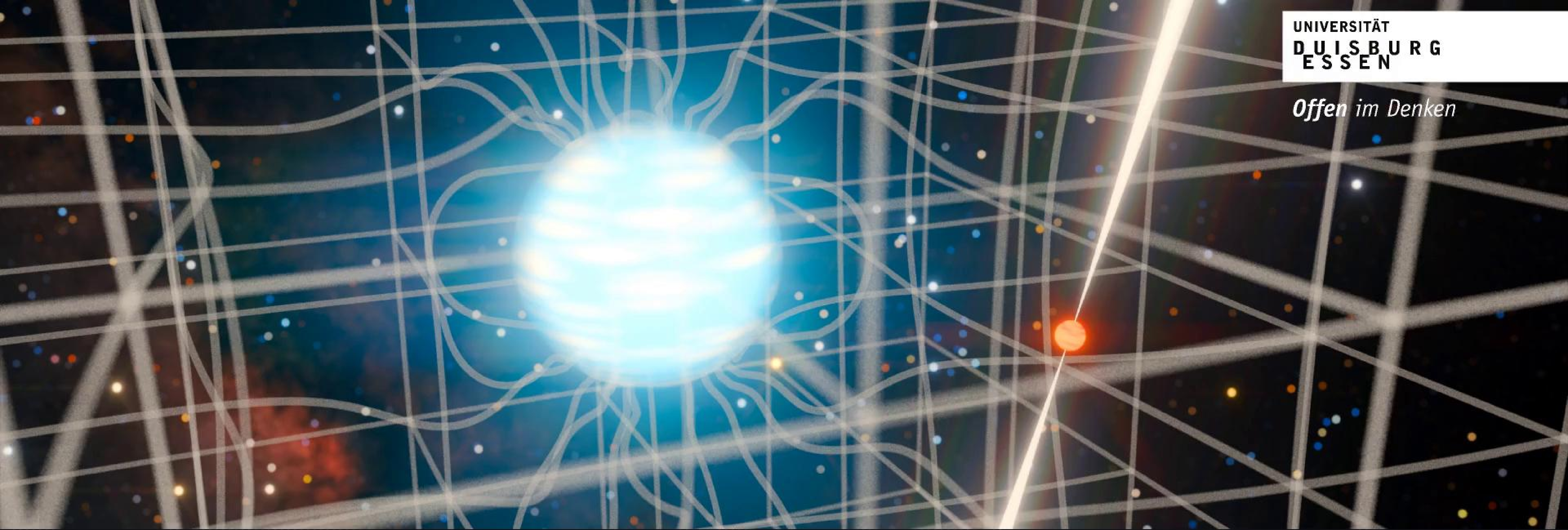


UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN
Offen im Denken

Lense-Thirring-Effekt

Vortrag im Hauptseminar SoSe 2025

Marvin Henke - 10. Mai 2025
Betreuer: Dr. Nikodem Szpak

Lense-Thirring-Effekt

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Lense-Thirring-Effekt

- Metrik und Geodäten

Lense-Thirring-Effekt

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- Metrik und Geodäten
- Einsteinsche Feldgleichungen

Lense-Thirring-Effekt

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- Metrik und Geodäten
- Einsteinsche Feldgleichungen
- Gravitoelektromagnetismus

Lense-Thirring-Effekt

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- Metrik und Geodäten
- Einsteinsche Feldgleichungen
- Gravitoelektromagnetismus
- Rotierende Kugelmasse

Lense-Thirring-Effekt

- Metrik und Geodäten
- Einsteinsche Feldgleichungen
- Gravitoelektromagnetismus
- Rotierende Kugelmasse
- EM-Felder

Lense-Thirring-Effekt

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- Metrik und Geodäten
- Einsteinsche Feldgleichungen
- Gravitoelektromagnetismus
- Rotierende Kugelmasse
- EM-Felder
- Gravity Probe B

Lense-Thirring-Effekt

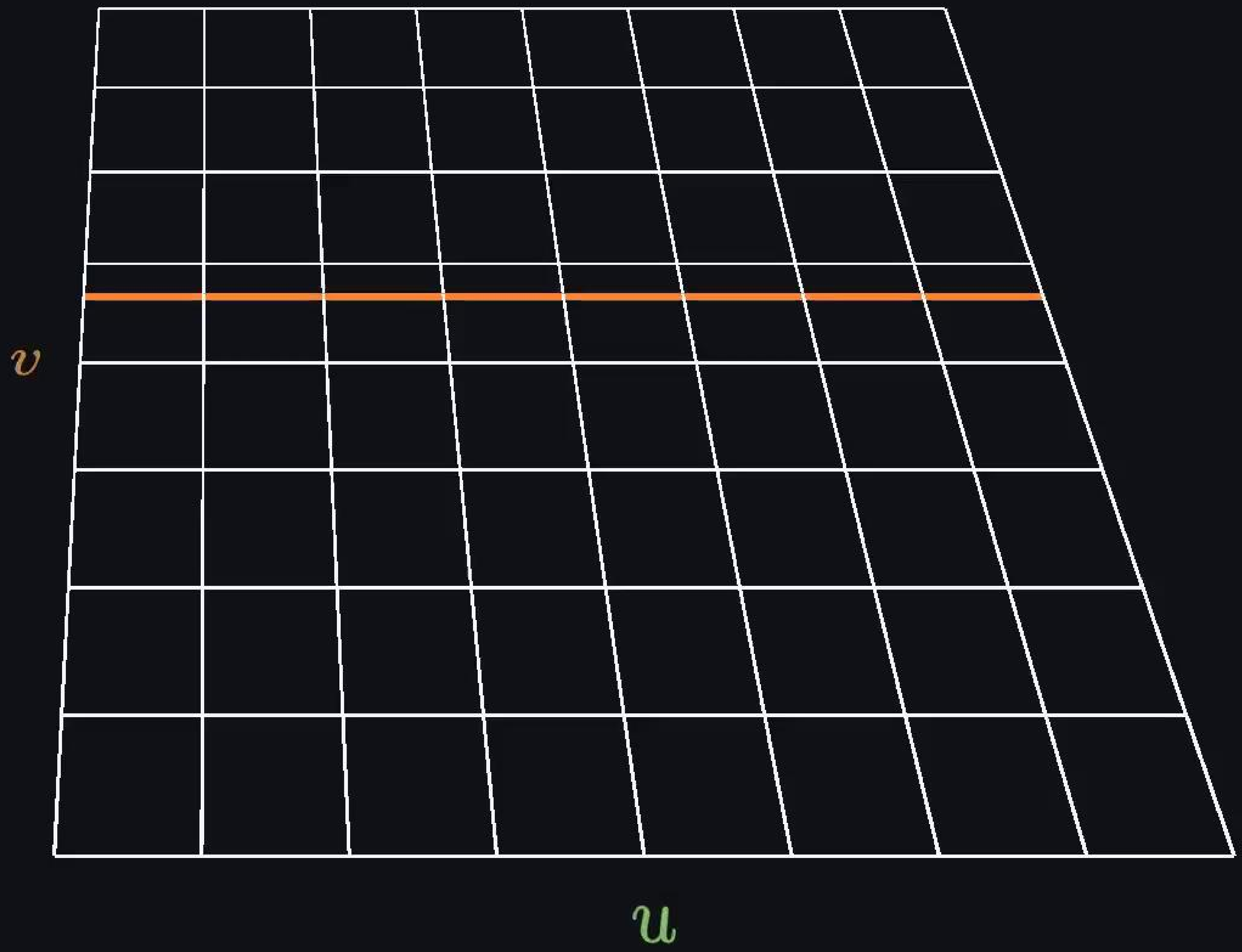
UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

- Metrik und Geodäten
- Einsteinsche Feldgleichungen
- Gravitoelektromagnetismus
- Rotierende Kugelmasse
- EM-Felder
- Gravity Probe B
- Paper

Metrik und Geodäten

Metrik und Geodäten



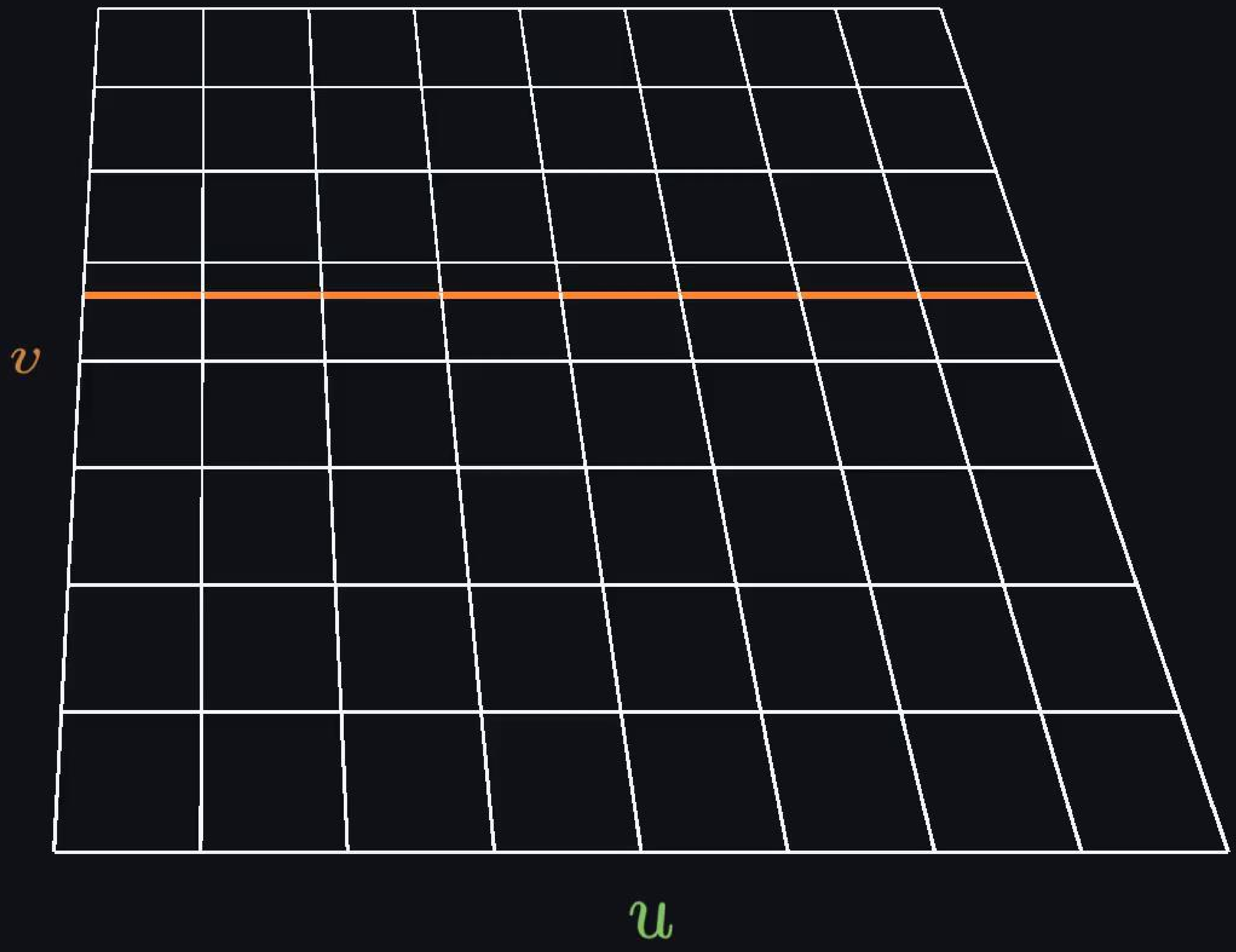
Metrik und Geodäten

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Fläche

$$\vec{x}(u,v) = (u,v,0)$$



Metrik und Geodäten

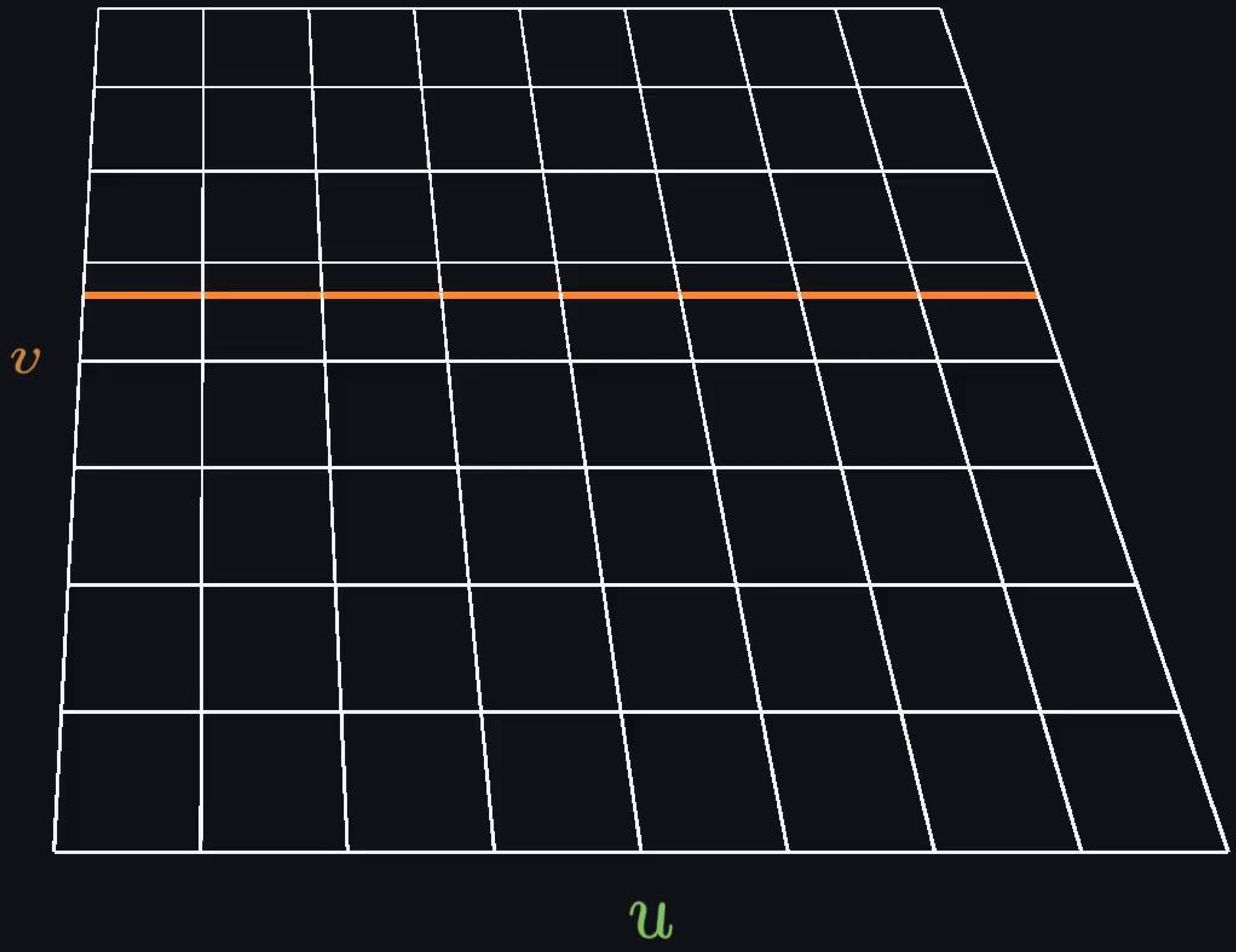
Fläche

$$\vec{x}(u, v) = (u, v, 0)$$

Metrik

$$g_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{x} \cdot \partial_\nu \vec{x}$$

$$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Metrik und Geodäten

Fläche

$$\vec{x}(u, v) = (u, v, 0)$$

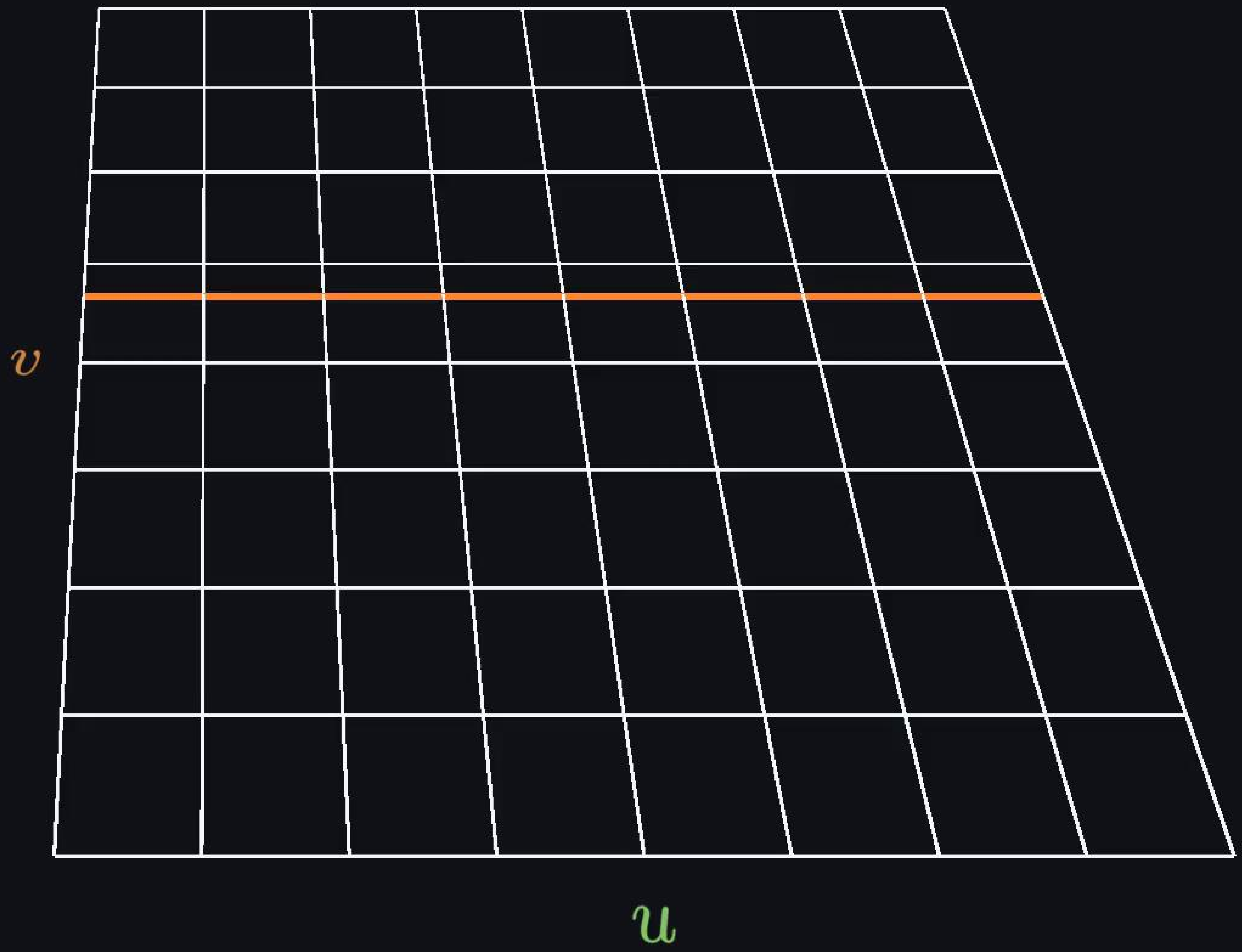
Metrik

$$g_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{x} \cdot \partial_\nu \vec{x}$$

$$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geodätengleichung

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = 0$$



Metrik und Geodäten

Fläche

$$\vec{x}(u, v) = (u, v, 0)$$

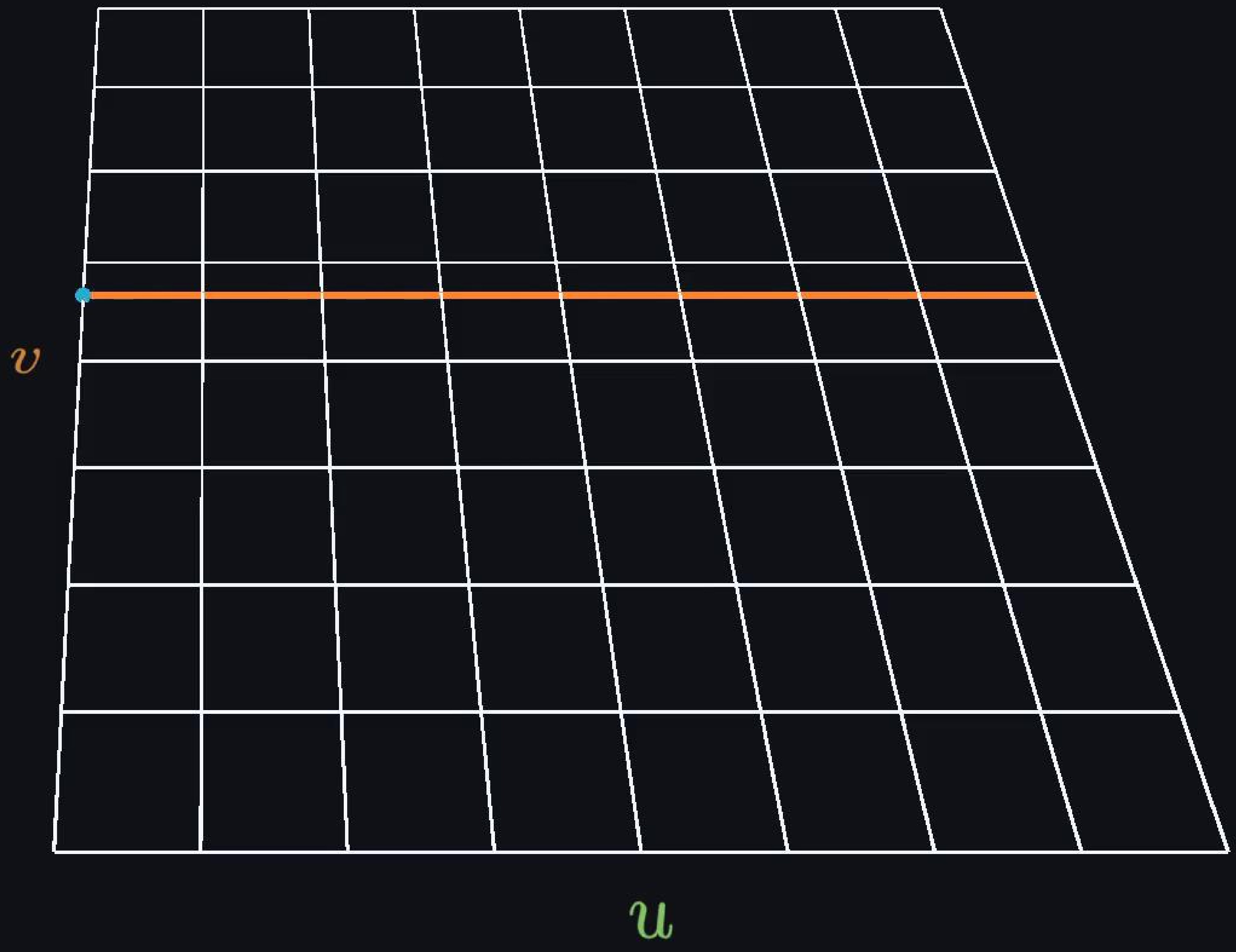
Metrik

$$g_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{x} \cdot \partial_\nu \vec{x}$$

$$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geodätengleichung

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = 0$$



Metrik und Geodäten

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN
Offen im Denken

Fläche

$\vec{x} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$

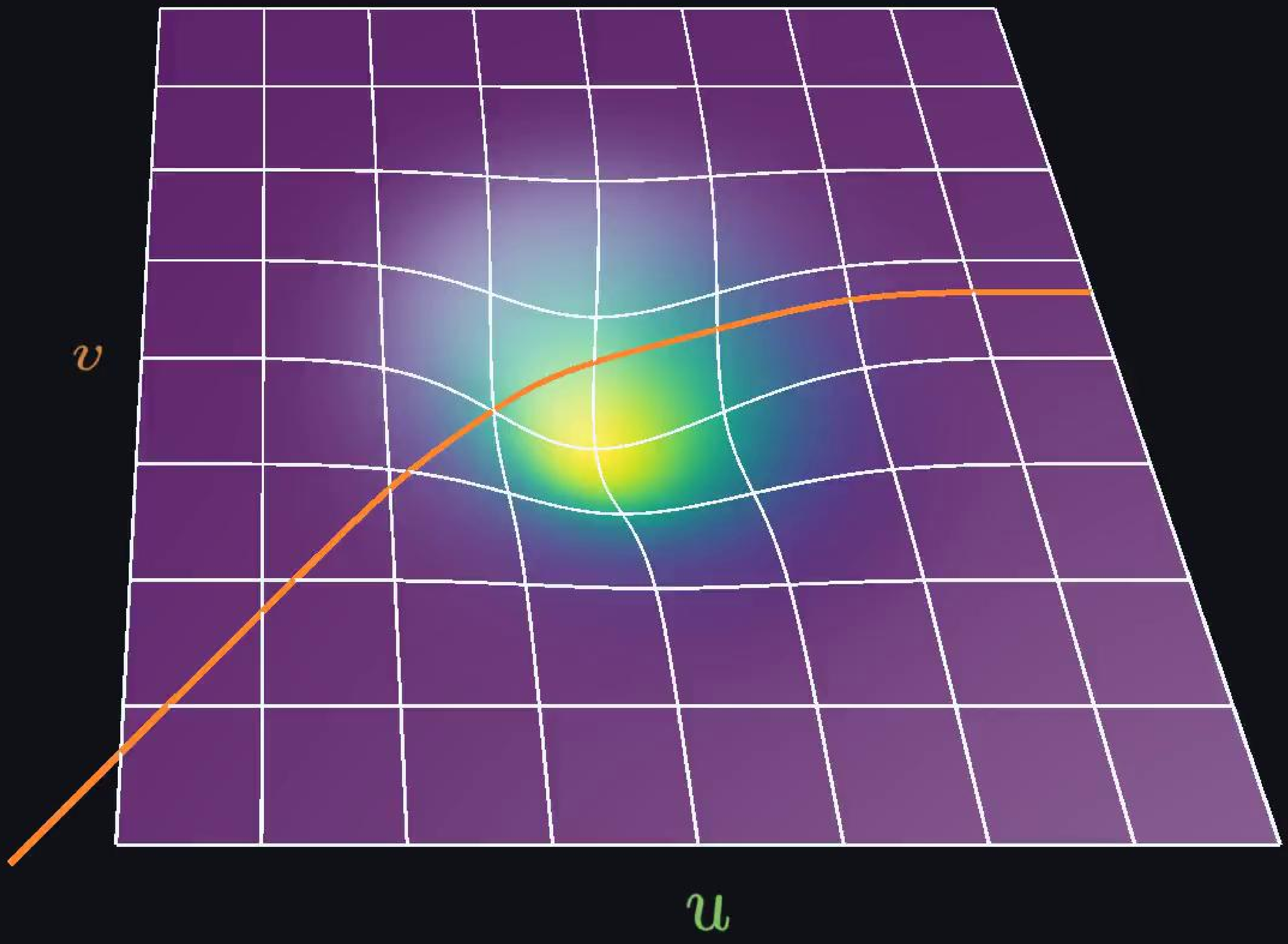
Metrik

$g_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{x} \cdot \partial_\nu \vec{x}$

$$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 \end{bmatrix}$$

Geodätengleichung

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^\lambda_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}(\vec{x})] \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau} \frac{\mathrm{d}x^\nu}{\mathrm{d}\tau}$$



Metrik und Geodäten

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Fläche

$\vec{x} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$

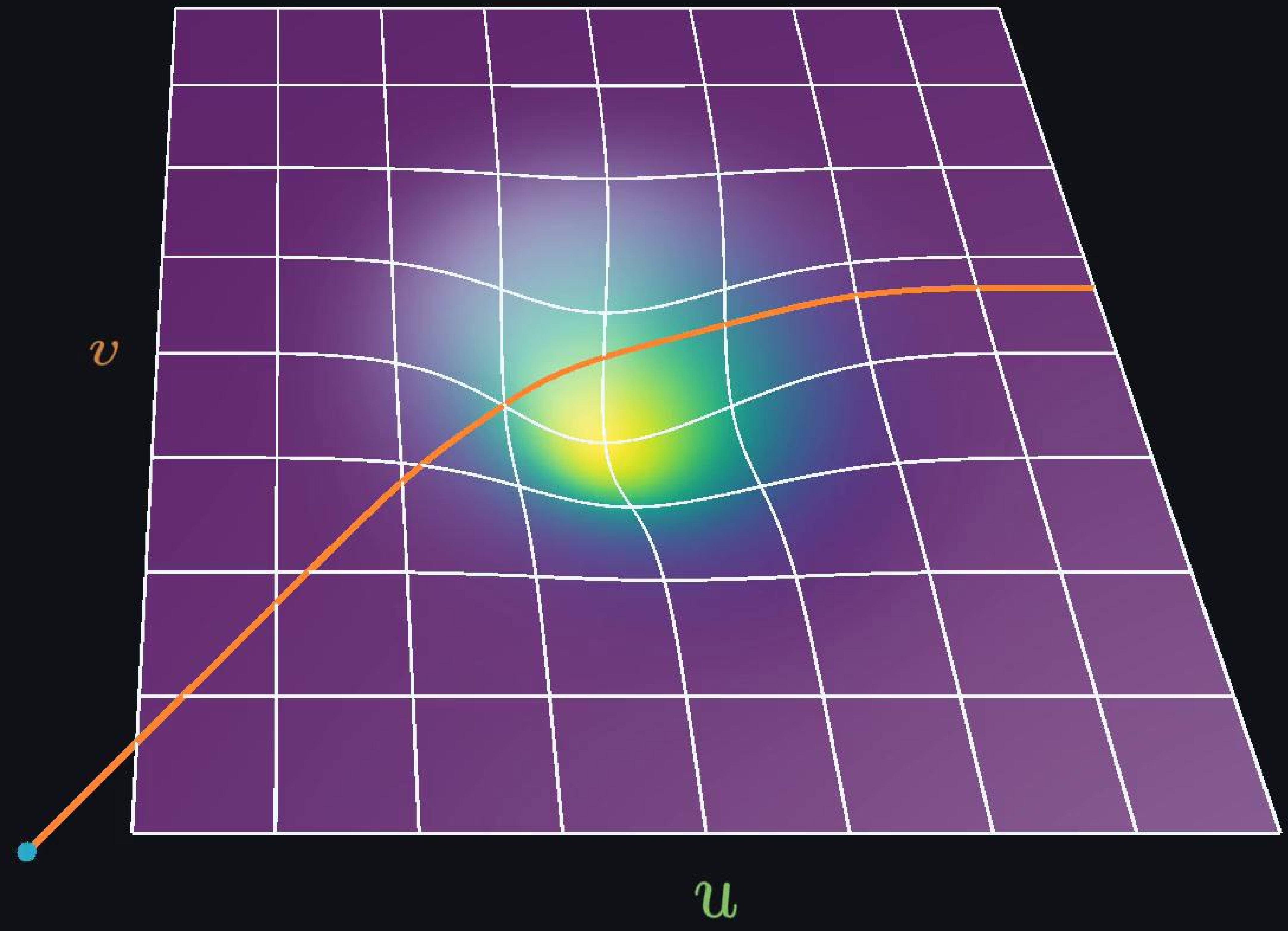
Metrik

$g_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{x} \cdot \partial_\nu \vec{x}$

$$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 \end{bmatrix}$$

Geodätengleichung

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^\lambda_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}(\vec{x})] \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau} \frac{\mathrm{d}x^\nu}{\mathrm{d}\tau}$$



Einsteinsche Feldgleichungen

Einsteinsche Feldgleichungen

2D Fläche $\rightarrow$ 4D Mannigfaltigkeit

Einsteinsche Feldgleichungen

2D Fläche $\rightarrow$ 4D Mannigfaltigkeit

Koordinaten $(ct, x, y, z) \Rightarrow \boldsymbol{g} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$

Einsteinsche Feldgleichungen

2D Fläche $\rightarrow$ 4D Mannigfaltigkeit

Koordinaten $(ct, x, y, z) \Rightarrow \boldsymbol{g} \in \mathbb{R}^{4\times4}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

Einsteinsche Feldgleichungen

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

2D Fläche $\rightarrow$ 4D Mannigfaltigkeit

Koordinaten $(ct, x, y, z) \Rightarrow \boldsymbol{g} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

Ricci-Tensor: $R_{\mu\nu}\left[\boldsymbol{g}\right]$

Einsteinsche Feldgleichungen

2D Fläche $\rightarrow$ 4D Mannigfaltigkeit

Koordinaten $(ct, x, y, z) \Rightarrow \boldsymbol{g} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

Ricci-Tensor: $R_{\mu\nu}\left[\boldsymbol{g}\right]$

Krümmungsskalar: $R\left[\boldsymbol{g}\right]$

Einsteinsche Feldgleichungen

2D Fläche $\rightarrow$ 4D Mannigfaltigkeit

Koordinaten $(ct, x, y, z) \Rightarrow \boldsymbol{g} \in \mathbb{R}^{4\times4}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

Ricci-Tensor: $R_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}]$

Krümmungsskalar: $R[\boldsymbol{g}]$

Energie-Impuls-Tensor: $T_{\mu\nu}$

Linearisierung

Annahmen: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, $\boldsymbol{h} \ll \boldsymbol{\eta}$, $\tau \approx t$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^\lambda_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}(\vec{x})] \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau} \frac{\mathrm{d}x^\nu}{\mathrm{d}\tau}$$

Linearisierung

Annahmen: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, $\boldsymbol{h} \ll \boldsymbol{\eta}$, $\tau \approx t$

Substitutionen: $\vec{E} = \frac{1}{2}\vec{\nabla} h_{00}$, $B_j = -\varepsilon_{jlm}\frac{\partial h_{0m}}{\partial x^l}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^\lambda_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}(\vec{x})]\frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau}\frac{\mathrm{d}x^\nu}{\mathrm{d}\tau}$$

$$-\Delta h_{00} = 8\pi\rho, \; -\Delta h_{0i} = 8\pi j_i$$

Linearisierung

Annahmen: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, $\boldsymbol{h} \ll \boldsymbol{\eta}$, $\tau \approx t$

Substitutionen: $\vec{E} = \frac{1}{2}\vec{\nabla} h_{00}$, $B_j = -\varepsilon_{jlm} \frac{\partial h_{0m}}{\partial x^l}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^\lambda_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}(\vec{x})] \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau} \frac{\mathrm{d}x^\nu}{\mathrm{d}\tau}$$

$$-\Delta h_{00} = 8\pi\rho, \; -\Delta h_{0i} = 8\pi j_i$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -4\pi\rho$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = -8\pi\vec{j}$$

Linearisierung

Annahmen: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, $\boldsymbol{h} \ll \boldsymbol{\eta}$, $\tau \approx t$

Substitutionen: $\vec{E} = \frac{1}{2}\vec{\nabla} h_{00}$, $B_j = -\varepsilon_{jlm}\frac{\partial h_{0m}}{\partial x^l}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu}$$

$$-\Delta h_{00} = 8\pi\rho,\ -\Delta h_{0i} = 8\pi j_i$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -4\pi\rho$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = -8\pi\vec{j}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\lambda}{\mathrm{d}\tau^2} = -\Gamma^\lambda_{\mu\nu}[\boldsymbol{g}(\vec{x})]\frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau}\frac{\mathrm{d}x^\nu}{\mathrm{d}\tau}$$

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -\frac{1}{2}\frac{\partial h_{00}}{\partial x^i} + \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{jlm}\frac{\partial h_{0m}}{\partial x^l}\frac{dx^k}{dt}$$

$$\vec{F} = m\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

EM-Felder

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

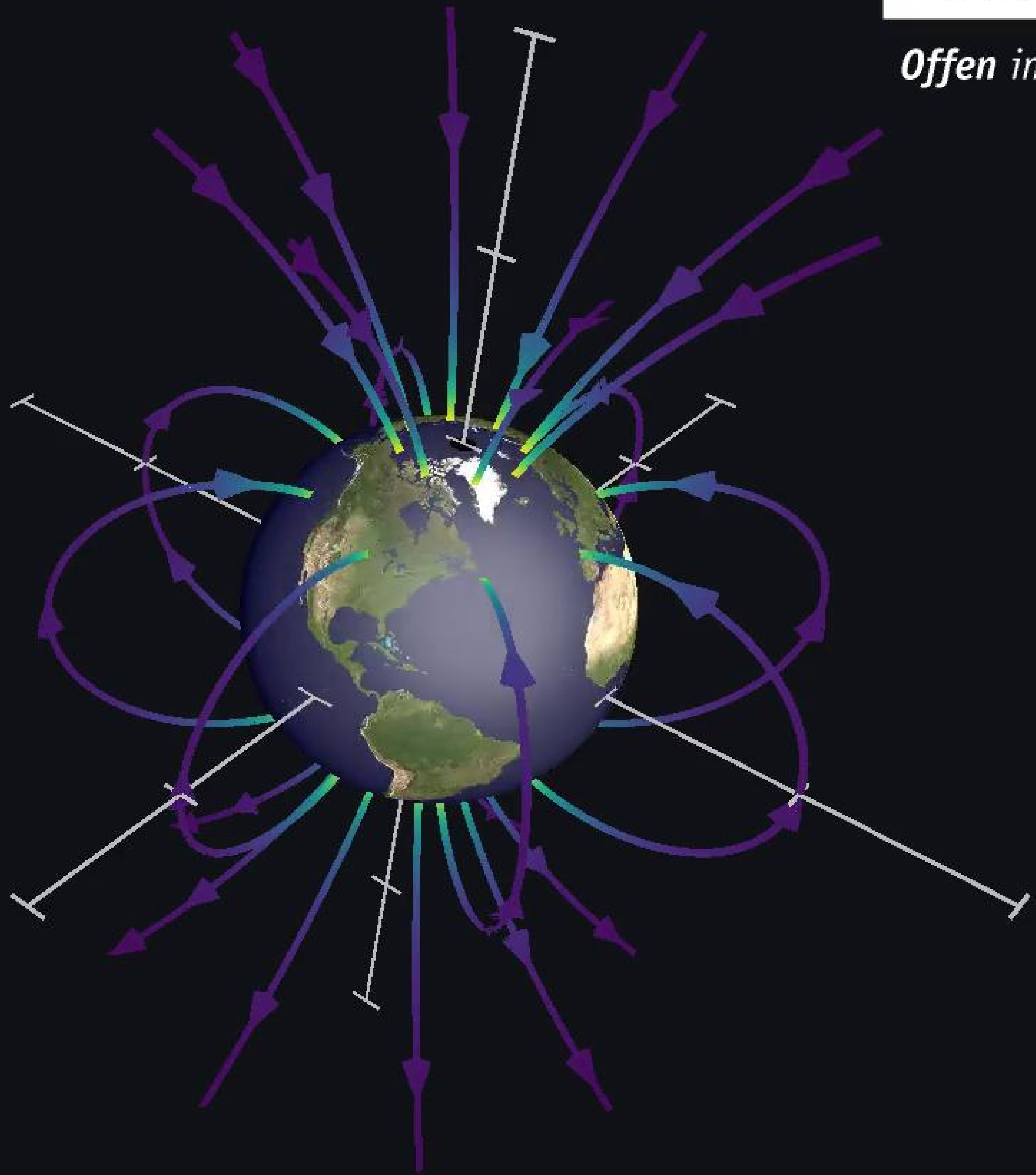
$$\vec{B} = \frac{1}{r^3}\left[\vec{S} - \frac{3(\vec{S}\cdot\vec{r})}{r^2}\vec{r}\right]$$

$$\vec{E} = -\frac{M\vec{r}}{r^3}$$

EM-Felder

$$\boxed{\vec{B} = \frac{1}{r^3}\left[\vec{S} - \frac{3(\vec{S}\cdot\vec{r})}{r^2}\vec{r}\right]}$$

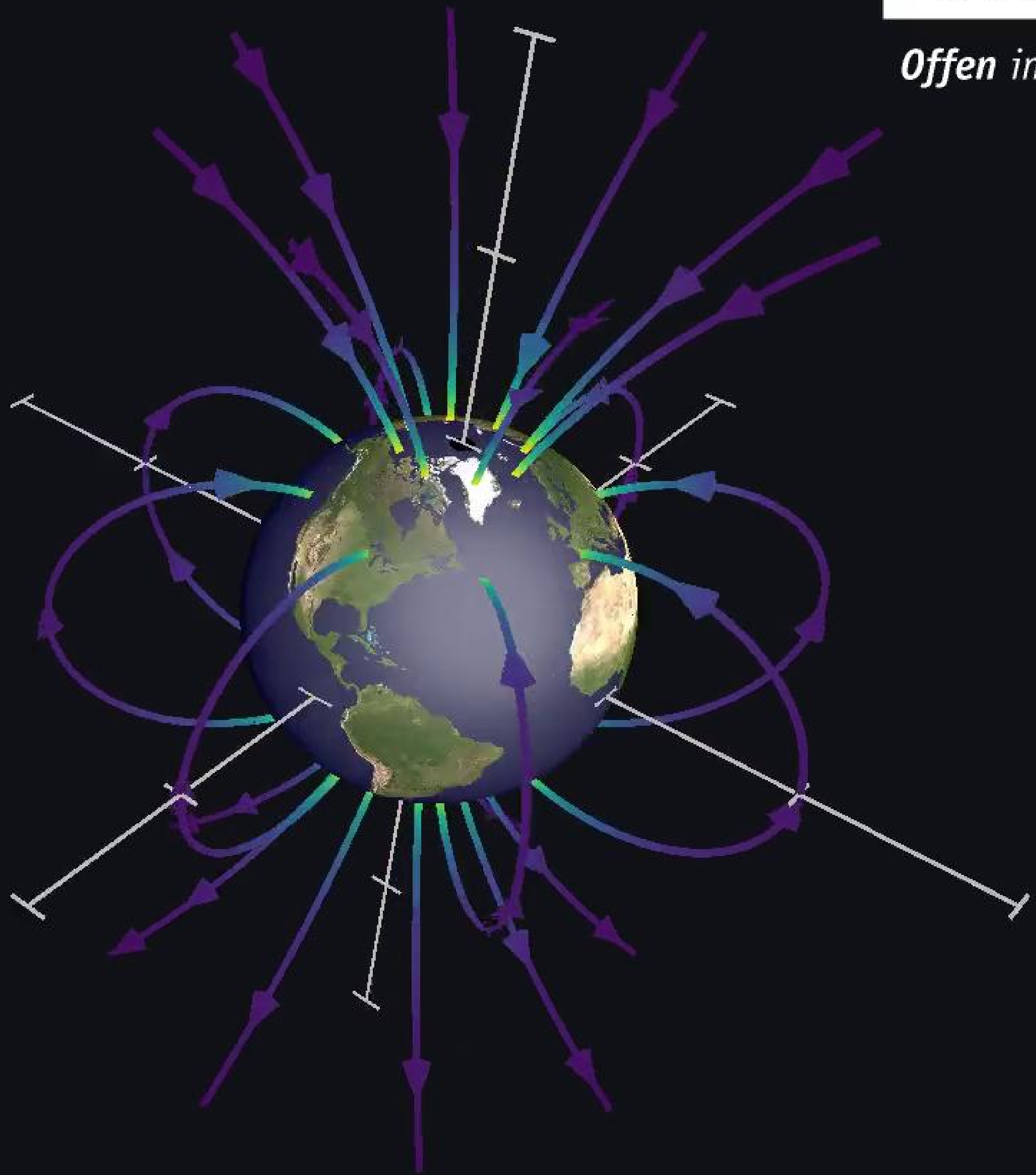
$$\vec{E} = -\frac{M\vec{r}}{r^3}$$



EM-Felder

$$\boxed{\vec{B} = \frac{1}{r^3}\left[\vec{S} - \frac{3(\vec{S}\cdot\vec{r})}{r^2}\vec{r}\right]}$$

$$\vec{E} = -\frac{M\vec{r}}{r^3}$$



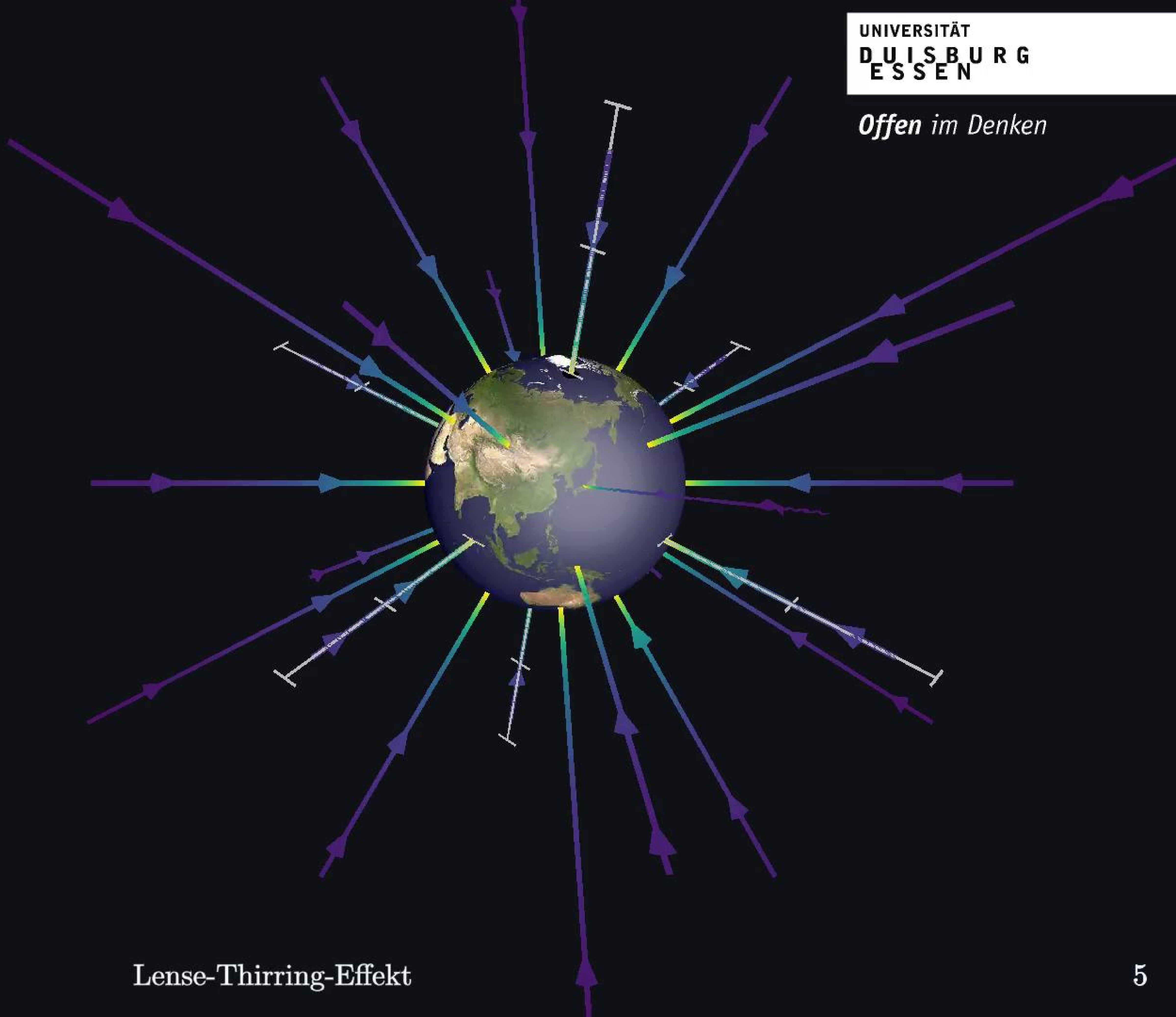
UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

EM-Felder

$$\vec{B} = \frac{1}{r^3}\left[\vec{S} - \frac{3(\vec{S}\cdot\vec{r})}{r^2}\vec{r}\right]$$

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{M\vec{r}}{r^3}}$$



EM-Felder

$$\vec{B} = \frac{1}{r^3}\left[\vec{S} - \frac{3(\vec{S}\cdot\vec{r})}{r^2}\vec{r}\right]$$

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{M\vec{r}}{r^3}}$$