

## Temă pentru acasă - partea C.

14 puncte

**C1. (4 puncte - Las Vegas)** Problema celor  $n$  regine cere să se determine pozițiile a  $n$  regine pe o tablă de șah de dimensiuni  $n \times n$  așa încât oricare două regine să nu se atace una pe cealaltă. Implementați următorul algoritm aleator pentru rezolvarea problemei celor  $n$  regine:

```
UnusedRows = {1, 2, ..., n};
i = 1;
while (UnusedRows  $\neq \emptyset$  and  $i \leq n$ ) do
    alegem uniform și la întâmplare  $r$  din UnusedRows;
    row[i] = r;
    i++;
    actualizează UnusedRows astfel ca oricare două regine să nu se atace una pe cealaltă;
end while
if (UnusedRows =  $\emptyset$  and  $i < n$ ) then
    return "Failure";
end if
return row[.];
(Regina  $i$  va fi plasată în poziția (row[i], i).)
```

**C2. (3 puncte - Las Vegas)** Implementați algoritmul aleator pentru determinarea mediei. (Din cursul 10.)

**C3. (3 puncte - Monte Carlo)** Se consideră  $f(X)$ ,  $g(X)$  și  $h(X)$  trei polinoame de grade  $n$ ,  $n$  și, respectiv,  $2n$ .

(a) **(2 puncte)** Implementați următorul algoritm aleator pentru testarea egalității  $f \cdot g = h$ :

```
alege uniform  $p \in \{1, 2, \dots, 3n\}$ ;
if ( $f(p) \cdot g(p) = h(p)$ ) then
    return true;
else
    return false;
end if
```

(b) **(1 punct)** Să presupunem că această procedură greșește cu o probabilitate de cel mult  $2/3$ . De câte ori trebuie apelată această procedură pentru a reduce probabilitatea de a greși sub 0.0001?

*Indicație. Un polinom de grad  $k$  poate fi reprezentat printr-un tablou de lungime  $k + 1$  al coeficienților.*

**C4. (4 puncte - Monte Carlo)** Implementați următorul algoritm aleator pentru a decide primalitatea unui număr natural (impar) dat,  $n$ :

```
determină  $r, p \in \mathbb{N}$  s. t.  $n - 1 = 2^r p$ ,  $p$  impar;
alege aleator și uniform  $a \in \{1, 2, \dots, n - 1\}$ ;
 $y = a^p \pmod n$ ;
for ( $i = 1, r$ ) do
    if ( $y^2 \pmod n \equiv 1$  and  $y \neq 1$  and  $y \neq n - 1$ ) then
        return false;
    end if
     $y = y^2 \pmod n$ ;
end for
if ( $y \neq 1$ ) then
```

```
    return false;  
else  
    return true;  
end if
```

Rezolvările acestor exerciții (funcțiile R și apelurile lor) vor fi redactate într-un singur script R.