vec{B} = \frac{2\vec{S}}{r^3}$

Lorentz-Kraft:

$\vec{F} = m\vec{v} \times \vec{B}$

Drehmoment:

$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$



Präzession

Allgemeiner für einen ausgedehnten Körper mit der Massendichte ρ:

Präzession

$$c = G = R = 1$$

$$(+,-,-,-)$$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Allgemeiner für einen ausgedehnten Körper mit der Massendichte ρ:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \int \mathrm{d}^3 r \; \vec{r} \times \vec{f}_{LT}$$

Präzession

$c = G = R = 1$

$(+, -, -, -)$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Allgemeiner für einen ausgedehnten Körper mit der Massendichte ρ:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \int \mathrm{d}^3 r\ \vec{r} \times \vec{f}_{LT}$$

$$\vec{f}_{LT} = \rho \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r} + \vec{r}_S)$$

Präzession

Allgemeiner für einen ausgedehnten Körper mit der Massendichte ρ:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \int \mathrm{d}^3 r \; \vec{r} \times \vec{f}_{LT}$$

$$\vec{f}_{LT} = \rho \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r} + \vec{r}_S) = \frac{\rho}{r_S^3}\left[2\vec{v} \times \vec{S} - \frac{6(\vec{S}\cdot\vec{r}_S)}{r_S^2}\vec{v} \times (\vec{r} + \vec{r}_S)\right]$$

Präzession

$$c = G = R = 1$$

$$(+,-,-,-)$$

Allgemeiner für einen ausgedehnten Körper mit der Massendichte ρ:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \int \mathrm{d}^3 r \; \vec{r} \times \vec{f}_{LT}$$

$$\vec{f}_{LT} = \rho \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r} + \vec{r}_S) = \frac{\rho}{r_S^3} \left[2\vec{v} \times \vec{S} - \frac{6(\vec{S} \cdot \vec{r}_S)}{r_S^2} \vec{v} \times (\vec{r} + \vec{r}_S) \right]$$

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{L} \times \vec{\Omega}$$

$c = G = R = 1$

$(+,-,-,-)$

Präzession

Allgemeiner für einen ausgedehnten Körper mit der Massendichte ρ:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \int \mathrm{d}^3r \; \vec{r} \times \vec{f}_{LT}$$

$$\vec{f}_{LT} = \rho \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r} + \vec{r}_S) = \frac{\rho}{r_S^3} \left[2\vec{v} \times \vec{S} - \frac{6(\vec{S} \cdot \vec{r}_S)}{r_S^2} \vec{v} \times (\vec{r} + \vec{r}_S) \right]$$

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{L} \times \vec{\Omega}$$

$$\vec{\Omega} = \frac{\vec{B}(\vec{r}_S)}{2}$$